INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

MATEMÁTICA FINANCIERA

Prefacio:

La asignatura es de naturaleza práctico – teórico, orientado a desarrollar en el estudiante habilidades superiores del pensamiento para el razonamiento lógico y creativo, solución de problemas y la toma de decisiones. En la gestión empresarial el manejo de las finanzas es primordial, la base para la aplicación eficiente de los conceptos financieros está en las matemáticas financieras, que es una herramienta de soporte fundamental para la evaluación y toma de decisiones empresariales. Es requisito inicial fundamental para lograr una administración de valor.

Comprende cuatro Unidades de Aprendizaje:

- **Unidad I: Cálculo Mercantil y Comercial**
- **Unidad II: Cálculo Mercantil y Comercial II**
- **Unidad III: Interés Simple y Compuesto**
- **Unidad IV: Descuentos y Anualidades**

Estructura de los Contenidos

Calculo Mercantil Y Comercial I → **Cálculo Mercantil Y Comercial II** → **Interés Simple y Compuesto** → **Descuentos y Anualidades**

Calculo Mercantil Y Comercial I
- Promedio
- Razones
- Magnitudes Proporcionales
- Reparto Proporcional

Cálculo Mercantil Y Comercial II
- Regla de Tres Simple
- Regla de Tres Compuesta
- Porcentajes
- Asuntos Comerciales

Interés Simple y Compuesto
- Introducción a las matemáticas financieras
- Interés Simple
- El Monto
- Interés Compuesto

Descuentos y Anualidades
- Descuento Racional
- Descuento Bancario
- Descuento Comercial
- Anualidades

La competencia que el estudiante debe lograr al final de la asignatura es:

"Proporcionar conocimientos prácticos de la matemática financiera aplicándola como un instrumento necesario para la optimización de los recursos financieros de la empresa."

Índice del Contenido

I. PREFACIO	02
II. DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS	03 - 158
UNIDAD DE APRENDIZAJE 1: CÁLCULO MERCANTIL Y COMERCIAL I	05-36
1. Introducción	06
a. Presentación y contextualización	06
b. Competencia	06
c. Capacidades	06
d. Actitudes	06
e. Ideas básicas y contenido	06
2. Desarrollo de los temas	07-33
a. Tema 01: Promedios	07
b. Tema 02: Razones	14
c. Tema 03: Magnitudes Proporcionales	20
d. Tema 04: Reparto proporcional	29
3. Lecturas recomendadas	34
4. Actividades	34
5. Autoevaluación	35
6. Resumen	36
UNIDAD DE APRENDIZAJE 2: CÁLCULO MERCANTIL Y COMERCIAL II	37-62
1. Introducción	38
a. Presentación y contextualización	38
b. Competencia	38
c. Capacidades	38
d. Actitudes	38
e. Ideas básicas y contenido	38
2. Desarrollo de los temas	39-59
a. Tema 01: Regla de Tres Simple	39
b. Tema 02: Regla de Tres Compuesta	43
c. Tema 03: Porcentajes	47
d. Tema 04: Asuntos Comerciales	54
3. Lecturas recomendadas	60
4. Actividades	60
5. Autoevaluación	61
6. Resumen	62
UNIDAD DE APRENDIZAJE 3: INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO	63-103
1. Introducción	64
a. Presentación y contextualización	64
b. Competencia	64
c. Capacidades	64
d. Actitudes	64
e. Ideas básicas y contenido	64
2. Desarrollo de los temas	65-100
a. Tema 01: Introducción a las Matemáticas Financieras	65
b. Tema 02: Interés Simple	86
c. Tema 03: El monto	91
d. Tema 04: Interés Compuesto	96
3. Lecturas recomendadas	101
4. Actividades	101
5. Autoevaluación	102
6. Resumen	103
UNIDAD DE APRENDIZAJE 4: DESCUENTOS Y ANUALIDADES	104-135
1. Introducción	105
a. Presentación y contextualización	105
b. Competencia	105
c. Capacidades	105
d. Actitudes	105
e. Ideas básicas y contenido	105
2. Desarrollo de los temas	106-131
a. Tema 01: Descuento Racional	106
b. Tema 02: Descuento Bancario	113
c. Tema 03: Descuento Comercial	118
d. Tema 04: Anualidades	123
3. Lecturas recomendadas	132
4. Actividades	132
5. Autoevaluación	134
6. Resumen	135
III. GLOSARIO	136
IV. FUENTES DE INFORMACIÓN	137
V. SOLUCIONARIO	138

UNIDAD 1

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO

telesup

Cálculo Mercantil y Comercial I

Introducción

a) Presentación y contextualización

Los temas que se tratan en la presente unidad temática, tienen por finalidad que el estudiante comprenda las nociones básicas sobre promedios, magnitudes proporcionales, así como formular apreciaciones críticas sobre los diversos conceptos desarrollados.

b) Competencia

Define, utiliza y aplica los promedios, las razones, las magnitudes proporcionales y el reparto proporcional, con dominio y destreza.

c) Capacidades

1. Identifica y comprende los promedios.
2. Relaciona y compara las razones.
3. Analiza y aplica las magnitudes.
4. Reconoce y evalúa el reparto proporcional.

d) Actitudes

- ✓ Muestra disposición para el trabajo en equipo e individual
- ✓ Demuestra iniciativa y empeño para investigar sobre los promedios y las Razones.
- ✓ Obtiene y valora con actitud crítica y reflexiva sus conclusiones del trabajo de investigación.

e) Presentación de Ideas básicas y contenido esenciales de la Unidad:

La Unidad de Aprendizaje 01: Cálculo Mercantil y Comercial I, comprende el desarrollo de los siguientes temas:

TEMA 01: Promedios.
TEMA 02: Razones.
TEMA 03: Magnitudes Proporcionales.
TEMA 04: Reparto Proporcional.

TEMA 1

Promedios

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Identificar y comprender los promedios.

Tema 01: Promedios

PROMEDIOS

Cantidades representativas de un conjunto de valores (medidas de tendencia central) dado:

$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \ldots\ldots\ldots \leq a_n$

$\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow$

MENOR VALOR ≤ PROMEDIO ≤ MAYOR VALOR

Tipos de Promedio

Promedio Aritmético o Media Aritmética ($\overline{MA}$)

O simplemente promedio

$$\overline{MA} = \frac{\text{Suma de datos}}{\text{Número de datos}}$$

- Dar la $\overline{MA}$ de: 7; 13 y 4

Resolución

$$\frac{7+13+4}{3} = 8$$

OJO:

SEA "n" NÚMEROS Y "s" SUMA DE LOS NÚMEROS

$\Rightarrow$ $\boxed{S = n \cdot \overline{MA} \text{ ("n" números)}}$

Promedios Geométricos o Media Geométrica ($\overline{MG}$)

$$\overline{MG} = \sqrt[n]{\text{Producto de los datos}}$$

n: número de datos

- Dar la $\overline{MG}$ de: 5; 15 y 45

Resolución

$$\sqrt[3]{5\ .\ 15\ .\ 45} = 15$$

Promedio Armónico o Media Armónica ($\overline{MH}$)

$$\overline{MH} = \frac{\text{Número de datos}}{\text{Suma de Inversa de los datos}}$$

- Dar la $\overline{MH}$ de: 6; 2 y 3

Resolución

$$\frac{3}{\frac{1}{6}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 3$$

➢ Consideraciones Importantes

- Para 2 cantidades "a" y "b"

$$\boxed{\overline{MA} = \frac{a+b}{2}}$$

$$\boxed{\overline{MG} = \sqrt{ab}}$$

$$\boxed{\overline{MH} = \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a+b}}$$

- Dado:

$$0 < a_1 \leq a_2 \leq a_3 \ldots\ldots\ldots\ldots \leq a_n$$

Se verifica que:

$$a_n \geq \overline{MA} \geq \overline{MG} \geq \overline{MH} > 0$$

$$\underset{\substack{\text{MAYOR}\\\text{PROMEDIO}}}{\Downarrow} \qquad \underset{\substack{\text{MENOR}\\\text{PROMEDIO}}}{\Downarrow}$$

- Si todos los valores son iguales

$$\overline{MA} = \overline{MG} = \overline{MH}$$

- Para cantidades "a" y "b"

$$\overline{MG}^2 = \overline{MA} \,.\, \overline{MH}$$

$$\overline{MA} - \overline{MG} = \frac{(a-b)^2}{4(\overline{MA} + \overline{MG})}$$

➢ La Alteración de la Media Aritmética

Sean los números: 3, 5 y 10

$$\Rightarrow \quad \overline{MA} = \frac{3+5+10}{3} = 6$$

Si aumentamos 7 unidades al 5 y disminuimos 4 al 10:

$$\begin{matrix}\text{Nuevo}\\\text{Promedio}\end{matrix} = \underbrace{\frac{3+5+10}{3}}_{\substack{\text{PROMEDIO}\\\text{INICIAL}}} + \underbrace{\frac{7-4}{3}}_{\text{VARIACIÓN}} = 7$$

IMPORTANTE

$$\begin{bmatrix} \textit{nuevo} \\ \textit{promedio} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \textit{promedio} \\ \textit{inicial} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \textit{variación del} \\ \textit{promedio} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\begin{matrix}\text{variación del}\\\text{promedio}\end{matrix} = \frac{\begin{bmatrix}\text{total que se}\\\text{aumenta}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{total que se}\\\text{disminuye}\end{bmatrix}}{\text{Número de datos}}$$

Promedio ponderado ($\overline{PP}$) (Promedio de Promedios)

- Al dar 3 exámenes, obtengo 11, 17 y 13; siendo los pesos de cada examen 2, 1 y 3 ¿Cuál será mi nota promedio?

  Resolución:

NOTAS	PESOS	TOTAL
11	2	11 x 2
17	1	17 x 1
13	3	13 x 3
	6	78

La nota promedio será:

$$\frac{11\ .2+17\ .\ 1+13\ .\ 3}{2+1+3}=\frac{78}{6}=13$$

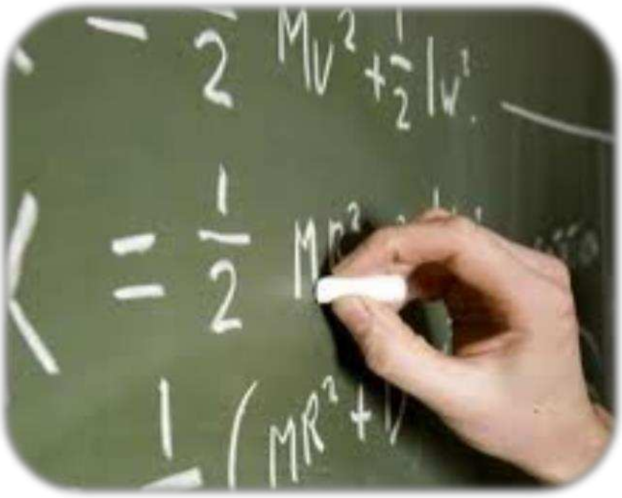
En general:

$$\overline{PP}=\frac{a_1\ P_1+a_2\ P_2+a_3\ P_3+.........+a_n\ \ P_n}{P_1+P_2+P_3+.........P_n}$$

Donde:

a_n : enésimo de las notas, precios, … etc

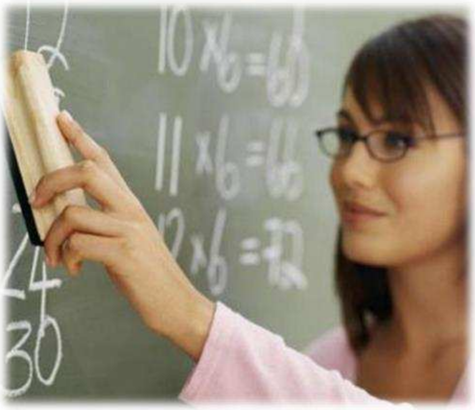
P_n : enésimo de los promedios, peso frecuencias, créditos, ... etc



Ejemplos:

1. El promedio de edad de 18 hombres es 16 años y la edad promedio de 12 mujeres es 14 años. Calcular el promedio del salón

Solución



$$\frac{H_{18}}{18} = 16$$

$H_{18} = 288$

$$\frac{M_{12}}{12} = 14$$

$M_{12} = 168$

$$\frac{H_{18} + M_{12}}{30} = \frac{288+168}{30} = \frac{456}{30} = 15{,}2$$

2. El promedio de las edades de cinco personas es 48. si ninguna de ellas tiene más de 56 años. ¿Cuál es la mínima edad que puede tener una de ellas?

Solución

$$\frac{H_5}{5} = 48$$

$$\frac{56 + 56 + 56 + 56 + X}{5} = 48$$

$224 + X = 240$

$X = 16$

3. Se tiene 60 objetos, cuyos pesos son un número entero de kilogramos. Sabiendo que el promedio de los pesos es 50 kg. ¿Cuánto puede pesar como máximo uno de ellos si ninguno pesa menos de 48 kg.?

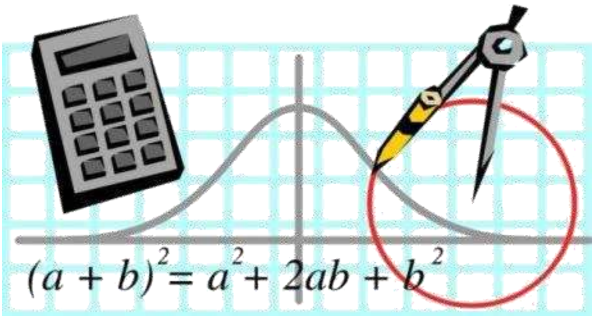
Solución

$$\frac{S_{60}}{60} = 50$$

$$\frac{48(59) + X}{60} = 50$$

2832 + X = 3000

X = 168



4. La media aritmética de dos enteros positivos es a la media geométrica de los mismos como 13 es a 12. El menor número de dichos números puede ser:

Solución

$$\frac{\frac{a+b}{2}}{\sqrt{ab}} = \frac{13}{12} \Rightarrow \frac{\frac{18+8}{2}}{\sqrt{18*8}} = \frac{13}{12}$$

El menor número es = 8

5. Se tiene 100 números cuyo promedio es 18,5. A los primeros 20 números se les aumenta 3 unidades a cada uno, a los siguientes 50 números se les aumenta 8 unidades a cada uno y a los restantes números se les disminuye 2 unidades a cada uno. Calcular el nuevo promedio de los números que se obtiene.

Solución

$$\frac{S_{100}}{100} = 18,5$$

$$\frac{S_{20} + 3(20) + S_{50} + 8(50) + S_{30} - 2(30)}{100} = \frac{S_{100} + 400}{100} = \frac{1850 + 400}{100} = 22,5$$

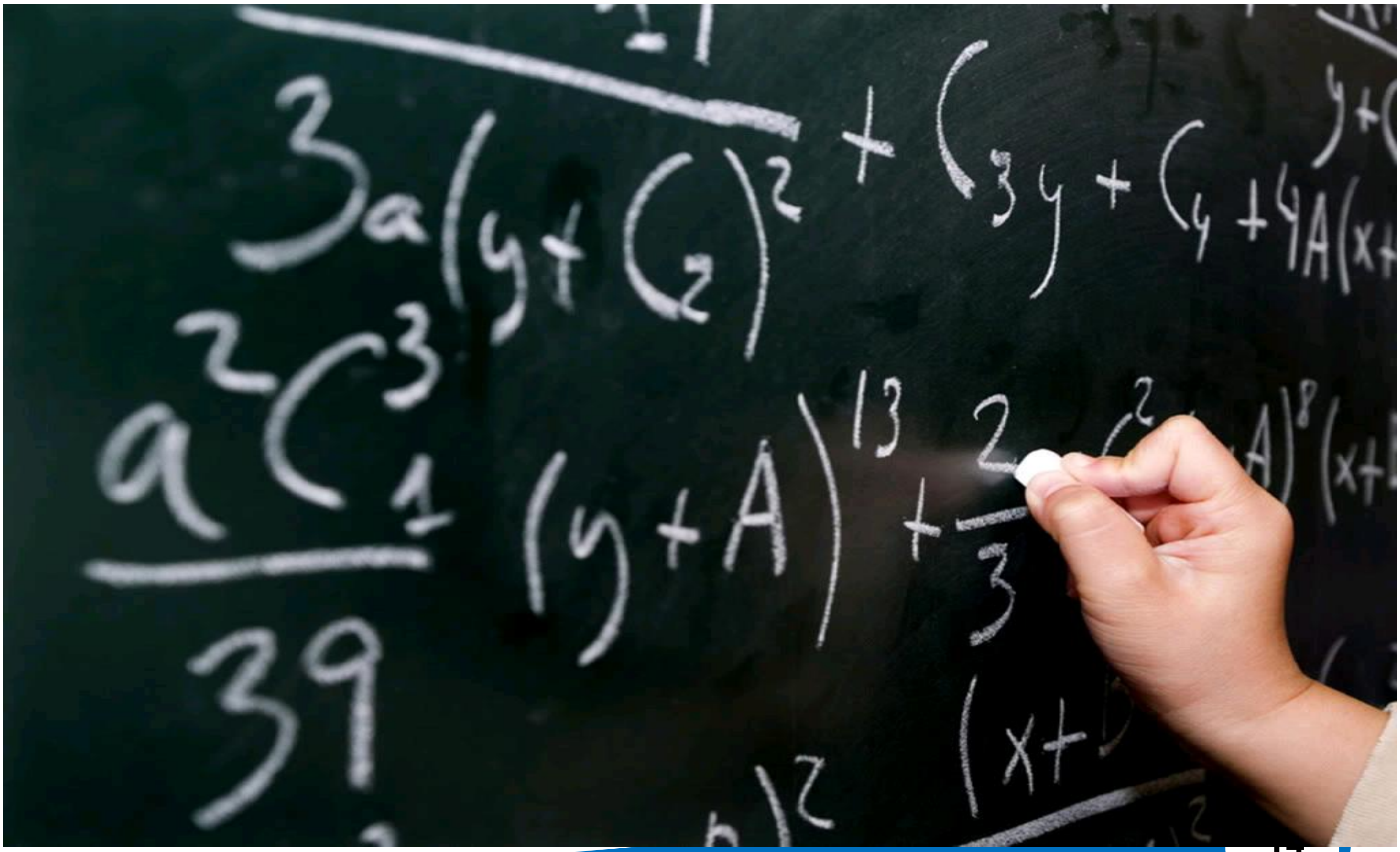
TEMA 2

Razones

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Relacionar y comparar las razones.



Tema 02: Razones

I) Razón o Relación:

Es la comparación entre 2 cantidades por medio de las operaciones inversas básicas (sustracción y división)

Clases de razones o relaciones:

1) Razón Aritmética.- Cuando la comparación entre las 2 cantidades se realizan por medio de la diferencia.

Notación: a – b = r (“a es mayor que b en r unidades”).

$$\left.\begin{array}{l} * \, a = \text{antecedente} \\ * \, b = \text{consecuente} \\ * \, r = \text{valor de la razón} \end{array}\right\} a;\, b; r \in Z^{+}$$

2) Razón Geométrica.- Cuando la comparación entre las 2 cantidades se realizan por medio de la división.

Notación.- a : b = r (“a es producto de b por r”)

$$\left.\begin{array}{l} * \, a = \text{antecedente} \\ * \, b = \text{consecuente} \\ * \, r = \text{valor de la razón} \end{array}\right\} a;\, b; r \in Z^{+}$$

3) Razón Armónica.- Es la comparación por sustracción entre las inversas de 2 números que forman razón aritmética.

Notación: $\left(1/a\right) - \left(1/b\right) = q$

$$\left.\begin{array}{l} * \, 1/a = \text{antecedente} \\ * \, 1/b = \text{consecuente} \\ * \;\; q = \text{valor de la razón} \end{array}\right\} 1/a;\; 1/b;\; q \in Q^{+}$$

II) Proporciones:

Es la igualdad de 2 tipos comunes de razones (de la misma clase) o mayores de 2.

Clases de Proporciones:

	1) Proporción Aritmética $(\overline{PA})$	2)Proporción Geométrica $(\overline{PG})$	3)Proporción Armónica $(\overline{PH})$
NOTACIÓN	$a - b = c - d$ $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ $1° \quad 2° \quad 3° \quad 4°$ "$\underline{a}$ es a $\underline{b}$ como $\underline{c}$ es a $\underline{d}$"	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ "a y b son proporcionales a c y d"	$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ 1/a es a 1/b como 1/c es a 1/d
	Donde: a $\wedge$ c (e inversas) = Antecedentes b $\wedge$ d (e inversas) = consecuentes		
PROPIEDAD	$a + d = b + c$	$a \cdot d = b \cdot c$	$\left(1/a\right) + \left(1/d\right) = \left(1/c\right) + \left(1/b\right)$
PROPORCIÓN DISCONTINUA O DISCRETA	$a - b = c - d$ Donde: a; b; c; d; = 4ta Diferencial de cada uno respecto a los otros 3. $a \neq b \neq c \neq d \in Z^+$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Donde: a; b; c; d = 4ta Proporcional respecto a los otros 3 (en ese mismo orden) $a \neq b \neq c \neq d \in Z^+$	$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ Donde: 1/a; 1/b; 1/c; 1/d = 4ta Armónica respecto de los otros 3 (es ese mismo orden) $1/a \neq 1/b \neq 1/c \neq 1/d \in Q^+$
	Para lo problemas, la cuarta diferencia, proporcional o armónica es considerado como el segundo consecuente.		

$a-b=b-c$ **Donde:** b = Media Diferencial o Aritmética. a; c = Tercia diferencial o Aritmética respecto de los otros 3 términos. $(a \neq c)$ $b=\dfrac{a+c}{2}$	$\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}$ **Donde:** b = Media Proporcional o Geométrica. a; c = Tercia proporcional o Geométrica respecto de los otros 3 términos. $(a \neq c)$ $b=\sqrt{ac}$	$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}$ **Donde:** b = Media Armónica a; c = Tercia armónica respecto de los otros. $3(a \neq c)$ $\dfrac{1}{b}=\dfrac{2ac}{a+c}$

Para los problemas, la tercera o tercia Aritmética, Geométrica o Armónica es considerado como el segundo consecuente.

OBS: Si no se determina que tipo de razón o proporción se establece en un problema, se asume que es *GEOMÉTRICA.*

Serie de Razones Equivalentes (S.R.E):

1) Serie Aritmética:

* S.R.E.A Continua: Forma General: a – b = b – c = c – d = d – e =k
* S.R.E.A. Discreta: Forma General: a – b = c – d = e – f =k

2) Serie Geométrica:

* S.R.E.D. Continua: Forma General: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{d}{e}=\cdots=k$
* S.R.E.G. Discreta: Forma General: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=\cdots=k$

Nota: Propiedades de las Series Geométricas:

Dado: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$

1) $\frac{a \pm c \pm e}{b \pm d \pm f} = k$

2) $\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = K^N$; N = N° de razones

3) $\frac{a^P \pm C^P \pm e^P}{b^P \pm d^P \pm f^P} = K^P$

Ejemplos:

1. La razón de 2 números es de 7 a 3. ¿Cuál será la razón entre la suma de cuadrados y la diferencia de cuadrado de dichos números?

Solución

$$\frac{A}{B} = \frac{7K}{3K}$$

$$\frac{(7K)^2 + (3K)^2}{(7K)^2 - (3K)^2} = \frac{58K^2}{40K^2} = \frac{29}{20}$$

2. La edad de Pepe es a la edad de Luis como 5 es a 6, después de cierto tiempo sus edades están en la relación de 9 a 10. ¿En que relación están el tiempo transcurrido y la edad inicial de Luis?

Solución

$$\frac{P}{L} = \frac{5K}{6K}$$

$$\frac{5k + T}{6k + T} = \frac{9K}{10K}$$

T = 4K

$$\frac{T}{L} = \frac{4K}{6K} = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

3. A una fiesta asisten 400 personas entre hombres y mujeres, asistiendo 3 hombres por cada 2 mujeres. Luego de 2 horas, por cada 2 hombres hay una mujer. ¿Cuántas parejas se retiraron?

Solución

H + M = 400

3K + 2K = 400

5K = 400

K=80

$\frac{H}{M} = \frac{3K}{2K}$, $\frac{3K-X}{2K-X} = 2$

3K - X = 4K - 2X

X = K **X = 80**

4. El producto de 3 números es 5832. si el primero es al segundo como el segundo es al tercero. Hallar el segundo número.

Solución

A.B.C = 5832

$$\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$$

$B^2.B$=5832

$$B^3 = 5832$$

B= 18

5. Dos motociclistas parten de un mismo punto en direcciones opuestas, transcurridos los primeros 45 minutos la razón de la distancia a su punto de partida es de 3 a 5, y a los 30 minutos siguientes se encuentran distanciados 80 km. ¿Cuál es la diferencia de sus velocidades en km/hora?

Solución

$$\frac{d}{p} = \frac{3k}{5k}$$

K= 6

Va=36

Vb=48

Vb –Va = 12

TEMA 3

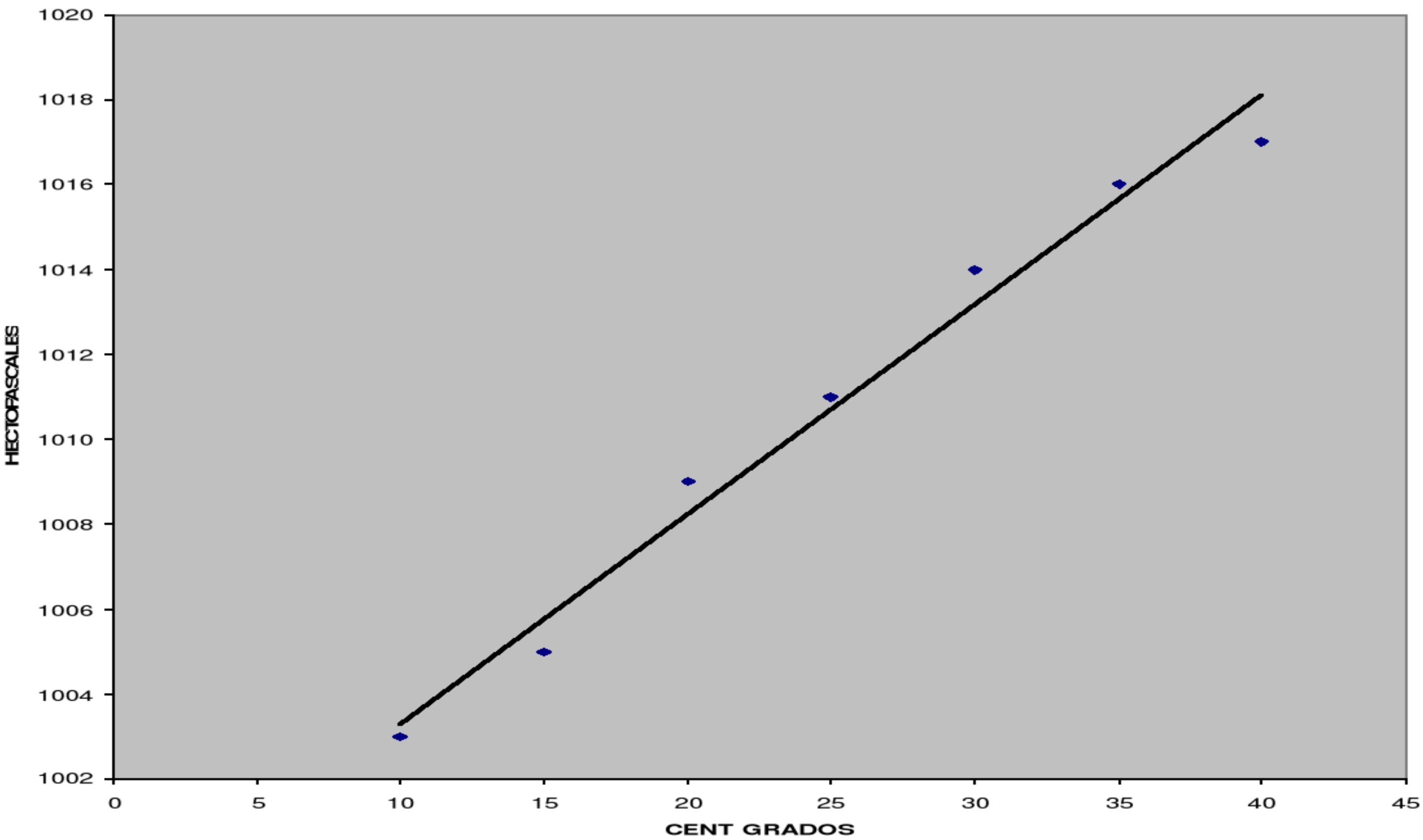
Magnitud

Proporcion

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Analizar y aplicar las magnitudes.



Tema 03: Magnitudes Proporcionales

Magnitud

Es todo aquello susceptible a ser medido y que puede ser percibido por algún medio. Una característica de las magnitudes es el poder aumentar o disminuir. A un niño se le podría medir: su peso, estatura, presión arterial,.....etc.

Cantidad (Valor):

Resultado de medir el cambio o variación que experimenta la magnitud.

MAGNITUD	CANTIDAD
Longitud	2km
Tiempo	7 días
# de obreros	12 obreros

Relaciones Entre 2 Magnitudes

Dos magnitudes son proporcionales, cuando al variar el valor de una de ellas, el valor correspondiente de la otra magnitud cambia en la misma proporción. Se pueden relacionar de 2 maneras.

Magnitudes Directamente Proporcionales (DP)

Ejemplo Ilustrativo:

- Si compramos libros cada uno a S/. 2 (Precio constante); al analizar como varia el valor de costo total, cuando el número de libros varía, se tendrá:

×3 ×8 ÷6

COSTO TOTAL	2	6	48	8
# DE LIBROS	1	3	24	4

×3 ×8 ÷6

⇒ (Costo total) DP (# de libros)

Se observo:

Constante

$$\begin{array}{l} \text{COSTO TOTAL} \rightarrow \\ \text{\# DE CUADRENOS} \rightarrow \end{array} \frac{2}{6} = \frac{6}{3} = \frac{48}{24} = \frac{8}{4} = 2$$

En General:

Decimos que las magnitudes "A" y "B" son directamente proporcionales; si al aumentar o disminuir los valores de la magnitud de "A", el valor de "B" también aumenta o disminuye (en ese orden) en la misma proporción.

La condición necesaria y suficiente para que dos magnitudes sean D.P. es que el cociente de cada par de sus valores correspondientes, sea una constante.

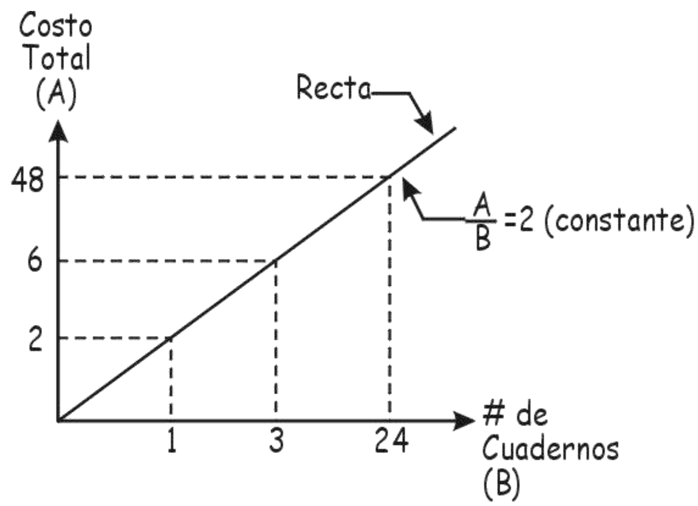
OJO:

DEBEMOS CONSIDERAR QUE AL RELACIONAR 2 MAGNITUDES, LAS DEMÁS NO DEBEN VARIAR DEL EJEMPLO ANTERIOR, EL PRECIO DE CADA LIBRO, NO VARÍA (PERMANECE CONSTANTE)

SI:

$$\text{“A” DP “B”} \leftrightarrow \frac{(\text{valor de A})}{(\text{valor de B})} = k \rightarrow \text{constante}$$

Interpretación Geométrica



IMPORTANTE:

I) La gráfica de 2 magnitudes D.P es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

II) En cualquier punto de la gráfica (excepto el origen de coordenadas) el cociente de cada par de valores correspondientes resulta una constante.

III) Si tenemos que "A" DP "B"

	VALORES CORRESPONDIENTES				
MAGNITUD A	a_1	a_2	a_3	…….	a_n
MAGNITUD B	b_1	b_2	b_3	……	b_n

Se Verifica:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \ldots = \frac{a_n}{b_n} = k$$

IV) Si tenemos que "A" DP "B"

$\boxed{F(x) = mx}$

m: pendiente (constante)

Magnitudes Inversamente Proporcionales (I.P)

Ejemplo Ilustrativo:

- Para pintar las 60 habitaciones idénticas de un edificio se desea contratar obreros que pinten una habitación. Al analizar cómo varía el tiempo según el número de pintores contratados, se tendrá:

×2 ×3 ×5

N° DE PINTORES	1	2	6	30	12
N° DE DÍAS	1	3	24	4	5

÷2 ÷3 ÷5

⇒ (# de pintores) IP (# días)

Se Observa: (# de pintores) IP (# días)

Se Observa:

(# de pintores) (# días) = 1 . 60 = 2 . 30 = 6 . 10 = 30 . 2 = 60

Constante

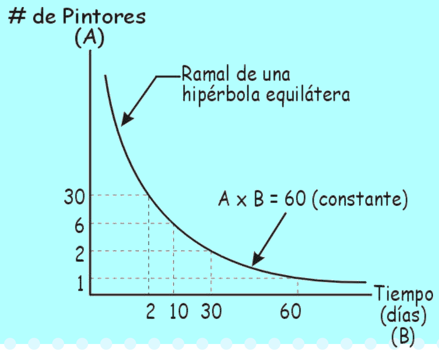
En general:

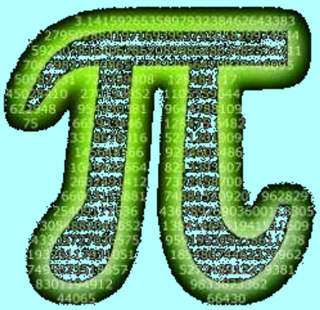
Se dice que "A" y "B" son inversamente proporcionales, si al aumentar o disminuir el valor de A, el respectivo valor de "B" disminuye o aumenta en la mismas proporción respectivamente.

La condición necesaria y suficiente para que dos magnitudes sean IP es que el producto de cada par de sus valores correspondientes sea una constante.

$$\boxed{\text{A I.P.B} \leftrightarrow \text{(valor de A)(valor de B)} = \text{cte}}$$

Interpretación Geométrica





Importante:

I) La gráfica de dos magnitudes IP es una rama de hipérbola equilátera

II) En cualquier punto de la gráfica el producto de cada par de valores correspondientes resulta una constante.

III) La función de proporcionalidad inversa será:

$$\boxed{F(x) = \frac{m}{x}}$$

m: Constante $\begin{bmatrix} \text{área del rectangulo} \\ \text{bajo la curva} \end{bmatrix}$

IV) *SI TENEMOS QUE "A" I.P "B"*

SE VERIFICA:

$a_1 . b_1 = a_2 . b_2 = a_3 . b_3 = . . . = an . bn = k$

	VALORES CORRESPONDIENTES				
MAGNITUD A	a_1	a_2	a_3	....	a_n
MAGNITUD B	b_1	B_2		......	b_n

Propiedades de las Magnitudes

A. Para 2 magnitudes A y B se cumple:

1. $\begin{cases} * A \text{ D.P. } B \Leftrightarrow B \text{ D.P. } A \\ * A \text{ I.P. } B \Leftrightarrow B \text{ I.P. } A \end{cases}$

2. $\begin{cases} * A \text{ D.P. } B \Leftrightarrow A^n \text{ D.P. } B^n \\ * A \text{ I.P. } B \Leftrightarrow A^n \text{ I.P. } B^n \end{cases}$

3. $\begin{cases} * A \text{ D.P. } B. \Leftrightarrow A \text{ I.P. } \dfrac{1}{B} \\ * A \text{ I.P. } B \Leftrightarrow A \text{ D.P. } \dfrac{1}{B} \end{cases}$

B. Para 3 magnitudes A, B y C se cumple:

Si: A D. P. B (C es constante)

A D. P. C (B es constante)

$\Rightarrow$ A D. P. (B . C)

$$\therefore \frac{A}{B\ .C} = \text{cte}$$

Luego en los problemas. Sean las magnitudes: A, B, C, D y E

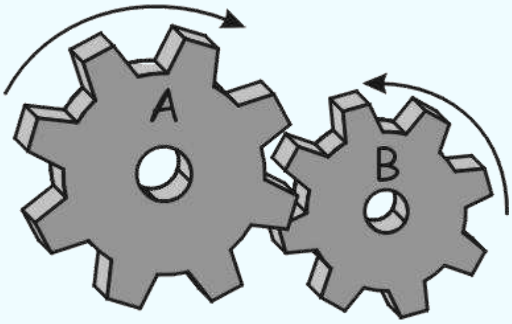
$$\left.\begin{array}{lll} A & \text{D.P.} & B \\ A & \text{I.P.} & C \\ A & \text{A.P.} & D \\ A & \text{D.P.} & E \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\frac{A\ .\ C}{B\ .\ D\ .\ E} = Cte}$$

OJO:

Cuando relacionamos los valores de 2 magnitudes, entonces los valores de las otras magnitudes permanecen constantes.

Aplicaciones Comunes:

- (N° de obreros) DP (obra)
- (N° de obreros) IP (eficiencia)
- (N° de obreros) IP (N° de días)
- (N° de obreros) IP (horas diarias)
- (velocidades) IP (Tiempo)
- (N° de obreros) D P (Dificultad)
- (N° de dientes) I P (N° de vueltas)



$$\frac{\left(\begin{array}{c}\#\,de\\ obreros\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}Horas\\ por\ día\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}\#\ de\\ días\end{array}\right)(rendimiento)}{(obra)(dificultad)} = constante$$

Ejemplos:

1. La magnitud A es D.P. a la magnitud B cuando A = 51; B = 3. hallar el valor que toma B, cuando A = 34

Solución

$\frac{A}{B} = K$, DIRECTAMENTE PROPORCIONAL

$$\frac{A1}{B1} = \frac{A2}{B2}$$

$$\frac{51}{3} = \frac{34}{B}$$

B = 2

2. Para abrir una zanja de 200 m de largo se emplearon cierto número de obreros, si la zanja fuese 150 m, más larga, se necesitarían 9 obreros más. ¿Cuántos obreros se emplearon?

Solución

$$\frac{A1}{B1} = \frac{A2}{B2}$$

$$\frac{200}{X} = \frac{350}{X+9} \rightarrow \frac{4}{X} = \frac{7}{X+9}$$

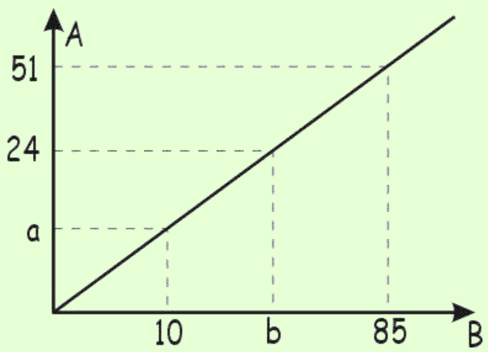
4X + 36 = 7X

36 = 3X

12 = X

3. Del siguiente gráfico de magnitudes proporcionales. Calcular a + b

Solución



$$\frac{A1}{B1} = \frac{A2}{B2}$$

$$\frac{a}{10} = \frac{24}{b} = \frac{51}{85}$$

$\frac{a}{10} = \frac{51}{85}$ entonces a = 6

$$\frac{24}{b} = \frac{51}{85}$$

Entonces a = 40 y a + b = 46

4. Si se cumple que F (12) = 18

Calcular: S = F (5) + F (1)

Sabiendo que $F_{(x)}$ es una función de proporcionalidad directa

$$f(x)$$

Solución

S = F (5) + F (1)

11 + 7 = 18

TEMA 4

Reparto Proporcion

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Reconocer y evaluar el reparto proporcional.

Tema 04: Reparto Proporcional

$$\text{Reparto Proporcional}\begin{cases} * \text{ Simple}\begin{cases}\text{Directo}\\ \text{inverso}\end{cases} \\ * \text{ Compuesto}\end{cases}$$

Como una aplicación de proporcionalidad consiste en repartir una cantidad en partes directas o inversamente proporcionales a ciertas cantidades llamados "Índice"

Problema General:

- Repartir "N" en partes P_1 P_2 P_3 .... Pn que sean D.P a a_1 a_2 a_3 a_4 .... a_n. Determinar cada una de las partes

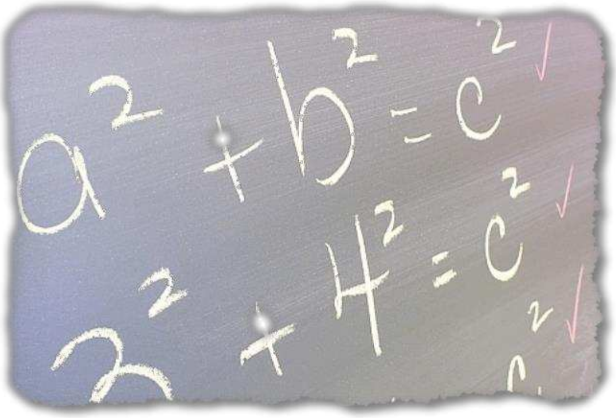
Partes P_1 P_2 P_3 .... P_n

Indices a_1 a_2 a_3 a_4 .... a_n

Condición P_1 P_2 P_3 .... P_n D. P a_1 a_2 a_3 a_4 .... a_n

$$\boxed{\frac{P_1}{a_1} = \frac{P_2}{a_2} = \frac{P_3}{a_3} = \ldots\ldots\ldots . \frac{P_n}{a_n} = k}$$

k (constante de proporcionalidad)

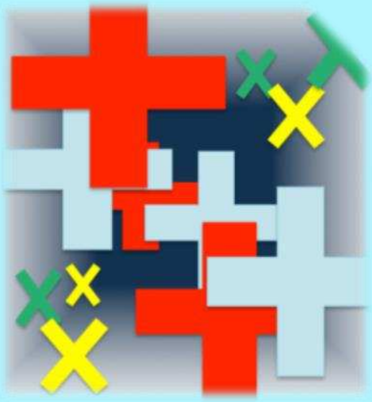


Propiedad:

$$k = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + \ldots\ldots\ldots . P_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots\ldots \; a_n} \quad \text{o} \quad \boxed{k = \frac{N}{S}}$$

Donde S_1 = Suma de índices

N = Cantidad a repartir



Luego: $P_1 = a_1k$

$P_2 = a_2k$

$P_3 = a_3k$

$\vdots \quad \vdots$

$P_n = a_nk$

Ejemplos:

1. Repartir 450 en forma D.P a los números 1; 3 y 5; y dar como respuesta la menor parte.

A) 360 B) 270 C) 210

D) 180 E) 50

Solución

D.P

$$450\left\{\begin{array}{l} 1 \\ 3 \\ 5 \end{array}\right. \qquad \boxed{k = \frac{450}{9} = 50}$$

$\overline{9}$

Luego: 1(50) = 50

2. Repartir 594 en forma I.P a los números 2; 3; 6 y 10; y dar como respuesta la mayor parte.

A) 64 B) 90 C) 180

D) 360 E) 270

Solución

I.P

$$594\begin{cases} \dfrac{1}{2} * 30 = 15 \\ \dfrac{1}{3} * 30 = 10 \\ \dfrac{1}{6} * 30 = 5 \\ \dfrac{1}{10} * 30 = 3 \end{cases}$$

$$k = \frac{594}{33} = 18$$

Luego: 15(18) = 270

3. Repartir 750 en forma D.P a los números 6; 7 y 12, e indicar el mayor

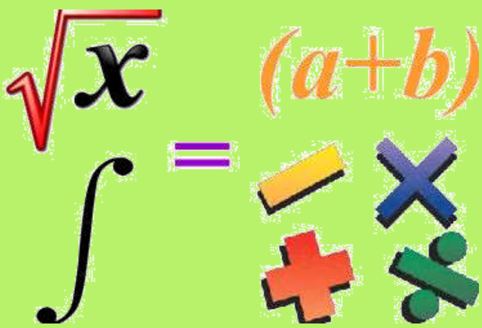
a) 350 b) 360 c) 180 d) 250 e) 210

Solución

D.P

$$750\begin{cases} 6 \\ 7 \\ 12 \end{cases}$$
$$\overline{\;25\;}$$

$$\boxed{k = \frac{750}{25} = 30}$$



Luego: 6(30) = 180

7(30) = 210

12(30) = 360

4. Repartir 450 en partes I.P a los números 3; 6 y 8, indicar la menor parte

a) 250 b) 145 c) 90 d) 288 e)99

Solución

$$450\left\{\begin{array}{lcll} IP & \equiv & D.P. & \text{MCM }(3;6;8) \\ 3 & \equiv & \frac{1}{3} & (24) = 8 \\ 6 & \equiv & \frac{1}{6} & (24) = 4 \\ 8 & \equiv & \frac{1}{8} & (24) = 3 \\ & & & S_i = 15 \end{array}\right.$$

$$\boxed{k = \frac{450}{15} = 30}$$

Luego: $8(30) = 240$

$4(30) = 120$

$3(30) = 90$

5. Repartir 648 en forma D. P a los números 4 y 6; y a la vez en forma I.P a los números 3 y 9. El mayor es :

a) 292 b) 432 c) 125 d) 252 e)120

Solucion

$$648\left\{\begin{array}{lcl} \overset{D.P.}{4} \cdot \overset{D.P.}{\frac{1}{3}} & \Rightarrow & \overset{D.P.}{\frac{4}{3}}(3) = 4 \\ 6 \cdot \frac{1}{9} & \Rightarrow & \frac{2}{3}(3) = 2 \\ & & S_i = 6 \end{array}\right.$$

$$\boxed{k = \frac{648}{6} = 108}$$

Luego: $4(108) = 432$

$2(108) = 296$

Lecturas Recomendadas

- **RAZONES**

  http://www.fcasuser.unca.edu.ar/matematica/ma_I/bibliografia/mat_I_libro_1/anexo_raz_prop.pdf

- **PROPORCIONES**

  http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/proporciones.html

- **PROMEDIOS**

  http://www.tec.url.edu.gt/boletin/URL_07_BAS01.pdf

- **MAGNITUDES PROPORCIONALES**

  http://iesdefuentesauco.centros.educa.jcyl.es/sitio/upload/07_Tema_7_1.pdf

Actividades y Ejercicios

Ingresa al link Cálculo Mercantil y Comercial lee atentamente las indicaciones, desarróllalo y envíalo por el mismo medio.

1) El dinero de Rosa esta en relación con el dinero de María como 3 a 5; respectivamente si entre las dos tienen 720; Hallar cuánto dinero tiene María?

2) En una reunión hay 4 varones por cada 7 damas, si la diferencia entre las damas y los varones es 45. Hallar el total de personas?

3) En una granja el número de gallinas es al número de pollos como 5 a 2; Además entre pollos y gallinas suman 140. Hallar el número de gallinas?

4) Repartir 1100 en número inversamente proporcionales a: S/. 10^{10}; 10^{11}; 10^{12}. la mayor parte es

5) Al dividir 36 partes que sean inversamente proporcionales a los números 6; 3 y 4 (en ese orden); obteniéndose 3 números a; b y c; entonces a · b · c es:

Autoevaluación

1) **La relación de dos números es como 3 a 5, si la suma es 160. Hallar el número menor**

   a. 60
   b. 80
   c. 70
   d. 20
   e. 10

2) **Dos números son entre sí, como 3 a 7, si la diferencia de ambos números es 60. Hallar el número mayor**

   a. 15
   b. 45
   c. 105
   d. 60
   e. 65

3) **Se reparten 24 centavos en partes proporcionales a las edades de 3 niños de 2; 4; 6 años; respectivamente. ¿Cuánto toca a cada uno?**

   a. 2; 4; 8
   b. 12; 16; 20
   c. 40; 18; 30
   d. 3; 4; 5
   e. 4; 8; 12

4) **Dos obreros ajustan una obra por S/. 110. el jornal del 1° es de S/.3 y el segundo, S/. 2,50. ¿Cuánto percibirá cada uno de la cantidad total?**

   a. 80; 65
   b. 30; 40
   c. 100; 75
   d. 60; 50
   e. 70; 60

5) **Tres hermanos adquiere una propiedad en S/. 85 000 y, algún tiempo después, la vende en S/. 100 000. si las partes que impusieran son proporcionales a los número 3; 4; 8. ¿Cuánto gano cada uno?**

   a. S/. 1000; S/. 2000; S/. 3000
   b. S/. 7000; S/. 8000; S/. 9000
   c. S/. 3000; S/. 4000; S/. 8000
   d. S/. 4000; S/. 6000; S/. 10000
   e. S/. 10000; S/. 12000; S/. 14000

UNIDAD DE APRENDIZAJE I:
Cálculo Mercantil y Comercial

Promedio:

Promedio Aritmético o Media Aritmética ($\overline{MA}$)

$$\overline{MA} = \frac{\text{Suma de datos}}{\text{Número de datos}}$$

Promedios Geométricos o Media Geométrica ($\overline{MG}$)

$$\overline{MG} = \sqrt[n]{\text{Producto de los datos}}$$

n: número de datos

Promedio Armónico o Media Armónica ($\overline{MH}$)

$$\overline{MH} = \frac{\text{Número de datos}}{\text{Suma de Inversa de los datos}}$$

Razón o Relación:

Es la comparación entre 2 cantidades por medio de las operaciones inversas básicas (sustracción y división)

Reparto Proporcional

$$\text{Reparto Proporcional}\begin{cases} *\ \text{Simple}\begin{cases}\text{Directo}\\ \text{inverso}\end{cases} \\ *\ \text{Compuesto}\end{cases}$$

Magnitudes Directamente Proporcionales

I) La gráfica de 2 magnitudes D.P es una recta que pasa por el origen de coordenadas

II) En cualquier punto de la gráfica (excepto el origen de coordenadas) el cociente de cada par de valores correspondientes resulta una constante.

III) Si tenemos que "A" DP "B"

	Valores correspondientes				
MAGNITUD A	a_1	a_2	a_3	....	a_n
MAGNITUD B	b_1	b_2	b_3	……	b_n

SE VERIFICA:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \ldots = \frac{a_n}{b_n} = k$$

IV) *SI TENEMOS QUE "A" DP "B"*

$\boxed{F(x) = mx}$ *m: pendiente (constante)*

M: CONSTANTE $\left[\begin{array}{l}\text{área del rectangulo}\\ \text{bajo la curva}\end{array}\right]$

UNIDAD 2

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO

telesup

Cálculo Mercantil y Comercial II

Introducción

a) Presentación y contextualización

Los temas que se tratan en la presente unidad temática, tienen por finalidad que el estudiante comprenda las nociones básicas sobre: Regla de Tres Simple, Regla de Tres Compuesta, Porcentajes y Asuntos Comerciales. Así como formular apreciaciones críticas sobre los diversos conceptos desarrollados.

b) Competencia

Interpreta y aplica los conceptos y herramientas para determinar la regla de tres simple y compuesta, los porcentajes y los asuntos comerciales.

c) Capacidades

1. Identifica y comprende la Regla de Tres Simple
2. Relaciona y compara la Regla de Tres Compuesta
3. Analiza y aplica los Porcentajes
4. Reconoce y evalúa los Asuntos Comerciales

d) Actitudes

- ✓ Demuestra iniciativa y empeño para investigar sobre la regla de tres simple y compuesta.
- ✓ Asume una actitud crítica y reflexiva en la aplicación de sus conocimientos sobre porcentajes en diversos casos de corte empresarial.
- ✓ Obtiene y valora con actitud crítica y reflexiva sus conclusiones sobre los asuntos comerciales.
- ✓ Muestra disposición para el trabajo en equipo e individual.

e) Presentación de Ideas básicas y contenido esenciales de la Unidad:

La Unidad de Aprendizaje 02: Cálculo Mercantil y Comercial II, comprende el desarrollo de los siguientes temas:

TEMA 01: Regla de Tres Simple
TEMA 02: Regla de Tres Compuesta
TEMA 03: Porcentajes
TEMA 04: Asuntos Comerciales

TEMA 1

Regla de Tres Simple

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO telesup

Competencia:

Identificar y comprender la Regla de Tres Simple

Desarrollo de los Temas

Tema 01: Regla de Tres Simple

Es un procedimiento aritmético que consiste en hallar un valor desconocido de una magnitud, mediante la comparación de dos o más magnitudes; las que guardan una relación de proporcionalidad.

Regla de tres simple

Resulta de comprar dos magnitudes, así tenemos:

Regla de Tres Simple Directamente proporcional

Si tenemos las magnitudes A y B que son directamente proporcionales y x es un valor desconocido de la magnitud B.

A	$\boxed{B}$
a_1	b_1
a_2	x

$$\Rightarrow \boxed{x = b_1 \cdot \frac{a_2}{a_1}}$$

EJEMPLOS:

1. **Un grupo de 5 jardineros iban a podar un jardín en 6 horas. Sólo fueron 3 jardineros. ¿Qué tiempo emplearán en podar el jardín?**

Solución

JARDINEROS	HORAS
5	6
3	X

$$X = \frac{5*6}{3} = 10$$

2. **El precio de 2 ½ docenas de naranjas es S/. 24. ¿Cuál será el precio dé 18 naranjas?**

Solución

NARANJAS	PRECIO
30	24
18	X

$$X = \frac{18*24}{30} = 14,40$$

3. Un grupo de 30 obreros hacen una obra en 20 días. ¿Cuántos días tardarán en terminar 15 obreros?

Solución

Obreros	Días
30 ↓	20 ↑
15	x

⇨ $x = 20 \cdot \frac{30}{15}$ ⇨ x = 40 días

Regla de Tres Simple Inversamente Proporcional

Si tenemos las magnitudes A y B que son inversamente proporcional y x es un valor desconocido de la magnitud B.

A	B
a_1 ↓	b_1 ↑
a_2	x

⇨

$$\boxed{x = b_1 \cdot \frac{a_1}{a_2}}$$

4. Un automóvil tarda 8 horas en recorre un trayecto yendo a 90km/h. ¿Cuánto tardará en recorrer el mismo trayecto yendo a 60km/h?

Solución

	I	
Yendo a:	90km/h	→ tarda 8 horas
Yendo a:	60km/h	→ tarda x horas

La duración del trayecto es **inversamente proporcional** a la velocidad, lo que se indica por **I** colocada encima de la columna de la **velocidades**.

Por tanto: $\frac{90}{60} = \frac{x}{8}$; de donde: $x = \frac{90 \cdot 8}{60} = 12$

Rpta. $\boxed{x = 12 \text{ horas.}}$

5. Si 12 metros de cable cuestan 42 soles. ¿Cuánto costarán 16 metros del mismo cable?

Solución

	D	
	12m	→ cuestan S/. 42.
Si:	16m	→ cuestan S/. X

El costo es **directamente proporcional** al número de metros lo que se indica por la letra D encima de la columna **metros.**

Por tanto: $\frac{12}{16} = \frac{42}{x}$; donde: $x = \frac{42 \cdot 16}{12} = 56$ soles

Rpta. $\boxed{x = 56 \text{ soles}}$

6. Una obra puede ser hecha por 20 obreros en 14. ¿Cuántos obreros hay que añadir para que la obre se termine en 8 días?

Solución

Sea: x = # de obreros que hay que añadir para que la obra se termine en 8 días.

I

Luego: Si: 20 obreros ⟶ $\boxed{\text{14 días}}$

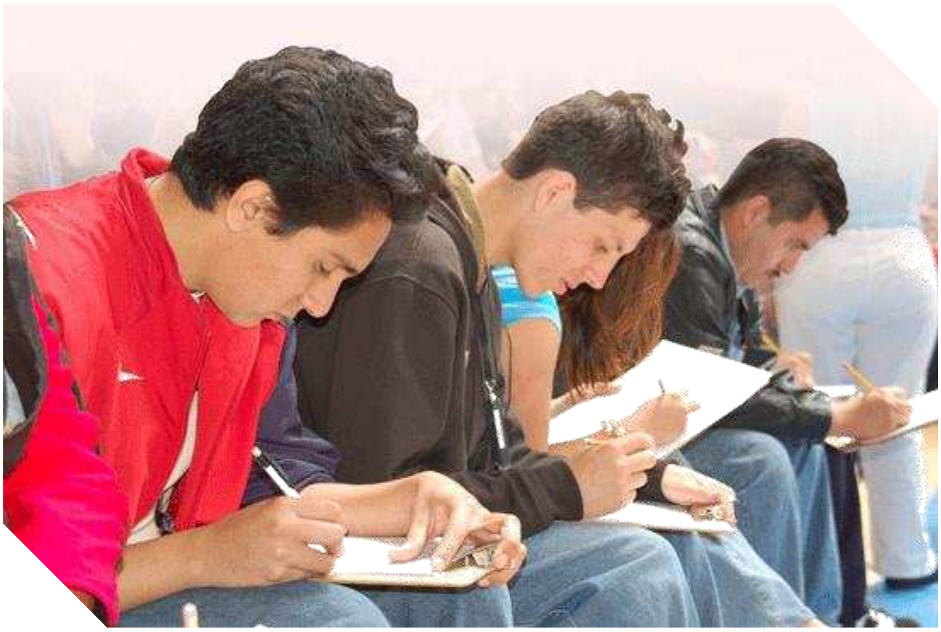
(20 + x) obreros ⟶ 8 días

El número de obreros es **inversamente proporcional** al número de días. (Quiere decir a **más** obreros **menos** días), lo que se indica por la letra encima de la columna días.

Por tanto: $\frac{14}{8} = \frac{20+x}{20}$; donde: $20 + x = \frac{20 \cdot 14}{8}$

$20 + x = 35$

Rpta $\boxed{x = 15 \text{ obreros}}$



Regla de Tres

TEMA 2

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Relacionar y comparar la Regla de Tres Compuesta

Tema 02: Regla de Tres Compuesta

Regla de tres compuesta

Una regla de tres es compuesta cuando intervienen más de dos magnitudes en general:

(Obreros) I.P (Rendimiento)

(Obreros) I.P (Días)

(Obreros) I.P (h/d)

(Obreros) D.P (Obra)

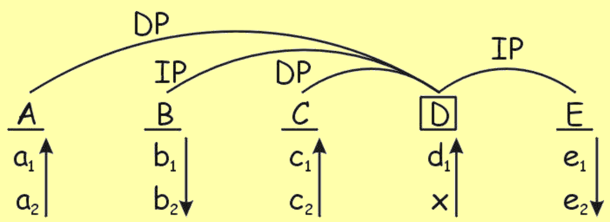
(Obreros) D.P (Dificultad)

En consecuencia:

$$\frac{(obreros)(rendimiento)(días)(h/d)}{(obra)(Dificultad)} = k \quad k: Cte$$

Regla de Tres Compuesta

Resulta de comprar más de 2 magnitudes, donde la magnitud que tiene el valor desconocido se compara con las demás. Así podemos tener:



$$\Rightarrow \boxed{x = d_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{b_1}{b_2} \cdot \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{e_1}{e_2}}$$

Ejemplos:

1. Una cuadrilla de 42 obreros cavan 140 metros de zanja en cierto tiempo. ¿Cuántos metros de zanja harán 60 obreros en el mismo tiempo?

Solución

D.P

Obreros	Zanja
42	140m
60	x

Se cumple

$$\frac{42}{140} = \frac{60}{x}$$

$\therefore$ x = 200m

2. Una cuadrilla de 35 obreros pueden hacer una obra en 18 días. ¿En cuántos días 21 obreros harán la misma obra?

Solución

I.P

Obreros	Días
35	18m
21	x

Se cumple

$$35.18 = 2.x$$

$\therefore$ x = 30 días

3. Treinta obreros en 20 días trabajando 8 horas diarias pueden hacer 600 m de zanja. ¿En cuántos días 24 obreros trabajando 10 horas diarias harán 450 m de zanja?

Solución

Obreros	Días	h/d	Obra
30	20	8	600
24	X	10	450

Se cumple que: $$\frac{(obreros)(días)(h/d)}{(obra)} = k$$

Reemplazando:

$$\frac{30.20.8}{600} = \frac{24.x..10}{450}$$

$\therefore$**x = 15 días**

4. En Dominós Pizza, un grupo de 4 cocineros hacen 8 pizzas en 80 minutos. ¿Cuánto demoran 5 cocineros en hacer 3 pizzas?

a) 30' b) 28' c) 24' d) 26'' e) 18'

Solución

Cocineros	pizzas	minutos
4	8	80
5	3	X
+ -	- -	
I	D	

$$X = 80 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{8} = 24$$

5. En el albergue "Pirañitas Rastas", 50 niños tienen provisiones para 20 días, a razón de 3 raciones diarias. Si las raciones se disminuyen en 1/3 y se aumentan 10 niños, ¿Cuántos días durarán los víveres?

Solución

Niños	días	r/d
50	20	3
60	x	$\frac{8}{3}$
+ -		- +
i		i

$$x = 20 \times \frac{50}{60} \times \frac{3}{\frac{8}{3}} = 18,75$$

6. Una cuadrilla de 30 obreros hacen una obra de 20m^2 en 20 días trabajando 6h/d. ¿Cuántos obreros se aumentarán, si se hace una obra de 600m^2 en 15 días trabajando 4h/d?

Solución

$\boxed{\text{Obreros}}$	Días	h/d	Obra
30 ↑	20	6	200 ↑
x + 30	15 ↓	4 ↓	600

$$\rightarrow x + 30 = 30 \cdot \frac{20}{15} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{600}{200}$$

$$\rightarrow x + 30 = 180 \rightarrow x = 150$$

TEMA 3

Porcentaje

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

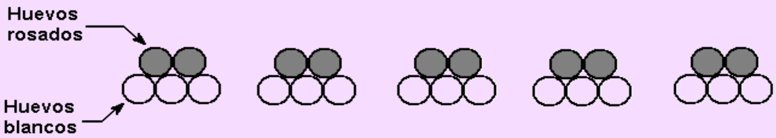
Analizar y aplicar los Porcentajes.

Tema 03: Porcentajes

El tanto por cuanto

Para empezar, veamos un ejemplo:

Un comerciante de huevos acostumbra agrupar sus productos de 5 en 5, de modo que en cada grupo de 5 haya2 huevos rosados y 3 huevos blancos. Como se muestra e el siguiente gráfico:



Esto significa que:

- 2 de cada 5 huevos son rosados
- El 2 por 5 del total de huevos son rosados y vistos como fracción, significa que:

$\frac{2}{5}$ Del total de huevos son rosados

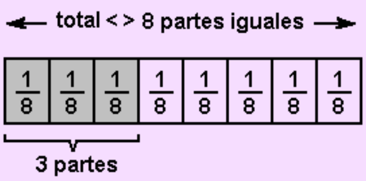
Luego se deduce: el 2 por 5 < > $\frac{2}{5}$

Nota:

El 2 por 5 de una cantidad equivale a 2/5 de dicha cantidad; es decir, dividimos la cantidad en 5 partes iguales y tomamos 2 de esas partes.

⇨ El 2 por 5 de C = $\frac{2}{5}$(C)

- Ahora consideremos una regla dividida en 8 partes iguales, de la cual se va a tomar 3 de aquellas partes:

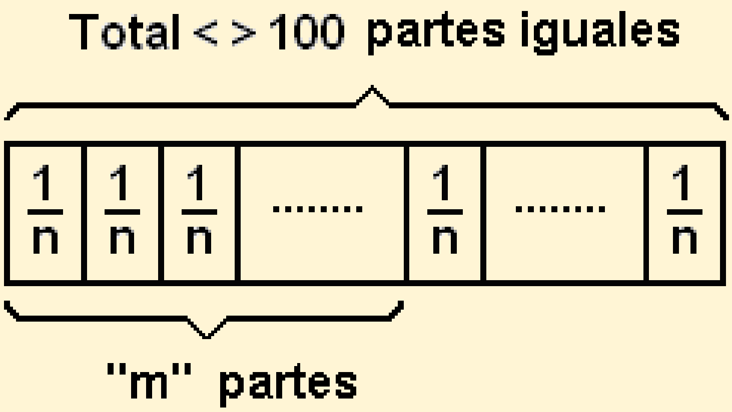


⇨ Las 3 partes tomadas equivalen al 3 por 8 del total es decir los $\frac{3}{8}$ del total.

El 3 por 8 < > $\frac{3}{8}$

El tanto por ciento (%)

En particular, si dividimos a una cantidad en 100 partes iguales y tomamos cierto número "m" de esas partes, nos estamos refiriendo entonces al tanto por ciento; luego:



⇨ Las "m" partes tomadas equivalen al "m" por 100 del total o al "m" por ciento del total, es decir, los $\frac{m}{100}$ del total.

⇨ El "m" por ciento es igual a $\frac{m}{100}$

El $\quad$ **m% =** $\frac{m}{100}$

Equivalencias importantes

1% < > 0,01

5% < > 0,05

10% < > 0,1

25% < > 0,25

50% < > 0,5

75% < > 0,75

Formula fundamental de porcentajes

P % N = R

Donde: P: es el porcentaje a calcular

N: es el número del cual se halla el porcentaje

R: el resultado

Caso I

P: conocido

N: conocido

R: incógnita

Ejm. Hallar el 70% de 8000

⇨ P % N = R

⇨ 70% 8000 = R

⇨ $70\ (\frac{1}{100})\,8000 = R$ ⇨ R = 5600

Caso II

P: conocido

N: incógnita

R: conocido

Ejm: ¿25% de qué número es 60?

⇨ P % N = R

⇨ 25% N = 60

⇨ $25\,(\frac{1}{100})\,N = 60$ ⇨ N = 240

Caso III

P: incognita

N: conocido

R: conocido

Ejemplo: ¿Qué % de 120 es 48?

⇨ P % N = R

⇨ P % 120 = 48

⇨ P.120/100 = 48 ⇨ P = 40 Rpta: es el 40%

Operaciones con tanto por ciento

En determinadas situaciones se nos puede presentar la necesidad de sumar o restar dos o más tantos por ciento referidos a una misma cantidad. En tales casos a veces es conveniente reducir toda la expresión a un solo tanto por ciento (referido a la misma cantidad) como veremos a continuación.

Ejemplo:

- **a.** 40%A + 60%A + 20%A = 120%A
- **b.** 70%B - 40%B - 10%B = 20%B
- **c.** C + 130%C = 230%C
- **d.** D - 40%D = 60%D
- **e.** 30%(70%A) + 50%(70%A) = 80%(70%A)

Observación

Sabemos que toda cantidad representa el 100% de sí misma, entonces si a una cantidad le quitamos o le restamos por ejemplo el 20%, nos quedará el 80% de la cantidad.

O por otro lado, si a una cantidad le agregamos o le sumamos el 30% de sí misma, entonces ahora tendremos el 30% de sí misma, entonces ahora tendremos el 130% de la cantidad.

Si pierdo o gasto	Queda
20%	80%
35%	65%
2,5%	97,5%
m%	(100-m)%

Si gano o agrego	Resulta
22%	122%
45%	145%
2,3%	102,3%
m%	(100+m)%

Variación Porcentual

Si el valor de una magnitud cambia, este cambio nos indica una variación que puede ser de aumento o de disminución, entonces habrá un valor inicial y un valor final para la magnitud. La variación porcentual se expresa indicando ¿qué tanto por ciento representa el aumento o disminución respecto del valor inicial?

Representando:

$$\text{Variación Porcentual} = \frac{\left(\text{Aumento o diminución}\right)}{\left(\text{Valor inicial}\right)}$$

El aumento o la disminución, según sea el caso que se presente, se obtienen mediante la diferencia entre el valor final y el valor inicial.

Ejemplo:

El lado de un cuadrado aumenta en 20%. ¿En que tanto por ciento aumentará su área?

Solución

Sabemos que el área de un cuadrado se calcula así: $A = L^2$, donde "L" es la medida del lado.

Como el lado va a aumentar en 20%, entonces el lado va a aumentar en 1/5 de su valor. Luego, nos conviene que el lado, al inicio sea un valor numérico que tenga 5 partes, es decir que tenga quinta; por eso le asignamos 5k donde k es constante.

L_{inicio} : 5k ⇨ $A = (5k)^2 = 25k^2$

L_{final}: 6k ⇨ $A = (6k)^2 = 36k^2$

Veamos:

Observamos que el área aumenta de $25k^2$ a $36k^2$ en $11k^2$

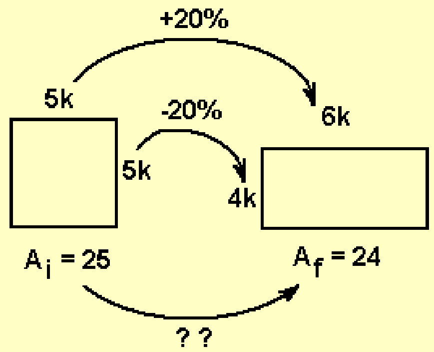
Pero expresado en tanto por ciento es:

$$\frac{11k^2}{25k^2} \text{ x } 100\% = 44\%$$

Por lo tanto, el área aumenta en 44%

Ejemplo:

El ancho de un rectángulo aumenta en 20% mientras que el largo disminuye en 20%. ¿En que tanto por ciento varía su área?



Observamos que el área disminuye de $25k^2$ a $24k^2$ en $1k^2$. Pero, expresado en tanto por ciento es:

$$\frac{1}{25} \times 100\% = 4\%$$

Por lo tanto, el área disminuye en 4%

Asuntos Comercial

TEMA 4

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Reconocer y evaluar los Asuntos Comerciales

Tema 04: Asuntos Comerciales

Recuerda que:

$$\begin{cases} P_V = P_C + Ganancia \\ P_v = P_{Lista} - Descuento \\ P_v = P_c - Pérdida \\ P_v = P_c + G_{Bruta} \\ G_{Bruta} = G_{Neta} + Gastos\ Adicionales \end{cases}$$

Aplicación Mercantil.

Para las transacciones comerciales los términos que se utiliza son los siguientes:

Pv ← Precio de venta

Pc ← Precio de costo

G ← Ganancia

P ← Perdida

G_B ← Ganancia Bruta

G_N ← Ganancia Neta

$P_L = P_F = P_M$ ← Precio de lista, Precio fijado; Precio de mercado.

- Si en la transacción comercial existe ganancia:

$$Pv = Pc + ganancia \rightarrow Pv = Pc + G_B$$

- Pero en la transacción comercial se originan gastos entonces consideremos lo siguiente:

$$G_B = G_N + Gastos\ Adicionales$$

- Si en la transacción comercial se origina perdida.

$$Pv = Pc - Perdida$$

Observaciones:

1. Todo % de ganancia o pérdida que no refiera unidad se sobrentiende que es sobre el costo.

2. Todo descuento se hace sobre el precio de oferta o precio de lista; a no ser

Ejemplo.

Se vende una artefacto en $ 660, ganando el 20%, ¿Cuál es la ganancia?

Solución:

Sabemos que cuando hay ganancia ocurre lo siguiente con la venta.

$$Pv = Pc + G$$

$$660 = Pc + 20\% \cdot Pc \quad \Rightarrow \quad 660 = \frac{120}{100} \cdot Pc$$

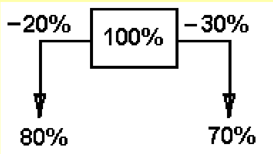
$\Rightarrow$ Pc : Precio de Costo = 550

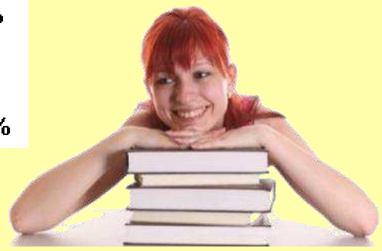
$\therefore$ **Por lo tanto**; La ganancia $\Rightarrow$ G = 660 – 550 = S/. 110

Descuentos y Aumentos Sucesivos

Cuando tengamos que hacer descuentos sucesivos, recordemos que el primer descuento se aplica a la cantidad inicial, y a partir del segundo descuento, éstos se aplican a la cantidad que han quedado del descuento anterior. De manera análoga también se hace cuando se trata de aumentos sucesivos. El primer tanto por ciento de aumento se aplica a la cantidad inicial; el segundo aumento se aplica a lo que ha resultado luego del primer aumento; el tercer aumento se aplica a lo que ha resultado luego del segundo aumento; y así sucesivamente.

Ejemplo: ¿A que descuento único equivalen dos descuentos sucesivos del 20% y 30%?





Solución:

⇨ (80%) (70%)

$$\frac{80}{100} \times 70\% = 56\%$$

⇨ D_u = 100% – 56% = 44%

Ejemplo:

¿A que aumento único equivalen tres aumentos sucesivos del 10%, 20% y 50%?

Solución:

100% → +10% → 110% → +20% → 120% → +50% → 150%

$\Rightarrow \frac{110}{100} \times \frac{120}{100} \times 150\% = 198\%$

$\Rightarrow A_u = 198\% - 100\% = 98\%$

Descuento Sucesivo

Si tenemos 2 descuentos sucesivos del a % más el b % se verifica que el descuento único (DU) equivalente será:

$$\boxed{DU = \left[a + b - \frac{a \cdot b}{100}\right]\%}$$

Aplicación:

Al descontar sucesivamente el 20% más el 25% equivale a:

$$DU = \left[20 + 25 - \frac{20 \cdot 25}{100}\right]\% = 40\%$$

Determinar el descuento único al descuento sucesivo del 20% más el 45% más el 25%.

Solución: $\underbrace{\underbrace{20\% \quad 45\%}_{Du_1} \quad 25\%}_{DU}$

De donde: $DU_1 = \left[20 + 45 - \frac{20 \cdot 45}{100}\right]\% = 56\%$

$$DU = \left[56 + 25 - \frac{56 \cdot 25}{100}\right]\% = 67\%$$

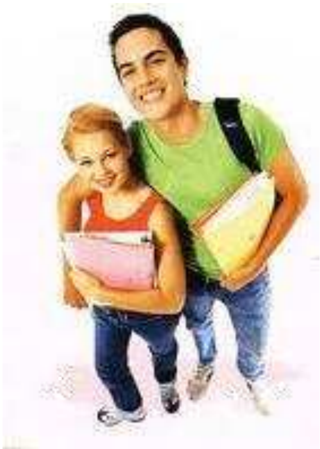
Alineamiento Sucesivo:

Para 2 aumentos sucesivos del a % más el b % el aumento único (AU) equivalente es:

$$A.U = \left[a + b - \frac{a \cdot b}{100}\right]\%$$

Problemas De Compra – Venta

¡RECORDAR!



C = Precio de compra
V = precio de venta
g = ganancia
p = perdida

$$\boxed{V = C + g} \qquad \boxed{V = C - p}$$

Ejemplos:

1. **Un comerciante compró una bicicleta en 1200 soles y la vendió ganando el 20% del costo, ¿en cuánto la vendió?**

Solución:

De acuerdo a los datos:

C = S/. 1200

$$g = 20\% \quad \text{de} \quad S/.1200 \; = \; \frac{1}{5} \; x \; S/.1200 \; = \; S/.240$$

Luego:

V = C + g

V = 1200 + 240 = S/. 1440

2. **Se vendió un automóvil en \$ 6500, ganando el 30% del costo, ¿cuánto costó el automóvil?**

Solución:

De acuerdo a los datos:

$V = \$\,6500$

$C = x$

$g = 30\% \quad costo = \frac{3}{10}x$

Luego: $V = C + g$

$$\$\ 6500 = x + \frac{3}{10}x$$

$$\$\ 6500 = \frac{3}{10}x$$

$$\$\ 5000 = x$$

Variaciones Porcentuales

3. **La base de un rectángulo aumenta en 20% y la altura disminuye en 10%, ¿qué porcentaje de variación tiene el área?**

Solución:

Inicialmente:

$\boxed{100\%}$ $\quad A_i = 100\%$

Después de la variación: 100%

100 -10 → 90%

$A_f = 120\% \times 90\% = 108\%$

120%

100 +20

Luego: el área aumentó en: 108% – 100% = 8%

¡RECORDAR!

$$a\% \times b\% = \frac{a \times b}{100}\%$$

Lecturas Recomendadas

- **Regla de Tres simple**
  http://www.youtube.com/watch?v=5ESXj612mTA&feature=related

- **Regla de Tres Compuesta**
  http://www.youtube.com/watch?v=SIltGN2oniQ&feature=related

- **Asuntos Comerciales**
  http://www.monografias.com/trabajos13/mercado/mercado.shtml

Actividades y Ejercicios

Ingresa al link Cálculo Mercantil y Comercial II lee atentamente las indicaciones, desarróllalo y envíalo por el mismo medio.

1. Manuel y Sara recorren cierta distancia, y los tiempos que emplean están en la razón $\frac{15}{21}$. La velocidad de Manuel es de 56km/h. ¿Cuál es la velocidad de Sara?

2. Dos ruedas cuyos diámetros, son 1,5cm y 2,4m están movidas por una correa, cuando la menor á 220 revoluciones. ¿Cuántas revoluciones da la mayor?

3. Nataly demora 6 horas en construir un cubo compacto de 4cm de arista, después de 54 horas de trabajo. ¿Qué parte de un cubo de 12cm de arista habrá construido?

4. Percy es el doble de rápido que Miguel y éste es el triple de rápido que Franklin. Si entre los tres pueden terminar una tarea de Rozamiento Matemático en 16 días. ¿En cuántos días Miguel con Franklin harán la misma tarea?

5. Sabiendo que un venado atado a una cuerda de 3m de largo, tarda 5 días en comerse todo el pasto a su alcance. ¿Cuánto tardaría si la cuerda fuera 6m?

Autoevaluación

1) ¿A que descuento único equivalen dos descuentos sucesivos del 20% y 30%?

   a) 44%
   b) 20%
   c) 25%
   d) 30%
   e) 40%

2) ¿A que aumento único equivalen tres aumentos sucesivos del 10%, 20% y 50%?

   a) 98%
   b) 90%
   c) 75%
   d) 80%
   e) 100%

3) Una casa está valorizada en $64000. Para comprarla se pide el 15% de cuota inicial y el resto en 80 letras mensuales iguales. ¿Cuál es el pago mensual de cada letra?

   a) 520
   b) 860
   c) 580
   d) 680
   e) 620

4) Un anciano padre dispone en su testamento la repartición de su fortuna entre sus 3 hijos. El primero recibirá el 36%, el segundo recibirá el 24%, el tercero recibirá el resto. Si la fortuna asciende a. $75000, ¿cuánto recibirá el tercer hijo?

   a) 27000
   b) 25000
   c) 30000
   d) 32000
   e) 36000

5) Un vendedor recibe una comisión de 20% sobre la venta de cierta mercadería. Si sus ventas fueron de S/.640, ¿cuánto recibirá de comisión?

   a) 120
   b) 128
   c) 162
   d) 96
   e) 108

Resumen

UNIDAD DE APRENDIZAJE II:

CÁLCULO MERCANTIL Y COMERCIAL II

REGLA DE TRES SIMPLE**: Resulta** de comprar dos magnitudes, así tenemos:

Regla de Tres Simple Directamente proporcional: Si tenemos las magnitudes A y B que son directamente proporcionales y x es un valor desconocido de la magnitud B.

$$\begin{array}{cc} A & \boxed{B} \\ a_1 \uparrow & b_1 \uparrow \\ a_2 & x \end{array} \Rightarrow \boxed{x = b_1 \cdot \frac{a_2}{a_1}}$$

Regla de Tres Simple Inversamente Proporcional: Si tenemos las magnitudes A y B que son inversamente proporcional y x es un valor desconocido de la magnitud B.

$$\begin{array}{cc} A & \boxed{B} \\ a_1 \downarrow & b_1 \uparrow \\ a_2 & x \end{array} \Rightarrow \boxed{x = b_1 \cdot \frac{a_1}{a_2}}$$

REGLA DE TRES COMPUESTA: Una regla de tres es compuesta cuando intervienen más de dos magnitudes. En general:

(Obreros) I.P (Rendimiento)
(Obreros) I.P (Días)
(Obreros) I.P (h/d)
(Obreros) D.P (Obra)
(Obreros) D.P (Dificultad)

$$\frac{(obreros)(rendimiento)(días)(h/d)}{(obra)(Dificultad)} = k \quad k : Cte$$

PORCENTAJES

Aumento único = $\boxed{A + B + \frac{A \times B}{100}}$ Descuento Único = $\boxed{A + B - \frac{A \times B}{100}}$

OBS: Para transacciones comerciales:

$Pv = Pc + G$
$Pv = Pc - P$
$Pv = Pl - D$

ASUNTOS COMERCIALES
$$\begin{cases} P_V = P_C + Ganancia \\ P_v = P_{Lista} - Descuento \\ P_v = P_c - Pérdida \\ P_v = P_c + G_{Bruta} \\ G_{Bruta} = G_{Neta} + Gastos\ Adicionales \end{cases}$$

UNIDAD 3

Interés Simple y Compuesto

Introducción

a) Presentación y contextualización

Los temas que se tratan en la presente unidad temática, tiene por finalidad que el estudiante comprenda, las nociones básicas de la matemática financiera, el interés simple, el monto y el Interés compuesto.

b) Competencia

Identifica, gráfica, relaciona y resuelve problemas y casos en el régimen de Interés Simple y Compuesto.

c) Capacidades

1. Identifica y comprende los conceptos básicos de la matemática financiera.
2. Relaciona y compara el interés simple.
3. Analiza y aplica problemas relacionados al monto.
4. Reconoce y evalúa el Interés Compuesto.

d) Actitudes

- ✓ Muestra disposición para el trabajo en equipo e individual.
- ✓ Demuestra iniciativa y empeño para investigar sobre el interés simple.
- ✓ Asume una actitud crítica y reflexiva en la aplicación de sus conocimientos sobre problemas relacionados con el monto.
- ✓ Obtiene y valora con actitud crítica y reflexiva sus conclusiones sobre el Interés Compuesto.

e) Presentación de Ideas básicas y contenido esenciales de la Unidad:

La Unidad de Aprendizaje 03: Interés Simple Y Compuesto, comprende el desarrollo de los siguientes temas:

TEMA 01: **Introducción a las Matemáticas Financieras**
TEMA 02: **Interés Simple**
TEMA 03: **El Monto**
TEMA 04: **Interés Compuesto**

Introducció

TEMA 1

a las

Matemáticas Financieras

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Identificar y comprender los conceptos básicos de la matemática financiera.

Tema 01: Introducción a las Matemáticas Financieras

Introducción

Nos dice Michael Parkin, en su obra Macroeconomía: «El dinero, el fuego y la rueda, han estado con nosotros durante muchos años. Nadie sabe con certeza desde cuándo existe -el dinero-, ni de cuál es su origen».

En forma similar nos acompaña la matemática financiera, cuya génesis está en el proceso de la transformación de la mercancía en dinero. Según la teoría del valor: el valor solo existe de forma objetiva en forma de dinero. Por ello, la riqueza se tiene que seguir produciendo como mercancía, en cualquier sistema social.

El sistema financiero esta esencialmente vinculado a las matemáticas financieras, por ello describiremos escuetamente su origen. Por el año 1,368 - 1,399 D.C. aparece el papel moneda convertible, primero en China y luego en la Europa medieval, donde fue muy extendido por los orfebres y sus clientes. Siendo el oro valioso, los orfebres lo mantenían a buen recaudo en cajas fuertes. Como estas cajas de seguridad eran amplias los orfebres alquilaban a los artesanos y a otros espacios para que guardaran su oro; a cambio les giraban un recibo que daba derecho al depositante para reclamarlo a la vista.

Estos recibos comenzaron a circular como medio de pago para comprar propiedades u otras mercancías, cuyo respaldo era el oro depositado en la caja fuerte del orfebre. En este proceso el orfebre se dio cuenta que su caja de caudales estaba llena de oro en custodia y le nace la brillante idea, de prestar a las personas “recibos de depósitos de oro”, cobrando por sus servicios un interés; el oro seguiría en custodia y solo entregaba un papel en que anotaba la cantidad prestada; tomando como previsión el no girar recibos que excedieran su capacidad de respaldo.

Se dio cuenta de que intermediando entre los artesanos que tenían capacidad de ahorro en oro y los que lo necesitaban, podía ganar mucho dinero. Así es la forma en que nació el actual mercado de capitales, sobre la base de un sistema financiero muy simple, de carácter intermediario.

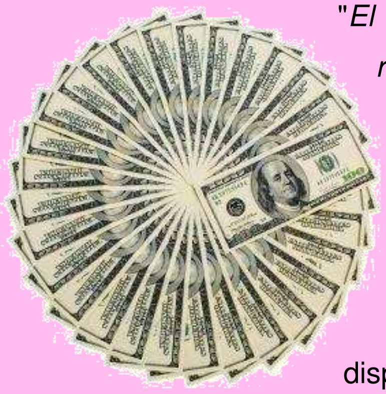
La Matemática Financiera es una derivación de la matemática aplicada que estudia el valor del dinero en el tiempo, combinando el capital, la tasa y el tiempo para obtener un rendimiento o interés, a través de métodos de evaluación que permiten tomar decisiones de inversión. Llamada también análisis de inversiones, administración de inversiones o ingeniería económica.

Se relaciona multidisciplinariamente, con la contabilidad, por cuanto suministra en momentos precisos o determinados, información razonada, en base a registros técnicos, de las operaciones realizadas por un ente privado o publico, que permiten tomar la decisión mas acertada en el momento de realizar una inversión; con el derecho, por cuanto las leyes regulan las ventas, los instrumentos financieros, transportes terrestres y marítimos, seguros, corretaje, garantías y embarque de mercancías, la propiedad de los bienes, la forma en que se pueden adquirir, los contratos de compra venta, hipotecas, préstamos a interés; con la economía, por cuanto brinda la posibilidad de determinar los mercados en los cuales, un negocio o empresa, podrían obtener mayores beneficios económicos; con la ciencia política, por cuanto las ciencias políticas estudian y resuelven problemas económicos que tienen que ver con la sociedad, donde existen empresas e instituciones en manos de los gobiernos.

Las matemáticas financieras auxilian a esta disciplina en la toma de decisiones en cuento a inversiones, presupuestos, ajustes económicos y negociaciones que beneficien a toda la población; con la ingeniería, que controla costos de producción en el proceso fabril, en el cual influye de una manera directa la determinación del costo y depreciación de los equipos industriales de producción; con la informática, que permite optimizar procedimientos manuales relacionados con movimientos económicos, inversiones y negociaciones; con la sociología, la matemática financiera trabaja con inversiones y proporciona a la sociología las herramientas necesarias para que las empresas produzcan más y mejores beneficios económicos que permitan una mejor calidad de vida de la sociedad y con las finanzas, disciplina que trabaja con activos financieros o títulos valores e incluyen bonos, acciones y prestamos otorgados por instituciones financieras, que forman parte de los elementos fundamentales de las matemáticas financieras.

Por ello, las matemáticas financieras son de aplicación eminentemente práctica, su estudio esta íntimamente ligado a la resolución de problemas y ejercicios muy semejantes a los de la vida cotidiana, en el mundo de los negocios. Dinero y finanzas son indesligables.

El Dinero



"*El dinero es el equivalente general, la mercancía donde el resto de las mercancías expresan su valor, el espejo donde todas las mercancías reflejan su igualdad y su proporcionalidad cuantitativa*" .

Según la economía habitual, dinero es cualquier cosa que los miembros de una comunidad estén dispuestos a aceptar como pago de bienes y deudas, cuya función especifica estriba en desempeñar la función de equivalente general. El dinero surgió espontáneamente en la remota antigüedad, en el proceso de desarrollo del cambio y de las formas del valor. A diferencia de las otras mercancías, el dinero posee la propiedad de ser directa y universalmente cambiable por cualquier otra mercancía. "Marx procede en este terreno de modo distinto. Cuando analiza el trueque directo de mercancías descubre el dinero en forma germinal...".

Funciones del Dinero

Formas concretas en que se manifiesta la esencia del dinero como equivalente general. En la economía mercantil desarrollada, el dinero cumple las cinco funciones siguientes:

1) Medida del valor “Con el dinero podemos medir, por ejemplo, el patrimonio que tiene cada ciudadano. Y también podemos medir el precio de cada hora de trabajo social medio. De manera que si expresamos el valor del patrimonio personal en dinero, después debemos expresar este dinero en horas de trabajo...”
2) Medio de Circulación,
3) Medio de Acumulación o de Atesoramiento,
4) Medio de Pago
5) Dinero Mundial.

Siendo su función elemental la de intermediación en el proceso de cambio. El hecho de que los bienes tengan un precio proviene de los valores relativos de unos bienes con respecto a otros.

Tipos de Dinero

Dinero – mercancía: Consiste en la utilización de una mercancía (oro, sal, cueros) como medio para el intercambio de bienes. La mercancía elegida debe ser: duradera, transportable, divisible, homogénea, de oferta limitada.

Dinero – signo: Billetes o monedas cuyo valor extrínseco, como medio de pago, es superior al valor intrínseco. El dinero signo es aceptado como medio de pago por imperio de la ley que determina su circulación (curso legal). El dinero signo descansa en la confianza que el público tiene en que puede utilizarse como medio de pago generalmente aceptado.

Dinero – giral: Representado por los depósitos bancarios.

La Transformación del Dinero en Capital

"El dinero se transforma en capital cuando con él compramos los factores objetivos y los factores subjetivos para producir riqueza. Los factores objetivos son los medios de producción y los factores subjetivos son la fuerza de trabajo. Por lo tanto, el dinero como capital se diferencia del dinero como simple dinero por la clase peculiar de mercancías que compra: medios de producción y fuerza de trabajo. La economía convencional sólo capta el dinero como medio de cambio, y el dinero que funciona como capital igualmente lo capta como medio de cambio. Y es cierto que el dinero que circula como capital funciona como medio de cambio.

La diferencia no estriba, por lo tanto, en la función que desempeña en el mercado, sino en la clase de mercancías que se compra con él. El dinero como simple dinero se emplea como medio de cambio de medios de consumo personal, mientras que el dinero como capital se emplea como medio de cambio de medios de producción y de fuerza de trabajo"...

Sistemas Monetarios

Un sistema monetario es un conjunto de disposiciones que reglamentan la circulación de la moneda de un país. Tradicionalmente, los países eligieron el oro y la plata como la base de un sistema monetario mono metalista. Cuando adoptaron ambos metales a la vez, se trataba de un sistema bi-metalista. Actualmente todas las divisas (dólar, Euro, yen, etc.) son dinero fiduciario. En épocas de inflación, la gente trata de desprenderse inmediatamente del dinero que se desvaloriza y de retener aquellos bienes que conservan su valor.

Los Bancos y El Dinero Bancario

El dinero bancario está constituido por los depósitos en los bancos, cajas de ahorro, compañías financieras o cajas de crédito. Los bancos reciben depósitos de sus clientes y conceden préstamos a las familias y a las empresas. El volumen de los préstamos concedidos es superior al de los depósitos que mantienen sus clientes.

Los Bancos

Al parecer, la palabra "banco" procede de los que utilizaban los cambistas para trabajar en las plazas públicas en las ciudades italianas medievales. El oficio de cambista era entonces una profesión muy especializada que requería amplios conocimientos ya que las docenas de pequeños Estados existentes entonces mantenían en circulación centenares de diferentes monedas que eran aceptadas para el comercio, no por su valor facial, sino por el peso y ley del metal en que se acuñaban y que sólo un experto discernimiento podía establecer.

Evolución histórica: Como señalábamos en la introducción, estas instituciones nacen en la Europa medieval, en las Repúblicas aristocráticas italianas, Venecia, Génova, Florencia, a mediados del siglo XII con la finalidad de prestar servicios de depósito. Al multiplicarse los bancos, amplían sus operaciones, agregan la emisión de certificados, antecedentes de nuestros actuales billetes.

Juan Fugger fue el iniciador en Alemania de una familia de banqueros y comerciantes que unió su destino empresarial a la corona. Se constituyó en el prestamista de Carlos V. Desde Italia la prominencia comercial y bancaria pasó a Holanda y al norte de Europa.

En 1605 nace el Banco de Amsterdam, primer banco moderno que no tuvo como todos los bancos italianos carácter de sociedad familiar o personal. Integrado por comerciantes a causa de la ubicación geográfica de su ciudad y puerto, fue un factor de primer orden para la economía de Holanda y Alemania.

El Banco de Inglaterra fundado en 1694, como consecuencia de los préstamos que otorga, el gobierno le autorizó a emitir billetes.

Clases de Bancos

Según el Origen del Capital

Bancos Públicos: El capital es aportado por el estado.

Bancos Privados: El capital es aportado por accionistas particulares.

Bancos Mixtos o Banca Asociada: Su capital proviene de aportes privados y estatales.

Según el Tipo de Operación

Bancos Corrientes: Los más comunes, sus operaciones habituales incluyen depósitos en cuenta corriente, caja de ahorro, préstamos, cobranzas, pagos y cobranzas por cuentas de terceros, custodia de títulos y valores, alquileres de cajas de seguridad, financiación, etc.

Bancos Especializados: Tienen una finalidad crediticia específica (Bancos Hipotecarios, Banco Industrial, Banco Agrario).

Bancos de Emisión: Actualmente representados por bancos oficiales.

Bancos Centrales: Son las casas bancarias de categoría superior que autorizan el funcionamiento de entidades crediticias, las supervisan y controlan.

Sistema Bancario

Banco Central

Es la autoridad monetaria por excelencia en cualquier país que tenga desarrollado su sistema financiero. Es una institución casi siempre estatal que tiene la función y la obligación de dirigir la política monetaria del gobierno.

Funciones:

- Emisión de moneda de curso legal con carácter exclusivo.
- Es el «banco de los bancos». Los bancos comerciales tienen una cuenta corriente en el Banco Central de igual forma que los individuos tienen las suyas en los comerciales.
- Es el asesor financiero del gobierno y mantiene sus principales cuentas.
- Es el encargado de custodiar las reservas de divisas y oro del país.
- Es el prestamista en última instancia de los bancos comerciales.
- Determina la relación de cambio entre la moneda del país y las monedas extranjeras.
- Maneja la deuda pública.
- Ejecuta y controla la política financiera y bancaria del país.

Bancos Comerciales

Dedicados al negocio de recibir dinero en depósito, los cuales los presta, sea en forma de mutuo, de descuento de documentos o de cualquier otra forma. Son considerados además todas las operaciones que natural y legalmente constituyen el giro bancario.

Funciones:

- Aceptar depósitos. **- Otorgar adelantos y préstamos.**

Los depósitos (pasivos) son deudas del banco hacia el público, por las cuales el banco paga un interés. Los préstamos (activos) son deudas del público al banco, por ellos el banco recibe un interés, la diferencia entre ambos constituye la ganancia (spread) que les otorga la actividad de intermediarios financieros.

Componentes del Dinero y Creación Monetaria

Dinero son los billetes y monedas de circulación legal en un país, en poder del público, más los depósitos bancarios en cuenta corriente movilizados mediante el cheque. O sea, el primer componente es el dinero en efectivo, el segundo es el denominado «dinero bancario» originado en la práctica de los negocios.

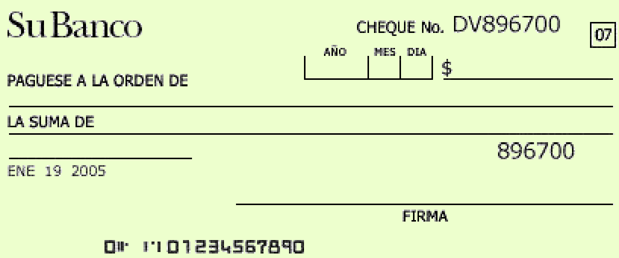
Los depósitos en cuenta corriente son denominados «depósitos a la vista» y son los que guardan mayor relación con el dinero en efectivo. En los países de elevado desarrollo económico- financiero, la masa de cheques en circulación representa una proporción muy significativa respecto del total monetario.

Los depósitos «a plazo» (cajas de ahorro, cuentas especiales, plazo fijo) poseen distintos grados de convertibilidad líquida.

Desde el punto de vista de la creación monetaria, existen dos tipos de dinero:

- Base monetaria o dinero primario (emitido por la autoridad financiera, BCR).
- Dinero secundario (inyectado por los bancos a través del poder adquisitivo generado por los préstamos).

Las entidades financieras tienen facultad de dar créditos hasta un determinado porcentaje de los depósitos captados. La autoridad monetaria establece una reserva obligatoria (efectivo mínimo o encaje), el resto puede ser afectado a operaciones de crédito.



Un cheque **no es dinero**, sino simplemente una orden a un banco para transferir una determinada cantidad de dinero, que estaba depositada en él.

Los depósitos no son una forma visible o tangible de dinero, sino que consisten en un asiento contable en las cuentas de los bancos. En los países con un sistema financiero desarrollado, los billetes y las monedas representan una pequeña parte del total de la oferta monetaria.

La Creación del Dinero Bancario

El dinero otorga a su poseedor capacidad de compra. Ese dinero puede ser creado de dos maneras:

- Por emisión, dispuesta por la entidad autorizada en cada país (BCR).
- Por los préstamos que otorgan las entidades financieras.

Dado que los depósitos bancarios son convertibles en dinero líquido, los bancos tienen que asegurarse de que en todas las circunstancias se encuentren en posición de hacer frente a las demandas de liquidez (billetes y monedas) por parte de sus depositantes.

La práctica bancaria muestra que el uso generalizado de cheques significa que cada día sólo un pequeño porcentaje de los depósitos bancarios son convertidos en dinero efectivo y esos retiros son compensados con los ingresos de efectivo que otras personas realizan. De esta forma, los banqueros han comprobado que pueden crear depósitos bancarios por encima de sus reservas líquidas.

Las **reservas líquidas legalmente requeridas** o **encaje bancario** es la fracción de depósitos que los bancos deben mantener como reservas.

Si en un determinado momento todos los clientes de un banco quisieran a la vez retirar sus depósitos, el banco no podría atender todas las peticiones.

Activos Financieros

Los activos pueden ser:

- **Reales**: tienen valor por sí mismos (mercaderías, muebles).
- **Financieros**: tienen valor por lo que representan (billetes, depósitos bancarios).

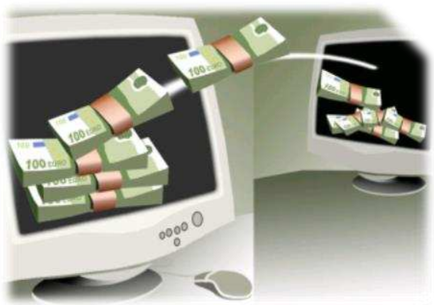
a. Efectivo: activo financiero líquido por excelencia.

b. Depósitos bancarios: tienen mayor o menor liquidez según sean a la vista o a término.

c. Títulos valores:

- **Acciones:** títulos emitidos por las sociedades de capital a favor de sus socios, para acreditar su condición de tales.

- **Pagarés:** promesas de pago emitidas por una persona (librador) a favor de otra (beneficiario).
- **Letras de cambio:** órdenes de pago emitidas por un librador a favor de un beneficiario y a cargo de otra persona.
- **Títulos de deuda, públicos y privados:** sus titulares pasan a ser acreedores del ente emisor de aquellos. Reciben una renta fija.



Crédito

Término utilizado en el comercio y finanzas para referirse a las transacciones que implican una transferencia de dinero que debe devolverse transcurrido cierto tiempo. Por tanto, el que transfiere el dinero se convierte en acreedor y el que lo recibe en deudor; los términos crédito y deuda reflejan pues una misma transacción desde dos puntos de vista contrapuestos. Finalmente, el crédito implica el cambio de riqueza presente por riqueza futura.

Clases de Crédito

Según el Origen:

a) **Créditos comerciales,** son los que los fabricantes conceden a otros para financiar la producción y distribución de bienes; créditos a la inversión, demandados por las empresas para financiar la adquisición de bienes de equipo, las cuales también pueden financiar estas inversiones emitiendo bonos, pagarés de empresas y otros instrumentos financieros que, por lo tanto, constituyen un crédito que recibe la empresa;
b) **Créditos bancarios,** son los concedidos por los bancos como préstamos, créditos al consumo o créditos personales, que permiten a los individuos adquirir bienes y pagarlos a plazos;
c) **Créditos hipotecarios,** concedidos por los bancos y entidades financieras autorizadas, contra garantía del bien inmueble adquirido;
d) **Créditos contra emisión de deuda pública.** Que reciben los gobiernos centrales, regionales o locales al emitir deuda pública;
e) **Créditos internacionales,** son los que concede un gobierno a otro, o una institución internacional a un gobierno, como es el caso de los créditos que concede el Banco Mundial.

Según el Destino:

De producción: Crédito aplicado a la agricultura, ganadería, pesca, comercios, industrias y transporte de las distintas actividades económicas.

De consumo: Para facilitar la adquisición de bienes personales. Hipotecarios, destinados a la compra de bienes inmuebles,

Según el Plazo:

A corto y mediano plazo: Otorgados por Bancos a proveedores de materia prima para la producción y consumo.

A largo plazo: Para viviendas familiares e inmuebles, equipamientos, maquinarias, etc.

Según la Garantía:

Personal. Créditos a sola firma sobre sus antecedentes personales y comerciales.

Real (hipotecas). Prendarias cuando el acreedor puede garantizar sobre un objeto que afecta en beneficio del acreedor.

¿Cómo está dividido y cuál es la finalidad de una cartera de créditos?

La cartera de créditos está dividida en: créditos comerciales, créditos a micro empresas (MES), créditos de consumo y créditos hipotecarios para vivienda. Los créditos comerciales y de micro empresas son otorgados a personas naturales o personas jurídicas y los créditos de consumo y créditos hipotecarios para vivienda son sólo destinados a personas naturales. Por lo demás los créditos comerciales, de micro empresas y de consumo, incluyen los créditos otorgados a las personas jurídicas a través de tarjetas de créditos, operaciones de arrendamiento financiero o cualquier otra forma de financiamiento que tuvieran fines similares a los de estas clases de créditos.

a) Créditos comerciales: Son aquellos que tienen por finalidad financiar la producción y comercialización de bienes y servicios en sus diferentes fases.

b) Créditos a las Micro Empresas MES): Son aquellos créditos destinados al financiamiento de actividades de producción, comercio o prestación de servicios siempre que reúnan éstas dos características:

- Que el cliente cuente con un total de activos que no supere o sea equivalente a los US $20,000. Para éste cálculo no toman en cuenta los inmuebles del cliente.
- El endeudamiento del cliente en el sistema financiero no debe exceder de US $ 20,000 o su equivalente en moneda nacional. Cuando se trate de personas naturales su principal fuente de ingresos deberá ser la realización de actividades empresariales, por lo que no consideran en ésta categoría a las personas cuya principal fuente de ingresos provienen de rentas de quinta categoría.

c) Créditos de consumo: Son créditos que tienen como propósito atender el pago de bienes, servicios o gastos no relacionados con una actividad empresarial.

d) Créditos hipotecarios para vivienda: Son aquellos créditos destinados a la adquisición, construcción, refacción, remodelación, ampliación, mejoramiento y subdivisión de vivienda propia, siempre que tales créditos sean otorgados amparados con hipotecas debidamente inscritas, pudiendo otorgarse los mismos por el sistema convencional de préstamo hipotecario, de letras hipotecarias o por cualquier otro sistema de similares características.

¿Cómo es Clasificado un Deudor?

La clasificación del deudor está determinada principalmente por su capacidad de pago, definida por el flujo de fondos y el grado de cumplimiento de sus obligaciones. Si un deudor es responsable de varios tipos de créditos con una misma empresa, la clasificación estará basada en la categoría de mayor riesgo. En caso que la responsabilidad del deudor en dos o más empresas financieras incluyen obligaciones que consideradas individualmente resulten con distintas clasificaciones, el deudor será clasificado a la categoría de mayor riesgo que le haya sido asignada por cualquiera de las empresas cuyas deudas representen mas del 20% en el sistema, considerándose para dicho efecto la última información disponible en la central de riesgo.

¿En que categorías es clasificado un deudor de la cartera de créditos?

Cada deudor que es responsable de uno o varios tipos de créditos será clasificado de acuerdo a las siguientes categorías:

- Categoría Normal (0)
- Categoría con problemas Potenciales (1)
- Categoría Deficiente (2)
- Categoría Dudoso (3)
- Categoría Pérdida (4)

¿Qué criterios son asignados en cada una de las categorías al clasificarse a un deudor de un crédito comercial?

Para determina la clasificación en éste tipo de crédito deberá considerarse fundamentalmente el análisis del flujo de fondos del deudor. Adicionalmente la empresa del sistema financiero considerará si el deudor tiene créditos vencidos y/o en cobranza judicial en la empresa y en otras empresas del sistema, así como la posición de la actividad económica del deudor y la competitividad de la misma, lo que en suma determinará las siguientes categorías:

a) Si el deudor es clasificado en categoría Normal (0), esto significa que es capaz de atender holgadamente todos sus compromisos financieros, es decir, que presenta una situación financiera líquida, bajo nivel de endeudamiento patrimonial y adecuada estructura del mismo con relación a su capacidad de generar utilidades, cumple puntualmente con el pago de sus obligaciones, entendiéndose que el cliente los cancela sin necesidad de recurrir a nueva financiación directa o indirecta de la empresa.

b) Si la clasificación está en la categoría con Problemas Potenciales (1), esto significa que el deudor puede atender la totalidad de sus obligaciones financieras, sin embargo existen situaciones que de no ser controladas o corregidas en su oportunidad, podrían comprometer la capacidad futura de pago del deudor. Los flujos de fondos del deudor tienden a debilitarse y se presentan incumplimientos ocasionales y reducidos.

c) Si es clasificado en categoría Deficiente (2), esto quiere decir que el deudor tiene problemas para atender normalmente la totalidad de sus compromisos financieros, que de no ser corregidos pueden resultar en una pérdida para la empresa del sistema financiero. En este caso el deudor presenta una situación financiera débil y un nivel de flujo de fondos que no le permite atender el pago de la totalidad del capital y de los intereses de las deudas, pudiendo cubrir sólo estos últimos y además incumplimientos mayores a 60 días y que no exceden de 120 días.

d) La categoría Dudoso (3), significa que es altamente improbable que el deudor pueda atender a la totalidad de sus compromisos financieros. El deudor no puede pagar ni capital ni intereses, presentando una situación financiera crítica y muy alto nivel de endeudamiento, con incumplimientos mayores a 120 días y que no exceden de 365 días.

e) Si la clasificación es considerada en categoría Pérdida (4), esto quiere decir que las deudas son consideradas incobrables pese a que pueda existir un valor de recuperación bajo en el futuro. El deudor ha suspendido sus pagos, siendo posible que incumpla eventuales acuerdos de reestructuración. Además, se encuentra en estado de insolvencia decretada, ha pedido su propia quiebra, presentando incumplimientos mayores a 365 días.

Toma de Decisiones

La unidad para la toma de decisiones es una persona o una organización pública o privada a través de sus autoridades y gerentes respectivamente. En el mundo real, las situaciones por resolver son múltiples y variadas y para solucionarlos los recursos son escasos. Las disciplinas que ayudan a tomar decisiones son la Economía y la Administración. Entre varias alternativas de solución obviamente optaremos por la mejor de ellas. La unidad para la toma de decisiones es una persona u organización pública o privada a través de sus autoridades y gerentes respectivamente. Por lo general todo problema tiene los siguientes elementos: la unidad que toma la decisión, las variables controlables (internas o endógenas), las variables no controlables (del entorno o exógenos), las alternativas, la carencia de recursos y la decisión en sí misma que llevan a escoger alternativas más eficientes y óptimas o que produzcan resultados beneficiosos.

Análisis de Inversiones

En un sentido amplio inversión, es el flujo de dinero orientada a la creación o mantenimiento de bienes de capital y a la realización de proyectos supuestamente rentables.

Conocemos al análisis de inversiones también como Matemáticas Financieras, Administración de Inversiones o Ingeniería Económica. El análisis de inversiones emplea como concepto fundamental la tasa de interés, con el que obtenemos elementos para efectuar infinidad de análisis de tipo económico-financiero, principalmente para:

1. Establecer el exacto costo de la alternativa de financiación o verdadera rentabilidad de la inversión.
2. Organizar planes de financiamiento en negocios de venta a crédito o a plazos.
3. Elegir planes más adecuados para la liquidación de obligaciones, según los criterios de liquidez y rentabilidad.
4. Determinar el costo de capital
5. Elegir las alternativas de inversión más apropiadas a corto y largo plazo.
6. Elegir entre alternativas de costos.

Estudio de la rentabilidad de inversiones

Para entender este tema es necesario aceptar tres niveles de comprensión:

El conceptual tiene que ver con los conceptos básicos de interés, tasa de interés, equivalencia y los métodos para la toma de decisiones.

El operativo instrumental referido al empleo de fórmulas y funciones financieras de hojas de cálculo como Excel.

El situacional comprende la descripción de la realidad. Puede ser: las cláusulas de un contrato o pagaré; es decir, un escenario a cambiar y para el cual contamos con varias alternativas de solución.

Valor del Dinero en el Tiempo

Uno de los principios más importantes en todas las finanzas.

El dinero es un activo que cuesta conforme transcurre el tiempo, permite comprar o pagar a tasas de interés periódicas (diarias, semanales, mensuales, trimestrales, etc.). Es el proceso del interés compuesto, los intereses pagados periódicamente son transformados automáticamente en capital. El interés compuesto es fundamental para la comprensión de las matemáticas financieras.

Encontramos los conceptos de valor del dinero en el tiempo agrupados en dos áreas: valor futuro y valor actual. El valor futuro (VF) describe el proceso de crecimiento de la inversión a futuro a un interés y períodos dados. El valor actual (VA) describe el proceso de flujos de dinero futuro que a un descuento y períodos dados representa valores actuales.

Ejemplos: De las siguientes opciones ¿Cuál elegiría?

1) Tener UM 10 hoy u
2) Obtener UM 10 dentro de un año

Ambas 100% seguras

Indudablemente, cualquier persona sensata elegirá la primera, UM 10 valen más hoy que dentro de un año.

1) Tener UM 10 hoy u
2) Obtener UM 15 dentro de un año

Ambas 100% seguras.

Elección más difícil, la mayoría elegiría la segunda. Contiene un «premio por esperar» llamada tasa de interés, del 50%.

Generalmente en el mercado, esta tasa de interés lo determina el libre juego de la oferta y demanda.

Otro Ejemplo:

Un préstamo de UM 20,000 con 18% de interés anual para su uso durante los próximos cuatro años.

º	Año del préstamo	UM	20,000		
	18% costo del capital		3,600	FDA	23,600
º	Año del préstamo	UM	23,600		
	18% costo del capital		4,248	FDA	27,848
º	Año del préstamo	UM	27,848		
	18% costo del capital		5,013	FDA	32,861
º	Año del préstamo	UM	32,861		
	18% costo del capital		5,915	FDA	38,776
	FDA: Fin de año				

Aplicando al ejemplo el concepto de valor del dinero en el tiempo, vemos que UM 20,000 actuales tienen un valor en el tiempo de UM 23,600 pasado un año, 27,848 dos años después y, 38,776 pasado cuatro años. Inversamente el valor de UM 38,776 a cuatro años vista es UM 20,000 en la actualidad.

Los cálculos del valor del dinero en el tiempo lo efectuamos con 18% de costo anual, podría haberse calculado a tasa mayor o menor, pero este costo nunca será cero. En nuestro ejemplo el valor del dinero en el tiempo de UM 20,000 al final de cuatro años es UM 38,776, evaluando al 18% de costo de capital anual.

El proceso recíproco del interés compuesto es el valor futuro o «descontando el futuro», análogamente el VA reconoce tasas de rendimiento en todas las transacciones de dinero. El prestatario y el prestamista son dos partes de la misma transacción. El prestamista espera recibir UM 32,861 tres años después; no obstante, el valor actual de ese ingreso es sólo UM

20,000. Esto quiere decir, que el valor futuro de UM 32,861 *descontado* al presente es UM

20,000 al 18% de interés. El descuento es simplemente el reconocimiento del valor cronológico del dinero.

El factor tiempo juega papel decisivo a la hora de fijar el valor de un capital. No es lo mismo disponer de UM 10,000 hoy que dentro de un año, el valor del dinero cambia como consecuencia de:

1) La inflación.
2) La oportunidad de invertirlos en alguna actividad, que lo proteja de la inflación y al mismo tiempo produzca rentabilidad.
3) Riesgo de crédito.

Si la alternativa fuera recibir los UM 10,000 al final de un año, nosotros aceptaríamos la propuesta a condición de recibir una suma adicional que cubra los tres elementos indicados. Dicho esto, concluimos en que el dinero produce más dinero, o más claramente genera riqueza.

Ejemplo:

¿Me prestaría alguien UM 3,000 hoy, a condición de devolverle UM 3,000 dentro de un año? Si dicen no, quiere decir que los UM 3,000 dentro de un año no son los mismos a los actuales. Si piden devolver UM 3,450, esta suma al final de un año será el valor cronológico de UM 3,000 en la actualidad, en este caso, el valor del dinero ha sido evaluado al 15% anual.

Interés Simple

TEMA 2

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO telesup

Competencia:

Relacionar y comparar el interés simple.

Tema 02: Interés Simple

Una operación financiera es a interés simple cuando el interés es calculado sobre el capital (o principal) original y para el período completo de la transacción. En otras palabras, no hay capitalización de intereses.

Nomenclatura Básica:

Símbolo	**Significando**
VA	Capital, principal, Valor Actual expresado en unidades monetarias
VF	Capital más el interés, monto, Valor Futuro expresado en unidades monetarias
j	Tasa nominal o la tasa de interés anual
t	Número de años, tiempo,
m	Número de capitalizaciones por año
n	Número de períodos de composición
i	Tasa periódica
TEA	Tasa Efectiva Anual
VAN	Valor Actual Neto
TIR	Tasa Interna de Retorno
C	Anualidad o cuota uniforme
VA	Valor presente de una anualidad
VF	Valor futuro de una anualidad
ia	Tasa de interés anticipada
iv	Tasa de interés vencida
UM	Unidad Monetaria

Conceptos Básicos

Los empresarios que obtienen dinero prestado tienen que pagar un **interés (I)** al propietario o a la entidad financiera por usar su dinero.

La cantidad prestada es el **capital** o **principal (VA o P)**, la suma de ambos (capital más interés) recibe el nombre de **monto (VF)**; el período de tiempo acordado para la devolución del préstamo es el **plazo (n)**.

El interés cobrado es proporcional tanto al capital como al período del préstamo, está expresado por medio de una **tasa de interés (i)**. Para la teoría económica, el interés es el precio del dinero.

Cuando sólo pagan intereses sobre el principal, es decir, sobre la totalidad del dinero prestado, se denomina **interés simple**.

Fórmula del Interés Simple:

El interés es el producto de los tres factores, capital (VA), tiempo (n) y tasa (i), así tenemos:

$I = VA * n * i$, $I = VF - VA$

Que viene a ser la fórmula o ecuación para calcular el interés simple.

Ejercicio 1 (Calculando el Interés Simple)

Una Caja Rural, paga el 6% sobre los depósitos a plazos. Determinar el pago anual por interés sobre un depósito de UM 18,000.

Solución:

VA = 18,000; n = 1; i = 0.06; I = ?

[1] I = 18,000*1*0.06 = UM 1,080

Respuesta:

La Caja Rural paga anualmente sobre este depósito la suma de UM 1,080.

Ejercicio 2 (Préstamo a MYPES)

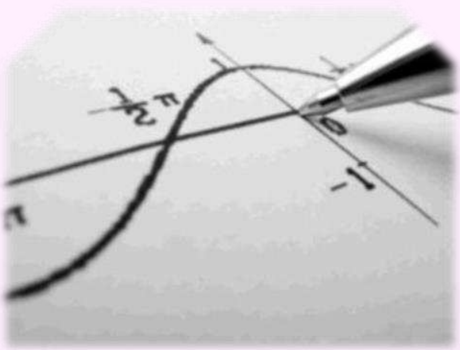
Un Banco obtiene fondos al costo de 12% y presta a los microempresarios al 58.6% anual, ganándose así el 46.6% bruto. Si los ingresos anuales que obtuvo de esta forma fueron de UM 500,000, ¿cuánto dinero prestó?

Solución

I = 500,000; n = 1; i = 0.466; VA = ?

[1] 500,000 = VA*1*0.466 despejamos VA:

$$VA = \frac{500,000}{0.466} = 1072,961.37 \ \ UM$$



Respuesta:

El Banco prestó UM 1'072,961.37

Ejercicio 3 (Calculando el Plazo de una Inversión)

.

Solución

VA = 250,000; I = 22,000; i = 0.176; n = ?

Despejamos n de la fórmula [1] $I = VA*n*i$

$$n = \frac{I}{VAi} = \frac{22,000}{250,000*0,176} = \frac{1}{2} \ \text{año}$$

Respuesta:

El dinero estuvo invertido durante medio año.

Ejemplos:

1. El BCP otorgó a una empresa un préstamo de S/. 10 000 para devolverlo dentro de un año, cobrando unta tasa de interés simple 24% anual ¿Cual será el interés que pagará la empresa al vencimiento del plazo?

Solución :

Datos :

P = s/. 10 000

n = 1 año

i = 24 % anual

I = **?**

Utilizando la fórmula **I = P*i*n** Tendríamos:

I = 10 000 x 0.24 x 1 = S/.2,400

2. Una persona colocó durante 3 meses en el banco de Crédito un principal de $ 15 000 la tasa de interés acumulada fue 0,04. ¿ Qué interés se acumuló al término de dicho plazo ?.

Solución

I = ?

P = 15 000

i_a = 0,04

I = P i_a

I = 6 500x0,04

I = 600

3. A partir de un préstamo de $ 50 000 se acumuló un interés de $ 2 500 en el horizonte temporal semestral .¿ Qué tasa de interés acumulada se cobró ?

Solución

I = 2 500

P = 50 000

i_a = ?

I = P i_a

2 500 = 50 00x i_a

0,05 = i_a

El Monto

TEMA 3

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO telesup

Competencia:

Analizar y aplicar problemas relacionados al monto.

Tema 03: El Monto

Monto

El monto es la suma obtenida añadiendo el interés al capital, esto es:

MONTO = CAPITAL + INTERES

Reemplazando en [1] por sus respectivos símbolos, obtenemos la fórmula general para el monto:

$$VF = VA\left(1 + n * i\right)$$

*Fórmula para el monto (VF) a interés simple de un capital **VA**, que devenga interés a la tasa **i** durante **n** años.*

De donde:

$$VA = \frac{VF}{1 + n * i} \quad , i = \frac{\frac{VF}{VA} - 1}{n} \quad , \quad i = \frac{VF - VA}{VA} \quad , \quad n = \frac{\frac{VF}{VA} - 1}{i}$$

Tipos de plazos de los intereses

Generalmente conocemos dos tipos de plazos:

a) Interés Comercial o Bancario: Presupone que un año tiene 360 días y cada mes 30 días.

b) Interés Exacto: Tiene su base en el calendario natural: un año 365 o 366 días, y el mes entre 28, 29, 30 o 31 días.

El uso del año de 360 días simplifica los cálculos, pero aumenta el interés cobrado por el acreedor, es de uso normal por las entidades financieras.

La mayoría de ejercicios en la presente obra consideran el año comercial; cuando utilicemos el calendario natural indicaremos operar con el interés exacto.

Ejemplos:

1) (Interés Simple Comercial)

Jorge deposita UM 2,300, en una libreta de ahorros al 9% anual, ¿cuánto tendrá después de 9 meses?

1° Expresamos la tasa en meses: 0.09/12 = 0.0075, mensual:

Solución:

VA = 2,300; i = 0.0075; n = 9; VF = ?

2° Aplicamos la fórmula [2] y Excel:

[2] *VF* = 2,300 [1 + (0.0075*9)] = UM 2,455.25

	A	B	C
1	VA	2,300	Fórmula
2	i	0.0075	
3	n	9	
4	VF	2,455.25	=B1*(1+(B2*B3))
5	I	155	=B4-B1

Respuesta:

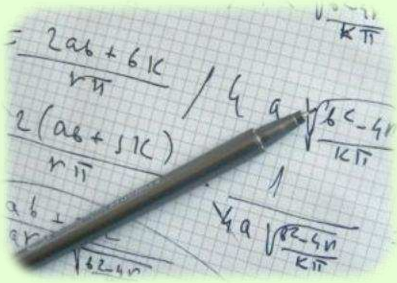
El valor futuro es UM 2,455.25

2) (Interés Simple Exacto)

Un pequeño empresario, con utilidades por UM 5,000 los deposita en una libreta de ahorros en un banco al 9.7% anual. Calcular cuanto tendrá al final de 8 meses.

1º Expresamos el plazo en años: (8 meses por 30 días = 240 días)

240/365 = 0.6575 años



Solución:

VA = 5,000; i = 0.097; n = 0.6575; VF = ?

2º Aplicamos la fórmula (2) y Excel:

[2] *VF* = 5,000 *[1 + (0.097*0.6575)] = UM 5,318.89

	A	B	C
1	VA	5,000	Fórmula
2	i	0.0970	
3	n	0.6575	
4	VF	5,318.89	=B1*(1+(B2*B3))

Respuesta:

El pequeño empresario tendrá al final de los 8 meses UM 5,318.89

Ejemplos:

1. Calcule el monto generado por un principal de $ 80 000 colocado en un banco durante 90 días, plazo durante el cual la tasa de interés acumulada fue 0,03.

Solución

S = ?

P = 80 000

i_a = 0,03

S = P + I

S = 80 000 + 80 000 x0,03

S = 82 400

2. Determine el importe del principal que devengando una tasa de interés de 0,05 durante un período cuatrimestral , se convirtió en $ 20 000 al final de ese período de 120 días

Solución

S = 20 000

P = ?

i_a = 0,05

S = P + I

S – I = P

20 000 - 20 000 x0,05 = P

19 000 = P

3. Calcule el monto acumulado al 17 de marzo , en una cuenta abierta el 2 del mismo mes, con un principal constante de $ 30 000 y una TET constante de 0,04

Solución

S = ?

P = 30 000

TET = 0,04

n = 15/90

$S = P(1+i)^n$

S = 30 000$(1+0{,}04)^{15/90}$

S = 30 196,75

4. Calcule el monto que produjo un capital de $10 000 colocado en un banco desde el 3 de Abril al 15 de Junio del mismo año. El capital genera una TEC de 0,02.

Solución

S = ?

P = 10 000

TET = 0,015

n = 73/120

$S = P(1+i)^n$

S = 10 000$(1+0{,}02)^{73/120}$

S = 10 121,19

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Interés Compuesto

TEMA 4

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Reconocer y evaluar el Interés Compuesto.

Tema 04: Interés Compuesto

El interés compuesto es una fórmula exponencial y en todas las fórmulas derivadas de ella debemos operar únicamente con la tasa efectiva. La tasa periódica tiene la característica de ser a la vez efectiva y nominal, ésta tasa es la que debemos utilizar en las fórmulas del interés compuesto.

Con el interés compuesto, pagamos o ganamos no solo sobre el capital inicial sino también sobre el interés acumulado, en contraste con el interés simple que sólo paga o gana intereses sobre el capital inicial. Una operación financiera es a interés compuesto cuando el plazo completo de la operación (por ejemplo un año) está dividido en períodos regulares (por ejemplo un mes) y el interés devengado al final de cada uno de ellos es agregado al capital existente al inicio. Así, el interés ganado en cada período percibirá intereses en los periodos sucesivos hasta el final del plazo completo. Su aplicación produce intereses sobre intereses, conocido como: **la capitalización del valor del dinero en el tiempo.**

La tasa de interés en el ejemplo anterior es 9% compuesto anualmente. Esto significa que el interés paga anualmente. Así tenemos que en nuestra libreta de ahorros al final del primer año tendremos UM 109 (el principal más los intereses), en el segundo año este saldo aumenta en 9%. Arrojando al final del segundo año un saldo de UM 118.81 que puede computarse como sigue:

$$\begin{array}{ll}
\text{Año} & \left(109(1+0.09)\right) = 118.81 \\
 & 100(1+0.09)(1+0.09) = 118.81 \\
 & 100(1+0.09)^2 = 118.81 \\
\multicolumn{2}{l}{Asi\ \ sucesivamente} \\
\text{Año} & \left(118.81(1+0.09)\right) = 129.50 \\
 & (1+0.09)(1+0.09)(1+0.09) = 129.50 \\
 & 100(1+0.09)^3 = 129.50
\end{array}$$

Como vemos, un modelo matemático va manifestándose con mucha nitidez. El Valor Futuro de una inversión inicial a una tasa de interés dada compuesta anualmente en un período futuro es calculado mediante la siguiente expresión:

$$VF = VA(1+i)^n$$

Que no es otra cosa, que la fórmula general del interés compuesto para el período ***n*** de composición. En las matemáticas financieras es fundamental el empleo de la fórmula general del interés compuesto para la evaluación y análisis de los flujos de dinero. Las ecuaciones derivadas de la fórmula [11] (para inversión y recuperación en un sólo pago) son:

$$VA = \frac{VF}{(1+i)^n}, \qquad i = \sqrt{\frac{VF}{VA}} - 1, \qquad n = \frac{\log\left(\frac{VF}{VA}\right)}{\log(1+i)}, \qquad I = VA\left\langle(1+i)^n\right\rangle - 1, \qquad I = VF - VA$$

El tipo de interés (***i***) y el plazo (***n***) deben referirse a la misma unidad de tiempo (si el tipo de interés es anual, el plazo debe ser anual, si el tipo de interés es mensual, el plazo irá en meses, etc.). Siendo indiferente adecuar la tasa al tiempo o viceversa.
Al utilizar una tasa de interés mensual, el resultado de ***n*** estará expresado en meses.

Ejemplos:

1) (Calculando el VF)

Calcular el VF al final de 5 años de una inversión de UM 20,000 con un costo de oportunidad del capital de 20% anual.

Solución:

VA = 20,000; n = 5; i = 0.20; VF = ?

$$VF = 20000(1+0,20)^5 = UM\ 49,766.40$$

Sintaxis

VF(tasa;nper;pago;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.20	5		-20,000		49,766.40

Respuesta:

El VF al final de los 5 años es UM 49,766.40

2) (Calculando el VF a partir del VA)

Yo tengo un excedente de utilidades de UM 1,000 y los guardo en un banco a plazo fijo, que anualmente me paga 8%; ¿cuánto tendré dentro de 3 años?

Solución:

VA = 1,000; n = 3; i = 0.08; VF = ?

Indistintamente aplicamos la fórmula y la función financiera VF:

$$VF = 1000(1+0,08)^3 = UM1,259.71$$

Sintaxis

VF(tasa;nper;pago;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.08	3		-1,000		1,259.71

Respuesta:

El monto al final de los 3 años es UM 1,259.71

3) (Calculando el VA a partir del VF)

Inversamente, alguien nos ofrece UM 5,000 dentro de 3 años, siempre y cuando le entreguemos el día de hoy una cantidad al 10% anual. ¿Cuánto es el monto a entregar hoy?

Solución:

VF = 5,000; n = 3; i = 0.10; VA = ?

Aplicamos la fórmula y/o la función financiera VA:

$$VA = \frac{5000}{(1+0,10)^3} 03,756,57\ UM$$

Sintaxis

VA(tasa;nper;pago;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.10	3		-5,000		3,756.57

Respuesta:

El monto a entregar el día de hoy es UM 3,757.57

4) Calcule el monto de un capital inicial de s/. 1000 colocado durante 4 años a una tasa efectiva anual del 18%.

Solución

S = ?

P = 1000

n = 4 años

i = TEA = 18%

$$S = P(1+i)^n \qquad S = 1000(1+0{,}18)^4 = 1938{,}78$$

$$S = P(1+i)^n \qquad S = P(1+i)^n$$

5) Calcule el monto de un depósito inicial de s/. 2 000 colocado durante 5 meses en un banco que paga una tasa efectiva mensual del 4%

S = ?

P = 1000

n = 4 años

i = TEA = 18%

Lecturas Recomendadas

- **INTERÉS SIMPLE**

  www.sectormatematica.cl/comercial/simple.htm

- **MONTO**

  http://www.gestiopolis.com/Canales4/fin/matemafinan.htm

Actividades y Ejercicios

Ingresa al link Interés Simple y Compuesto lee atentamente las indicaciones, desarróllalo y envíalo por el mismo medio.

1. Un pequeño empresario tiene un pagaré por UM 2,000 con vencimiento a los 90 días, devenga el 6% de interés. Calcular el valor actual a la tasa del 8%.
2. Una persona colocó durante 3 meses en el banco de Crédito un principal de $ 15 000 la tasa de interés acumulada fue 0,04. ¿ Qué interés se acumuló al término de dicho plazo ?.
3. A partir de un préstamo de $ 50 000 se acumuló un interés de $ 2 500 en el horizonte temporal semestral .¿ Qué tasa de interés acumulada se cobró ?
4. Calcule el monto generado por un principal de $ 80 000 colocado en un banco durante 90 días , plazo durante el cual la tasa de interés acumulada fue 0,03.
5. Determine el importe del principal que devengando una tasa de interés de 0,05 durante un período cuatrimestral , se convirtió en $ 20 000 al final de ese período de 120 días.

Autoevaluación

1) **Si una empresa hipotecaria tiene invertido UM 320,000 durante 3½ años a interés simple y obtiene en total UM 146,250 de ingresos, ¿cuál es la tasa de interés?**

- **a.** 0.13
- **b.** 0.10
- **c.** 2.8
- **d.** 3.2
- **e.** 3.5

2) **Si tenemos UM 10,000 y lo invertimos por un año con el 28% de interés anual. ¿Cuánto dinero tendremos al finalizar el año?**

- **a.** 12 800
- **b.** 14 800
- **c.** 25 800
- **d.** 32 000
- **e.** 35 000

3) **Necesitamos saber el monto que retiraríamos dentro de 4 años, sí hoy invertimos UM 2,000 al 8% para el primer año con incrementos del 1% para los próximos tres años.En estos casos no aplicamos directamente la fórmula general del interés simple, por cuanto el tipo de interés en cada período es diferente. Debemos sumar al principal los intereses de cada período, calculado siempre sobre el capital inicial pero a la tasa vigente en cada momento.**

- **a.** 2 780
- **b.** 2 760
- **c.** 2 700
- **d.** 3 200
- **e.** 5 000

4) **El día de hoy obtenemos un préstamo por UM 5,000 y después de un año pagamos UM 5,900. Determinar el interés y la tasa de interés.**

- **a.** 900 y 18%
- **b.** 500 y 34%
- **c.** 100 y 25%
- **d.** 500 y 34%
- **e.** 600 y 34%

5) **Determinar los intereses y el capital final producido por UM 10,000 con una tasa del 18% en un año.**

- **a.** 11 800
- **b.** 12 500
- **c.** 4 600
- **d.** 8 540
- **e.** 9 000

Resumen

UNIDAD DE APRENDIZAJE II:

Interés Simple Y Compuesto

Introducción a las Matemáticas Financieras

Tasa de interés (i) : $i = \frac{Vf - Vi}{Vi} x100$

Notación:

Vi = Monto del dinero al inicio del período

Vf = Monto de dinero al final del período

i = Tasa de interés

Monto:

El monto es la suma obtenida añadiendo el interés al capital, esto es:

MONTO = CAPITAL + INTERES

Reemplazando en [1] por sus respectivos símbolos, obtenemos la fórmula general para el monto:

$$VF = VA(1 + n*i)$$

*Fórmula para el monto (VF) a interés simple de un capital **VA**, que devenga interés a la tasa **i** durante **n** años.*

Interés Simple:

El interés es el producto de los tres factores, capital (VA), tiempo (n) y tasa (i), así tenemos:

$$I = VA*n*i \ , \quad I = VF - VA$$

Que viene a ser la fórmula o ecuación para calcular el interés simple.

Interés Compuesto:

El Valor Futuro de una inversión inicial a una tasa de interés dada compuesta anualmente en un período futuro es calculado mediante la siguiente expresión:

$$VF = VA(1+i)^n$$

Las ecuaciones derivadas para inversión y recuperación en un sólo pago son:

$$VA = \frac{VF}{(1+i)^n}, \quad i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VA}} - 1, \quad n = \frac{\log\left(\frac{VF}{VA}\right)}{\log(1+i)}, \quad I = VA\left\langle(1+i)^n\right\rangle - 1, \quad I = VF - VA$$

UNIDAD 4

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO telesup

Descuentos y Anualidades

a) Presentación y contextualización

Los temas que se tratan en la presente unidad temática, tiene por finalidad que el estudiante comprenda el descuento Racional, el Descuento Bancario, el Descuento Comercial y Anualidades así como formular apreciaciones críticas sobre los diversos conceptos desarrollados.

b) Competencia

Relaciona y resuelve problemas sobre Descuentos y Anualidades

c) Capacidades

1. Identifica y comprende los conceptos básicos del Descuento Racional.
2. Relaciona y compara el Descuento Bancario Simple y Compuesto.
3. Analiza y aplica problemas relacionados al Descuento Comercial.
4. Reconoce y evalúa las Anualidades.

d) Actitudes

- ✓ Muestra disposición para el trabajo en equipo e individual.
- ✓ Demuestra iniciativa y empeño para investigar sobre el Descuento Racional.
- ✓ Asume una actitud crítica y reflexiva en la aplicación de sus conocimientos sobre problemas relacionados con el Descuento Bancario.
- ✓ Obtiene y valora con actitud crítica y reflexiva sus conclusiones sobre las Anualidades

e) Presentación de Ideas básicas y contenido esenciales de la Unidad:

La Unidad de Aprendizaje 04: Descuentos y Anualidades, comprende el desarrollo de los siguientes temas:

TEMA 01: Descuento Racional
TEMA 02: Descuento Bancario
TEMA 03: Descuento Comercial
TEMA 04: Anualidades

TEMA 1

Descuento Racional

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Identificar y comprender los conceptos básicos del Descuento Racional.

Tema 01: Descuento Racional

Conceptos Previos

Una operación de descuento es una de las formas de créditos que consiste en obtener el pago anticipado de títulos – valores – letra de cambio, pagaré, u otros documentos mediante la cesión del mencionado título a otra persona, generalmente una institución de crédito, la cual adelanta el importe del valor nominal del título deduciendo los intereses anticipadamente, por el tiempo que falta para el vencimiento de la obligación.

El descuento constituye la diferencia entre el valor nominal o monto de una deuda a su vencimiento y su respectivo importe recibido en el presente:

Descuento = S - P

Es necesario distinguir los diferentes conceptos del término descuento aplicado en el sistema financiero y en las actividades comerciales y mercantiles.

Clases de Descuentos

Racional	Bancario	Comercial
• Simple • compuesto	• Simple • compuesto	• Unitario • Sucesivo

Simbología

D = Descuento

P = Valor presente del título-valor en el descuento racional, y valor líquido en el descuento bancario.

S = Valor nominal del título–valor, valor futuro

n = Períodos de tiempo que faltan para el vencimiento del título-valor

i = Tasa de interés por período de tiempo aplicable sobre P

d = Tasa de descuento por período de tiempo aplicable sobre S

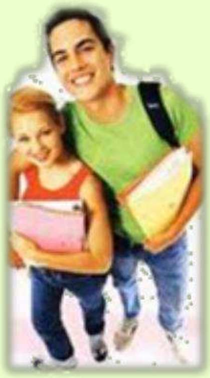
Descuento Racional, Matemático o Verdadero

El descuento racional aplicado a un título de crédito que vence en el futuro es el interés deducido anticipadamente calculado con la tasa i sobre el importe que verdaderamente recibe el descontante, este importe es el respectivo valor presente del valor nominal del título. De este modo, el interés y el descuento racional calculados para el mismo plazo y aplicando la misma tasa producen iguales resultados.

Descuento Racional Simple

Sabemos que interés y descuento racional producen el mismo resultado entonces:

$$D = S - P \qquad (1)$$



Por (20) sabemos que: $P = \left[\frac{S}{1+in}\right] \qquad (2)$

Reemplazando (2) en (1):

$$D = S - \frac{S}{1+in}$$

Factorizando:

$$D = S\left[1 - \frac{1}{1+in}\right] \qquad (*)$$

El término entre corchetes de (*) es igual a:

$$\frac{1+in}{1+in} - \frac{1}{1+in} = \frac{in}{1+in}$$

La ecuación (*) también puede expresarse:

$$D = \frac{Sin}{1+in}$$

El descuento en esta ecuación puede interpretarse como el interés aplicando a un valor futuro (Sin), traído a valor presente al dividirlo por 1 + in

El descuento racional simple efectuando sobre un valor futuro produce el mismo resultado que el interés simple aplicado sobre su respectivo valor presente.

Ejemplos:

1. Una letra de S/. 3,800 con vencimiento el 26 de febrero es descontada el 18 de enero a una tasa de interés simple anual del 24%. Calcule el importe del descuento racional.

Solución

$$D = S\left[1 - \frac{1}{1+in}\right] \quad \text{entonces: } D = 3800\left[1 - \frac{1}{1+0.24x39/360}\right] =$$

D = 96.30

2. Una letra de cambio que tiene un valor nominal de $ 5 000 se descontó en un Banco cuando faltaban 90 días para su vencimiento. Se requiere conocer el importe del descuento racional simple que efectuó el banco que aplicó como tasa de descuento una TNM de 0,015

Solución

$$D = \frac{Sjn}{1 + jn}$$

$$D = \frac{5000x0{,}015x\frac{90}{30}}{1+0{,}015x\frac{90}{30}} = 215{,}31$$

3. Una letra de cambio cuyo valor nominal es $ 3 800 que tiene como fecha de vencimiento el 26 de febrero, se descuenta en el Banco Nacional el 18 de Enero del mismo año con una TNA de 0,24. Calcule el importe del descuento racional simple que se efectuó en ésta operación.

Solución

$$D = \frac{Sjn}{1 + jn}$$

$$D = \frac{3\,800x0{,}24x\frac{39}{360}}{1+0{,}24x\frac{39}{360}} = 96{,}30$$

Descuento Racional Compuesto

Sabemos que interés descuento racional producen el mismo resultado, entonces:

$$D = S - P$$

Sabemos que:

$$D = S\ (1 + i)^{-n} \qquad (1)$$

Reemplazando (2) en (1)

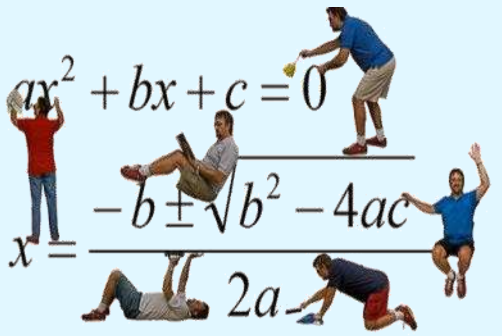
$$D = S - S(1 + i)^{-n} \qquad (2)$$

Factorizando:

$$D = S\ [1 - (1 + i)^{-n}\ ]$$

Equivalencia del Descuento Racional Compuesto y el Interés Compuesto.

La identidad del descuento racional compuesto e interés compuesto se demuestra a continuación.



$$I = P[(1 + i)^n - 1]$$

$$D = S[1 - (1 + i)^{-n}] \quad \text{como } S = P\ (1 + i)^n$$

$$D = P\ (1 + i)^n\ [1 - (1 + i)^{-n}]$$

$$D = P\ [(1 + i)^n - 1]$$

$$D = S[1 - (1 + i)^{-n}]$$

4. Una letra de cambio que tiene un valor nominal de $ 5 000 se descontó en un Banco, cuando faltaban 90 días para su vencimiento. Se requiere conocer el importe del descuento racional compuesto que efectuó el Banco que aplicó como tasa de descuento una TEM DE 0,015.

Solución

D = ?
S = 5 000
TEM = 0,015
n = 90/30

$$D = S[1 - (1+i)^{-n}]$$

$$D = 5\,000\left[1 - (1+0{,}015)^{-90/30}\right] = 218{,}42$$

5. Una letra de cambio cuyo valor nominal de $ 3 800 y que tiene como fecha de vencimiento el 26 de febrero se descuenta en el Banco el 18 de Enero del mismo año, con una TEA de 0,24. Se requiere calcular el importe del descuento racional compuesto que se efectuó al valor nominal de la letra de cambio.

Solución

D = ?
S = 3 800
TEA = 0,24
n = 39/360

$$D = S[1 - (1+i)^{-n}]$$

$$D = 3\,800\left[1 - (1+0{,}24)^{-39/360}\right] = 87{,}53$$

TEMA 2

Bancario

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Relacionar y comparar el Descuento Bancario Simple y Compuesto.

Tema 02: Descuento Bancario

Constituye el interés calculado sobre el valor nominal o valor futuro (s) de un título-valor, importe a deducir del monto del documento para encontrar su valor líquido, el cual va a representar el verdadero importe financiado. La tasa de interés aplicada es conocida como tasa adelantada o tasa de descuento “d” , la cual se diferencia de la tasa vencida “ i “ en que ésta se aplica sobre P, y aquella sobre S, lo que origina un importe líquido menor al valor presente del documento.

Descuento Bancario Simple: D = S*d*n

Descuento Bancario Compuesto: $D = S\left[1-(1-d)^n\right]$

Ejemplos:

1. Una letra de cambio cuyo valor nominal es de $ 5 000 fue descontada en el Banco Americano, cuando faltaban 90 días para su vencimiento. Se requiere calcular el importe del descuento bancario simple que efectuó el Banco Americano con una tasa anticipada nominal de 0,015 mensual.

Solución

D = ?

S = 5 000

d_n = 0,015

n = 90/30

$D = S * d_n * n$

D = 5 000x0,015x$\frac{90}{30}$

D = 225

2. Una letra de cambio cuyo valor nominal es 3800 um, que tiene como fecha de vencimiento el 26 de febrero se descuenta en el banco nacional el 18 de enero del mismo año, con una tasa anticipada nominal de 0.24 anual. Se requiere calcular el importe del descuento bancario simple que se efectuó al valor nominal de la letra.

Solución

D=? S=3800 dn anual=0.24n=39/360

D=S*dn*n D=3800x0.24x39/360=98.80

3. Una letra de cambio con valor nominal de 20000 um, que fue girada el 1 de abril y descontada el 7 de abril por el banco comercial, con una tasa anticipada nominal de 0.18 anual, tiene como fecha de vencimiento el 6 de julio del mismo año. Calcule el importe del descuento bancario simple.

Solución:

D=? S=20000 dn anual=0.18 n=90/360

D=S*dn*n D=20000x0.18x90/360=900

4. Determine el valor nominal de un pagare cuyo descuento bancario simple fue 500 um, con una tasa anticipada nominal de descuento simple de 0.015 mensual. La fecha de descuento del pagare fue el 24 de setiembre y su fecha de vencimiento el 8 de noviembre del mismo año.

Solución

S=? D=500 dn mensual=0.015 n=45/30

$s = \frac{D}{dnn}$ $s = \frac{500}{0.015\, x\, 45\,/30} = 22222.22$

5. Una letra de cambio que tiene un valor de nominal de $ 8820 fue descontada por el BCP, cuando faltaba 136 días para su vencimiento, calcule también el valor descontado o valor presente de la letra de cambio. Se requiere conocer el importe del descuento bancario simple que efectuó el banco que aplico una TNQ de descuento de 1,25%.

Solución

D = ? ,P = ? ,S = 8820 ,d = 1,25% TNQ ,n = 136 días

$$D = S * d * n = 8820 * 0,0125 * \frac{136}{15} = 999,60$$

$$P = S - D = 8820 - 999,60 = 7820.40$$

6. Una letra de cambio cuyo valor nominal es de $ 20 000 fue girada el 1 de Abril y descontada el 7 del mismo mes por el Banco Comercial, con una tasa anticipada efectiva de 0,18 anual, tiene como fecha de vencimiento el 6 de Julio del mismo año. Calcular el importe del descuento bancario compuesto.

Solución

D = ?

S = 20 000

d_n = 0,18

n = 90/360

D = S$[1-(1-d_e)^n]$

D = 20 000$\left[1-(1-0,18)^{90/360}\right] = 968,04$

7. Calcular los intereses de descuento bancario compuesto que aplica el banco por una letra de cambio que asciende a \$ 4250, faltando un año para su vencimiento. A su vez calcule el valor descontado o valor presente de la letra de cambio. El banco cobra una TES del 12%.

Solución

D = ? , P = ?, S = 4250, d = 12% TES , n = 1 año ,

$$D = S\left[1-(1-d)^{n}\right] = 4250\left[1-(1-0.12)^{\frac{360}{180}}\right] = 958.80$$

$$P = S - D = 4250 - 958,80 = 3291,20$$

8. Una letra de cambio que tiene un valor de nominal de \$3750 fue descontada por el BCP. Cuando faltaba 5 meses para su vencimiento. Se requiere conocer el importe del descuento bancario compuesto que efectuó el banco que aplico una TET de descuento anticipada de 8,5%. A su vez calcule el valor descontado o valor presente de la letra de cambio.

Solución

D = ?, P = ?, S = 3750, d = 8,5% TET, n = 5 meses x 30 =150 días

$$D = S\left[1-(1-d)^{n}\right] = 3750\left[1-(1-0,085)^{\frac{150}{90}}\right] = 516,05$$

$$P = S - D = 3750 - 516,05 = 3233,95$$

9. Una letra de cambio que tiene un valor de nominal de 8820 fue descontada por el BCP, cuando faltaba 136 días para su vencimiento. Se requiere conocer el importe del descuento bancario compuesto que efectuó el banco que aplico una TEQ de descuento anticipada de 1,25%. A su vez calcule el valor descontando o valor presente de la letra de cambio.,

Solución

D = ? ,P = ? , S = 8820, d = 1,25% TEQ, n = 136 días

$$D = S\left[1-(1-d)^{n}\right] = 8820\left[1-(1-0,0125)^{\frac{136}{90}}\right] = 166.07$$

$$P = S - D = 8820 - 166,07 = 8653.9$$

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO telesup

TEMA 3

Descuento Comercial

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO telesup

Competencia:

Analizar y aplicar problemas relacionados al Descuento Comercial.

Tema 03: Descuento Comercial

Descuento Comercial Unitario: Es el resultado de aplicar por una sola vez una determinada tasa sobre el precio de venta de un determinado artículo.

$Dc = (PV).d$

$PR = PV(1 - d)$

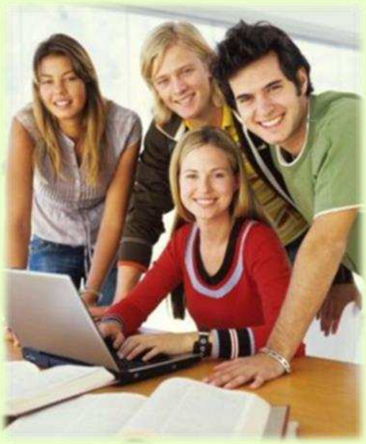
Descuento Comercial Sucesivo: Cuando se aplican diferentes tasas sucesivas de descuento comercial, el primero sobre el precio original de venta y los siguientes sobre los precios ya rebajados, entonces se tienen descuentos sucesivos.

$Dc = PV\,[\,1 - (1-d_1)\,(1-d_2)\,(1-d_3)\ldots\ldots.(1-d_n)\,]$

Ejemplos:

1. Un electro doméstico tiene un precio de venta de $ 800 . Calcule el precio rebajado después que se otorgó un descuento comercial de 10%

Solución



PR = ?

PV = 800

d = 0,1

PR = PV(1-d)

PR = 800(1-0,1)

PR = 720

2. Por campaña de quincena, una tienda de autoservicios ofrece en todos los artículos para automóviles una promoción de descuento " 20 % + 15 % " que consiste en un descuento comercial sucesivo con tasas de 20% y 15 % respectivamente. Si un cliente compra una batería, cuyo precio de lista es $ 120 , Calcular el descuento comercial total.

Solución

DC = ?

PV = 120

$d_1 = 0{,}2$

$d_2 = 0{,}15$

$D_c = PV[1-(1-d_1)(1-d_2)(1-d_3)\dots\dots\dots.]$

$D_c = 120[1-(1-0{,}2)(1-0{,}15)]$

$D_c = 38{,}4$

3. Un equipo electrodoméstico comercializado por Mika S.A , tiene un precio de 2500 um. En la fecha que un cliente acude para su compra encuentra que el equipo se incrementó siguiendo una tasa de 0.25, pero sobre este precio se otorga una rebaja cuya tasa es 0.1

Solución

a) ¿El conjunto de precios aumentó o disminuyó y en qué tasa total ?

$d = 1 - \{ (1- d_1)\ (1- d_2)\ \dots\dots\dots\}$

$d = 1 - \{ (1+ 0.25)\ (1- 0.1)\ \dots\dots\dots\} = -\ 0.125$

b) ¿Cuál es el importe de la facturación?

2500 * 1.125 = 2812.5

c) Facturación

PRECIO ORIGINAL	**2 500**
TASA 1 : AUMENTO + 0.25	**625**
PRECIO AUMENTADO	**3215**
TASA 2 : DESCUENTO - 0.1	- **312.50**
PRECIO MODIFICADO	**2 812.50**

4. Determine la TEA para las condiciones siguientes, en las que se supone que se pierden los descuentos por pronto pago.

a) 1/10 neto de 30

TEA para el descuento 1/10 neto de 30

$$TEA = \left(1 + \frac{1}{99}\right)^{360/20} - 1 = 0.1983$$

b) 2/10 neto de 30

TEA para el descuento 2/10 neto de 30

$$TEA = \left(1 + \frac{2}{98}\right)^{360/20} - 1 = 0.4386$$

c) 3/10 neto de 30

TEA para el descuento 3/10 neto de 30

$$TEA = \left(1+\frac{3}{97}\right)^{360/20} - 1 = 0.7302$$

d) 10/30 neto de 60

TEA para el descuento 10/30 neto de 60

$$TEA = \left(1+\frac{10}{90}\right)^{360/30} - 1 = 2.541$$

e) 3/10 neto de 60

TEA para el descuento 3/10 neto de 60

$$TEA = \left(1+\frac{3}{97}\right)^{360/30} - 1 = 0.4412$$

5. Calcular el descuento comercial de un efecto de 6.570 € sabiendo que se descuenta el día 8 de Marzo y que vence el día 15 de Mayo, aplicando a la operación un tipo de interés del 9 % anual.

Solución

dc = N * n * i dc = 6.570 * 68/365 * 0,09 **dc = 110,16**

TEMA 4

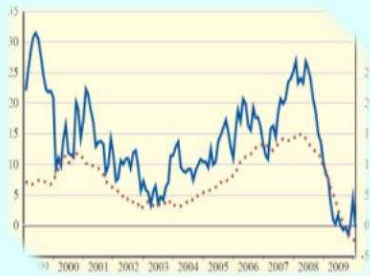
Anualidad

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO
telesup

Competencia:

Reconocer y evaluar las Anualidades.

Tema 04: Anualidades



Una anualidad es un flujo de caja en el que los flujos de dinero son uniformes (es decir, todos los flujos de dinero son iguales) y los movimientos de dinero ocurren a un intervalo regular. Los flujos de dinero de la anualidad son los pagos de la anualidad o simplemente pagos. El nombre de anualidad es utilizado como una generalización sobre el tema, no siempre son períodos anuales de pago. Algunos ejemplos de anualidades son:

1. Pagos mensuales por renta
2. Cobro quincenal o semanal por sueldo
3. Abonos quincenales o mensuales por pago de un préstamo.
4. Pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida, etc.

Flujo de una Anualidad

AÑOS	0	1	2	3	4	5
FC		500	500	500	500	500

No es una Anualidad

El flujo no es una anualidad porque al 4to año se interrumpen para reiniciarse al 5to.

AÑOS	0	1	2	3	4	5
FC		500	500	500		500

Cuando el flujo de caja es de una anualidad, el proceso de cálculo del valor actual y del valor futuro de un flujo de dinero se simplifica enormemente.

Las Anualidades son:

Vencidas: Las anualidades vencidas, ordinarias o pospagables son aquellas en las cuales los pagos son hechos a su vencimiento, es decir, al final de cada periodo.
Ejemplo, el pago de salarios a los empleados, el trabajo es primero, luego el pago.

Anticipadas: Las anualidades anticipadas o prepagables se efectúan al principio de cada periodo.
Las anualidades prepagables son el resultado de capitalizar un período el VA o VF las pospagables multiplicándolas por (1 + i). Es decir, utilizamos las mismas fórmulas del VA o VF de las anualidades pospagables, multiplicando el resultado por (1 + i).

Valor Actual de una Anualidad

El valor actual de una anualidad es igual a la suma de los valores actuales de los pagos de la anualidad. Esto puede calcularse a través de la siguiente ecuación:

, con esta fórmula obtenemos:

$$VA = c\left\langle \frac{(a+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right\rangle$$, entonces obtenemos:

$$C = VA\left\langle \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right\rangle$$

$$n = \frac{\log\left\langle 1 - \left\langle \frac{VA}{C} \right\rangle i \right\rangle}{\log\left\langle \frac{1}{1+i} \right\rangle}$$

Donde:

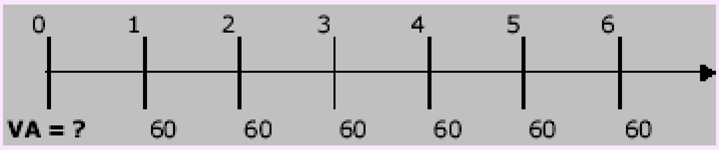
VA = Valor actual de la anualidad

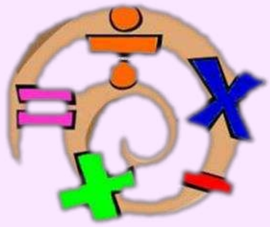
C = Pago de una anualidad

i = Interés o tasa de descuento

En las fórmulas de anualidades de VA y VF, la tasa de interés no puede ser despejada, por lo cual debe obtenerse por ensayo y error. Por esta razón en el presente libro, para obtener la tasa de interés utilizamos la función TASA cuando operamos con flujos uniformes y la función TIR cuando operamos con flujos variables.

Cuando estamos frente a un perfil de flujos iguales para cada período, es posible hacer una formulación que nos de el Valor Actual de los flujos de una sola vez obviando el cálculo del descuento flujo por flujo. De esta forma de cálculo son las Anualidades. Ejemplo:





Si usamos el método de descuento flujo por flujo y lo descontamos al 15% por período tendríamos los valores indicados en el cuadro y después lo comparamos con el método abreviado a través de la fórmula y la función VA:

Periodo n	Flujo VF	[12] $VA = \frac{VF}{(1+i)^n}$	Valor VA
1	60	$60/(1+0.15)^1$	52.17
2	60	$60/(1+0.15)^2$	45.37
3	60	$60/(1+0.15)^3$	39.45
4	60	$60/(1+0.15)^4$	34.31
5	60	$60/(1+0.15)^5$	29.83
6	60	$60/(1+0.15)^6$	25.94
		Valor Actual Neto (**VAN**)	227.07

Aplicando la fórmula [18] o la función VA

:

$$VA = 60\left\langle \frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15(1+0.15)^6} \right\rangle = UM \quad 227.07$$

Sintaxis

VA(tasa;nper;pago;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.15	6	-60			227.07

Como podemos observar, con los tres métodos obtenemos resultados iguales.

Ejemplo 1: (Calculando el VA de una Anualidad Pospagable)

Tenemos una anualidad de UM 500 anual, durante cinco años vencidos. Si la tasa de descuento es igual a 13%, ¿cuál es el VA de la anualidad?

Solución:

C = 500; n = 5; i = 0.13; VA = ?

Aplicando la fórmula (18) o la función VA, tenemos:

$$VA = 500\left\langle \frac{(1+0.13)^5 - 1}{0.13(1+0.15)^5} \right\rangle = UM \quad 1,758.62$$

Sintaxis

VA(tasa;nper;pago;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.13	5	-500			1,758.62

Respuesta:

El VA de los cinco pagos iguales es UM 1,758.62.

Ejemplo 2: (La Mejor Elección)

Usted gana la lotería. Cuando va a cobrar, los ejecutivos de la lotería le proponen lo siguiente: cobrar hoy UM 500,000 ó UM 3,000 mensuales durante los próximos 25 años. ¿Qué elige Ud.?

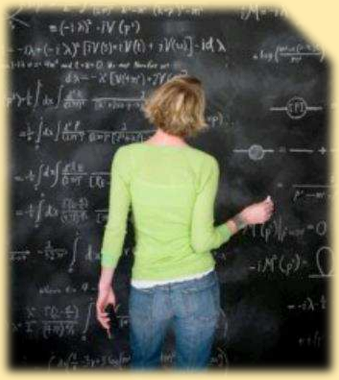
Solución:

VA = 500,000; i = ?

En este caso, primero determinamos la tasa de interés, que nos permita descontar las cuotas mensuales y compararlo con los UM 500,000 que recibiríamos el día de hoy. El dinero hoy vale más que en el futuro. Asumamos una inflación del 6% anual proyectada para los próximos 25 años. (i = 0.06/12 = 0.005)

i = 0.005; C = 3,000; n = (5*12) = 300; i = 0.005; VA = ?

Aplicamos la fórmula [18] o la función VA:



$$VA = 3000\left\langle \frac{(1+0.005)^{300}-1}{0.005(1+0.005)^{300}} \right\rangle = UM \quad 465,620.59$$

Sintaxis

VA(tasa;nper;pago;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.005	300	-3,000			465,620.59

Respuesta:

El VA de las 300 cuotas mensuales de UM 3,000 descontadas a la tasa de inflación del 6% anual es UM 465,620.59 inferior a los UM 500,000 que cobraríamos hoy, en consecuencia, nuestra decisión será cobrar la loterías hoy.

Ejemplo 3 (Calculando el VA de una Anualidad Prepagable)

El dueño de una MYPE contrae una deuda para saldarla en cinco pagos iguales de UM 26,913 al inicio de cada año, con una tasa de interés de 45.60% anual. Calcular el valor actual de esta obligación.

Solución:

C = 26,913; n = 5; i = 0.456 ; VA = ?

Aplicando el concepto de las anualidades prepagables en la fórmula (18) y la función VA multiplicamos el resultado de la fórmula por (1 + i) y la función a operamos con tipo = 1:

$$VA = 26,913\left\langle \frac{(1+0,456)^5 - 1}{0,456(1+0,456)^5} \right\rangle * (1+0,456) = 72,800\ UM$$

Respuesta:

El valor actual prepagable de ésta operación es UM 72,800, considera el pago anticipado de cada cuota anual.

Ejemplo 4 (Calculando el Incremento Anual)

En 1978 el franqueo de un sobre a Europa era de UM 10. En el 2003 colocar por correo la misma carta cuesta UM 70. ¿Que incremento anual en el franqueo de una carta experimentó durante este tiempo?

Solución: (n = 2003 - 1978)

C = 10; VA = 70; n = (2003 - 1978) = 25; i = ?

Aplicando la función TASA obtenemos:

Sintaxis

TASA(nper;pago;va;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
25	10	-70		0.1371

Respuesta:

El incremento anual es 13.71%

EJemplo 5 (Calculando la Tasa de Interés de una Anualidad)

Una inversión de UM 120,000 hoy, debe producir beneficios anuales por un valor de UM 45,000 durante 5 años. Calcular la tasa de rendimiento del proyecto.

Solución:

VA = 120,000; C = 45,000; n = 5; i = ?

Sintaxis

TASA(nper;pago;va;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
5	45,000	-120,000		0.2541

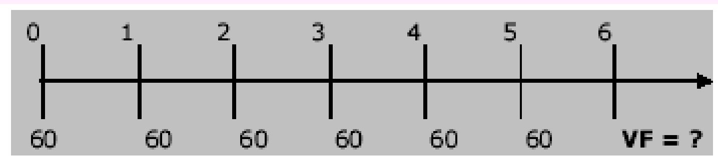
Respuesta:

La tasa anual de rendimiento del proyecto es 25.41%

Valor Futuro de una Anualidad

Al tratar el cálculo de las anualidades, determinábamos el valor de los flujos en valor actual o del momento cero. También es posible emplear esta misma formulación y plantear por ejemplo, cuánto tendré ahorrado en un momento futuro si depositara una determinada cantidad igual período a período, dada una cierta tasa de interés por período. Es decir, lo que estamos haciendo es constituir un fondo.

Anteriormente calculamos el valor actual de una serie de pagos futuros. Lo que ahora buscamos, como monto futuro, es una expresión que responda al siguiente perfil financiero:

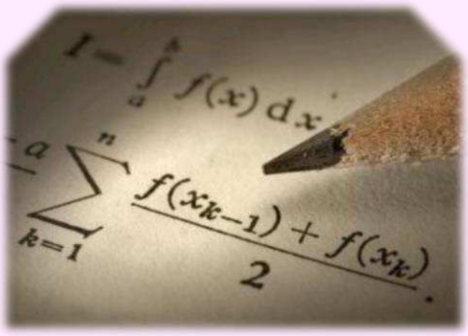


Partimos depositando una suma ahora y hacemos lo mismo con igual monto hasta el período n-1 y con la misma tasa de interés por cada período.

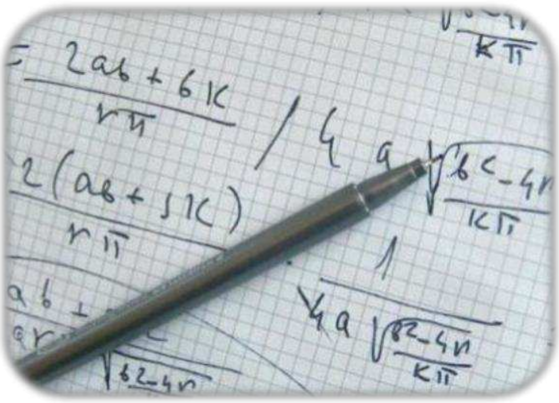
La fórmula del valor futuro de la anualidad y las derivadas de ella son:

$$VF = C\left\langle \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right\rangle \;,\quad C = VF\left\langle \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right\rangle \;,\quad n = \frac{\log\left\langle \left\langle \frac{VF}{C} * i \right\rangle + 1 \right\rangle}{\log(1+i)}$$

El valor, depende sólo de las variables tasa de interés «i», igual para cada período y el valor correspondiente al número de periodos «n», para flujos realizados a comienzo de cada uno de ellos.



Las anualidades tienen la característica que siendo un pago constante en el caso de amortizar una deuda los intereses pagados en los primeros periodos son mayores, destinándose el excedente al pago de amortización de capital, el cual aumenta gradualmente, el interés posterior deberá calcularse sobre un menor monto de capital por la disminución o amortización de éste.



Lecturas Recomendadas

- **DESCUENTO SIMPLE**

  www.matematicas-financieras.com/1-3-descuento-simple.html

- **DESCUENTO BANCARIO**

  http://www.plusformacion.com/Recursos/r/Ejercicios-matematica-financiera#descuentoc

Actividades y Ejercicios

Ingresa al link Descuentos y Anualidades lee atentamente las indicaciones, desarróllalo y envíalo por el mismo medio.

1. La empresa PRI S.A. compra a la empresa PAU S.A. mercancías por valor de 60.000 €. La operación con pago aplazado se documenta mediante una letra que vence dentro de tres meses. PAU S.A. ante la necesidad de liquidez decide acudir a su banco para descontar la letra cuando aun faltan 60 días para su vencimiento.

2. El Banco le cobrara un tipo de descuento del 10 % anual además de una comisión de un 4 por mil y 0,18 € de gastos de correo. ¿Cual es el líquido que recibe la empresa después de descontar la letra?

3. La empresa Alpha requiere conocer el importe que le abonara el banco republicano por el descuento racional compuesto de un pagare con valor nominal de 7000 um, que se realizara el 3 de noviembre y vencerá el 9 de enero del próximo año. En ese plazo se aplicaran como tasa de descuento las tasas i siguiente:

tasa	TEA=0.14	TEM=0.0158
A partir del	03/11	16/12

¿Cuál será el importe que le abonara el banco republicano a Alpha el 3 de noviembre?

4. Un pagare con valor nominal de 10000 um fue descontado cuando faltaban 6 mese para su vencimiento, con una TEM de 0.02, por este concepto, el importe de descuento fue 1120.29 um. Se requiere conocer el descuento que se efectúo durante cada uno de los periodos mensuales.

5. Una letra de cambio que tiene un valor nominal de 5000 um se descontó en el banco del oriente, cuando faltaban 90 días para su vencimiento. Se requiere conocer el importe del descuento racional compuesto que efectúo el banco del oriente al aplicar como tasa de descuento una TNA de 0.18 capitalizable mensualmente.

6. Una letra de cambio cuyo valor nominal es 3800 um y que tiene como fecha de vencimiento el 26 de febrero es descontada en el banco nacional el 18 de enero del mismo mes con una TNA de 0.24 capitalizable trimestralmente.se requiere calcular el importe del descuento racional compuesto que se efectúo al valor nominal de la letra de cambio.

Autoevaluación

1) **Una letra de cambio cuyo valor nominal es de $ 5 000 fue descontada en el Banco Americano, cuando faltaban 90 días para su vencimiento. Se requiere calcular el importe del descuento bancario simple que efectuó el Banco Americano con una tasa anticipada nominal de 0,015 mensual.**

   a. 215
   b. 255
   c. 235
   d. 245
   e. 280

2) **Una letra de cambio cuyo valor nominal es de $ 20 000 fue girada el 1 de Abril y descontada el 7 del mismo mes por el Banco Comercial, con una tasa anticipada efectiva de 0,18 anual, tiene como fecha de vencimiento el 6 de Julio del mismo año. Calcular el importe del descuento bancario compuesto.**
   a. 968.04
   b. 950
   c. 1002
   d. 568
   e. 600

3) **Un electro doméstico tiene un precio de venta de $ 800. Calcule el precio rebajado después que se otorgó un descuento comercial de 10%.**
   a. 720
   b. 725
   c. 730
   d. 750
   e. 900

4) **Se requiere calcular el descuento bancario compuesto que debe efectuarse a un pagare que tienen un valor nominal de 5000 um, vence el 30 de setiembre y será descontado por el banco norte el 2 de julio del mismo año. En la fecha del descuento la tasa anticipada efectiva fue 0.24 anual, la cual cambiara a 0.22 a partir del 15 de julio y a 0.2 a partir del 16 de setiembre del mismo año; esta tasa anticipada efectiva anual se mantendrá hasta el vencimiento del plazo del descuento**.
   a. 300
   b. 350
   c. 300,91
   d. 400
   e. 500

5) **Hallar el descuento racional que corresponderá a un efecto de 5.000 € que se va a descontar el día de hoy sabiendo que faltan 30 días para su vencimiento y que se aplica un tipo de interés del 4 % semestral.**
   a. 31
   b. 32.87
   c. 35
   d. 43
   e. 51

Resumen

UNIDAD DE APRENDIZAJE IV:

Descuentos y Anualidades

DESCUENTO RACIONAL:

$$D = S\left[1-\frac{1}{1+in}\right] \qquad (*)$$

D = Descuento
P = Valor presente del título-valor en el descuento racional, y valor líquido en el descuento bancario.
S = Valor nominal del título–valor, valor futuro
n = Períodos de tiempo que faltan para el vencimiento del título-valor
i = Tasa de interés por período de tiempo aplicable sobre P
d = Tasa de descuento por período de tiempo aplicable sobre S

Descento racional compuesto:

$D = S\,[1 - (1 + i)^{-n}]$

DESCUENTO BANCARIO

Constituye el interès calculado sobre el valor nominal o valor futuro (s) de un título-valor, importe a deducir del monto del documento para encontrar su valor líquido, el cual va a representar el verdadero importe financiado. La tasa de interès aplicada es conocida como tasa adelantada o tasa de descuento "d" , la cual se diferencia de la tasa vencida " i " en que ésta se aplica sobre P, y aquella sobre S, lo que origina un importe líquido menor al valor presente del documento.

Descuento bancario simple: D = S*d*n

Descuento bancario compuesto: $D = S(\,1- (1 - d\,)^{n}\,)$

DESCUENTO COMERCIAL.-Es el resultado de aplicar por una sola vez una determinada tasa sobre el precio de venta de un determinado artículo. Dc= (PV).d , PR = PV(1 – d)

DESCUENTO COMERCIAL SUCESIVO.- Cuando se aplican diferentes tasas sucesivas de descuento comercial, el primero sobre el precio original de venta y los siguientes sobre los precios ya rebajados, entonces se tienen descuentos sucesivos.

$Dc = PV\,[\,1 - (1-d_1)\,(1- d_2)\,(1-d_3)\ldots\ldots.(1-d_n)\,]$

ANUALIDADES

$$VA = c\left\langle\frac{(a+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right\rangle,\ \text{entonces}\quad C = VA\left\langle\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right\rangle,\quad n=\frac{\log\left\langle 1-\left\langle\frac{VA}{C}\right\rangle i\right\rangle}{\log\left\langle\frac{1}{1+i}\right\rangle}$$

Donde: VA = Valor actual de la anualidad , C = Pago de una anualidad
i = Interés o tasa de descuento

- **BALANZA CAMBIARIA:** Instrumento de descripción a corto plazo del sector externo. Se puede definir como el registro de las transacciones del Banco de la República con los activos de reservas internacionales, y otros pasivos y activos externos de corto y mediano plazo. Puesto que estos valores constituyen la disponibilidad de liquidez en moneda extranjera del banco central, puede decirse también que la balanza cambiaria es la contabilidad de caja en moneda extranjera de dichas institución.

- **BALANZA COMERCIAL:** Parte de la Balanza de Pagos que registra sólo las transacciones de bienes de un país con el resto del mundo durante un periodo determinado.

- **CAPITAL CIRCULANTE (WORKING CAPITAL):** Diferencia entre el activo y el pasivo circulante de una sociedad.

- **COMPRAVENTA (BUY, PURCHASE):** Contrato por el cual una parte (vendedor) se obliga a entregar a la otra parte (comprador) una cosa y transmitirle su dominio, y el adquiriente a su vez obliga a pagar cierto precio en dinero.

- **DEBITAR (TO DEBIT):** Anotar en el debe de una cuenta.

- **DÉBITO (DEBIT, DEBT):** Partida que se asienta en el "debe" de una cuenta y también, en sentido genérico, su conjunto. Deuda. En contabilidad implica cualquier cantidad que al asentarse o registrarse incrementa el saldo de un pasivo o decrementa el saldo de un activo.

- **DEUDA (DEBT):** Cantidad de dinero o bienes que una persona, empresa o país debe a otra y que constituyen obligaciones que se deben saldar en un plazo determinado. Por su origen la deuda puede clasificarse en interna y externa; en tanto que por su destino puede ser pública o privada.

- **DEUDA A CORTO PLAZO (SHORT TERM DEBT):** Obligaciones de pago con vencimiento inferior al año.

- **DEUDA AMORTIZABLE O REEMBOLSABLE (AMORTIZABLE DEBT):** Una deuda será amortizable o redimible cuando a determinada fecha tenga que pagarse totalmente el capital.

- **DEUDA PUBLICA (PUBLIC LOAN, DEBT):** Deuda emitida por los orgnanismos estatales. Suma de las obligaciones insolutas del sector público, derivadas de la celebración de empréstitos, internos y externos, sobre el crédito del Estado.

Fuentes de Información

BIBLIOGRÁFICAS:

- ANDIA VALENCIA, Walter Manual de Matemática Financiera y Evaluación de Proyectos Segunda edición 2007
- CALDERON ALIAGA, Carlos;ALIAGA VALDEZ, Carlos Matemática Financiera : Interés y Descuento Primera edición 2006
- BONILLA MUSOLES, María;IVARS SCOTELL , Antonia ;MOYA CLEMENTE, Ismael Matemática de las Operaciones Financieras Segunda edición 2006
- QUISPE QUIROZ, Ubaldo Manual de Matemática Financiera Segunda edición 2002

ELECTRONICAS:

- **Razones y proporciones**

  http://sipan.inictel.gob.pe/internet/av/razopro.htm

- **Razones y proporciones, regla de tres simple**

  http://platea.pntic.mec.es/anunezca/ayudas/magnitudes/magnitudes_proporcionales.htm

- **Magnitudes proporcionales**

  http://iesdefuentesauco.centros.educa.jcyl.es/sitio/upload/07_Tema_7_1.pdf

- **Regla de Tres Compuesta**

  http://www.escolar.com/matem/17recompu.htm

VIDEOS

- **Interés Simple**

  http://www.youtube.com/watch?v=nfgM0YdjJPY

- **Regla de Tres Simple**

  http://www.youtube.com/watch?v=5ESXj612mTA&feature=related