

# APLICACIÓN DE LAS LEYES DE NEWTON

## METAS DE APRENDIZAJE

**Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:**

- Cómo usar la primera ley de Newton para resolver problemas donde intervienen fuerzas que actúan sobre un cuerpo en equilibrio.
- Cómo usar la segunda ley de Newton para resolver problemas donde intervienen fuerzas que actúan sobre un cuerpo en aceleración.
- La naturaleza de los diferentes tipos de fuerzas de fricción: fricción estática, fricción cinética, fricción de rodamiento y resistencia de fluidos; y cómo resolver problemas relacionados con tales fuerzas.
- Cómo resolver problemas donde intervienen fuerzas que actúan sobre un cuerpo que se mueve en una trayectoria circular.
- Las propiedades clave de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza.

? Suponga que el ave que vuela entra en una corriente de aire que asciende con rapidez constante. En esta situación, ¿qué tiene mayor magnitud: la fuerza de gravedad o la fuerza ascendente del aire sobre el ave?



En el capítulo 4 vimos que las tres leyes de Newton del movimiento, cimientos de la mecánica clásica, tienen un planteamiento muy sencillo; no obstante, su aplicación a situaciones como un velero para hielo que se desliza sobre un lago congelado, un trineo que se lleva colina abajo o un avión que efectúa una vuelta cerrada requiere capacidad analítica y técnica. En este capítulo ampliaremos las destrezas para resolver problemas que el lector comenzó a desarrollar en el capítulo anterior.

Comenzaremos con problemas de equilibrio, donde un cuerpo está en reposo o se mueve con velocidad constante. Luego generalizaremos nuestras técnicas de resolución de problemas a cuerpos que no están en equilibrio, para lo que necesitaremos examinar con precisión las relaciones entre fuerzas y movimiento. Aprenderemos a describir y analizar la fuerza de contacto que actúa sobre un cuerpo que descansa o se desliza en una superficie. Por último, estudiaremos el caso importante del movimiento circular uniforme, en el que un cuerpo se mueve en una trayectoria circular con rapidez constante.

En todas estas situaciones interviene el concepto de fuerza, que usaremos en todo nuestro estudio de la física. Cerraremos el capítulo con una mirada a la naturaleza fundamental de la fuerza y las clases de fuerzas que hay en nuestro Universo físico.

## 5.1 Empleo de la primera ley de Newton: Partículas en equilibrio

En el capítulo 4 aprendimos que un cuerpo está en *equilibrio* si está en reposo o se mueve con velocidad constante en un marco de referencia inercial. Una lámpara colgante, un puente colgante y un avión que vuela en línea recta a altitud y rapidez constantes son ejemplos de situaciones de equilibrio. Aquí sólo consideraremos el equilibrio de un cuerpo que puede modelarse como partícula. (En el capítulo 11 veremos los principios adicionales que necesitaremos aplicar, cuando esto no sea posible.) El principio físico fundamental es la primera ley de Newton: si una partícula está en

repose o se mueve con velocidad constante en un marco de referencia inercial, la fuerza neta que actúa sobre ella —es decir, la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre ella— debe ser cero:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad (\text{partícula en equilibrio, forma vectorial}) \quad (5.1)$$

Normalmente usaremos esta ecuación en forma de componentes:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad (\text{partícula en equilibrio, forma de componentes}) \quad (5.2)$$

Esta sección trata sobre el uso de la primera ley de Newton para resolver problemas de cuerpos en equilibrio. Quizás algunos de los problemas parezcan complicados; no obstante, lo importante es recordar que *todos* los problemas que implican partículas en equilibrio se resuelven igual. La estrategia siguiente detalla los pasos a seguir. Estudie detenidamente la estrategia, vea cómo se aplica en los ejemplos y trate de aplicarla al resolver problemas de tarea.



## Estrategia para resolver problemas 5.1

## Primera ley de Newton: Equilibrio de una partícula



**IDENTIFICAR** *los conceptos importantes:* Es preciso usar la primera ley de Newton con cualquier problema que implique fuerzas que actúan sobre un cuerpo en equilibrio, es decir, que esté en reposo o en movimiento con velocidad constante. Por ejemplo, un automóvil está en equilibrio cuando está estacionado; pero también cuando viaja por una carretera recta con rapidez constante.

Si en el problema intervienen dos o más cuerpos, y los cuerpos interactúan, también será preciso usar la *tercera* ley de Newton, la cual nos permite relacionar la fuerza que un cuerpo ejerce sobre otro, es decir, la que el segundo cuerpo ejerce sobre el primero.

Asegúrese de identificar la(s) incógnita(s). En los problemas de equilibrio, las incógnitas suelen ser la magnitud de una de las fuerzas, las componentes de una fuerza o la dirección (ángulo) de una fuerza.

**PLANTEAR** *el problema* con los pasos siguientes:

- Haga un dibujo sencillo de la situación física, con dimensiones y ángulos. ¡No tiene que ser una obra de arte!
- Para cada cuerpo en equilibrio, dibuje un diagrama de cuerpo libre. Por ahora, consideramos el cuerpo como partícula, así que representelo con un punto grueso. *No* incluya en el diagrama los otros cuerpos que interactúan con él, como la superficie donde descansa o una cuerda que tira de él.
- Pregúntese ahora qué interactúa con el cuerpo tocándolo o de alguna otra forma. En el diagrama de cuerpo libre, dibuje un vector de fuerza para cada interacción y rotule cada fuerza con un símbolo que represente su *magnitud*. Si conoce el ángulo de la fuerza, dibújelo con exactitud y rotúlelo. Incluya el peso del cuerpo, excepto si su masa (y por ende su peso) es insignificante. Si se da la masa, use  $w = mg$  para obtener el peso. Una superficie en contacto con el cuerpo ejerce una fuerza normal perpendicular a la superficie y tal vez una fuerza de fricción paralela a la superficie. Una cuerda o cadena no puede empujar un cuerpo, sólo tirar de él en la dirección de su longitud.
- En el diagrama de cuerpo libre *no* muestre las fuerzas que el cuerpo en cuestión ejerce sobre otro cuerpo. Las sumas de las ecuaciones

(5.1) y (5.2) sólo incluyen fuerzas que actúan *sobre* el cuerpo en cuestión. Para cada fuerza sobre el cuerpo, pregúntese “¿Qué otro cuerpo causa esa fuerza?” Si no puede contestar, tal vez esté imaginando una fuerza inexistente.

- Elija sus ejes de coordenadas e inclúyalas en su diagrama de cuerpo libre. (Si hay más de un cuerpo en el problema, es preciso elegir ejes por separado para cada cuerpo.) Rotule la dirección positiva de cada eje. Por ejemplo, si un cuerpo descansa o se desliza sobre una superficie plana, suele ser más sencillo tomar ejes en las direcciones paralela y perpendicular a ella, aun si está inclinada.

**EJECUTAR** *la solución* como sigue:

- Obtenga las componentes de cada fuerza a lo largo de cada uno de los ejes de coordenadas del cuerpo. Marque con una línea ondulada cada vector que se haya sustituido por sus componentes, para no contarlos dos veces. Tenga presente que, aunque la *magnitud* de una fuerza siempre es positiva, la *componente* de una fuerza en una dirección dada puede ser positiva o negativa.
- Igualé a cero la suma algebraica de las componentes  $x$  de las fuerzas. En otra ecuación, haga lo mismo con las componentes  $y$ . (*Nunca* sume componentes  $x$  y  $y$  en una sola ecuación.)
- Si hay dos o más cuerpos, repita los pasos anteriores para cada uno. Si los cuerpos interactúan, use la tercera ley de Newton para relacionar las fuerzas que ejercen entre sí.
- Asegúrese de tener la misma cantidad de ecuaciones independientes y de incógnitas. Despeje las ecuaciones para obtener la expresión algebraica de las incógnitas.

**EVALUAR** *la respuesta:* Verifique que sus resultados sean congruentes. Si la solución es una expresión simbólica o algebraica, trate de encontrar casos especiales (valores específicos o casos extremos) con los que pueda hacer una estimación rápida. Verifique que su fórmula funciona en tales casos.

### Ejemplo 5.1

## Equilibrio unidimensional: Tensión en una cuerda sin masa

Una gimnasta de masa  $m_G = 50.0 \text{ kg}$  se cuelga del extremo inferior de una cuerda colgante. El extremo superior está fijo al techo de un gimnasio. ¿Cuánto pesa la gimnasta? ¿Qué fuerza (magnitud y dirección) ejerce la cuerda sobre ella? ¿Qué tensión hay en la parte superior de la cuerda? Suponga que la masa de la cuerda es despreciable.

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** La gimnasta y la cuerda están en equilibrio, así que podemos aplicar la primera ley de Newton a ambos cuerpos. La gimnasta y la cuerda ejercen fuerzas entre sí, es decir, interactúan, así que también usaremos la tercera ley de Newton para relacionar tales fuerzas. Las incógnitas son el peso de la gimnasta,  $w_G$ , la fuerza que la cuerda ejerce sobre la gimnasta (llamémosla  $T_{R \text{ sobre } G}$ ) y la tensión que el techo ejerce sobre la parte superior de la cuerda (llamémosla  $T_{C \text{ sobre } R}$ ).

**PLANTEAR:** Dibujaremos diagramas de cuerpo libre individuales para la gimnasta (figura 5.1b) y la cuerda (figura 5.1c). Tomaremos el eje  $+y$  hacia arriba, como se muestra. Todas las fuerzas actúan verticalmente, así que sólo tienen componente en  $y$ .

Las dos fuerzas  $T_{R \text{ sobre } G}$  y  $T_{G \text{ sobre } R}$  son la fuerza hacia arriba de la cuerda sobre la gimnasta (en la figura 5.1b) y la fuerza hacia abajo de la gimnasta sobre la cuerda (en la figura 5.1c) respectivamente. Estas fuerzas forman un par acción-reacción, así que deben tener la misma magnitud.

Vemos también que el peso de la gimnasta  $w_G$  es la fuerza de atracción (hacia abajo) que la *Tierra* ejerce sobre la *gimnasta*. Su fuerza de reacción es la fuerza de atracción igual y opuesta (hacia arriba) que la

*gimnasta* ejerce sobre la *Tierra*. Esta fuerza actúa sobre la Tierra, no sobre la gimnasta, por lo que no aparece en su diagrama de cuerpo libre (figura 5.1b). Compare esto con el caso de la manzana en el ejemplo conceptual 4.9 (sección 4.5). Asimismo, la fuerza que la cuerda ejerce sobre el techo no aparece en la figura 5.1c.

**EJECUTAR:** La magnitud del peso de la gimnasta es el producto de su masa y la aceleración debida a la gravedad,  $g$ :

$$w_G = m_G g = (50.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 490 \text{ N}$$

Esta fuerza apunta en la dirección  $-y$ , así que su componente en esa dirección es  $-w_G$ . La fuerza hacia arriba que la cuerda ejerce sobre la gimnasta tiene magnitud desconocida  $T_{R \text{ sobre } G}$  y una componente  $y$  positiva  $+T_{R \text{ sobre } G}$ . Dado que la gimnasta está en equilibrio, la suma de las componentes  $y$  de fuerza que actúan sobre ella debe ser cero:

$$\begin{aligned} \text{Gimnasta: } \sum F_y &= T_{R \text{ sobre } G} + (-w_G) = 0 \quad \text{así que} \\ T_{R \text{ sobre } G} &= w_G = 490 \text{ N} \end{aligned}$$

La cuerda tira de la gimnasta *hacia arriba* con una fuerza  $T_{R \text{ sobre } G}$  de magnitud 490 N. Por la tercera ley de Newton, la gimnasta tira de la cuerda *hacia abajo* con una fuerza de la misma magnitud,  $T_{G \text{ sobre } R} = 490 \text{ N}$ .

La cuerda también está en equilibrio. Hemos supuesto que no tiene peso, así que la fuerza hacia arriba de magnitud  $T_{C \text{ sobre } R}$  que el techo ejerce sobre su extremo superior deberá hacer que la fuerza vertical *net*a que actúa sobre la cuerda sea igual a cero. Expresado como ecuación:

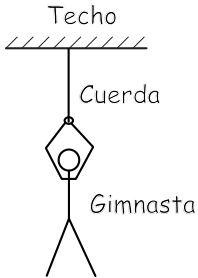
$$\begin{aligned} \text{Cuerda: } \sum F_y &= T_{C \text{ sobre } R} + (-T_{G \text{ sobre } R}) = 0 \quad \text{así que} \\ T_{C \text{ sobre } R} &= T_{G \text{ sobre } R} = 490 \text{ N} \end{aligned}$$

**EVALUAR:** La *tensión* en cualquier punto de la cuerda es la fuerza que actúa en ese punto. En el caso de esta cuerda sin peso, la tensión  $T_{G \text{ sobre } R}$  en el extremo inferior tiene el mismo valor que la tensión  $T_{C \text{ sobre } R}$  en el extremo superior. De hecho, en una cuerda ideal sin peso, la tensión tiene el mismo valor en todos los puntos de la cuerda. (Compare esto con lo dicho en el ejemplo conceptual 4.10 de la sección 4.5.)

Observe que definimos tensión como la *magnitud* de una fuerza, así que siempre es positiva. En cambio, la componente  $y$  de la fuerza que actúa sobre la cuerda en su extremo inferior es  $-T_{G \text{ sobre } R} = -490 \text{ N}$ .

### 5.1 Nuestros esquemas para este problema.

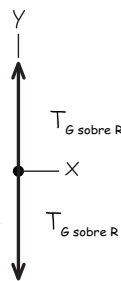
a) La situación



b) Diagrama de cuerpo libre de la gimnasta



c) Diagrama de cuerpo libre de la cuerda



### Ejemplo 5.2

## Equilibrio unidimensional: Tensión en una cuerda con masa

Suponga que en el ejemplo 5.1, el peso de la cuerda no es despreciable, sino de 120 N. Calcule la tensión en cada extremo de la cuerda.

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Al igual que en el ejemplo anterior, las incógnitas son las magnitudes  $T_{G \text{ sobre } R}$  y  $T_{C \text{ sobre } R}$  de las fuerzas que actúan sobre la parte inferior y superior de la cuerda, respectivamente. De nuevo, aplicaremos la primera ley de Newton a la gimnasta y la cuerda, y usaremos la tercera ley de Newton para relacionar las fuerzas que la gimnasta y la cuerda ejercen una sobre la otra.

**PLANTEAR:** Una vez más, dibujamos diagramas de cuerpo libre individuales para la gimnasta (figura 5.2a) y para la cuerda (figura 5.2b). La única diferencia con respecto a los diagramas del ejemplo 5.1 es que ahora *tres* fuerzas actúan sobre la cuerda: la fuerza hacia abajo

ejercida por la gimnasta ( $T_{G \text{ sobre } R}$ ), la fuerza hacia arriba ejercida por el techo ( $T_{C \text{ sobre } R}$ ) y el peso de la cuerda con magnitud  $w_R = 120 \text{ N}$ .

**EJECUTAR:** El diagrama de cuerpo libre de la gimnasta es el mismo del ejemplo 5.1, así que su condición de equilibrio tampoco ha cambiado. Por la tercera ley de Newton,  $T_{R \text{ sobre } G} = T_{G \text{ sobre } R}$ , y tenemos

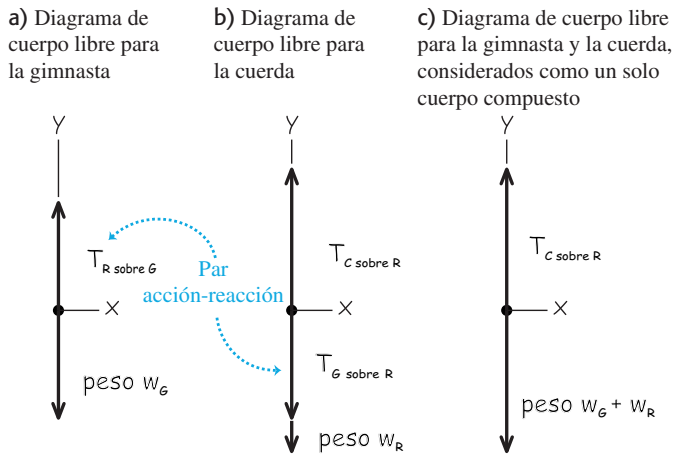
$$\begin{aligned} \text{Gimnasta: } \sum F_y &= T_{R \text{ sobre } G} + (-w_G) = 0 \quad \text{así que} \\ T_{R \text{ sobre } G} &= T_{G \text{ sobre } R} = w_G = 490 \text{ N} \end{aligned}$$

La condición de equilibrio  $\sum F_y = 0$  para la cuerda es

$$\text{Cuerda: } \sum F_y = T_{C \text{ sobre } R} + (-T_{G \text{ sobre } R}) + (-w_R) = 0$$

Observe que la componente  $y$  de  $T_{C \text{ sobre } R}$  es positiva porque apunta en la dirección  $+y$ , pero las componentes  $y$  tanto de  $T_{G \text{ sobre } R}$  como de  $w_R$

**5.2** Nuestros esquemas para este problema, incluyendo el peso de la cuerda.



son negativas. Después de despejar  $T_{C \text{ sobre } R}$  y sustituir los valores  $T_{G \text{ sobre } R} = T_{R \text{ sobre } G} = 490 \text{ N}$  y  $w_R = 120 \text{ N}$ , tenemos

$$T_{C \text{ sobre } R} = T_{G \text{ sobre } R} + w_R = 490 \text{ N} + 120 \text{ N} = 610 \text{ N}$$

**EVALUAR:** Cuando incluimos el peso de la cuerda, vemos que la tensión es *diferente* en los dos extremos de la cuerda. La fuerza  $T_{C \text{ sobre } R}$  que el techo ejerce debe sostener tanto el peso de 490 N de la gimnasta como el peso de 120 N de la cuerda, así que  $T_{C \text{ sobre } R} = 610 \text{ N}$ .

Para ver esto de forma más explícita, dibuje un diagrama de cuerpo libre para un cuerpo compuesto que consiste en la gimnasta y la cuerda consideradas como unidad (figura 5.2c). Sólo actúan dos fuerzas externas sobre este cuerpo compuesto: la fuerza  $T_{C \text{ sobre } R}$  ejercida por el techo y el peso total  $w_G + w_R = 490 \text{ N} + 120 \text{ N} = 610 \text{ N}$ . (Las fuerzas  $T_{G \text{ sobre } R}$  y  $T_{R \text{ sobre } G}$  son *internas* en lo que al cuerpo compuesto respecta. Dado que en la primera ley de Newton sólo intervienen fuerzas *externas*, las fuerzas internas no se toman en cuenta.) Por lo tanto, la primera ley de Newton aplicada al cuerpo compuesto es

$$\text{Cuerpo compuesto: } \sum F_y = T_{C \text{ sobre } R} + [-(w_G + w_R)] = 0$$

así que  $T_{C \text{ sobre } R} = w_G + w_R = 610 \text{ N}$ .

Este método de tratar a la gimnasta y la cuerda como cuerpo compuesto parece mucho más sencillo, y quizá el lector se pregunte por qué no lo usamos desde el principio. La respuesta es que, con ese método, no podíamos obtener la tensión  $T_{G \text{ sobre } R}$  en el extremo inferior de la cuerda. La moraleja es: *si hay dos o más cuerpos en un problema en el que intervienen las leyes de Newton, lo más seguro es tratar a cada cuerpo individualmente.*

### Ejemplo 5.3 Equilibrio bidimensional

En la figura 5.3a, un motor de peso  $w$  cuelga de una cadena unida mediante un anillo  $O$  a otras dos cadenas, una sujeta al techo y la otra a la pared. Calcule las tensiones en las tres cadenas en términos de  $w$ . Los pesos de las cadenas y el anillo son despreciables.

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Las incógnitas son las tensiones  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$  en las tres cadenas (figura 5.3a). En este ejemplo, parecería extraño despreciar el peso de las cadenas y del anillo, si en el ejemplo 5.2 *no* despreciamos el peso de una simple cuerda. La razón es que el peso de las cadenas o del anillo es muy pequeño en comparación con el del motor. En cambio, en el ejemplo 5.2 el peso de la cuerda era una fracción apreciable del peso de la gimnasta (120 N comparados con 490 N).

Todos los cuerpos del ejemplo están en equilibrio, así que usaremos la primera ley de Newton para determinar  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$ . Necesitamos tres ecuaciones simultáneas, una para cada incógnita. Sin em-

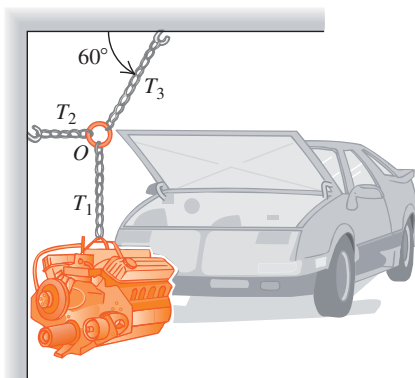
bargo, la aplicación de la primera ley de Newton a un solo cuerpo sólo nos da *dos* ecuaciones, como en la ecuación (5.2). Por lo tanto, para resolver el problema, será preciso considerar más de un cuerpo en equilibrio. Examinaremos el motor (sobre el que actúa  $T_1$ ) y el anillo (que está unido a las tres cadenas, así que sobre él actúan las tres tensiones).

**PLANTEAR:** Las figuras 5.3b y 5.3c son diagramas de cuerpo libre, incluyendo un sistema de coordenadas  $x$ - $y$ , para el motor y el anillo, respectivamente.

Las dos fuerzas que actúan sobre el motor son su peso  $w$  y la fuerza hacia arriba  $T_1$  ejercida por la cadena vertical; las tres fuerzas que actúan sobre el anillo son las tensiones de la cadena vertical ( $T_1$ ), la cadena horizontal ( $T_2$ ) y la cadena inclinada ( $T_3$ ). Puesto que la cadena vertical tiene peso despreciable, ejerce fuerzas de la misma magnitud  $T_1$  en ambos extremos: hacia arriba sobre el motor en la figura 5.3b y

**5.3** a) La situación. b) y c) son nuestros diagramas.

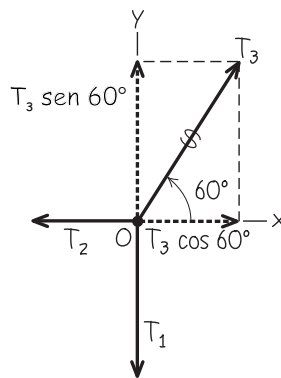
a) Motor, cadenas y anillo



b) Diagrama de cuerpo libre para el motor



c) Diagrama de cuerpo libre para el anillo O



continúa



hacia abajo sobre el anillo en la figura 5.3c. Si el peso no fuera despreciable, estas dos fuerzas tendrían diferente magnitud, como fue el caso de la cuerda en el ejemplo 5.2. Recuerde que también estamos despreciando el peso del anillo, así que no lo incluimos en las fuerzas de la figura 5.3c.

**EJECUTAR:** Las fuerzas que actúan sobre el motor están únicamente sobre el eje  $y$ ; entonces, por la primera ley de Newton,

$$\text{Motor: } \sum F_y = T_1 + (-w) = 0 \quad y \quad T_1 = w$$

Las cadenas horizontal e inclinada no ejercen fuerzas sobre el motor, porque no están unidas a él; aunque sí aparecen en la aplicación de la primera ley de Newton sobre el anillo.

En el diagrama de cuerpo libre para el anillo (figura 5.3c), recuerde que  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$  son las *magnitudes* de las fuerzas. Primero descomponemos la fuerza con magnitud  $T_3$  en sus componentes  $x$  y  $y$ . El anillo está en equilibrio, así que escribimos ecuaciones individuales donde se establece que las componentes  $x$  y  $y$  de la fuerza neta sobre el anillo es cero. (Recuerde que en la estrategia para resolver problemas 5.1 vimos que *nunca* deben sumarse componentes  $x$  y  $y$  en una misma ecuación.) Obtenemos

$$\text{Anillo: } \sum F_x = T_3 \cos 60^\circ + (-T_2) = 0$$

$$\text{Anillo: } \sum F_y = T_3 \sin 60^\circ + (-T_1) = 0$$

Puesto que  $T_1 = w$  (de la ecuación para el motor), escribimos la segunda ecuación del anillo como

$$T_3 = \frac{T_1}{\sin 60^\circ} = \frac{w}{\sin 60^\circ} = 1.155w$$

Ahora podemos usar este resultado en la primera ecuación del anillo:

$$T_2 = T_3 \cos 60^\circ = w \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} = 0.577w$$

Así, podemos expresar las tres tensiones como múltiplos del peso  $w$  del motor, que supuestamente se conoce. En síntesis,

$$T_1 = w$$

$$T_2 = 0.577w$$

$$T_3 = 1.155w$$

**EVALUAR:** Nuestros resultados muestran que la cadena que sujeta al techo ejerce una fuerza sobre el anillo de magnitud  $T_3$ , que es *mayor* que el peso del motor. Si le parece raro, observe que la componente vertical de esta fuerza es igual a  $T_1$ , que a la vez es igual a  $w$ , pero como además la fuerza tiene una componente horizontal, su magnitud  $T_3$  debe ser algo mayor que  $w$ . Por lo tanto, la cadena que sujeta al techo es la que está sometida a mayor tensión y es la más susceptible de romperse.

Quizás a primera vista usted haya pensado que el cuerpo más importante en este problema era el motor. Sin embargo, para tener suficientes ecuaciones, también fue necesario considerar las fuerzas que actúan sobre un segundo cuerpo (en este caso, el anillo que une las cadenas). Las situaciones de este tipo son muy comunes en problemas de equilibrio, así que tenga presente esta técnica.

## Ejemplo 5.4 Un plano inclinado

Un automóvil de peso  $w$  descansa sobre los rieles inclinados de una rampa que conduce a un remolque (figura 5.4a). Sólo un cable conectado al auto y a la armazón del remolque evita que el auto baje la rampa. (Los frenos y la transmisión del auto están desactivados.) Calcule la tensión en el cable y la fuerza con que los rieles empujan los neumáticos.

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** El automóvil está en equilibrio, así que usaremos otra vez la primera ley de Newton. La rampa ejerce cuatro fuerzas sobre el auto, una en cada neumático. Por sencillez, juntaremos todas estas fuerzas en una sola. Otra simplificación es que hay muy poca fricción sobre el auto, de manera que despreciaremos la componente

de esta fuerza que actúa *paralela* a los rieles (véase la figura 4.2b). (Volveremos a la fuerza de fricción en la sección 5.3) Por lo tanto, podemos decir que la rampa sólo ejerce una fuerza sobre el auto que es *perpendicular* a los rieles. Esta fuerza aparece porque los átomos de la superficie de los rieles se resisten a que los átomos de los neumáticos penetren entre ellos. Al igual que en la sección 4.1, llamaremos a esta fuerza “fuerza normal” (véase la figura 4.2a). Las dos incógnitas son la magnitud  $n$  de la fuerza normal y la magnitud  $T$  de la tensión en el cable.

**PLANTEAR:** La figura 5.4b muestra un diagrama de cuerpo libre para el auto. Las tres fuerzas que actúan sobre el auto son su peso (magnitud  $w$ ), la tensión del cable (magnitud  $T$ ) y la fuerza normal (magnitud  $n$ ). Esta última actúa hacia arriba y hacia la izquierda porque está evitando que el auto penetre en los rieles sólidos.

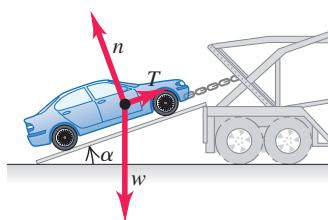
Tomamos los ejes de coordenadas  $x$  y  $y$  paralelos y perpendiculares a la rampa, como se muestra. Esto facilita el análisis del problema porque así sólo la fuerza del peso tiene componentes tanto en  $x$  como en  $y$ . Si eligiéramos ejes horizontal y vertical, nuestra tarea sería más difícil porque tendríamos que descomponer *dos* fuerzas (la normal y la tensión).

Observe que el ángulo  $\alpha$  entre la rampa y la horizontal es igual al ángulo  $\alpha$  entre el vector de peso  $\vec{w}$  y el eje de la normal al plano de la rampa.

**EJECUTAR:** Para escribir las componentes  $x$  y  $y$  de la primera ley de Newton, necesitamos obtener las componentes del peso. Una complicación es que el ángulo  $\alpha$  en la figura 5.4b *no* se mide del eje  $+x$  al eje  $+y$ , así que *no podemos* usar las ecuaciones (1.6) directamente para obtener las componentes. (Quizás usted desee repasar la sección 1.8, pues este punto es importante.)

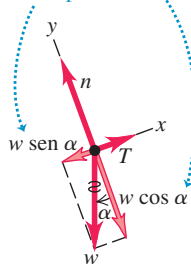
### 5.4 Un cable sostiene un automóvil en reposo sobre una rampa.

a) Auto sobre rampa



b) Diagrama de cuerpo libre del auto

Remplazamos el peso por sus componentes.



Una estrategia para obtener las componentes de  $\vec{w}$  es considerar los triángulos rectángulos de la figura 5.4b. El seno de  $\alpha$  es la magnitud de la componente  $x$  de  $\vec{w}$  (esto es, el cateto opuesto al ángulo  $\alpha$  del triángulo) dividida entre la magnitud  $w$  (la hipotenusa). Asimismo, el coseno de  $\alpha$  es la magnitud de la componente  $y$  (el cateto adyacente al ángulo  $\alpha$  del triángulo) dividida entre  $w$ . Ambas componentes son negativas, así que  $w_x = -w \sin \alpha$  y  $w_y = -w \cos \alpha$ .

Otra estrategia sería reconocer que en una componente de  $\vec{w}$  debe intervenir el  $\sin \alpha$ , y el  $\cos \alpha$  en la otra. Para decidir cuál es cuál, dibuje el diagrama de cuerpo libre de modo que el ángulo  $\alpha$  sea apreciablemente mayor o menor que  $45^\circ$ . (Le recomendamos no ceder a la tendencia natural de dibujar tales ángulos como cercanos a  $45^\circ$ .) Aquí dibujamos las figuras 5.4b y 5.4c de modo que  $\alpha$  sea menor que  $45^\circ$ , lo que implica que  $\sin \alpha$  es menor que  $\cos \alpha$ . La figura muestra que la componente  $x$  de  $\vec{w}$  es menor que la componente  $y$ . Así que en la componente  $x$  deberá intervenir  $\sin \alpha$ ; y en la componente  $y$ ,  $\cos \alpha$ . Obtenemos otra vez que  $w_x = -w \sin \alpha$  y  $w_y = -w \cos \alpha$ .

En la figura 5.4b marcamos con una línea ondulada el vector original que representa el peso para recordar que no debemos contarlos dos veces. Las condiciones de equilibrio nos dan

$$\begin{aligned} \sum F_x &= T + (-w \sin \alpha) = 0 \\ \sum F_y &= n + (-w \cos \alpha) = 0 \end{aligned}$$

Asegúrese de entender la relación entre estos signos y las coordenadas elegidas. Recuerde que, por definición,  $T$ ,  $w$  y  $n$  son *magnitudes* de vectores y por lo tanto positivas.

Despejando  $T$  y  $n$ , obtenemos

$$\begin{aligned} T &= w \sin \alpha \\ n &= w \cos \alpha \end{aligned}$$

**EVALUAR:** Los valores obtenidos para  $T$  y  $n$  dependen del valor de  $\alpha$ . Con la finalidad de verificar qué tan razonables son estas respuestas, examinaremos ciertos casos especiales. Si el ángulo  $\alpha$  es cero, entonces  $\sin \alpha = 0$  y  $\cos \alpha = 1$ . En este caso, los rieles son horizontales; nuestra respuesta nos dice que no se necesita la tensión  $T$  del cable para sostener al auto, y que la fuerza normal  $n$  es igual en magnitud al peso. Si  $\alpha = 90^\circ$ , entonces  $\sin \alpha = 1$  y  $\cos \alpha = 0$ . Aquí la tensión  $T$  es igual al peso  $w$  y la fuerza normal  $n$  es cero. ¿Son éstos los resultados esperados para estos casos especiales?

**CUIDADO** Quizá la fuerza normal y el peso no sean lo mismo

Es un error común suponer automáticamente que la magnitud  $n$  de la fuerza normal es igual al peso  $w$ . Sin embargo, nuestro resultado demuestra que, en general, eso *no* es cierto. Siempre es mejor tratar  $n$  como una variable y calcular su valor, como hicimos aquí. ■

Cómo cambiarían los valores de  $T$  y  $n$  si el auto no estuviera estacionario y el cable estuviera tirando de él para subirlo por la rampa con rapidez constante. Esto también es una situación de equilibrio, pues la velocidad del auto es constante. Por lo tanto, el cálculo es idéntico, y  $T$  y  $n$  tienen los mismos valores que cuando el auto está en reposo. (Es verdad que  $T$  debe ser mayor que  $w \sin \alpha$  para *iniciar* el movimiento ascendente del auto por la rampa, pero eso no es lo que preguntamos.) ?

### Ejemplo 5.5 Tensión en una polea sin fricción

Se están sacando bloques de granito de una cantera por una pendiente de  $15^\circ$ . Por razones ecológicas, también se está echando tierra en la cantera para llenar los agujeros. Para simplificar el proceso, usted diseña un sistema en el que una cubeta con tierra (de peso  $w_2$  incluida la cubeta) tira de un bloque de granito en un carro (peso  $w_1$  incluido el carro) sobre rieles de acero, al caer verticalmente a la cantera (figura 5.5a). Determine qué relación debe haber entre  $w_1$  y  $w_2$  para que el sistema funcione con rapidez constante. Ignore la fricción en la polea y en las ruedas del carro, y el peso del cable.

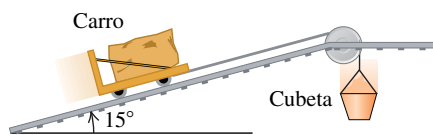
### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** El carro y la cubeta se mueven con velocidad constante (es decir, en línea recta con rapidez constante). Por lo tanto, los dos cuerpos están en equilibrio y podemos aplicar la primera ley de Newton a cada uno.

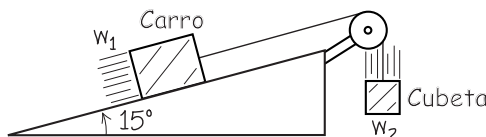
Las dos incógnitas son los pesos  $w_1$  y  $w_2$ . Las fuerzas que actúan sobre la cubeta son su peso  $w_2$  y una tensión hacia arriba ejercida por el cable. Sobre el carro actúan tres fuerzas: su peso  $w_1$ , una fuerza normal

5.5 a) La situación. b) Nuestro modelo idealizado. c), d) Nuestros diagramas de cuerpo libre.

a) Una cubeta llena de tierra tira de un carro que lleva un bloque de granito



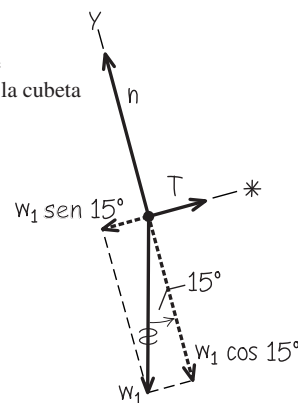
b) Modelo idealizado del sistema



c) Diagrama de cuerpo libre de la cubeta



d) Diagrama de cuerpo libre del carro



continúa

de magnitud  $n$  ejercida por los rieles y una fuerza de tensión del cable. (Estamos ignorando la fricción, así que suponemos que los rieles no ejercen ninguna fuerza paralela a la pendiente.) Esta situación es idéntica a la del automóvil en la rampa del ejemplo 5.4. Igual que en ese ejemplo, no todas las fuerzas que actúan sobre el carro tienen la misma dirección, así que necesitaremos usar ambas componentes de la primera ley de Newton de la ecuación (5.2).

Estamos suponiendo que el cable no tiene peso, así que las fuerzas de tensión que la cuerda ejerce sobre el carro y la cubeta tienen la misma magnitud  $T$ .

**PLANTEAR:** La figura 5.5b es nuestro modelo idealizado del sistema. Las figuras 5.5c y 5.5d son los diagramas de cuerpo libre que dibujamos. Cabe señalar que podemos orientar los ejes de forma distinta para cada cuerpo. Los ejes que se muestran son la opción que más nos conviene. Como hicimos con el auto en el ejemplo 5.4, representamos el peso del bloque de granito en términos de sus componentes  $x$  y  $y$ .

**EJECUTAR:** Aplicando  $\sum F_y = 0$  a la cubeta llena de tierra en la figura 5.5c, tenemos

$$\sum F_y = T + (-w_2) = 0 \quad \text{así que} \quad T = w_2$$

Aplicando  $\sum F_x = 0$  al bloque y al carro en la figura 5.5d, obtenemos

$$\sum F_x = T + (-w_1 \sin 15^\circ) = 0 \quad \text{así que} \quad T = w_1 \sin 15^\circ$$

Igualando las dos expresiones para  $T$ ,

$$w_2 = w_1 \sin 15^\circ = 0.26w_1$$

**EVALUAR:** Nuestro análisis no depende de la dirección del movimiento, sólo de que la velocidad sea constante. Por lo tanto, el sistema puede moverse con rapidez constante en *cualquier* dirección, si el peso de la cubeta con tierra es el 26% del peso del carro y el bloque de granito. ¿Qué sucedería si  $w_2$  fuera mayor que  $0.26w_1$ ? ¿Y si fuera menor que  $0.26w_1$ ?

Observe que no fue necesario aplicar la ecuación  $\sum F_y = 0$  al carro y al bloque; sólo lo sería si quisiéramos calcular el valor de  $n$ . ¿Puede usted demostrar que  $n = w_1 \cos 15^\circ$ ?

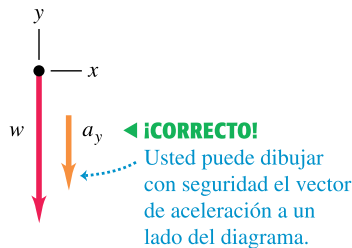
## 5.6 Diagramas de cuerpo libre correcto e incorrecto para un cuerpo que cae.

a)

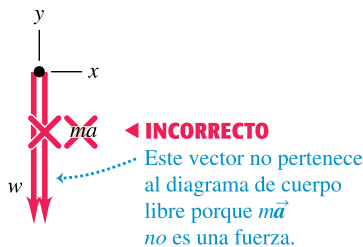


La única fuerza que actúa sobre esta fruta al caer es la atracción gravitacional.

b) Diagrama de cuerpo libre correcto



c) Diagrama de cuerpo libre incorrecto



**Evalúe su comprensión de la sección 5.1** Un semáforo con masa  $m$  cuelga de dos cables ligeros, uno a cada lado. Los dos cables cuelgan con un ángulo de  $45^\circ$  con respecto a la horizontal. ¿Qué tensión hay en cada cable? i)  $w/2$ ; ii)  $w/\sqrt{2}$ ; iii)  $w$ ; iv)  $w\sqrt{2}$ ; v)  $2w$ .



## 5.2 Empleo de la segunda ley de Newton: Dinámica de partículas

Ahora podemos analizar problemas de *dinámica*, donde aplicamos la segunda ley de Newton a cuerpos sobre los cuales la fuerza neta *no* es cero, de manera que los cuerpos *no* están en equilibrio sino que tienen aceleración. La fuerza neta es igual a la masa del cuerpo multiplicada por su aceleración:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{segunda ley de Newton, forma vectorial}) \quad (5.3)$$

Normalmente usaremos esta relación en su forma de componentes:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad (\text{segunda ley de Newton, forma de componentes}) \quad (5.4)$$

La estrategia que presentaremos en seguida es muy similar a la que seguimos para resolver problemas de equilibrio en la sección 5.1. Estúdiela con detenimiento, vea cómo se aplica en los ejemplos y úsela para resolver los problemas al final del capítulo. Recuerde que *todos* los problemas de dinámica pueden resolverse con esta estrategia.

**CAUIDADO**  $m\vec{a}$  **no pertenece a los diagramas de cuerpo libre** Recuerde que la cantidad  $m\vec{a}$  es el *resultado* de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, *no* es una fuerza; no es un empujón ni tirón ejercido por algo del entorno. Al dibujar el diagrama de cuerpo libre de un cuerpo con aceleración (como la fruta de la figura 5.6a), *nunca* incluya “la fuerza  $m\vec{a}$ ” porque *no existe tal fuerza* (figura 5.6b). Repase la sección 4.3 si todavía no le ha quedado claro esto. A veces dibujaremos el vector de aceleración  $\vec{a}$  *junto a* un diagrama de cuerpo libre, como en la figura 5.6b; pero *nunca* lo mostraremos con su cola tocando el cuerpo (posición reservada exclusivamente para las fuerzas que actúan sobre el cuerpo). ■



- 2.1.5 Carrera de automóviles
- 2.2 Levantar una caja
- 2.3 Bajar una caja
- 2.4 Despegue de cohete
- 2.5 Máquina de Atwood modificada



**IDENTIFICAR** *los conceptos importantes:* Es preciso usar la segunda ley de Newton al resolver *cualquier* problema donde intervengan fuerzas que actúan sobre un cuerpo con aceleración.

Identifique la incógnita, que suele ser una aceleración o una fuerza. Si es otra cuestión, habrá que identificar y usar otro concepto. Por ejemplo, suponga que le piden determinar con qué rapidez se está moviendo un trineo cuando llega al pie de una loma. Ello implica que la incógnita es la velocidad final del trineo. Para obtenerla, primero necesitará usar la segunda ley de Newton para calcular la aceleración del trineo. Después, tendrá que usar las relaciones para aceleración constante de la sección 2.4 y obtener la velocidad a partir de la aceleración.

**PLANTEAR** *el problema* siguiendo estos pasos:

- Haga un dibujo sencillo de la situación. Identifique uno o más cuerpos en movimiento, a los cuales aplicará la segunda ley de Newton.
- Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo identificado, que muestre todas las fuerzas que actúan *sobre* el cuerpo. Recuerde que la aceleración de un cuerpo depende de las fuerzas que actúan sobre él, *no* de las fuerzas que él ejerce sobre otros objetos. Asegúrese de ser capaz de contestar la pregunta: “¿qué otro cuerpo está aplicando esta fuerza?” para cada fuerza de su diagrama. Además, nunca incluya la cantidad  $m\vec{a}$  en su diagrama de cuerpo libre; ¡no es una fuerza!
- Rotule cada fuerza con un símbolo algebraico para representar su *magnitud*. (Recuerde que las magnitudes siempre son positivas. Los signos menos aparecerán después cuando se obtengan las componentes de las fuerzas.) Por lo regular, una de las fuerzas será el peso del cuerpo; suele ser mejor rotularlo como  $w = mg$ . Si se da el valor numérico para la masa, se podrá calcular su peso.
- Elija los ejes de coordenadas  $x$  y  $y$  para cada objeto y muéstrelas explícitamente en cada diagrama de cuerpo libre. No olvide indicar cuál es la dirección positiva de cada eje. Si conoce la dirección de la aceleración, las cosas normalmente se simplifican si se elige esa dirección como la dirección positiva de uno de los ejes. Si en el problema intervienen dos o más objetos y éstos se aceleran en direcciones distintas, se pueden usar distintos ejes para cada objeto.

- Identifique cualesquiera otras ecuaciones que podría necesitar, además de la segunda ley de Newton,  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  (se requiere una ecuación por cada incógnita). Por ejemplo, quizá necesite una o más de las ecuaciones para movimiento con aceleración constante. Si intervienen dos o más cuerpos, podrían existir relaciones entre sus movimientos; por ejemplo, cuando los cuerpos están unidos con una cuerda. Expresar todas esas relaciones en forma de ecuaciones que relacionan las aceleraciones de los distintos cuerpos.

**EJECUTAR** *la solución* como sigue:

- Para cada objeto, determine las componentes de las fuerzas a lo largo de cada eje de coordenadas. Cuando represente una fuerza en términos de sus componentes, marque con una línea ondulada el vector original para recordar no incluirlo dos veces.
- Para cada objeto, escriba una ecuación aparte para cada componente de la segunda ley de Newton, como en la ecuación (5.4).
- Haga una lista de todas las cantidades conocidas y desconocidas, identificando las incógnitas.
- Compruebe que tenga la misma cantidad de ecuaciones como de incógnitas. Si le faltan ecuaciones, retroceda al paso 5 de “Plantear el problema”. Si le sobran ecuaciones, tal vez haya una cantidad desconocida que no se identificó como tal.
- Haga la parte fácil: ¡los cálculos! Despeje las ecuaciones para obtener las incógnitas.

**EVALUAR** *la respuesta:* ¿Su respuesta tiene las unidades correctas? (En su caso, utilice la conversión  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ .) ¿Tiene el signo algebraico adecuado? (Si el problema se refiere a un trineo que se desliza por una loma, probablemente eligió el eje  $x$  positivo de modo que apuntara pendiente abajo. Si después obtiene una aceleración negativa —es decir, pendiente arriba— sabrá que hay algún error en los cálculos.) Si es posible, considere valores específicos o extremos, y compare los resultados con lo que esperaba intuitivamente. Pregúntese: “¿el resultado es congruente?”

### Ejemplo 5.6 Movimiento rectilíneo con una fuerza constante

Un velero para hielo descansa en una superficie horizontal sin fricción (figura 5.7a). Sopla un viento constante (en la dirección de los patines del trineo), de modo que 4.0 s después de soltarse el velero adquiere una velocidad de 6.0 m/s (unos 22 km/h o 13 mi/h). ¿Qué fuerza constante  $F_w$  ejerce el viento sobre el velero? La masa total del velero más el tripulante es de 200 kg.

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Nuestra incógnita es una de las fuerzas ( $F_w$ ) que actúan sobre el velero, así que necesitaremos usar la segunda ley de Newton. Esa ley implica fuerzas y aceleración; pero no nos dan la aceleración, así que habrá que calcularla. Se supone que el viento es constante, así que las fuerzas no cambian con el tiempo y la aceleración producida es constante. Esto implica que podremos usar una de las fórmulas de aceleración constante de la sección 2.4.

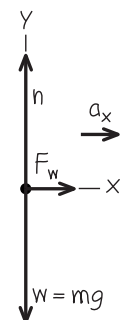
**PLANTEAR:** La figura 5.7b muestra el diagrama de cuerpo libre para el velero y el tripulante considerados como una unidad. Las fuerzas que actúan sobre este objeto son el peso  $w$ , la fuerza normal  $n$  ejercida

5.7 a) La situación. b) Nuestro diagrama de cuerpo libre.

a) Velero y tripulante sobre hielo sin fricción



b) Diagrama de cuerpo libre del velero y su tripulante



continúa



por la superficie y la fuerza horizontal  $F_w$  (nuestra incógnita). La fuerza neta y por lo tanto la aceleración están dirigidas a la derecha, así que elegimos el eje  $+x$  en esa dirección.

Para obtener la aceleración, observe lo que se nos dice acerca del movimiento del velero. Éste parte del reposo, así que su velocidad inicial es  $v_{0x} = 0$  y alcanza la velocidad  $v_x = 6.0$  m/s después del tiempo transcurrido  $t = 4.0$  s. Una ecuación que relaciona la aceleración  $a_x$  con esas cantidades es la ecuación (2.8),  $v_x = v_{0x} + a_x t$ .

**EJECUTAR:** Las cantidades conocidas son la masa  $m = 200$  kg, las velocidades inicial y final  $v_{0x} = 0$  y  $v_x = 6.0$  m/s, y el tiempo transcurrido  $t = 4.0$  s. Las tres incógnitas son la aceleración  $a_x$ , la fuerza normal  $n$  y la fuerza horizontal  $F_w$  (la incógnita). Por lo tanto, necesitamos tres ecuaciones.

Las primeras dos son las ecuaciones  $x$  y  $y$  para la segunda ley de Newton. La fuerza  $F_w$  tiene la dirección  $+x$ ; en tanto que las fuerzas  $n$  y  $mg$  tienen las direcciones  $+y$  y  $-y$ , respectivamente. Por lo tanto, tenemos

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_w = ma_x \\ \sum F_y &= n + (-mg) = 0\end{aligned}$$

La tercera ecuación que necesitamos es la relación de aceleración constante

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

Para obtener  $F_w$ , primero despejamos  $a_x$  de la ecuación para aceleración constante y la sustituimos en la ecuación de  $\sum F_x$ :

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{6.0 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{4.0 \text{ s}} = 1.5 \text{ m/s}^2$$

$$F_w = ma_x = (200 \text{ kg})(1.5 \text{ m/s}^2) = 300 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

Un  $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$  equivale a 1 newton (N), así que la respuesta final es

$$F_w = 300 \text{ N} \quad (\text{unas } 67 \text{ lb})$$

Observe que no necesitamos la ecuación  $\sum F_y$  para obtener  $F_w$ . La necesitaríamos si quisiéramos obtener la fuerza normal  $n$ :

$$n - mg = 0$$

$$\begin{aligned}n &= mg = (200 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \\ &= 2.0 \times 10^3 \text{ N} \quad (\text{unas } 450 \text{ lb})\end{aligned}$$

**EVALUAR:** Los valores que obtuvimos para  $F_w$  y  $n$  tienen unidades correctas de fuerza, como debería ser. La magnitud  $n$  de la fuerza normal es igual a  $mg$ , el peso combinado del velero y el tripulante, porque la superficie es horizontal y no actúan otras fuerzas verticales. ¿Le parece razonable que la fuerza  $F_w$  sea mucho menor que  $mg$ ?

## Ejemplo 5.7 Movimiento rectilíneo con fricción

Suponga que hay una fuerza de fricción horizontal constante con magnitud de 100 N que se opone al movimiento del velero del ejemplo 5.6. En este caso, ¿qué fuerza  $F_w$  debe ejercer el viento sobre el velero para producir la misma aceleración constante  $a_x = 1.5$  m/s<sup>2</sup>?

### SOLUCIÓN

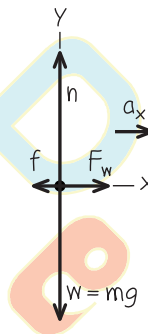
**IDENTIFICAR:** Una vez más, la incógnita es  $F_w$ . Nos dan la aceleración, así que sólo necesitamos la segunda ley de Newton para obtener  $F_w$ .

**PLANTEAR:** La figura 5.8 muestra el nuevo diagrama de cuerpo libre. La única diferencia con respecto a la figura 5.7b es la adición de la fuerza de fricción  $\vec{f}$ , que apunta en la dirección opuesta al movimiento. (Observe que su magnitud,  $f = 100$  N, es positiva, pero su componente en la dirección  $x$  es negativa e igual a  $-f$ , es decir,  $-100$  N.)

**EJECUTAR:** Ahora hay dos fuerzas (la del viento y la de fricción) con componente  $x$ . La componente  $x$  de la segunda ley de Newton da

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_w + (-f) = ma_x \\ F_w &= ma_x + f = (200 \text{ kg})(1.5 \text{ m/s}^2) + (100 \text{ N}) = 400 \text{ N}\end{aligned}$$

**5.8** Nuestro diagrama de cuerpo libre del velero y su tripulante con una fuerza de fricción  $\vec{f}$  opuesta al movimiento.



**EVALUAR:** Debido a la fricción, se requiere una fuerza  $F_w$  mayor que la del ejemplo 5.6. Necesitamos 100 N para vencer la fricción y 300 N más para dar al velero la aceleración requerida.

## Ejemplo 5.8 Tensión en un cable de elevador

Un elevador y su carga tienen masa total de 800 kg (figura 5.9a) y originalmente está bajando a 10.0 m/s; se le detiene con aceleración constante en una distancia de 25.0 m. Calcule la tensión  $T$  en el cable de soporte mientras el elevador se está deteniendo.

### SOLUCIÓN

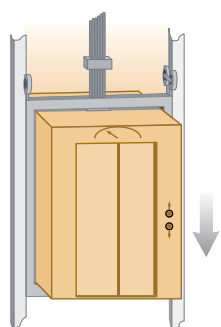
**IDENTIFICAR:** La incógnita es la tensión  $T$ , que obtendremos con la segunda ley de Newton. Al igual que en el ejemplo 5.6, tendremos que determinar la aceleración usando las fórmulas de aceleración constante.

**PLANTEAR:** El diagrama de cuerpo libre de la figura 5.9b muestra las únicas fuerzas que actúan sobre el elevador: su peso  $w$  y la fuerza de tensión  $T$  del cable. El elevador está bajando con rapidez decreciente, así que su aceleración es hacia arriba; elegimos el eje  $+y$  en esa dirección.

El elevador se mueve hacia abajo, en la dirección  $-y$ . Por lo tanto, su velocidad inicial  $v_{0y}$  y su desplazamiento  $y - y_0$  son negativos:  $v_{0y} = -10.0$  m/s y  $y - y_0 = -25.0$  m. La velocidad final es  $v_y = 0$ . Para obtener la aceleración  $a_y$  a partir de esta información, utilizaremos la ecuación (2.13) en la forma  $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$ . Una vez

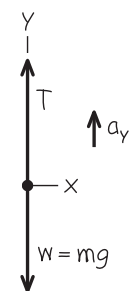
5.9 a) La situación. b) Nuestro diagrama de cuerpo libre.

a) Un elevador en descenso



Baja con rapidez decreciente

b) Diagrama de cuerpo libre del elevador



que tengamos  $a_y$ , la sustituiremos en la componente y de la segunda ley de Newton, ecuación (5.4).

**EJECUTAR:** Escribamos primero la segunda ley de Newton. La fuerza de tensión actúa hacia arriba y el peso lo hace hacia abajo, así que

$$\sum F_y = T + (-w) = ma_y$$

Despejamos la incógnita  $T$ :

$$T = w + ma_y = mg + ma_y = m(g + a_y)$$

Para determinar  $a_y$ , reacomodamos la ecuación de aceleración constante  $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$ :

$$a_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2(y - y_0)} = \frac{(0)^2 - (-10.0 \text{ m/s})^2}{2(-25.0 \text{ m})} = +2.00 \text{ m/s}^2$$

La aceleración es hacia arriba (positiva), como debería ser en el caso de un movimiento hacia abajo con rapidez decreciente.

Ahora podemos sustituir la aceleración en la ecuación de la tensión:

$$T = m(g + a_y) = (800 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2 + 2.00 \text{ m/s}^2) = 9440 \text{ N}$$

**EVALUAR:** La tensión es 1600 N *mayor* que el peso. Esto es lógico: debe haber una fuerza neta hacia arriba que produzca la aceleración que detiene el elevador. ¿Nota usted que obtendríamos el mismo valor de  $T$  y  $a_y$  si el elevador estuviera *ascendiendo* y *aumentando* su rapidez a razón de  $2.00 \text{ m/s}^2$ ?

Ejemplo 5.9

**Peso aparente en un elevador con aceleración**

Una mujer de 50.0 kg se para en una báscula dentro del elevador del ejemplo 5.8 (figura 5.10a). ¿Qué valor marca la báscula?

**SOLUCIÓN**

**IDENTIFICAR:** La báscula marca la magnitud de la fuerza hacia abajo ejercida *por* la mujer *sobre* la báscula; por la tercera ley de Newton, esto es igual a la magnitud de la fuerza normal hacia arriba ejercida *por* la báscula *sobre* la mujer. Por lo tanto, nuestra incógnita es la magnitud  $n$  de la fuerza normal.

Obtendremos  $n$  aplicando la segunda ley de Newton a la mujer. Y ya conocemos la aceleración de ésta; es la misma que la aceleración del elevador, que calculamos en el ejemplo 5.8.

**PLANTEAR:** La figura 5.10b es un diagrama de cuerpo libre para la mujer. Las fuerzas que actúan sobre ella son la fuerza normal  $n$  ejercida por la báscula y su peso  $w = mg = (50.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 490 \text{ N}$ .

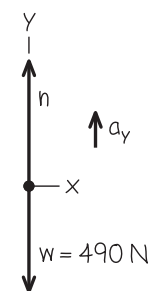
5.10 a) La situación. b) Nuestro diagrama de cuerpo libre.

a) Mujer en el elevador en descenso



Baja con rapidez decreciente

b) Diagrama de cuerpo libre de la mujer



(La fuerza de tensión, que desempeñó un papel protagónico en el ejemplo 5.9, no aparece aquí. Ello se debe a que la tensión no actúa directamente sobre la mujer. Lo que ella siente en sus pies es la báscula que *empuja* hacia arriba, *no* el cable del elevador.) En el ejemplo 5.9, la aceleración del elevador y la mujer es  $a_y = +2.00 \text{ m/s}^2$ .

**EJECUTAR:** La segunda ley de Newton da

$$\begin{aligned} \sum F_y &= n + (-mg) = ma_y \\ n &= mg + ma_y = m(g + a_y) \\ &= (50.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2 + 2.00 \text{ m/s}^2) = 590 \text{ N} \end{aligned}$$

**EVALUAR:** El valor obtenido para  $n$  implica que, mientras el elevador se está deteniendo, la báscula empuja a la mujer con una fuerza de 590 N hacia arriba. Por la tercera ley de Newton, la mujer empuja la báscula hacia abajo con la misma fuerza, así que la báscula marca 590 N, lo cual son 100 N más que su peso real. La lectura de la báscula es el **peso aparente** de la mujer; ésta *siente* que el piso empuja con mayor fuerza sus pies que cuando el elevador está parado o se mueve a velocidad constante.

¿Qué sentiría la mujer si el elevador estuviera acelerando *hacia abajo*, de modo que  $a_y = -2.00 \text{ m/s}^2$ ? Esto sucedería si el elevador estuviera subiendo con rapidez decreciente o bajando con rapidez creciente. Para obtener la respuesta a esta situación, simplemente insertamos el nuevo valor de  $a_y$  en nuestra ecuación para  $n$ :

$$\begin{aligned} n &= m(g + a_y) = (50.0 \text{ kg})[9.80 \text{ m/s}^2 + (-2.00 \text{ m/s}^2)] \\ &= 390 \text{ N} \end{aligned}$$

Ahora la mujer siente que pesa sólo 390 N, 100 N *menos* que su peso real.

El lector puede sentir estos efectos dando unos pasos en un elevador que se está frenando después de descender (cuando su peso aparente es mayor que su verdadero peso  $w$ ) o que se está frenando después de ascender (cuando su peso aparente es menor que  $w$ ).

**5.11** Los astronautas en órbita sienten “ingravidez” porque tienen la misma aceleración que su nave, *no* porque estén “fuera del alcance de la gravedad terrestre”. (Si la fuerza de gravedad no actuara sobre ellos, los astronautas y su nave no permanecerían en órbita, sino que se internarían en el espacio exterior.)



## Peso aparente e ingravidez aparente

Generalicemos el resultado del ejemplo 5.9. Cuando un pasajero de masa  $m$  viaja en un elevador con aceleración  $a_y$ , una báscula da como peso aparente del pasajero

$$n = m(g + a_y)$$

Cuando el elevador está acelerando hacia arriba,  $a_y$  es positiva y  $n$  es mayor que el peso del pasajero  $w = mg$ . Si el elevador acelera hacia abajo,  $a_y$  es negativa y  $n$  es menor que el peso. Si el pasajero no sabe que el elevador está acelerando, sentirá que su peso cambia y, de hecho, la báscula lo indica.

El caso extremo sucede cuando el elevador tiene una aceleración hacia abajo  $a_y = -g$ , es decir, cuando está en caída libre. En este caso,  $n = 0$  y el pasajero *siente* que no tiene peso. Asimismo, un astronauta en órbita alrededor de la Tierra experimenta *ingravidez aparente* (figura 5.11). En ambos casos, la persona aún tiene peso, porque actúa sobre ella una fuerza gravitacional; sin embargo, el efecto de esta condición de caída libre es el mismo que si el cuerpo estuviera en el espacio exterior sin experimentar gravedad. En ambos casos, la persona y su vehículo (elevador o nave) están cayendo juntos con la misma aceleración  $g$ , así que nada empuja a la persona contra el piso o las paredes del vehículo.

### Ejemplo 5.10 Aceleración cuesta abajo

Un trineo cargado de estudiantes en vacaciones (peso total  $w$ ) se desliza hacia abajo por una larga cuesta nevada. La pendiente tiene un ángulo constante  $\alpha$ , y el trineo está tan bien encerado que la fricción es despreciable. ¿Qué aceleración tiene el trineo?

#### SOLUCIÓN

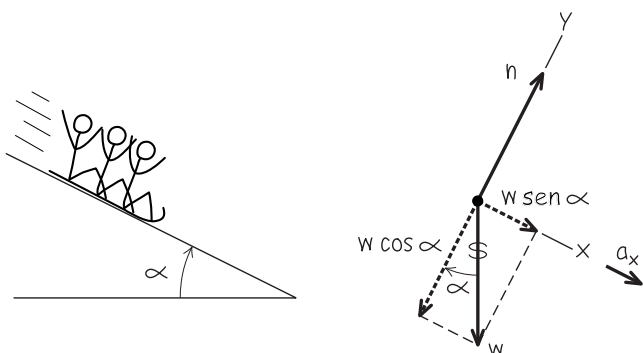
**IDENTIFICAR:** Nuestra incógnita es la aceleración, que obtendremos aplicando la segunda ley de Newton. No hay fricción, así que las únicas fuerzas que actúan sobre el trineo son su peso  $w$  y la fuerza normal  $n$  ejercida por la colina. Al igual que en el ejemplo 5.4 (sección 5.1), la superficie está inclinada de manera que la fuerza normal no es vertical ni es opuesta al peso. Por lo tanto, deberemos usar ambas componentes de  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  en la ecuación (5.4).

**PLANTEAR:** La figura 5.12 muestra el diagrama de cuerpo libre. Tomamos ejes paralelo y perpendicular a la colina, de modo que la aceleración (que es paralela a la colina) tenga la dirección  $+x$ .

**5.12** Nuestro diagrama para este problema.

a) La situación

b) Diagrama de cuerpo libre del trineo



**EJECUTAR:** La fuerza normal sólo tiene componente  $y$ , pero el peso tiene tanto componente  $x$  como  $y$ :  $w_x = w \sin \alpha$  y  $w_y = -w \cos \alpha$ . (Compare con el ejemplo 5.4, donde la componente  $x$  del peso era  $-w \sin \alpha$ . La diferencia es que en el ejemplo 5.4 el eje  $+x$  era cuesta arriba y en la figura 5.12b es cuesta abajo.) La línea ondulada de la figura 5.12b nos recuerda que descompusimos el peso en sus componentes.

La aceleración es exclusivamente en la dirección  $+x$ , así que  $a_y = 0$ . La segunda ley de Newton en forma de componentes nos dice entonces que

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= w \sin \alpha = ma_x \\ \Sigma F_y &= n - w \cos \alpha = ma_y = 0 \end{aligned}$$

Dado que  $w = mg$ , la ecuación para la componente  $x$  nos indica que  $mg \sin \alpha = ma_x$ , es decir,

$$a_x = g \sin \alpha$$

Observe que no necesitamos la ecuación de la componente  $y$  para obtener la aceleración. ¡Ésa es la ventaja de elegir el eje  $x$  en la dirección de la aceleración! Lo que nos da las componentes  $y$  es la magnitud de la fuerza normal que la superficie de la colina ejerce sobre el trineo:

$$n = w \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

**EVALUAR:** Observe que la masa no aparece en el resultado de la aceleración, lo cual significa que *cualquier* trineo, sin importar su masa ni su número de pasajeros, se desliza por una colina sin fricción con aceleración  $g \sin \alpha$ . En particular, si el plano es horizontal,  $\alpha = 0$  y  $a_x = 0$  (el trineo no se acelera); si el plano es vertical,  $\alpha = 90^\circ$  y  $a_x = g$  (el trineo está en caída libre).

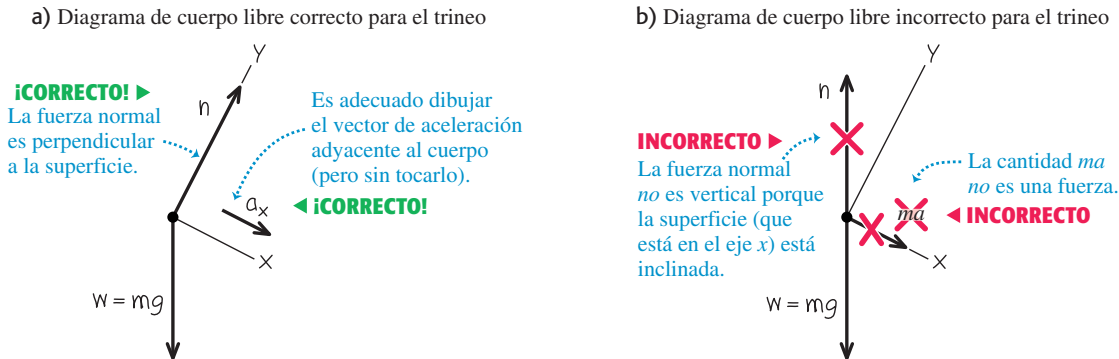
Observe también que la fuerza normal  $n$  no es igual al peso del trineo (compare con el ejemplo 5.4 de la sección 5.1). No necesitamos este resultado aquí, pero será útil después.

**CUIDADO Errores comunes en un diagrama de cuerpo libre**

La figura 5.13 muestra tanto una forma común correcta (figura 5.13a) como una incorrecta (figura 5.13b) de dibujar el diagrama de cuerpo libre del trineo. El diagrama de la figura 5.13b es incorrecto por dos

razones: la fuerza normal debe ser perpendicular a la superficie, y nunca debe incluirse la “fuerza  $m\vec{a}$ ”. Si usted recuerda que “normal” significa “perpendicular” y que  $m\vec{a}$  no es una fuerza, tendrá siempre buenas posibilidades de dibujar diagramas de cuerpo libre correctos. ■

**5.13** Diagramas correcto e incorrecto para el trineo sobre una colina sin fricción.



**Ejemplo 5.11 Dos cuerpos con la misma aceleración**

Imagine que usted empuja una bandeja de 1.00 kg sobre el mostrador del comedor con una fuerza constante de 9.0 N. Al moverse, la bandeja empuja un envase de leche de 0.50 kg (figura 5.14a). La bandeja y el envase se deslizan sobre una superficie horizontal tan grasosa que puede despreciarse la fricción. Obtenga la aceleración del sistema bandeja-envase y la fuerza horizontal que la bandeja ejerce sobre el envase de leche.

**PLANTEAR:** Hay dos formas de plantear el problema.

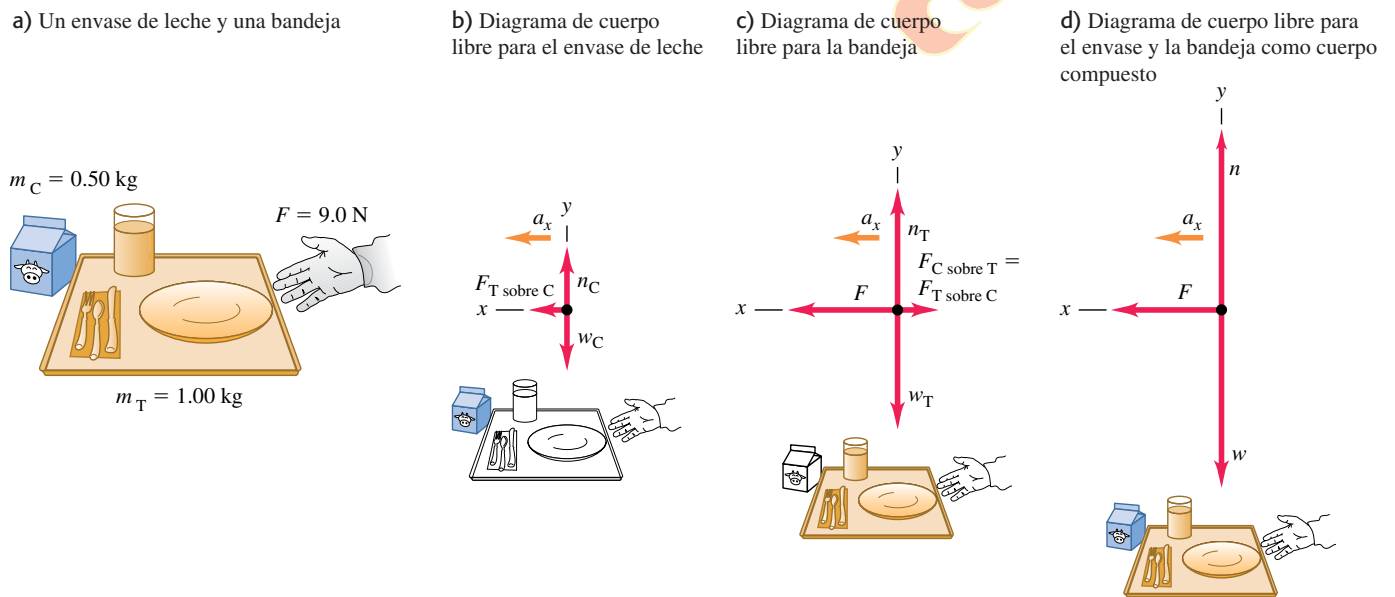
**Método 1:** Podemos tratar a la bandeja (masa  $m_T$ ) y al envase (masa  $m_C$ ) como cuerpos individuales, cada uno con su propio diagrama de cuerpo libre (figuras 5.14b y 5.14c). Observe que la fuerza  $F$  que usted ejerce sobre la bandeja no aparece en el diagrama de cuerpo libre del envase. Más bien, lo que hace que el envase se acelere es la fuerza de magnitud  $F_{T \text{ sobre } C}$  que la bandeja ejerce sobre ella. Por la tercera ley de Newton, el envase ejerce una fuerza de igual magnitud sobre la bandeja:  $F_{C \text{ sobre } T} = F_{T \text{ sobre } C}$ . Elegimos que la aceleración tenga la dirección  $+x$ ; la bandeja y el envase se mueven con la misma aceleración  $a_x$ .

**Método 2:** Podemos tratar a la bandeja y al envase como un cuerpo compuesto con masa  $m = m_T + m_C = 1.50$  kg (figura 5.14d). La única

**SOLUCIÓN**

**IDENTIFICAR:** Nuestras dos incógnitas son la aceleración del sistema bandeja-envase y la fuerza de la bandeja sobre el envase. Usaremos otra vez la segunda ley de Newton; sin embargo, tendremos que aplicarla a dos cuerpos distintos para obtener dos ecuaciones (una para cada incógnita).

**5.14** Se empujan una bandeja y un envase de leche sobre el mostrador de un comedor.



continúa



fuerza horizontal que actúa sobre este cuerpo compuesto es la fuerza  $F$  que usted ejerce. Las fuerzas  $F_{T \text{ sobre } C}$  y  $F_{C \text{ sobre } T}$  no intervienen porque son *internas* con respecto a este cuerpo compuesto, y la segunda ley de Newton nos dice que sólo las fuerzas *externas* afectan la aceleración de un cuerpo (véase la sección 4.3). Por lo tanto, necesitaremos una ecuación adicional para determinar la magnitud  $F_{T \text{ sobre } C}$  si empleamos este método; obtenemos esa ecuación aplicando la segunda ley de Newton al envase de leche, igual que en el método 1.

**EJECUTAR:** *Método 1:* Las ecuaciones de componente  $x$  de la segunda ley de Newton para la bandeja y el envase son

$$\text{Bandeja: } \sum F_x = F - F_{C \text{ sobre } T} = F - F_{T \text{ sobre } C} = m_T a_x$$

$$\text{Envase: } \sum F_x = F_{T \text{ sobre } C} = m_C a_x$$

Así, tenemos dos ecuaciones simultáneas con las incógnitas  $a_x$  y  $F_{T \text{ sobre } C}$ . (Sólo necesitamos dos ecuaciones, lo cual significa que las componentes  $y$  no desempeñan ningún papel en este ejemplo.) Una forma fácil de despejar  $a_x$  de las dos ecuaciones es sumarlas; esto elimina  $F_{T \text{ sobre } C}$  y nos da

$$F = m_T a_x + m_C a_x = (m_T + m_C) a_x$$

y

$$a_x = \frac{F}{m_T + m_C} = \frac{9.0 \text{ N}}{1.00 \text{ kg} + 0.50 \text{ kg}} = 6.0 \text{ m/s}^2$$

Sustituimos este valor en la ecuación del envase y obtenemos

$$F_{T \text{ sobre } C} = m_C a_x = (0.50 \text{ kg})(6.0 \text{ m/s}^2) = 3.0 \text{ N}$$

*Método 2:* La componente  $x$  de la segunda ley de Newton para el cuerpo compuesto con masa  $m$  es

$$\sum F_x = F = m a_x$$

y la aceleración de este cuerpo compuesto es

$$a_x = \frac{F}{m} = \frac{9.0 \text{ N}}{1.50 \text{ kg}} = 6.0 \text{ m/s}^2$$

Ahora examinamos el envase de leche solo y observamos que, si queremos impartirle una aceleración de  $6.0 \text{ m/s}^2$ , la bandeja deberá ejercer sobre él una fuerza de

$$F_{T \text{ sobre } C} = m_C a_x = (0.50 \text{ kg})(6.0 \text{ m/s}^2) = 3.0 \text{ N}$$

**EVALUAR:** Obtenemos las mismas respuestas con los dos métodos, como debería ser. Para verificar las respuestas, observe que las fuerzas a cada lado de la bandeja son distintas:  $F = 9.0 \text{ N}$  a la derecha y  $F_{C \text{ sobre } T} = 3.0 \text{ N}$  a la izquierda. Por lo tanto, la fuerza neta horizontal sobre la bandeja es  $F - F_{C \text{ sobre } T} = 6.0 \text{ N}$ , que es exactamente la que se necesita para acelerar una bandeja de  $1.00 \text{ kg}$  a  $6.0 \text{ m/s}^2$ .

El método de tratar los dos cuerpos como un solo cuerpo compuesto funciona *únicamente* si los dos cuerpos tienen la misma magnitud y dirección de aceleración. Si las aceleraciones son distintas, deberemos tratar los dos cuerpos individualmente, como en el ejemplo que sigue.

## Ejemplo 5.12 Dos cuerpos con la misma magnitud de aceleración

En la figura. 5.15a, un deslizador de masa  $m_1$  se mueve sobre un riel de aire horizontal, sin fricción, en el laboratorio de física. El deslizador está conectado a una pesa de masa  $m_2$  mediante un cordón ligero, flexible e inelástico que pasa por una pequeña polea sin fricción. Calcule la aceleración de cada cuerpo y la tensión en el cordón.

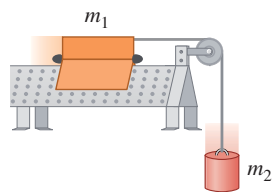
### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** El cordón y la pesa se están acelerando, así que deberemos usar la segunda ley de Newton. Hay *tres* incógnitas: la tensión  $T$  en el cordón y las aceleraciones de los dos cuerpos.

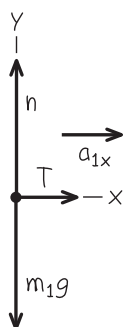
**PLANTEAR:** Los dos cuerpos tienen diferente movimiento, uno horizontal y el otro vertical, así que no podemos considerarlos juntos como hicimos en el ejemplo 5.11. Las figuras 5.15b y 5.15c muestran

**5.15** a) La situación. b), c) Nuestro diagrama de cuerpo libre.

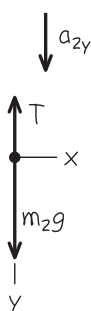
a) Aparato



b) Diagrama de cuerpo libre para el deslizador



c) Diagrama de cuerpo libre para la pesa



los diagramas de cuerpo libre y sistemas de ejes correspondientes. Conviene hacer que ambos cuerpos aceleren en la dirección positiva de un eje, por lo que elegimos la dirección  $+y$  para la pesa hacia abajo. (Es completamente válido usar diferentes ejes de coordenadas para los dos cuerpos.)

No hay fricción en la polea y consideramos que el cordón no tiene masa, así que la tensión  $T$  en el cordón es homogénea: aplica una fuerza de magnitud  $T$  a cada cuerpo. (Quizá sea conveniente repasar el ejemplo conceptual 4.10 de la sección 4.5, donde vimos la fuerza de tensión ejercida por un cordón sin masa.) Los pesos son  $m_1 g$  y  $m_2 g$ .

Si bien las *direcciones* de las dos aceleraciones son distintas, sus *magnitudes* son iguales. Ello se debe a que el cordón no se estira; por lo tanto, los dos cuerpos deberán avanzar distancias iguales en tiempos iguales, y así sus rapidezces en cualquier instante dado deberán ser iguales. Cuando las rapidezces cambian, lo hacen en la misma cantidad en un tiempo dado, de manera que las aceleraciones de los dos cuerpos deben tener la misma magnitud  $a$ . Podemos expresar esta relación así

$$a_{1x} = a_{2y} = a$$

Gracias a esta relación, en realidad sólo tenemos *dos* incógnitas:  $a$  y la tensión  $T$ .

**EJECUTAR:** Para el deslizador en el riel, la segunda ley de Newton da

$$\text{Deslizador: } \sum F_x = T = m_1 a_{1x} = m_1 a$$

$$\text{Deslizador: } \sum F_y = n + (-m_1 g) = m_1 a_{1y} = 0$$

En el caso de la pesa, las únicas fuerzas que actúan están en la dirección  $y$ , así que

$$\text{Pesa: } \sum F_y = m_2 g + (-T) = m_2 a_{2y} = m_2 a$$

En estas ecuaciones, hemos usado las relaciones  $a_{1y} = 0$  (el deslizador no se acelera verticalmente) y  $a_{1x} = a_{2y} = a$  (los dos objetos tienen la misma magnitud de aceleración).

La ecuación  $x$  para el deslizador y la ecuación para la pesa nos dan dos ecuaciones simultáneas para las incógnitas  $T$  y  $a$ :

$$\text{Deslizador: } T = m_1 a$$

$$\text{Pesa: } m_2 g - T = m_2 a$$

Sumamos estas ecuaciones para eliminar  $T$  y nos da:

$$m_2 g = m_1 a + m_2 a = (m_1 + m_2) a$$

Así, la magnitud de la aceleración de cada cuerpo es

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$$

Sustituimos esto en la primera ecuación (la del deslizador) para obtener:

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

**EVALUAR:** La aceleración es menor que  $g$ , como se esperaba; la pesa se acelera más lentamente porque la frena la tensión en el cordón.

La tensión  $T$  no es igual al peso  $m_2 g$  de la pesa, sino que es *menor* según el factor  $m_1/(m_1 + m_2)$ . Si  $T$  fuera igual a  $m_2 g$ , la pesa estaría en equilibrio, lo cual no sucede.

**CUIDADO** Quizá tensión y peso no sean lo mismo Es un error común suponer que, si un objeto está unido a un cordón vertical, la tensión en el cordón debe ser igual al peso del objeto. Era así en el ejemplo 5.5, donde la aceleración era cero; pero la situación es distinta en el presente ejemplo! La única estrategia segura consiste en tratar *siempre* la tensión como una variable, del modo como lo hicimos aquí. ■

Por último, revisemos algunos casos especiales. Si  $m_1 = 0$ , la pesa caería libremente y no habría tensión en el cordón. Las ecuaciones dan  $T = 0$  y  $a = g$  cuando  $m_1 = 0$ . Asimismo, si  $m_2 = 0$ , no esperamos tensión ni aceleración; en este caso, de hecho, las ecuaciones dan  $T = 0$  y  $a = 0$ .

**Evalúe su comprensión de la sección 5.2** Imagine que usted sostiene el deslizador del ejemplo 5.12, de modo que éste y la pesa están inicialmente en reposo. Le da al deslizador un empujón hacia la izquierda en la figura 5.15a y luego lo suelta. El cordón permanece tenso conforme el deslizador se mueve hacia la izquierda, queda instantáneamente en reposo y luego se mueve hacia la derecha. En el instante en que el deslizador tiene velocidad cero, ¿cuál es la tensión en el cordón? i) mayor que en el ejemplo 5.12; ii) la misma que en el ejemplo 5.12; iii) menor que en el ejemplo 5.12, pero mayor que cero; iv) cero. ■

## 5.3 Fuerzas de fricción

Hemos visto varios problemas en que un cuerpo descansa o se desliza sobre una superficie que ejerce fuerzas sobre el cuerpo. Siempre que dos cuerpos interactúan por contacto directo de sus superficies, llamamos a dicha interacción *fuerzas de contacto*. La fuerza normal es un ejemplo de fuerza de contacto; en esta sección, veremos con detenimiento otra fuerza de contacto: la fuerza de fricción.

Una fuerza importante en muchos aspectos de nuestra vida es la fricción. El aceite de un motor automotriz reduce la fricción entre piezas móviles; no obstante, sin fricción entre los neumáticos y el asfalto, el automóvil no podría avanzar ni dar vuelta. El arrastre del aire —la fricción ejercida por el aire sobre un cuerpo que se mueve a través de él— reduce el rendimiento del combustible en los autos, pero hace que funcionen los paracaídas. Sin fricción, los clavos se saldrían, las bombillas y tapas de frascos se desatornillarían sin esfuerzo y el hockey sobre hielo sería imposible (figura 5.16).

### Fricción cinética y estática

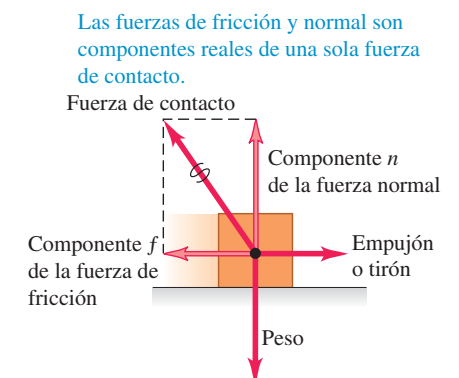
Si tratamos de deslizar una caja pesada con libros por el piso, no lo lograremos si no aplicamos cierta fuerza mínima. Luego, la caja comienza a moverse y casi siempre podemos mantenerla en movimiento con menos fuerza que la que necesitamos inicialmente. Si sacamos algunos libros, necesitaremos menos fuerza que antes para poner o mantener en movimiento la caja. ¿Qué podemos afirmar en general acerca de este comportamiento?

Primero, cuando un cuerpo descansa o se desliza sobre una superficie, podemos representar la fuerza de contacto que la superficie ejerce sobre el cuerpo en términos de componentes de fuerza perpendiculares y paralelos a la superficie (figura 5.17). El vector componente perpendicular es la fuerza normal, denotada con  $\vec{n}$ . El vector componente paralelo a la superficie (y perpendicular a  $\vec{n}$ ) es la **fuerza de fricción**, denotada con  $\vec{f}$ . Si la superficie no tiene fricción, entonces  $\vec{f}$  será cero pero habrá todavía una fuerza normal. (Las superficies sin fricción son una idealización inasequible, aunque

**5.16** El hockey sobre hielo depende crucialmente de que exista justo la cantidad correcta de fricción entre los patines del jugador y el hielo. Si hubiera demasiada fricción, los jugadores se moverían muy lentamente; si la fricción fuera insuficiente, no podrían evitar caerse.



**5.17** Cuando el bloque se empuja o se tira de él sobre una superficie, la superficie ejerce una fuerza de contacto sobre el bloque.



- 2.5 Camión que tira de una caja
- 2.6 Empujar una caja hacia arriba contra una pared
- 2.7 Esquiador que baja una cuesta
- 2.8 Esquiador y cuerda de remolque
- 2.10 Camión que tira de dos cajas

podemos aproximarla si los efectos de la fricción son insignificantes.) La dirección de la fuerza de fricción siempre es opuesta al movimiento relativo de las dos superficies.

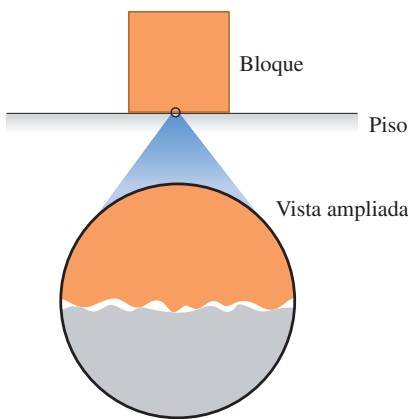
El tipo de fricción que actúa cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie es la **fuerza de fricción cinética**  $\vec{f}_k$ . El adjetivo “cinética” y el subíndice “k” nos recuerdan que las dos superficies se mueven una relativa a la otra. La *magnitud* de esta fuerza suele aumentar al aumentar la fuerza normal. Por ello, se requiere más fuerza para deslizar por el piso una caja llena de libros, que la misma caja vacía. Este principio también se usa en los sistemas de frenos de automóviles; si las zapatas se aprietan con más fuerza contra los discos giratorios, mayor será el efecto de frenado. En muchos casos, la magnitud de la fuerza de fricción cinética  $f_k$  experimental es aproximadamente *proporcional* a la magnitud  $n$  de la fuerza normal. En tales casos, representamos la relación con la ecuación

$$f_k = \mu_k n \quad (\text{magnitud de la fuerza de fricción cinética}) \quad (5.5)$$

donde  $\mu_k$  es una constante llamada **coeficiente de fricción cinética**. Cuanto más resbalosa sea una superficie, menor será el coeficiente de fricción. Al ser un cociente de dos magnitudes de fuerza,  $\mu_k$  es un número puro sin unidades.

**CUIDAD** Las fuerzas de fricción y normal siempre son perpendiculares. Recuerde que la ecuación (5.5) *no* es una ecuación vectorial porque  $\vec{f}_k$  y  $\vec{n}$  siempre son perpendiculares. Más bien, es una relación escalar entre las magnitudes de dos fuerzas. ■

**5.18** Las fuerzas normal y de fricción surgen de interacciones entre moléculas en puntos intermedios entre las superficies del bloque y del piso.



En un nivel microscópico, aun las superficies lisas son ásperas: tienden a “engancharse”.

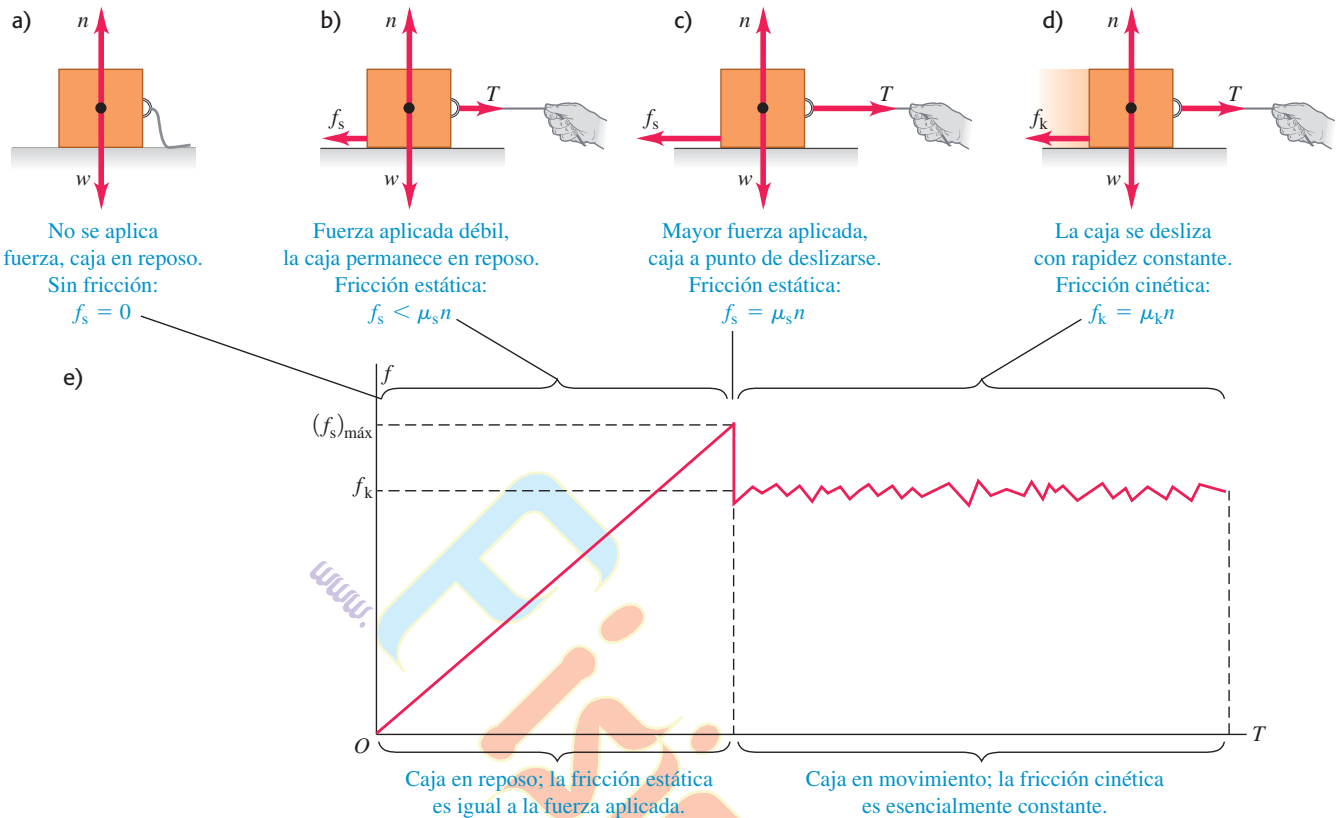
La ecuación (5.5) sólo es una representación aproximada de un fenómeno complejo. En el nivel microscópico, las fuerzas de fricción y la normal se deben a las fuerzas intermoleculares (fundamentalmente eléctricas) entre dos superficies ásperas en los puntos donde entran en contacto (figura 5.18). Al deslizarse una caja sobre el piso, se forman y rompen enlaces entre ambas superficies, y el número total de enlaces varía; por lo tanto, la fuerza de fricción cinética no es perfectamente constante. Si alisamos las superficies, podríamos aumentar la fricción, pues más moléculas podrían interactuar y enlazarse; juntar dos superficies lisas del mismo metal produciría una “soldadura fría”. Los aceites lubricantes funcionan porque una película de aceite entre dos superficies (como entre los pistones y cilindros de un motor) evita que entren en contacto realmente.

La tabla 5.1 presenta algunos valores representativos de  $\mu_k$ . Aunque damos dos cifras significativas, son valores aproximados, ya que las fuerzas de fricción también

**Tabla 5.1** Coeficientes de fricción aproximados

Materiales	Coeficiente de fricción estática, $\mu_s$	Coeficiente de fricción cinética, $\mu_k$
Acero sobre acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Latón sobre acero	0.51	0.44
Zinc sobre hierro colado	0.85	0.21
Cobre sobre hierro colado	1.05	0.29
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.40
Cobre sobre vidrio	0.68	0.53
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Teflón sobre acero	0.04	0.04
Hule sobre concreto (seco)	1.0	0.8
Hule en concreto (húmedo)	0.30	0.25

**5.19** a), b), c) Si no hay movimiento relativo, la magnitud de la fuerza de fricción estática  $f_s$  es igual o menor que  $\mu_s n$ . d) Si hay movimiento relativo, la magnitud de la fuerza de fricción cinética  $f_k$  es igual a  $\mu_k n$ . e) Gráfica de la magnitud de la fuerza de fricción  $f$  en función de la magnitud de la fuerza aplicada  $T$ . La fuerza de fricción cinética varía un poco conforme se forman y se rompen los enlaces intermoleculares.



dependen de la rapidez del cuerpo relativa a la superficie. Por ahora, ignoraremos este efecto y supondremos que  $\mu_k$  y  $f_k$  son independientes de la rapidez, para concentrarnos en los casos más sencillos. La tabla 5.1 también da coeficientes de fricción estática, que definiremos en breve.

Las fuerzas de fricción también pueden actuar cuando *no* hay movimiento relativo. Si tratamos de deslizar por el piso la caja con libros, tal vez no se mueva porque el piso ejerce una fuerza de fricción igual y opuesta sobre la caja. Ésta se llama **fuerza de fricción estática**  $\vec{f}_s$ . En la figura 5.19a, la caja está en reposo, en equilibrio, bajo la acción de su peso  $\vec{w}$  y la fuerza normal hacia arriba  $\vec{n}$ . La fuerza normal es igual en magnitud al peso ( $n = w$ ) y ejercida por el piso sobre la caja. Ahora atamos una cuerda a la caja (figura 5.19b) y gradualmente aumentamos la tensión  $T$  en la cuerda. Al principio, la caja no se mueve porque, al aumentar  $T$ , la fuerza de fricción estática  $f_s$  también aumenta (su magnitud se mantiene igual a  $T$ ).

En algún momento,  $T$  se vuelve mayor que la fuerza de fricción estática  $f_s$  máxima que la superficie puede ejercer; después, la caja “se suelta” (la tensión  $T$  puede romper las interacciones entre las moléculas de las superficies de la caja y el piso) y comienza a deslizarse. La figura 5.19c muestra las fuerzas cuando  $T$  tiene este valor crítico. Si  $T$  excede dicho valor, la caja ya no estará en equilibrio. Para un par de superficies dado, el valor máximo de  $f_s$  depende de la fuerza normal. Los experimentos han revelado que, en muchos casos, ese valor máximo, llamado  $(f_s)_{\text{máx}}$ , es aproximadamente *proporcional* a  $n$ ; llamamos **coeficiente de fricción estática** al factor de proporcionalidad  $\mu_s$ . En la tabla 5.1 se dan valores representativos de  $\mu_s$ . En una situación específica, la fuerza de fricción estática real puede tener cualquier magnitud entre cero (cuando no hay otra fuerza paralela a la superficie) y un valor máximo dado por  $\mu_s n$ . En símbolos,

$$f_s \leq \mu_s n \quad (\text{magnitud de la fuerza de fricción estática}) \quad (5.6)$$



Al igual que la ecuación (5.5), ésta es una relación entre magnitudes, *no* de vectores. La igualdad sólo se cumple cuando la fuerza aplicada  $T$  alcanza el valor crítico en que el movimiento está a punto de iniciar (figura 5.19c). Si  $T$  es menor que este valor (figura 5.19b), se cumple la desigualdad y debemos usar las condiciones de equilibrio ( $\sum \vec{F} = \mathbf{0}$ ) para obtener  $f_s$ . Si no se aplica fuerza ( $T = 0$ ), como en la figura 5.19a, tampoco hay fuerza de fricción estática ( $f_s = 0$ ).

Apenas inicia el deslizamiento de la caja (figura 5.19d), la fuerza de fricción suele *disminuir*; es más fácil mantener la caja en movimiento que ponerla en movimiento. Por lo tanto, el coeficiente de fricción cinética suele ser *menor* que el de fricción estática para un par de superficies dado (véase la tabla 5.1). Si comenzamos con cero fuerza aplicada ( $T = 0$ ) y aumentamos gradualmente la fuerza, la fuerza de fricción varía un poco, como se muestra en la figura 5.19e.

En algunas situaciones, las superficies se atorán (fricción estática) y deslizan (fricción cinética) de forma alterna. Esto es lo que causa el molesto rechinar de la tiza aplicada con un ángulo inadecuado a una pizarra; o los fenómenos de los limpiaparabrisas cuando el vidrio está casi seco y de los neumáticos que se derrapan en el asfalto. Un ejemplo más positivo es el movimiento de un arco de violín contra una cuerda.

Cuando un cuerpo se desliza sobre una capa de gas, la fricción puede reducirse mucho. En el riel de aire empleado en los laboratorios de física, los deslizadores se apoyan en una capa de aire. La fuerza de fricción depende de la velocidad; sin embargo, a rapideces comunes el coeficiente de fricción efectivo es del orden de 0.001.

### Ejemplo 5.13 Fricción en movimiento horizontal

Usted intenta mover una caja de 500 N por un piso horizontal. Para comenzar a moverla, debe tirar con una fuerza horizontal de 230 N. Una vez que la caja “se libera” y comienza a moverse, puede mantenerse a velocidad constante con sólo 200 N. ¿Cuáles son los coeficientes de fricción estática y cinética?

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** La caja está en equilibrio si está en reposo o se mueve con velocidad constante, así que usamos la primera ley de Newton expresada por la ecuación (5.2). También necesitaremos las relaciones de las ecuaciones (5.5) y (5.6) para calcular las incógnitas  $\mu_s$  y  $\mu_k$ .

**PLANTEAR:** En ambas situaciones, cuatro fuerzas actúan sobre la caja: la fuerza hacia abajo del peso (magnitud  $w = 500$  N), la fuerza normal hacia arriba (magnitud  $n$ ) ejercida por el suelo, una fuerza de tensión (magnitud  $T$ ) a la derecha ejercida por la cuerda, y una fuerza de fricción a la izquierda ejercida por el suelo. Las figuras 5.20a y

5.20b muestran el diagrama de cuerpo libre un instante antes de que la caja comience a moverse, cuando la fuerza de fricción estática tiene su máximo valor posible,  $(f_s)_{\text{máx}} = \mu_s n$ . Una vez que la caja se está moviendo hacia la derecha con velocidad constante, la fuerza de fricción cambia a su forma cinética (figura 5.20c). Dado que la cuerda de la figura 5.20a está en equilibrio, la tensión es la misma en ambos extremos. Por lo tanto, la fuerza de tensión que la cuerda ejerce sobre la caja tiene la misma magnitud que la fuerza que usted ejerce sobre la cuerda.

**EJECUTAR:** Justo antes de que la caja comience a moverse (figura 5.20b), tenemos

$$\begin{aligned} \sum F_x &= T + (-f_s)_{\text{máx}} = 0 & \text{así que} & & (f_s)_{\text{máx}} &= T = 230 \text{ N} \\ \sum F_y &= n + (-w) = 0 & \text{así que} & & n &= w = 500 \text{ N} \end{aligned}$$

Para obtener el valor de  $\mu_s$ , entonces, usamos la ecuación (5.6),  $(f_s)_{\text{máx}} = \mu_s n$ . Por lo tanto,

$$\mu_s = \frac{(f_s)_{\text{máx}}}{n} = \frac{230 \text{ N}}{500 \text{ N}} = 0.46$$

Una vez que la caja está en movimiento, las fuerzas son las que se muestran en la figura 5.20c, y tenemos

$$\begin{aligned} \sum F_x &= T + (-f_k) = 0 & \text{así que} & & f_k &= T = 200 \text{ N} \\ \sum F_y &= n + (-w) = 0 & \text{así que} & & n &= w = 500 \text{ N} \end{aligned}$$

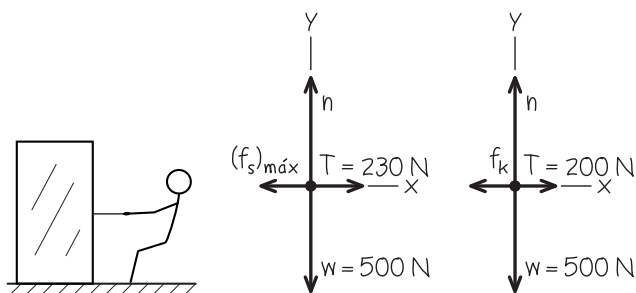
Ahora usamos  $f_k = \mu_k n$  de la ecuación (5.5):

$$\mu_k = \frac{f_k}{n} = \frac{200 \text{ N}}{500 \text{ N}} = 0.40$$

**EVALUAR:** Es más fácil mantener la caja en movimiento que comenzar a moverla, por lo que el coeficiente de fricción cinética es menor que el coeficiente de fricción estática.

#### 5.20 Nuestros esquemas para este problema.

- a) Se tira de una caja      b) Diagrama de cuerpo libre de la caja justo antes de comenzar a moverse      c) Diagrama de cuerpo libre de la caja que se mueve a rapidez constante



### Ejemplo 5.14

## La fricción estática puede tener un valor menor que el máximo

En el ejemplo 5.13, ¿qué fuerza de fricción hay si la caja está en reposo sobre la superficie y se le aplica una fuerza horizontal de 50 N?

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** La fuerza aplicada es menor que la fuerza máxima de fricción estática,  $(f_s)_{\text{máx}} = 230 \text{ N}$ . Por lo tanto, la caja permanece en reposo y la fuerza neta que actúa sobre ella es cero. La incógnita es la magnitud  $f_s$  de la fuerza de fricción.

**PLANTEAR:** El diagrama de cuerpo libre es el mismo de la figura 5.20b, pero sustituyendo  $(f_s)_{\text{máx}}$  por  $f_s$  y sustituyendo  $T = 230 \text{ N}$  por  $T = 50 \text{ N}$ .

**EJECUTAR:** Por las condiciones de equilibrio, ecuación (5.2), tenemos

$$\sum F_x = T + (-f_s) = 0 \quad \text{así que} \quad f_s = T = 50 \text{ N}$$

**EVALUAR:** En este caso,  $f_s$  es menor que el valor máximo,  $(f_s)_{\text{máx}} = \mu_s n$ . La fuerza de fricción puede evitar el movimiento con cualquier fuerza horizontal aplicada menor de 230 N.

### Ejemplo 5.15

## Reducción al mínimo de la fricción cinética

En el ejemplo 5.13, suponga que usted intenta mover la caja atando una cuerda a ella y tira de la cuerda hacia arriba con un ángulo de  $30^\circ$  sobre la horizontal. ¿Qué fuerza debe aplicar al tirar para mantener la caja en movimiento con velocidad constante? ¿Esto es más fácil o difícil que tirar horizontalmente? Suponga que  $w = 500 \text{ N}$  y  $\mu_k = 0.40$ .

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** La caja está en equilibrio porque su velocidad es constante, así que aplicamos de nuevo la primera ley de Newton. Puesto que la caja está en movimiento, el suelo ejerce una fuerza de fricción cinética. La incógnita es la magnitud  $T$  de la fuerza de tensión.

**PLANTEAR:** La figura 5.21b es un diagrama de cuerpo libre. La fuerza de fricción cinética  $f_k$  sigue siendo igual a  $\mu_k n$ ; pero ahora la fuerza

normal  $n$  no es igual en magnitud al peso de la caja. La fuerza ejercida por la cuerda tiene una componente vertical adicional que tiende a levantar la caja del piso.

**EJECUTAR:** Por las condiciones de equilibrio y la ecuación  $f_k = \mu_k n$ , tenemos

$$\begin{aligned} \sum F_x &= T \cos 30^\circ + (-f_k) = 0 & \text{así que} & \quad T \cos 30^\circ = \mu_k n \\ \sum F_y &= T \sin 30^\circ + n + (-w) = 0 & \text{así que} & \quad n = w - T \sin 30^\circ \end{aligned}$$

Tenemos dos ecuaciones para las dos incógnitas,  $T$  y  $n$ . Para resolverlas, podemos eliminar una incógnita y despejar la otra. Hay muchas formas de hacerlo; una es sustituir en la primera ecuación la expresión para  $n$  obtenida de la segunda ecuación:

$$T \cos 30^\circ = \mu_k (w - T \sin 30^\circ)$$

Ahora despejamos  $T$  de esta ecuación para obtener

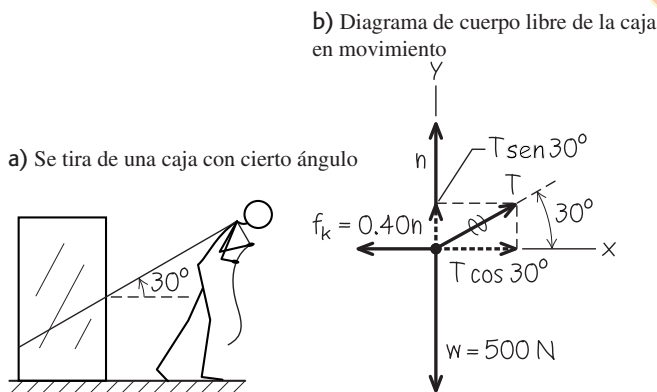
$$T = \frac{\mu_k w}{\cos 30^\circ + \mu_k \sin 30^\circ} = 188 \text{ N}$$

Podemos sustituir este resultado en cualquiera de las ecuaciones originales para calcular  $n$ . Si usamos la segunda ecuación, obtendremos

$$n = w - T \sin 30^\circ = (500 \text{ N}) - (188 \text{ N}) \sin 30^\circ = 406 \text{ N}$$

**EVALUAR:** La fuerza normal es menor que el peso de la caja ( $w = 500 \text{ N}$ ) porque la componente vertical de la tensión tira de la caja hacia arriba. Aun así, la tensión requerida es un poco menor que la fuerza de 200 N que es preciso aplicar cuando se tira horizontalmente (ejemplo 5.13). Pruebe tirar a  $22^\circ$  y notará que necesita aún menos fuerza (véase el problema de desafío 5.123).

### 5.21 Nuestros esquemas para este problema.



### Ejemplo 5.16

## Trineo con fricción I

Volvamos al trineo del ejemplo 5.10 (sección 5.2). La cera se desgastó y ahora hay un coeficiente de fricción cinética  $\mu_k$  que no es cero. La pendiente tiene justo el ángulo necesario para que el trineo baje con rapidez constante. Deduzca una expresión para el ángulo en términos de  $w$  y  $\mu_k$ .

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** La incógnita es el ángulo  $\alpha$  de la pendiente. El trineo está en equilibrio porque su velocidad es constante, así que usamos la

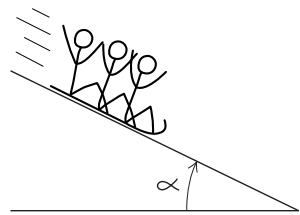
primera ley de Newton. Tres fuerzas actúan sobre el trineo: su peso, la fuerza normal y la fuerza de fricción cinética. Puesto que el movimiento es cuesta abajo, la fuerza de fricción cinética (que se opone a dicho movimiento) está dirigida cuesta arriba.

**PLANTEAR:** La figura 5.22 muestra el diagrama de cuerpo libre. Tomamos ejes perpendicular y paralelo a la superficie y descomponemos el peso en sus componentes en estas dos direcciones, como se indica. (Compare con la figura 5.12b del ejemplo 5.10.) La magnitud de la fuerza de fricción está dada por la ecuación (5.5),  $f_k = \mu_k n$ .

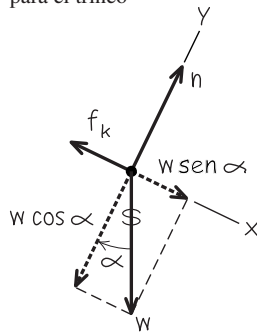
continúa

**5.22** Nuestros esquemas para este problema.

a) La situación



b) Diagrama de cuerpo libre para el trineo



**EJECUTAR:** Las condiciones de equilibrio son

$$\sum F_x = w \text{sen} \alpha + (-f_k) = w \text{sen} \alpha - \mu_k n = 0$$

$$\sum F_y = n + (-w \text{cos} \alpha) = 0$$

(Usamos la relación  $f_k = \mu_k n$  en la ecuación para las componentes  $x$ .)  
Reordenando, obtenemos

$$\mu_k n = w \text{sen} \alpha \quad \text{y} \quad n = w \text{cos} \alpha$$

Al igual que en el ejemplo 5.10, la fuerza normal  $n$  no es igual al peso  $w$ . Si dividimos la primera ecuación entre la segunda, obtenemos

$$\mu_k = \frac{\text{sen} \alpha}{\text{cos} \alpha} = \tan \alpha \quad \text{así que} \quad \alpha = \arctan \mu_k$$

**EVALUAR:** El peso  $w$  no aparece en esta expresión. *Cualquier* trineo, sin importar su peso, bajará una pendiente con rapidez constante, si el coeficiente de fricción cinética es igual a la tangente del ángulo de inclinación de la pendiente. Cuanto mayor sea el coeficiente de fricción, más empinada deberá ser la pendiente para que el trineo se deslice con velocidad constante.

**Ejemplo 5.17 Trineo con fricción II**

El mismo trineo con el mismo coeficiente de fricción que en el ejemplo 5.16 *se acelera* hacia abajo por una pendiente más empinada. Deduzca una expresión para la aceleración en términos de  $g$ ,  $\alpha$ ,  $\mu_k$  y  $w$ .

**SOLUCIÓN**

**IDENTIFICAR:** El trineo ya no está en equilibrio, pues tiene una aceleración. Por lo tanto, es preciso usar la segunda ley de Newton,  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ , en su forma de componentes, como en la ecuación (5.4). La incógnita es la aceleración cuesta abajo.

**PLANTEAR:** La figura 5.23 muestra nuestros esquemas. El diagrama de cuerpo libre (figura 5.23b) es casi el mismo que para el ejemplo 5.16. La componente  $y$  de la aceleración del trineo,  $a_y$ , sigue siendo cero, pero la componente  $x$ ,  $a_x$ , no lo es.

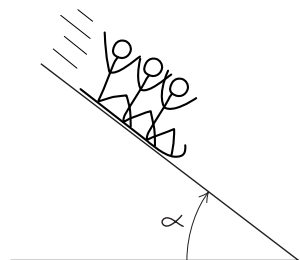
**EJECUTAR:** Nos conviene expresar el peso como  $w = mg$ . Entonces, utilizando la segunda ley de Newton en forma de componentes,

$$\sum F_x = mg \text{sen} \alpha + (-f_k) = ma_x$$

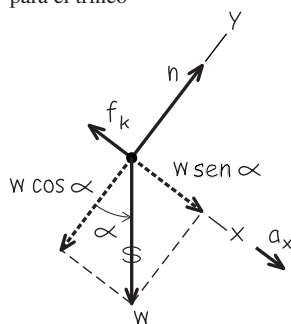
$$\sum F_y = n + (-mg \text{cos} \alpha) = 0$$

**5.23** Nuestros esquemas para este problema.

a) La situación



b) Diagrama de cuerpo libre para el trineo



De la segunda ecuación y la ecuación (5.5), obtenemos una expresión para  $f_k$ :

$$n = mg \text{cos} \alpha$$

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg \text{cos} \alpha$$

Sustituimos esto en la ecuación de la componente  $x$ :

$$mg \text{sen} \alpha + (-\mu_k mg \text{cos} \alpha) = ma_x$$

$$a_x = g(\text{sen} \alpha - \mu_k \text{cos} \alpha)$$

**EVALUAR:** ¿Es lógico este resultado? Podemos verificar algunos casos especiales. Primero, si la ladera es vertical,  $\alpha = 90^\circ$ ; entonces,  $\text{sen} \alpha = 1$ ,  $\text{cos} \alpha = 0$  y  $a_x = g$ . Esto es caída libre, tal como esperaríamos. Segundo, en una ladera con ángulo  $\alpha$  sin fricción,  $\mu_k = 0$  y  $a_x = g \text{sen} \alpha$ . Ésta es la situación del ejemplo 5.10 y felizmente obtenemos el mismo resultado. Ahora supongamos que hay la fricción suficiente para que el trineo se mueva con velocidad constante. En tal caso,  $a_x = 0$  y nuestro resultado da

$$\text{sen} \alpha = \mu_k \text{cos} \alpha \quad \text{y} \quad \mu_k = \tan \alpha$$

Esto concuerda con nuestro resultado del ejemplo 5.16. Por último, observe que podría haber tanta fricción que  $\mu_k \text{cos} \alpha$  fuera realmente mayor que  $\text{sen} \alpha$ . En tal caso,  $a_x$  sería negativa. Si damos al trineo un empujón cuesta abajo para ponerlo en movimiento, se frenará y finalmente se detendrá.

Prácticamente hemos agotado el problema del trineo, y ello nos da una lección importante. Partimos de un problema sencillo y lo extendimos a situaciones cada vez más generales. Nuestro resultado más general, el de este ejemplo, incluye *todos* los anteriores como casos especiales. No memorice este resultado; sólo sirve para este tipo de problemas. Simplemente trate de entender cómo se obtuvo y qué significa.

Una última variación que el lector podría probar es el caso en que se da al trineo un empujón inicial colina arriba. Ahora se invierte la dirección de la fuerza de fricción cinética, así que la aceleración es distinta del valor cuesta abajo. Resulta que la expresión para  $a_x$  es la misma que para la bajada, sólo que el signo menos cambia a más. ¿Puede demostrarlo?

## Fricción de rodamiento

Es mucho más fácil mover un archivero lleno de documentos sobre un piso horizontal usando un carrito con ruedas que deslizando. ¿Qué tanto más fácil es? Podemos definir un **coeficiente de fricción de rodamiento**  $\mu_r$ , que es la fuerza horizontal necesaria para lograr rapidez constante en una superficie plana, dividida entre la fuerza normal hacia arriba ejercida por la superficie. Los ingenieros de transporte llaman a  $\mu_r$  *resistencia a la tracción*, cuyo valor suele ser de 0.002 a 0.003 para ruedas de acero sobre rieles de acero, y de 0.01 a 0.02 para ruedas de caucho sobre concreto. Estos valores explican en parte por qué en general el combustible rinde más en los ferrocarriles que en los camiones.

### Ejemplo 5.18 Movimiento con fricción de rodamiento

Un automóvil común pesa unos 12,000 N (aproximadamente 2700 lb). Si el coeficiente de fricción de rodamiento es  $\mu_r = 0.015$ , ¿qué fuerza horizontal hay que aplicar para impulsar el auto con rapidez constante en un camino horizontal? Ignore la resistencia del aire.

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** El automóvil se mueve con velocidad constante, así que tenemos un problema de equilibrio y usaremos la primera ley de Newton. Las cuatro fuerzas que actúan sobre el auto son el peso, la fuerza normal hacia arriba, la fuerza hacia atrás de la fricción de rodamiento y la fuerza desconocida hacia adelante  $F$  (la incógnita).

**PLANTEAR:** El diagrama de cuerpo libre se parece mucho al de la figura 5.20c del ejemplo 5.13; sólo hay que sustituir la fuerza de fricción cinética por la fuerza de fricción de rodamiento  $f_r$ ; y la fuerza de tensión por la fuerza desconocida  $F$ .

**EJECUTAR:** Al igual que en el ejemplo 5.13, la primera ley de Newton para las componentes *verticales* nos indica que la fuerza normal tiene

la misma magnitud que el peso del auto. Entonces, por la definición de  $\mu_r$ , la fuerza de fricción de rodamiento  $f_r$  es

$$f_r = \mu_r n = (0.015)(12,000 \text{ N}) = 180 \text{ N} \quad (\text{unas } 40 \text{ lb})$$

La primera ley de Newton para las componentes *horizontales* nos dice que se requiere una fuerza hacia adelante de esta magnitud, para que el auto avance con rapidez constante.

**EVALUAR:** La fuerza requerida es muy pequeña y, por ello, es posible que uno mismo pueda empujar un automóvil averiado. (Al igual que en el caso del deslizamiento, es más fácil mantener rodando un auto que iniciar su movimiento.) Hemos despreciado los efectos de la resistencia del aire, lo cual es una buena aproximación si el vehículo se mueve lentamente. Sin embargo, a rapidez de autopista, la resistencia del aire tiene un efecto más importante que la fricción de rodamiento.

Intente aplicar este análisis a la caja del ejemplo 5.13. Si la caja se lleva sobre una plataforma con ruedas de hule ( $\mu_r = 0.02$ ), sólo necesitará una fuerza de 10 N para mantenerla en movimiento a velocidad constante. ¿Puede verificarlo?

## Resistencia de fluidos y rapidez terminal

Si usted saca la mano por la ventanilla de un automóvil que viaja con gran rapidez, comprobará la existencia de la **resistencia de un fluido**, que es la fuerza que un fluido (gas o líquido) ejerce sobre un cuerpo que se mueve a través de él. El cuerpo en movimiento ejerce una fuerza sobre el fluido para hacerlo a un lado. Por la tercera ley de Newton, el fluido responde sobre el cuerpo con una fuerza igual y opuesta.

La *dirección* de la fuerza de resistencia de un fluido que actúa sobre un cuerpo siempre es opuesta a la dirección de la velocidad del cuerpo. La *magnitud* de la fuerza de resistencia de un fluido suele aumentar al incrementarse la rapidez del cuerpo en el fluido. Esto es muy diferente de la fuerza de fricción cinética entre dos superficies en contacto, que casi siempre podemos considerar independiente de la rapidez. A rapidez baja, la magnitud  $f$  de la fuerza de resistencia del fluido es aproximadamente proporcional a la rapidez  $v$  del cuerpo:

$$f = kv \quad (\text{resistencia del fluido a baja rapidez}) \quad (5.7)$$

donde  $k$  es una constante de proporcionalidad que depende de la forma y el tamaño del cuerpo, y las propiedades del fluido. La fuerza de resistencia es aproximadamente proporcional a  $v^2$ , no a  $v$ , para la rapidez de una pelota de tenis o una rapidez mayor y se denomina **arrastre del aire** o sólo *arrastre*. Los aviones, las gotas de lluvia y ciclistas experimentan arrastre del aire. En este caso, sustituimos la ecuación (5.7) por

$$f = Dv^2 \quad (\text{resistencia de fluidos a alta rapidez}) \quad (5.8)$$

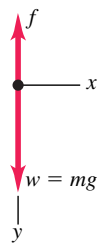


**5.24** Una piedra cae a través de un fluido (agua).

a) Una piedra que cae en agua



b) Diagrama de cuerpo libre de la piedra en el agua



Por la dependencia de  $v^2$ , el arrastre aumenta rápidamente conforme se incrementa la rapidez. El arrastre sobre un automóvil común es insignificante, pero comparable con la resistencia a la tracción, o mayor que ésta, a velocidades de autopista. El valor de  $D$  depende de la forma y el tamaño del cuerpo, y de la densidad del aire. Verifique que las unidades de la constante  $k$  en la ecuación (5.7) son  $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}$  o  $\text{kg}/\text{s}$ , y que las unidades de la constante  $D$  en la ecuación (5.8) son  $\text{N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$  o  $\text{kg}/\text{m}$ .

Por los efectos de la resistencia de fluidos, un objeto que cae en un fluido *no* tiene aceleración constante. Para describir su movimiento, no podemos usar las relaciones de aceleración constante del capítulo 2; más bien, debemos partir de la segunda ley de Newton. Consideremos esta situación: suponga que usted suelta una roca en la superficie de un estanque profundo, y cae hasta el fondo (figura 5.24a). En este caso, la fuerza de resistencia del fluido está dada por la ecuación (5.7). ¿Cómo cambian la aceleración, velocidad y posición de la roca con el tiempo?

El diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 5.24b. Tomamos la dirección y positiva hacia abajo e ignoramos cualquier fuerza asociada con la flotabilidad en el agua. Puesto que la piedra se mueve hacia abajo, la rapidez  $v$  es igual a la componente y de la velocidad  $v_y$ , y la fuerza de resistencia del fluido tiene la dirección  $-y$ . No hay componentes  $x$ , así que la segunda ley de Newton da

$$\sum F_y = mg + (-kv_y) = ma_y$$

Al principio, cuando la roca empieza a moverse,  $v_y = 0$ , la fuerza de resistencia es cero y la aceleración inicial es  $a_y = g$ . Al aumentar la rapidez, también se incrementa la fuerza de resistencia hasta ser igual en magnitud al peso. Ahora,  $mg - kv_y = 0$ , la aceleración se vuelve cero y ya no aumenta la rapidez. La rapidez final  $v_t$ , llamada **rapidez terminal**, está dada por  $mg - kv_t = 0$ , es decir,

$$v_t = \frac{mg}{k} \quad (\text{rapidez terminal, resistencia del fluido } f = kv) \quad (5.9)$$

La figura 5.25 muestra cómo varían la aceleración, la velocidad y la posición con el tiempo. Al pasar el tiempo, la aceleración se acerca a cero y la velocidad se acerca a  $v_t$  (recuerde que elegimos la dirección  $+y$  hacia abajo). La pendiente de la gráfica de  $y$  contra  $t$  se hace constante al hacerse constante la velocidad.

Para saber de dónde salen las curvas de la figura 5.25, debemos obtener la relación entre rapidez y tiempo en el intervalo antes de alcanzarse la rapidez terminal. Volvemos a la segunda ley de Newton, que describimos usando  $a_y = dv_y/dt$ :

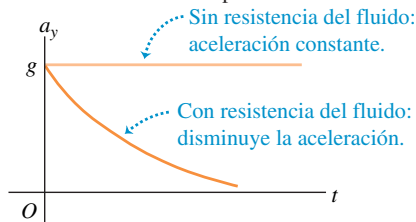
$$m \frac{dv_y}{dt} = mg - kv_y$$

Después de reordenar términos y sustituir  $mg/k$  por  $v_t$ , integramos ambos miembros, recordando que  $v_y = 0$  cuando  $t = 0$ :

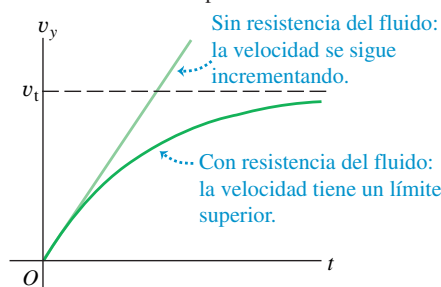
$$\int_0^v \frac{dv_y}{v_y - v_t} = -\frac{k}{m} \int_0^t dt$$

**5.25** Gráficas de movimiento para un cuerpo que cae sin resistencia del fluido y con resistencia del fluido proporcional a la rapidez.

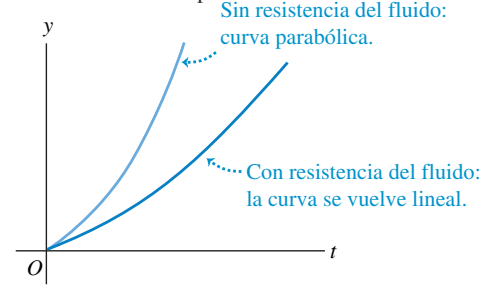
Aceleración contra tiempo



Velocidad contra tiempo



Posición contra tiempo



Que ya integrada da

$$\ln \frac{v_t - v_y}{v_t} = -\frac{k}{m}t \quad \text{o} \quad 1 - \frac{v_y}{v_t} = e^{-(k/m)t}$$

y, por último,

$$v_y = v_t[1 - e^{-(k/m)t}] \quad (5.10)$$

Observe que  $v_y$  se hace igual a la rapidez terminal  $v_t$  sólo en el límite donde  $t \rightarrow \infty$ ; la roca no puede alcanzar la rapidez terminal en un intervalo de tiempo finito.

La derivada de  $v_y$  con respecto al tiempo es  $a_y$ , y la integral de  $v_y$  en el tiempo es  $y$ . Dejamos la derivación al lector (véase el ejercicio 5.46); los resultados son

$$a_y = g e^{-(k/m)t} \quad (5.11)$$

$$y = v_t \left[ t - \frac{m}{k} (1 - e^{-(k/m)t}) \right] \quad (5.12)$$

Examine otra vez la figura 5.25, que muestra las gráficas de estas tres relaciones.

Al deducir la rapidez terminal en la ecuación (5.9) supusimos que la fuerza de resistencia del fluido era proporcional a la rapidez. En el caso de un objeto que cae con gran rapidez en el aire, de modo que la resistencia del fluido sea igual a  $Dv^2$  como en la ecuación (5.8), la rapidez terminal se alcanza cuando  $Dv^2$  es igual al peso  $mg$  (figura 5.26a). Usted puede demostrar que la rapidez terminal  $v_t$  está dada por

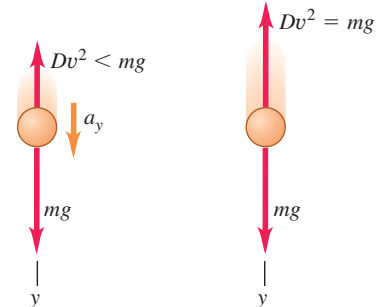
$$v_t = \sqrt{\frac{mg}{D}} \quad (\text{rapidez terminal, resistencia del fluido } f = Dv^2) \quad (5.13)$$

Esta expresión para la rapidez terminal explica el porqué los objetos pesados tienden a caer en el aire con mayor rapidez que los ligeros. Dos objetos con el mismo tamaño pero con diferente masa (digamos, una pelota de ping-pong y una esfera de acero del mismo radio) tienen la misma  $D$  pero diferente valor de  $m$ . El objeto con mayor masa tiene mayor rapidez terminal y cae más rápidamente. La misma idea explica por qué una hoja de papel cae más rápidamente si primero la hacemos esfera: la masa es la misma, pero el tamaño más pequeño reduce  $D$  (menos arrastre para una rapidez dada) y aumenta  $v_t$ . Los paracaidistas usan el mismo principio para controlar su descenso (figura 5.26b).

La figura 5.27 muestra la trayectoria de una pelota de béisbol con y sin arrastre del aire, suponiendo un coeficiente  $D = 1.3 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$  (adecuado para una pelota bateada al nivel del mar). Puede verse que tanto el alcance de la pelota como la altura máxima alcanzada son considerablemente menores que los resultados obtenidos cuando se desprecia el arrastre. Así, la trayectoria que calculamos en el ejemplo 3.8 (sección 3.3), ignorando la resistencia del aire, es muy poco realista. ¡El arrastre del aire es un factor importante en el juego de béisbol!

**5.26** a) Arrastre del aire y rapidez terminal. b) Al cambiar de posición sus brazos y piernas mientras caen, los paracaidistas pueden alterar el valor de la constante  $D$  de la ecuación (5.8) y así ajustar la rapidez terminal de su caída [ecuación (5.13)].

a) Diagramas de cuerpo libre para caída con arrastre del aire



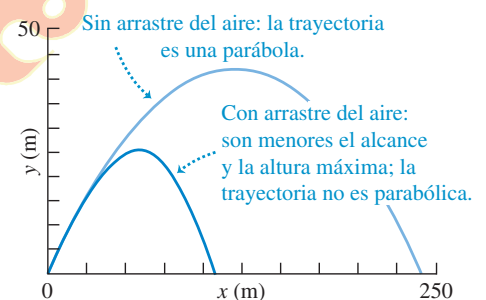
Antes de la rapidez terminal: objeto con aceleración, fuerza de arrastre menor que el peso.

En la rapidez terminal  $v_t$ : objeto en equilibrio, fuerza de arrastre igual al peso.

b) Un paracaidista que cae con rapidez terminal



**5.27** Trayectorias generadas por computadora de una pelota de béisbol lanzada con un ángulo de  $35^\circ$  sobre la horizontal con una rapidez de 50 m/s. Observe que las escalas de los ejes horizontal y vertical son distintas.



### Ejemplo 5.19 Rapidez terminal de un paracaidista

Para un cuerpo humano que cae en el aire con brazos y piernas estirados (figura 5.26b), el valor numérico de la constante  $D$  de la ecuación (5.8) es de aproximadamente de  $0.25 \text{ kg/m}$ . Obtenga la rapidez terminal de un paracaidista ligero de 50 kg.

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** En este ejemplo se requiere la relación entre rapidez terminal, masa y coeficiente de arrastre.

**PLANTEAR:** Usamos la ecuación (5.13) para obtener la incógnita  $v_t$ .

**EJECUTAR:** Obtenemos  $m = 50 \text{ kg}$ :

$$\begin{aligned} v_t &= \sqrt{\frac{mg}{D}} = \sqrt{\frac{(50 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{0.25 \text{ kg/m}}} \\ &= 44 \text{ m/s} \quad (\text{unos } 160 \text{ km/h o } 99 \text{ mi/h}) \end{aligned}$$

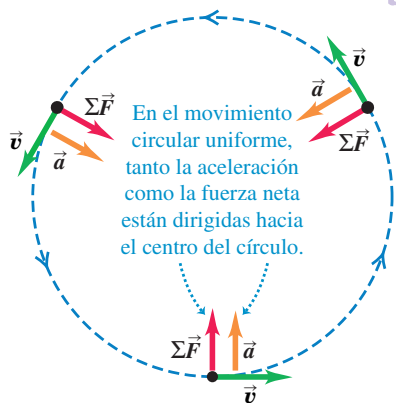
continúa

**EVALUAR:** La rapidez terminal es proporcional a la raíz cuadrada de la masa del paracaidista, de manera que un paracaidista más robusto, con el mismo coeficiente de arrastre  $D$ , pero el doble de masa, tendría una rapidez terminal  $\sqrt{2} = 1.41$  veces mayor, o bien, 63 m/s. (Un paracaidista con mayor masa también tendría mayor área frontal y, por lo tanto, un coeficiente de arrastre más grande, por lo que su rapidez terminal sería un poco menor que 63 m/s.) Incluso la rapidez terminal de

un paracaidista ligero es bastante alta y su fase de caída no dura mucho. Una caída de 2800 m (9200 ft) hasta la superficie a rapidez terminal sólo tarda  $(2800 \text{ m})/(44 \text{ m/s}) = 64 \text{ s}$ .

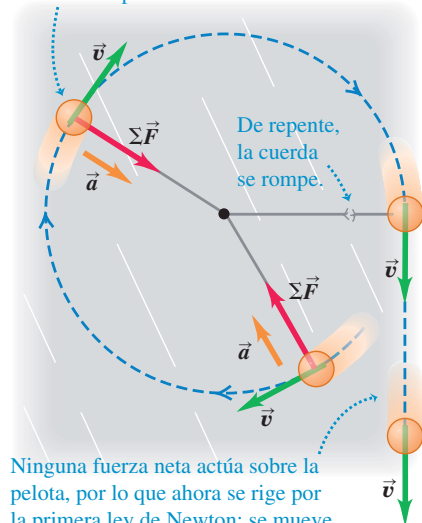
Cuando el paracaidista abre su paracaídas, el valor de  $D$  aumenta considerablemente y la rapidez terminal del hombre y el paracaídas se reduce drásticamente, a un valor mucho menor.

**5.28** En el movimiento circular uniforme, la aceleración y la fuerza neta están dirigidas hacia el centro del círculo.



**5.29** ¿Qué sucede si la fuerza radial hacia adentro repentinamente deja de actuar sobre un cuerpo en movimiento circular?

Una pelota unida a una cuerda gira sobre una superficie sin fricción.



Ninguna fuerza neta actúa sobre la pelota, por lo que ahora se rige por la primera ley de Newton: se mueve en línea recta a velocidad constante.

### Evalúe su comprensión de la sección 5.3

Considere una caja que se coloca sobre superficies distintas. *a*) ¿En qué situación(es) no hay fuerza de fricción actuando sobre la caja? *b*) ¿En qué situación(es) hay una fuerza de fricción *estática* sobre la caja? *c*) ¿En qué situación(es) hay una fuerza de fricción *cinética* sobre la caja?

- La caja está en reposo sobre una superficie horizontal áspera.
- La caja está en reposo en una superficie inclinada áspera.
- La caja está sobre la plataforma horizontal y áspera de un camión, el cual se mueve a velocidad constante en una carretera recta y horizontal, en tanto que la caja permanece en el mismo lugar a la mitad de la plataforma.
- La caja está sobre la plataforma horizontal y áspera de un camión, el cual acelera en una carretera recta y horizontal, en tanto que la caja permanece en el mismo lugar a la mitad de la plataforma.
- La caja está sobre la plataforma horizontal y áspera de un camión, el cual sube una pendiente y la caja se desliza hacia la parte trasera del camión.



## 5.4 Dinámica del movimiento circular

Vimos el movimiento circular uniforme en la sección 3.4, mostrando que, cuando una partícula se mueve en un círculo con rapidez constante, su aceleración siempre es hacia el centro del círculo (perpendicular a la velocidad instantánea). La magnitud  $a_{\text{rad}}$  de la aceleración es constante y está dada en términos de la rapidez  $v$  y el radio  $R$  del círculo por

$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R} \quad (\text{movimiento circular uniforme}) \quad (5.14)$$

El subíndice “rad” nos recuerda que en cada punto la aceleración siempre es radial hacia el centro del círculo, perpendicular a la velocidad instantánea. En la sección 3.4 explicamos por qué se le denomina *aceleración centrípeta*.

También podemos expresar la aceleración centrípeta  $a_{\text{rad}}$  en términos del *periodo*  $T$ , el tiempo que tarda una revolución:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad (5.15)$$

En términos del periodo,  $a_{\text{rad}}$  es

$$a_{\text{rad}} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (\text{movimiento circular uniforme}) \quad (5.16)$$

El movimiento circular uniforme, como todos los movimientos de una partícula, se rige por la segunda ley de Newton. Para hacer que la partícula acelere hacia el centro del círculo, la fuerza neta  $\Sigma \vec{F}$  sobre la partícula debe estar dirigida siempre hacia el centro (figura 5.28). La magnitud de la aceleración es constante, así que la magnitud  $F_{\text{net}}$  de la fuerza neta también debe ser constante. Si deja de actuar la fuerza neta hacia adentro, la partícula saldrá disparada en una línea recta tangente al círculo (figura 5.29).

La magnitud de la aceleración radial está dada por  $a_{\text{rad}} = v^2/R$ , así que la magnitud  $F_{\text{net}}$  de la fuerza neta sobre una partícula de masa  $m$ , en movimiento circular uniforme, debe ser

$$F_{\text{net}} = ma_{\text{rad}} = m \frac{v^2}{R} \quad (\text{movimiento circular uniforme}) \quad (5.17)$$

El movimiento circular uniforme puede ser resultado de *cualquier* combinación de fuerzas que produzca una fuerza neta  $\sum \vec{F}$  de magnitud constante y siempre dirigida hacia el centro del círculo. Observe que el cuerpo necesita moverse alrededor de un círculo completo: la ecuación (5.17) es válida para *cualquier* trayectoria que se considere parte de un arco circular.

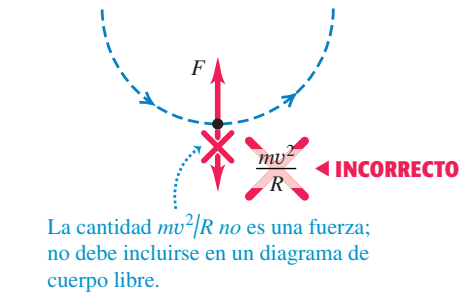
**CAUIDADO** Evite usar “fuerza centrífuga” La figura 5.30 muestra tanto un diagrama de cuerpo libre correcto para el movimiento circular uniforme (figura 5.30a) como un diagrama común *incorrecto* (figura 5.30b). La figura 5.30b es incorrecta porque incluye una fuerza adicional hacia afuera de magnitud  $m(v^2/R)$  para “mantener el cuerpo en equilibrio”. Hay tres razones para no incluir tal fuerza hacia fuera, que solemos llamar *fuerza centrífuga* (“centrífuga” significa “que se aleja del centro”). En primer lugar, el cuerpo *no* está en equilibrio; está en movimiento constante con trayectoria circular. Puesto que su velocidad está cambiando constantemente de dirección, el cuerpo está acelerado. En segundo lugar, si *hubiera* una fuerza adicional hacia afuera para equilibrar la fuerza hacia adentro, no habría fuerza neta y el cuerpo se movería en línea recta, no en un círculo (figura 5.29). Y, en tercer lugar, la cantidad  $m(v^2/R)$  *no* es una fuerza; corresponde al lado  $m\vec{a}$  de  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ , y no aparece en  $\sum \vec{F}$  (figura 5.30a). Es cierto que un pasajero en un automóvil que sigue una curva en un camino horizontal tiende a deslizarse hacia fuera de la curva, como si respondiera a una “fuerza centrífuga” pero, como vimos en la sección 4.2, lo que realmente sucede es que el pasajero tiende a seguir moviéndose en línea recta, y el costado del auto “choca” contra el pasajero cuando el auto da vuelta (figura 4.11c). *En un marco de referencia inercial no existe ninguna “fuerza centrífuga”*. No volveremos a mencionar este término, y le recomendamos no usarlo nunca.

**5.30** Diagramas de cuerpo libre a) correcto y b) incorrecto para un cuerpo en movimiento circular uniforme.

a) Diagrama de cuerpo libre correcto



b) Diagrama de cuerpo libre incorrecto



### Ejemplo 5.20 Fuerza en movimiento circular uniforme

Un trineo con masa de 25.0 kg descansa en una plataforma horizontal de hielo prácticamente sin fricción. Está unido con una cuerda de 5.00 m a un poste clavado en el hielo. Una vez que se le da un empujón, el trineo da vueltas uniformemente alrededor del poste (figura 5.31a). Si el trineo efectúa cinco revoluciones completas cada minuto, calcule la fuerza  $F$  que la cuerda ejerce sobre él.

**EJECUTAR:** No hay aceleración en la dirección  $y$ , así que la fuerza neta en esa dirección es cero y la fuerza normal y el peso tienen la misma magnitud. Para la dirección  $x$ , la segunda ley de Newton da

$$\sum F_x = F = ma_{\text{rad}}$$

Podemos obtener la aceleración centrípeta  $a_{\text{rad}}$  con la ecuación (5.16). El trineo se mueve en un círculo de radio  $R = 5.00$  m, con un periodo  $T = (60.0 \text{ s})/(5 \text{ rev}) = 12.0$  s, así que

$$a_{\text{rad}} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 (5.00 \text{ m})}{(12.0 \text{ s})^2} = 1.37 \text{ m/s}^2$$

O bien, podemos usar primero la ecuación (5.15) para calcular la rapidez  $v$ :

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi (5.00 \text{ m})}{12.0 \text{ s}} = 2.62 \text{ m/s}$$

Luego, usando la ecuación (5.14),

$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R} = \frac{(2.62 \text{ m/s})^2}{5.00 \text{ m}} = 1.37 \text{ m/s}^2$$

Por lo tanto, la magnitud  $F$  de la fuerza ejercida por la cuerda es

$$F = ma_{\text{rad}} = (25.0 \text{ kg})(1.37 \text{ m/s}^2) = 34.3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 34.3 \text{ N}$$

**EVALUAR:** Se necesitaría una fuerza mayor si el trineo diera vueltas al círculo con mayor rapidez. De hecho, si  $v$  aumentara al doble sin cambiar  $R$ ,  $F$  sería cuatro veces mayor. ¿Puede usted demostrarlo? ¿Cómo cambiaría  $F$  si  $v$  no cambiara pero el radio  $R$  aumentara al doble?

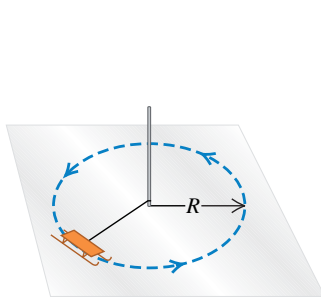
### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** El trineo está en movimiento circular uniforme, así que tiene una aceleración radial. Aplicaremos al trineo la segunda ley de Newton para determinar la magnitud  $F$  de la fuerza que la cuerda ejerce (nuestra incógnita).

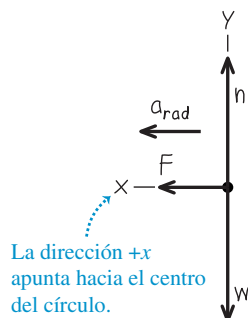
**PLANTEAR:** La figura 5.31b muestra el diagrama de cuerpo libre del trineo. La aceleración sólo tiene componente  $x$ : hacia el centro del círculo; por lo tanto, la denotamos con  $a_{\text{rad}}$ . No nos dan la aceleración, así que tendremos que determinar su valor con la ecuación (5.14) o con la ecuación (5.16).

**5.31** a) La situación. b) Nuestro diagrama de cuerpo libre.

a) Trineo en movimiento circular uniforme



b) Diagrama de cuerpo libre del trineo





### Ejemplo 5.21 El péndulo cónico

Un inventor propone fabricar un reloj de péndulo usando una lenteja de masa  $m$  en el extremo de un alambre delgado de longitud  $L$ . En vez de oscilar, la lenteja se mueve en un círculo horizontal con rapidez constante  $v$ , con el alambre formando un ángulo constante  $\beta$  con la vertical (figura 5.32a). Este sistema se llama *péndulo cónico* porque el alambre suspendido forma un cono. Calcule la tensión  $F_T$  en el alambre y el periodo  $T$  (el tiempo de una revolución de la lenteja) en términos de  $\beta$ .

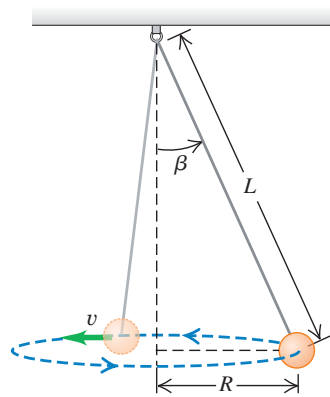
#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Para obtener las dos incógnitas —la tensión  $F$  y el periodo  $T$ — necesitamos dos ecuaciones, que serán las componentes horizontal y vertical de la segunda ley de Newton aplicada a la lenteja. Obtendremos la aceleración de la lenteja hacia el centro del círculo utilizando una de las ecuaciones para movimiento circular.

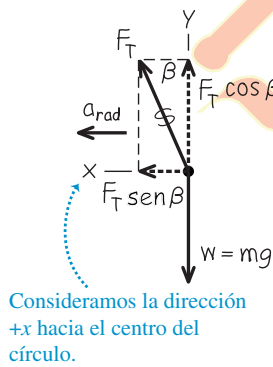
**PLANTEAR:** La figura 5.32b muestra el diagrama de cuerpo libre de la lenteja como un sistema de coordenadas. Las fuerzas sobre la lenteja en la posición que se muestra son el peso  $mg$  y la tensión  $F$  en el alambre. Observe que el centro de la trayectoria circular está en el mis-

5.32 a) La situación. b) Nuestro diagrama de cuerpo libre.

a) La situación



b) Diagrama de cuerpo libre de la lenteja



Consideramos la dirección +x hacia el centro del círculo.

mo plano horizontal que la lenteja, *no* el extremo superior del alambre. La componente horizontal de la tensión es la fuerza que produce la aceleración horizontal  $a_{\text{rad}}$  hacia el centro del círculo.

**EJECUTAR:** La lenteja no tiene aceleración vertical; la aceleración horizontal está dirigida al centro del círculo, así que usamos el símbolo  $a_{\text{rad}}$ . Las ecuaciones  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$  son

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F \sin \beta = ma_{\text{rad}} \\ \sum F_y &= F \cos \beta + (-mg) = 0 \end{aligned}$$

Tenemos dos ecuaciones simultáneas para las incógnitas  $F$  y  $\beta$ . La ecuación para  $\sum F_y$  da  $F = mg/\cos \beta$ ; si sustituimos esto en la ecuación de  $\sum F_x$  y usando  $\sin \beta/\cos \beta = \tan \beta$ , tendremos

$$\tan \beta = \frac{a_{\text{rad}}}{g}$$

Para relacionar  $\beta$  con el periodo  $T$ , usamos la ecuación (5.16) para  $a_{\text{rad}}$ . El radio del círculo es  $R = L \sin \beta$ , así que

$$a_{\text{rad}} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 L \sin \beta}{T^2}$$

Sustituyendo esto en  $\tan \beta = a_{\text{rad}}/g$ , tenemos

$$\tan \beta = \frac{4\pi^2 L \sin \beta}{gT^2}$$

que podemos reescribir así:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \beta}{g}}$$

**EVALUAR:** Para una longitud  $L$  dada, al aumentar el ángulo  $\beta$ ,  $\cos \beta$  disminuye, el periodo  $T$  se vuelve más pequeño y la tensión  $F = mg/\cos \beta$  aumenta. Sin embargo, el ángulo nunca puede ser  $90^\circ$ ; pues ello requeriría  $T = 0$ ,  $F = \infty$  y  $v = \infty$ . Un péndulo cónico no sería muy buen reloj porque el periodo depende de forma demasiado directa de  $\beta$ .

### Ejemplo 5.22 Vuelta a una curva plana

El automóvil deportivo del ejemplo 3.11 (sección 3.4) va por una curva sin peralte de radio  $R$  (figura 5.33a). Si el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos y la carretera es  $\mu_s$ , ¿cuál es la rapidez máxima  $v_{\text{máx}}$  con que el conductor puede tomarse la curva sin derrapar?

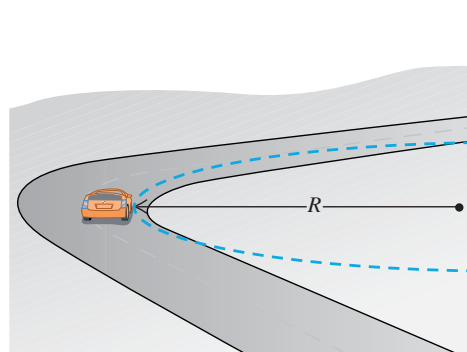
#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** La aceleración del automóvil al tomar la curva tiene magnitud  $a_{\text{rad}} = v^2/R$ , así que la rapidez máxima  $v_{\text{máx}}$  (nuestra incógnita) corresponde a la aceleración máxima  $a_{\text{rad}}$ , y a la fuerza horizontal máxima sobre el auto hacia el centro del camino circular. La única fuerza horizontal que actúa sobre el auto es la fuerza de fricción ejercida por la carretera. Por lo tanto, tendremos que usar la segunda ley de Newton y lo que aprendimos acerca de la fuerza de fricción en la sección 5.3.

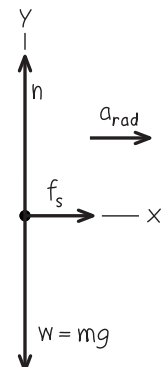
**PLANTEAR:** El diagrama de cuerpo libre de la figura 5.33b incluye el peso del auto,  $w = mg$  y dos fuerzas ejercidas por la carretera: la fuerza normal  $n$  y la fuerza de fricción horizontal  $f$ . La fuerza de fricción

5.33 a) La situación. b) Nuestro diagrama de cuerpo libre.

a) El auto toma una curva de un camino plano



b) Diagrama de cuerpo libre del auto



debe apuntar hacia el centro de la trayectoria circular para causar la aceleración radial. Puesto que el auto no se mueve en la dirección radial (es decir, no se desliza hacia el centro del círculo ni en la dirección opuesta), la fuerza de fricción es *estática* con una magnitud máxima  $f_{\text{máx}} = \mu_s n$  [véase la ecuación (5.6)].

**EJECUTAR:** La aceleración hacia el centro de la trayectoria circular es  $a_{\text{rad}} = v^2/R$  y no hay aceleración vertical. Entonces,

$$\begin{aligned}\sum F_x = f &= ma_{\text{rad}} = m \frac{v^2}{R} \\ \sum F_y = n + (-mg) &= 0\end{aligned}$$

La segunda ecuación muestra que  $n = mg$ . La primera ecuación muestra que la fuerza de fricción *necesaria* para mantener el auto en su trayectoria circular aumenta con la rapidez del auto. No obstante, la fuerza máxima de fricción *disponible* es  $f_{\text{máx}} = \mu_s n = \mu_s mg$ , y esto determina la rapidez máxima del auto. Si sustituimos  $f_{\text{máx}}$  por  $f$  y  $v_{\text{máx}}$  por  $v$  en la ecuación  $\sum F_x$  tenemos

$$\mu_s mg = m \frac{v_{\text{máx}}^2}{R}$$

así que la rapidez máxima es

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\mu_s g R}$$

Por ejemplo, si  $\mu_s = 0.96$  y  $R = 230$  m, entonces

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{(0.96)(9.8 \text{ m/s}^2)(230 \text{ m})} = 47 \text{ m/s}$$

lo que equivale a casi 170 km/h (100 mi/h). Ésta es la rapidez máxima para el radio.

**EVALUAR:** Si la rapidez del auto es menor que  $\sqrt{\mu_s g R}$ , la fuerza de fricción requerida es menor que el valor máximo  $f_{\text{máx}} = \mu_s mg$  y el auto puede tomar la curva fácilmente. Si tratamos de tomar la curva con una rapidez *mayor* que la máxima, el auto aún podrá describir un círculo sin derrapar, pero el radio será mayor y el auto se saldrá de la carretera.

Cabe señalar que la aceleración centrípeta máxima (la “aceleración lateral” del ejemplo 3.11) es  $\mu_s g$ . Si se reduce el coeficiente de fricción, la aceleración centrípeta máxima y  $v_{\text{máx}}$  también se reducen. Por ello, es mejor tomar las curvas a menor rapidez si el camino está mojado o cubierto de hielo (pues ambas cuestiones reducen el valor de  $\mu_s$ ).

### Ejemplo 5.23 Tomar una curva peraltada

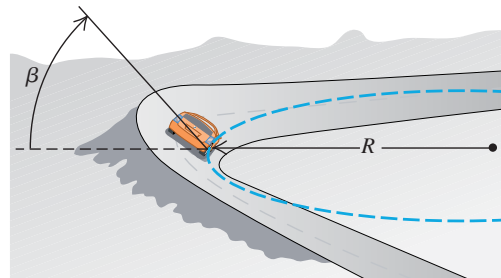
Para un automóvil que viaja a cierta rapidez, es posible peraltar una curva con un ángulo tal que los autos que viajan con cierta rapidez no necesiten fricción para mantener el radio con que dan vuelta. El auto podría tomar la curva aun sobre hielo húmedo. (Las carreras de trineos se basan en la misma idea.) Un ingeniero propone reconstruir la curva del ejemplo 5.22 de modo que un auto con rapidez  $v$  pueda dar la vuelta sin peligro aunque no haya fricción (figura 5.34a). ¿Qué ángulo de peralte  $\beta$  debería tener la curva?

#### SOLUCIÓN

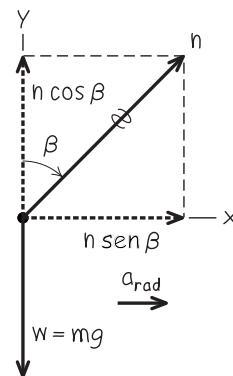
**IDENTIFICAR:** Al no haber fricción, las únicas dos fuerzas que actúan sobre el auto son su peso y la fuerza normal. Puesto que el camino tiene peralte, la fuerza normal (que actúa perpendicular a la superficie del camino) tiene una componente horizontal. Esta componente es la que produce la aceleración horizontal hacia el centro de la trayectoria circular que el auto sigue). Puesto que intervienen fuerzas y aceleración, usaremos la segunda ley de Newton para obtener la incógnita  $\beta$ .

**5.34** a) La situación. b) Nuestro diagrama de cuerpo libre.

a) Un auto toma una curva peraltada



b) Diagrama de cuerpo libre del auto



**PLANTEAR:** Nuestro diagrama de cuerpo libre (figura 5.34b) es muy similar al diagrama del péndulo cónico del ejemplo 5.21 (figura 5.32b). La fuerza normal que actúa sobre el auto desempeña el papel de la tensión que actúa sobre la lenteja del péndulo.

**EJECUTAR:** La fuerza normal  $\vec{n}$  es perpendicular a la carretera y forma un ángulo  $\beta$  con respecto a la vertical; por lo tanto, tiene una componente vertical  $n \cos \beta$  y una componente horizontal  $n \sin \beta$ , como se indica en la figura 5.34b. La aceleración en la dirección  $x$  es la aceleración centrípeta,  $a_{\text{rad}} = v^2/R$ ; no hay aceleración en la dirección  $y$ . Entonces, las ecuaciones de la segunda ley de Newton

$$\begin{aligned}\sum F_x = n \sin \beta &= ma_{\text{rad}} \\ \sum F_y = n \cos \beta + (-mg) &= 0\end{aligned}$$

continúa

De la ecuación  $\Sigma F_y, n = mg/\cos \beta$ . Si sustituimos esto en la ecuación  $\Sigma F_x$ , obtenemos una expresión para el ángulo de peralte:

$$\tan \beta = \frac{a_{\text{rad}}}{g}$$

que es la misma expresión que obtuvimos en el ejemplo 5.21. Por último, si sustituimos la expresión  $a_{\text{rad}} = v^2/R$ , obtenemos

$$\tan \beta = \frac{v^2}{gR}$$

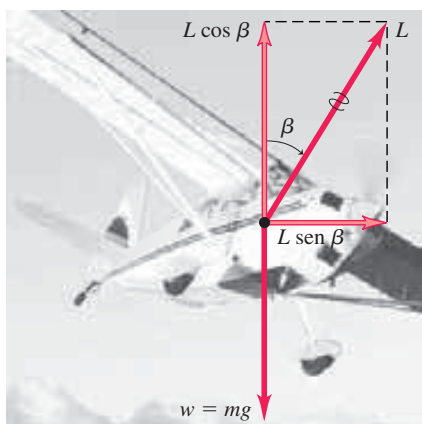
**EVALUAR:** El ángulo de peralte depende de la rapidez y el radio. Para un radio dado, no hay un ángulo correcto para todas las rapidezces. Al

diseñar autopistas y ferrocarriles, lo usual es peraltar las curvas para la rapidez media del tráfico. Si  $R = 230 \text{ m}$  y  $v = 25 \text{ m/s}$  (correspondiente a una rapidez de autopista de  $90 \text{ km/h}$  o  $56 \text{ mi/h}$ ), entonces,

$$\beta = \arctan \frac{(25 \text{ m/s})^2}{(9.8 \text{ m/s}^2)(230 \text{ m})} = 15^\circ$$

Este resultado está dentro del intervalo de ángulos de peralte usados en autopistas reales. Con el mismo radio y  $v = 47 \text{ m/s}$ , como en el ejemplo 5.22,  $\beta = 44^\circ$ ; hay curvas con tanto peralte en las pistas de carreras.

**5.35** Un avión se inclina hacia un lado para dar un giro en esa dirección. La componente vertical de la fuerza de sustentación  $\vec{L}$  equilibra la fuerza de gravedad; la componente horizontal de  $\vec{L}$  causa la aceleración  $v^2/R$ .



## Curvas peraltadas y el vuelo de aviones

Los resultados del ejemplo 5.23 también son válidos para un avión cuando da vuelta mientras vuela horizontalmente (figura 5.35). Cuando un avión vuela en línea recta con rapidez constante y sin variar su altitud, su peso se equilibra exactamente con la fuerza de sustentación  $\vec{L}$  ejercida por el aire. (La fuerza de sustentación hacia arriba que el aire ejerce sobre las alas es una reacción al empuje hacia abajo que las alas ejercen sobre el aire, al moverse las alas a través de éste.) Para hacer que el avión dé vuelta, el piloto lo inclina hacia un lado para que la fuerza de sustentación tenga una componente horizontal, como en la figura 5.35. (El piloto también altera el ángulo con que las alas “muerden” el aire, de modo que la componente vertical de la sustentación siga equilibrando el peso.) El ángulo de ladeo está relacionado con la rapidez  $v$  del avión y con el radio  $R$  de la vuelta por la misma expresión que vimos en el ejemplo 5.23:  $\tan \beta = v^2/gR$ . Si se quiere que el avión dé una vuelta cerrada ( $R$  pequeño) con gran rapidez ( $v$  grande),  $\tan \beta$  deberá ser grande, así que el ángulo de ladeo requerido  $\beta$  se acercará a  $90^\circ$ .

También podemos aplicar los resultados del ejemplo 5.23 al *piloto* de un avión. El diagrama de cuerpo libre del piloto es idéntico al de la figura 5.34b; el asiento ejerce la fuerza normal  $n = mg/\cos \beta$  sobre el piloto. Al igual que en el ejemplo 5.9,  $n$  es igual al peso aparente del piloto, que es mucho mayor que su peso real  $mg$ . En una vuelta cerrada con ángulo de ladeo  $\beta$  grande, el peso aparente del piloto puede ser enorme:  $n = 5.8mg$  con  $\beta = 80^\circ$  y  $n = 9.6mg$  con  $\beta = 84^\circ$ . Los pilotos llegan a desmayarse en tales vueltas porque el peso aparente de su sangre aumenta en la misma proporción, y el corazón no es lo bastante fuerte como para bombear al cerebro una sangre aparentemente tan “pesada”.

## Movimiento en un círculo vertical

En los ejemplos 5.20, 5.21, 5.22 y 5.23 el cuerpo se movía en un círculo horizontal. El movimiento en un círculo *vertical* no es diferente en principio; no obstante, hay que tratar con cuidado el peso del cuerpo. El ejemplo que sigue ilustra esa necesidad.



- 4.2 Resolución de problemas de movimiento circular
- 4.3 Carrito que viaja en una trayectoria circular
- 4.4 Pelota que se balancea en una cuerda
- 4.5 Automóvil que describe círculos en una pista

### Ejemplo 5.24

### Movimiento circular uniforme en un círculo vertical

Un pasajero en una rueda de la fortuna se mueve en un círculo vertical de radio  $R$  con rapidez constante  $v$ . El asiento permanece vertical durante su movimiento. Deduzca expresiones para la fuerza que el asiento ejerce sobre el pasajero en la parte superior e inferior del círculo.

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Tanto en la parte superior como inferior del círculo, la incógnita es la magnitud  $n$  de la fuerza normal que el asiento ejerce sobre el pasajero. Obtendremos dicha fuerza en cada posición aplicando la segunda ley de Newton y las ecuaciones del movimiento circular uniforme.

**PLANTEAR:** La figura 5.36a muestra la velocidad y aceleración del pasajero en las dos posiciones. Observe que la aceleración está dirigida *hacia abajo* cuando se encuentra en la parte superior del círculo; y *hacia arriba* cuando está en la parte inferior. En ambas posiciones, las únicas fuerzas que actúan son verticales: la fuerza normal hacia arriba y la fuerza de gravedad hacia abajo. Por lo tanto, sólo necesitamos la componente vertical de la segunda ley de Newton.

**EJECUTAR:** Las figuras 5.36b y 5.36c son los diagramas de cuerpo libre para las dos posiciones. Tomamos la dirección  $+y$  hacia arriba en ambos casos. Sea  $n_T$  la fuerza normal hacia arriba que el asiento

aplica al pasajero en la parte superior del círculo, y  $n_B$  la fuerza normal en la parte inferior. En la parte superior, la aceleración tiene magnitud  $v^2/R$ , pero su componente vertical es negativa porque su dirección es hacia abajo. Por lo tanto,  $a_y = -v^2/R$  y la segunda ley de Newton nos indica que

$$\text{Superior: } \sum F_y = n_T + (-mg) = -m\frac{v^2}{R}, \quad \text{es decir,}$$

$$n_T = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)$$

En la parte inferior, la aceleración es hacia arriba, así que  $a_y = +v^2/R$  y la segunda ley de Newton es

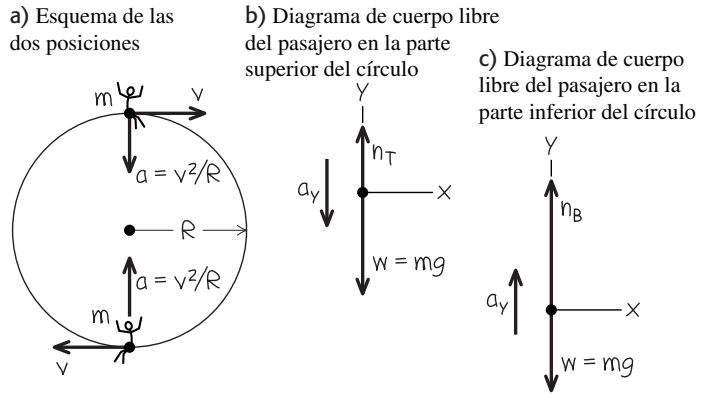
$$\text{Inferior: } \sum F_y = n_B + (-mg) = +m\frac{v^2}{R}, \quad \text{es decir,}$$

$$n_B = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right)$$

**EVALUAR:** El resultado obtenido para  $n_T$  nos dice que, en la parte superior de la rueda de la fortuna, la fuerza hacia arriba que el asiento aplica al pasajero es *menor* en magnitud que el peso de éste,  $w = mg$ . Si la rueda gira con tal rapidez que  $g - v^2/R = 0$ , el asiento *no* aplica fuerza, y el pasajero está a punto de salir disparado. Si  $v$  aumenta aún

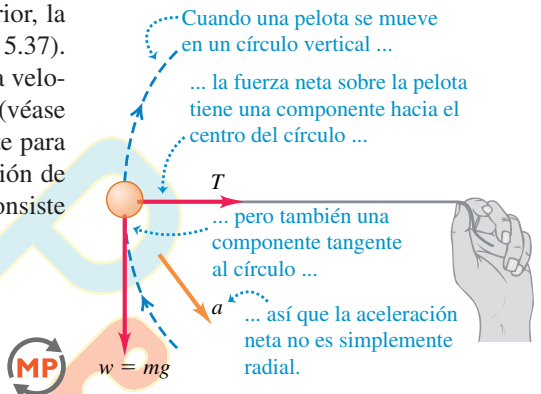
más,  $n_T$  se hará negativa, y se requerirá una fuerza *hacia abajo* (como la de un cinturón de seguridad) para mantener al pasajero en el asiento. En cambio, en la parte inferior, la fuerza normal  $n_B$  siempre es *mayor que* el peso del pasajero. Se siente que el asiento empuja más firmemente que en reposo. Se observa que  $n_T$  y  $n_B$  son los valores del *peso aparente* del pasajero en la parte superior e inferior del círculo (véase la sección 5.2).

### 5.36 Nuestros esquemas para este problema.



Si atamos un cordón a un objeto y lo hacemos girar en un círculo vertical, no podremos aplicar directamente el análisis del ejemplo 5.24, porque en este caso  $v$  no es constante; en todos los puntos del círculo salvo en la parte superior e inferior, la fuerza neta (y por ende la aceleración) *no* apunta al centro del círculo (figura 5.37). Así,  $\sum \vec{F}$  y  $\vec{a}$  tienen una componente tangente al círculo, lo cual significa que la velocidad cambia. Por ello, tenemos un caso de movimiento circular *no uniforme* (véase la sección 3.4). Es más, no podemos usar las fórmulas de aceleración constante para relacionar las rapidezces en distintos puntos porque *ni* la magnitud *ni* la dirección de la aceleración son constantes. La mejor forma de obtener dichas relaciones consiste en usar el concepto de energía.

### 5.37 Pelota que se mueve en un círculo vertical.



**Evalúe su comprensión de la sección 5.4** La atracción gravitacional de nuestro planeta mantiene los satélites en órbita. Un satélite en una órbita de radio pequeño se mueve con mayor rapidez que uno en una órbita amplia. Con base en esta información, ¿qué puede usted concluir acerca de la atracción gravitacional de la Tierra sobre el satélite? i) Se incrementa al aumentar la distancia hacia la Tierra. ii) Es la misma en todos los puntos desde la Tierra. iii) Disminuye al aumentar la distancia con respecto al planeta. iv) Por sí misma, esta información no es suficiente para contestar la pregunta.

## \*5.5 Fuerzas fundamentales de la naturaleza

Hemos visto fuerzas de varios tipos —peso, tensión, fricción, resistencia de fluidos y la fuerza normal— y veremos otras más al seguir estudiando física. Pero, ¿cuántas clases distintas de fuerzas hay? Actualmente, se considera que todas las fuerzas son expresiones de tan sólo cuatro clases de fuerzas o interacciones *fundamentales* entre las partículas (figura 5.38). Dos de ellas las conocemos por la experiencia cotidiana; las otras dos implican interacciones entre partículas subatómicas que no podemos observar directamente con nuestros sentidos.

Las **interacciones gravitacionales** incluyen la fuerza familiar del *peso*, que se debe a la acción de la atracción gravitacional terrestre sobre un cuerpo. La mutua atracción gravitacional entre las diferentes partes de la Tierra mantienen a nuestro planeta

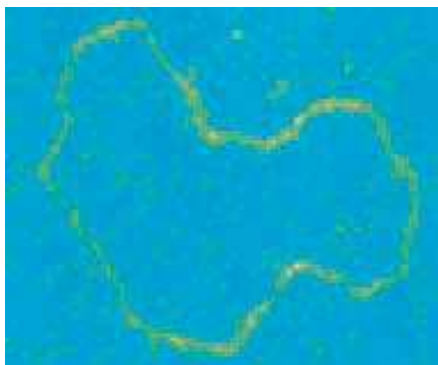


**5.38** Ejemplos de las interacciones fundamentales en la naturaleza. a) La Luna y la Tierra se mantienen unidas y en órbita por las fuerzas gravitacionales. b) Esta molécula de DNA de plásmido bacteriano se mantiene unida por las fuerzas electromagnéticas entre los átomos. c) El Sol brilla porque enormes fuerzas entre partículas en su núcleo hacen que se libere energía. d) Cuando una estrella masiva explota en una supernova, una avalancha de energía se libera debido a las interacciones débiles entre las partículas nucleares de la estrella.

a) Las fuerzas gravitacionales mantienen unidos a los planetas



b) Las fuerzas electromagnéticas mantienen unidas a las moléculas



c) Enormes fuerzas liberan energía del Sol



d) Las fuerzas débiles juegan un papel preponderante en las estrellas que explotan



unido (figura 5.38a). Newton reconoció que la atracción gravitacional del Sol mantiene a la Tierra en su órbita casi circular en torno al Sol. En el capítulo 12 estudiaremos las interacciones gravitacionales con mayor detalle y analizaremos su papel crucial en los movimientos de planetas y satélites.

La otra clase cotidiana de fuerzas, las **interacciones electromagnéticas**, incluye las fuerzas eléctricas y magnéticas. Si nos frotamos un peine por el cabello, al final el peine tendrá una carga eléctrica; es posible usar la fuerza eléctrica para atraer trocitos de papel. Todos los átomos contienen carga eléctrica positiva y negativa, así que átomos y moléculas pueden ejercer fuerzas eléctricas unos sobre otros (figura 5.38b). Las fuerzas de contacto, incluidas la normal, la de fricción y la de resistencia de fluidos, son la combinación de todas estas fuerzas ejercidas sobre los átomos de un cuerpo por los átomos de su entorno. Las fuerzas *magnéticas*, como las que se dan entre imanes o entre un imán y un trozo de hierro, son realmente el resultado de cargas eléctricas en movimiento. Por ejemplo, un electroimán causa interacciones magnéticas porque las cargas eléctricas se mueven por sus alambres. Estudiaremos las interacciones eléctricas y magnéticas con detalle en la segunda mitad del libro.

En el nivel atómico o molecular, las fuerzas gravitacionales no son importantes porque las fuerzas eléctricas son muchísimo más intensas: la repulsión eléctrica entre dos protones a cierta distancia es  $10^{35}$  veces más fuerte que su atracción gravitacional. Sin embargo, en cuerpos de tamaño astronómico las cargas positivas y negativas suelen estar presentes en cantidades casi idénticas, y las interacciones eléctricas resultantes casi se anulan. Por ello, las interacciones gravitacionales son la influencia dominante en el movimiento de los planetas y en la estructura interna de las estrellas.

Las otras dos clases de interacciones son menos conocidas. La **interacción fuerte** mantiene unido el núcleo de un átomo. Los núcleos contienen neutrones (eléctricamente neutros) y protones (con carga positiva). La fuerza eléctrica entre protones hace que se repelan mutuamente; la enorme fuerza de atracción entre las partículas nucleares contrarresta esta repulsión y mantiene el núcleo estable. En este contexto, la interacción fuerte también se denomina *fuerza nuclear fuerte*; tiene un alcance mucho menor que las interacciones eléctricas, pero es mucho más fuerte dentro de ese alcance. La interacción fuerte juega un papel fundamental en las reacciones termonucleares que ocurren en el núcleo del Sol, y que generan el calor y su luz (figura 5.38c).

Por último, tenemos la **interacción débil** cuyo alcance es tan pequeño que es relevante sólo a una escala de núcleo o menor. La interacción débil causa una forma común de radioactividad, llamada desintegración beta, en la que un neutrón de un núcleo radioactivo se transforma en protón al tiempo que expulsa un electrón y una partícula casi sin masa llamada antineutrino electrónico. La interacción débil entre un antineutrino y la materia ordinaria es tan tenue que el antineutrino fácilmente podría atravesar una pared de plomo ¡de un millón de kilómetros de espesor! Incluso cuando una estrella gigante sufrió una explosión cataclísmica llamada supernova, la mayoría de la energía fue liberada mediante la interacción débil (figura 5.38d).

En la década de 1960 los físicos elaboraron una teoría que describe las interacciones electromagnética y débil, como aspectos de una sola interacción *electrodébil*. Esta teoría ha superado todas las pruebas experimentales a las que se ha sometido, lo cual motivó a los físicos a realizar intentos similares que describan las interacciones fuerte, electromagnética y débil dentro de una sola *gran teoría unificada* (GUT), y se han dado ciertos pasos hacia una posible unificación de todas las interacciones en una *teoría de todo* (TOE). Tales teorías aún son especulativas, y hay muchas preguntas sin respuesta en este campo de investigación tan activo.



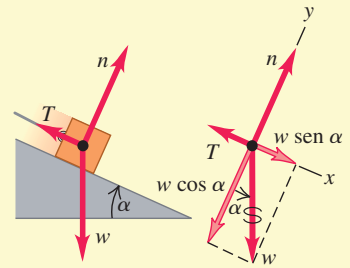
**Aplicación de la primera ley de Newton:** Cuando un cuerpo está en equilibrio en un marco de referencia inercial, es decir, en reposo o en movimiento con velocidad constante, la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre él debe ser cero (primera ley de Newton). Los diagramas de cuerpo libre son indispensables para identificar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo considerado.

La tercera ley de Newton (acción y reacción) también suele necesitarse en problemas de equilibrio. Las dos fuerzas de un par acción-reacción *nunca* actúan sobre el mismo cuerpo. (Véanse los ejemplos 5.1 a 5.5.)

La fuerza normal ejercida por una superficie sobre un cuerpo *no* siempre es igual al peso del cuerpo. (Véase el ejemplo 5.3.)

$$\sum \vec{F} = \mathbf{0} \quad (\text{forma vectorial}) \quad (5.1)$$

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad (\text{forma de componentes}) \quad (5.2)$$



**Aplicación de la segunda ley de Newton:** Si la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo *no* es cero, el cuerpo tiene una aceleración determinada por la segunda ley de Newton.

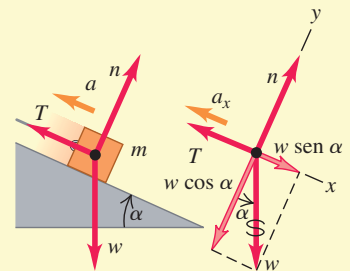
Al igual que en los problemas de equilibrio, los diagramas de cuerpo libre son indispensables para resolver problemas donde interviene la segunda ley de Newton, y la fuerza normal ejercida sobre un cuerpo *no* siempre es igual a su peso. (Véanse los ejemplos 5.6 a 5.12.)

Forma vectorial:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (5.3)$$

Forma de componentes:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad (5.4)$$



**Fricción y resistencia de fluidos:** La fuerza de contacto entre dos cuerpos siempre puede representarse en términos de una fuerza normal  $\vec{n}$  perpendicular a la superficie de contacto y una fuerza de fricción  $\vec{f}$  paralela a la superficie.

Cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie, la fuerza de fricción se denomina fricción *cinética*. Su magnitud  $f_k$  es aproximadamente igual a la magnitud de la fuerza normal  $n$  multiplicada por  $\mu_k$ , el coeficiente de fricción cinética. Si un cuerpo *no* se mueve con respecto a la superficie, la fuerza de fricción se denomina fricción *estática*. La *máxima* fuerza de fricción estática posible es aproximadamente igual a la magnitud  $n$  de la fuerza normal multiplicada por  $\mu_s$ , el coeficiente de fricción estática. La fuerza de fricción estática *real* puede variar entre cero y ese valor máximo, según la situación.  $\mu_s$  suele ser mayor que  $\mu_k$  para un par de superficies en contacto dado. (Véanse los ejemplos 5.13 a 5.17.)

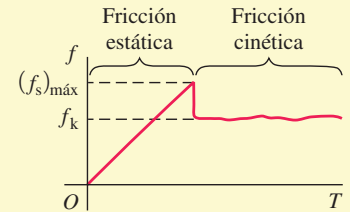
La fricción de rodamiento es similar a la fricción cinética; pero la fuerza de resistencia de fluidos depende de la rapidez de un objeto a través de un fluido. (Véanse los ejemplos 5.18 y 5.19.)

Magnitud de la fuerza de fricción cinética:

$$f_k = \mu_k n \quad (5.5)$$

Magnitud de la fuerza de fricción estática:

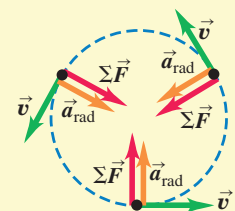
$$f_s \leq \mu_s n \quad (5.6)$$



**Fuerzas en el movimiento circular:** En el movimiento circular uniforme, el vector aceleración apunta al centro del círculo. El movimiento se rige por la segunda ley de Newton  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ . (Véanse los ejemplos 5.20 a 5.24.)

Aceleración en movimiento circular uniforme:

$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (5.14), (5.16)$$



## Términos clave

peso aparente, 145  
fuerza de fricción, 149  
fuerza de fricción cinética, 150  
coeficiente de fricción cinética, 150  
fuerza de fricción estática, 151

coeficiente de fricción estática, 151  
coeficiente de fricción de rodamiento, 155  
resistencia de un fluido, 155  
arrastré del aire, 155  
rapidez terminal, 156

interacción gravitacional, 163  
interacción electromagnética, 164  
interacción fuerte, 164  
interacción débil, 164

## Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

Ninguna ya que la fuerza hacia arriba del aire tiene la *misma* magnitud que la fuerza de gravedad. Aunque el ave asciende, su velocidad vertical es constante, así que su aceleración vertical es cero. Por lo tanto, la fuerza neta que actúa sobre el ave también debe ser cero, en tanto que las fuerzas verticales individuales deben equilibrarse.

## Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

**5.1 Respuesta: ii)** Los dos cables están dispuestos de forma simétrica, así que la tensión en cada uno tiene la misma magnitud  $T$ . La componente vertical de la tensión de cada cable es  $T \sin 45^\circ$  (o, de manera equivalente,  $T \cos 45^\circ$ ), así que la primera ley de Newton aplicada a las fuerzas verticales nos dice que  $2T \sin 45^\circ - w = 0$ . Por lo tanto,  $T = w/(2 \sin 45^\circ) = w/\sqrt{2} = 0.71w$ . Cada cable soporta la mitad del peso del semáforo, pero la tensión es mayor que  $w/2$  porque sólo la componente vertical de la tensión contrarresta el peso.

**5.2 Respuesta: ii)** No importa cuál sea la velocidad instantánea del deslizador, su aceleración es constante y tiene el valor que se calculó

en el ejemplo 5.12. De la misma forma, la aceleración de un cuerpo en caída libre es la misma si asciende o desciende, o en el punto máximo de su movimiento (véase la sección 2.5).

**5.3 Respuestas a a): i, iii); respuestas a b): ii, iv); respuesta a c): v)** En las situaciones i) y iii) La caja no acelera (así que la fuerza neta sobre ella debe ser cero) y no hay otra fuerza que actúe paralela a la superficie horizontal; por lo tanto, no se requiere fuerza de fricción para evitar el deslizamiento. En las situaciones ii) y iv) la caja comenzaría a deslizarse sobre la superficie si no hubiera fricción, así que la fuerza de fricción estática debe actuar para evitarlo. En la situación v), la caja se desliza sobre una superficie áspera, por lo que la fuerza de fricción cinética actúa sobre ella.

**5.4 Respuesta: iii)** Un satélite con masa  $m$  que da vuelta a la Tierra con rapidez  $v$  en una órbita de radio  $r$  tiene una aceleración de magnitud  $v^2/r$ , así que la fuerza neta de la gravedad terrestre que actúa sobre él tiene magnitud  $F = mv^2/r$ . Cuanto más lejos está el satélite de la Tierra, mayor será el valor de  $r$ , menor será el valor de  $v$  y, por ende, menores serán los valores de  $v^2/r$  y de  $F$ . En otras palabras, la fuerza gravitacional de la Tierra disminuye al aumentar la distancia.

## PROBLEMAS

Para la tarea asignada por el profesor, visite [www.masteringphysics.com](http://www.masteringphysics.com)



## Preguntas para análisis

**P5.1.** Un hombre se sienta en una silla suspendida de una cuerda, la cual pasa por una polea suspendida del techo, y el hombre sujeta con su mano el otro extremo de la cuerda. ¿Qué tensión hay en la cuerda y qué fuerza ejerce la silla sobre el hombre? Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el hombre.

**P5.2.** “En general, la fuerza normal no es igual al peso.” Dé un ejemplo en que ambas fuerzas tengan la misma magnitud y al menos dos ejemplos donde no sea así.

**P5.3.** Se tiende un cordón entre dos palos. Por más que se estira el cordón, siempre cuelga un poco en el centro. Explique por qué.

**P5.4.** Se conduce un automóvil cuesta arriba con rapidez constante. Analice las fuerzas que actúan sobre el auto. ¿Qué lo empuja cuesta arriba?

**P5.5.** Por razones médicas, es importante que los astronautas en el espacio exterior determinen su masa corporal a intervalos regulares. Invente una forma de medir la masa en un entorno de aparente ingravidez.

**P5.6.** Al empujar una caja rampa arriba, ¿se requiere menos fuerza si se empuja horizontalmente o si se empuja paralelo a la rampa? ¿Por qué?

**P5.7.** Una mujer en un elevador suelta su maletín pero éste no cae al piso. ¿Cómo se está moviendo el elevador?

**P5.8.** Las básculas pueden dividirse en las que usan resortes y las que usan masas estándar para equilibrar masas desconocidas. ¿Cuál grupo sería más exacto en una nave espacial en aceleración? ¿Y en la Luna?

**P5.9.** Al apretar una tuerca en un perno, ¿cómo aumentamos la fuerza de fricción? ¿Cómo funciona una rondana (arandela) de presión?

**P5.10.** Un bloque descansa sobre un plano inclinado con suficiente fricción para que no resbale. Para empezar a mover el bloque, ¿es más fácil empujarlo plano arriba o plano abajo? ¿Por qué?

**P5.11.** Una caja con libros descansa en un piso horizontal. Para deslizarla sobre el piso con velocidad constante, ¿por qué se ejerce una fuerza menor si se tira de ella con un ángulo  $\theta$  sobre la horizontal, que si se empuja con el mismo ángulo bajo la horizontal?

**P5.12.** En un mundo sin fricción, ¿cuál de las siguientes actividades podría usted hacer (o no hacer)? Explique su razonamiento. a) Manejar por una curva de autopista sin peralte; b) saltar en el aire; c) empezar a caminar en una acera horizontal; d) subir por una escalera vertical; e) cambiar de carril en una carretera.

**P5.13.** Caminar sobre una superficie resbalosa cubierta de hielo puede ser más cansado que caminar sobre pavimento común. ¿Por qué?

**P5.14.** Al pararnos descalzos en una tina húmeda, nos sentimos firmes, pero es muy posible que resbalemos peligrosamente. Analice la situación en términos de los dos coeficientes de fricción.

**P5.15.** Imagine que empuja una caja grande desde la parte trasera de un elevador de carga hacia el frente, mientras el elevador viaja al siguiente piso. ¿En qué situación la fuerza que debe aplicar para mover la caja es mínima y en qué situación es máxima: cuando el elevador está acelerando hacia arriba, cuando está acelerando hacia abajo o cuando viaja con rapidez constante? Explique su respuesta.

**P5.16.** La Luna acelera hacia la Tierra. ¿Por qué no se acerca más hacia nosotros?

**P5.17.** Una revista de automóviles llama a las curvas de radio decreciente “la maldición del conductor dominguero”. Explique por qué.

**P5.18.** A menudo se escucha a la gente decir “la fricción siempre se opone al movimiento”. Mencione al menos un ejemplo donde a) la fricción estática *provoque* movimiento y b) la fricción cinética *provoque* movimiento.

**P5.19.** Si hay una fuerza neta sobre una partícula en movimiento circular uniforme, ¿por qué no cambia la rapidez de la partícula?

**P5.20.** Una curva de un camino tiene un peralte calculado para 80 km/h. Sin embargo, el camino tiene hielo, y usted cuidadosamente planea conducir más despacio que ese límite. ¿Qué puede sucederle a su automóvil? ¿Por qué?

**P5.21.** Usted hace girar una pelota en el extremo de un cordón ligero en un círculo horizontal con rapidez constante. ¿Puede el cordón estar realmente horizontal? Si acaso, ¿el cordón estaría arriba o abajo de la horizontal? ¿Por qué?

**P5.22.** No se incluyó la fuerza centrífuga en los diagramas de cuerpo libre de las figuras 5.34b y 5.35. Explique por qué.

**P5.23.** Frente a su grupo, un profesor gira un tapón de hule en un círculo horizontal en el extremo de un cordón y le dice a Carolina, quien está sentada en la primera fila del aula, que soltará el cordón cuando el tapón esté directamente frente al rostro de ella. ¿Debería preocuparse Carolina?

**P5.24.** Para que las fuerzas sobre los pasajeros no sean excesivas, los juegos de feria que describen un lazo vertical se diseñan de manera que el lazo, en vez de ser un círculo perfecto, tenga un radio de curvatura mayor abajo que arriba. Explique por qué.

**P5.25.** Se deja caer una pelota de tenis, desde el reposo, de la parte superior de un cilindro alto de vidrio, primero con el cilindro evacuado de modo que no haya resistencia del aire y, luego, con el cilindro lleno de aire. Se toman fotografías con destello múltiple de ambas caídas. Por las fotografías, ¿cómo puede usted saber cuál es cuál? ¿O no es posible saberlo?

**P5.26.** Si usted lanza una pelota de béisbol verticalmente hacia arriba con rapidez  $v_0$ , ¿cómo será su rapidez, cuando regrese al punto de lanzamiento, en comparación con  $v_0$  a) en ausencia de resistencia del aire? b) ¿Y en presencia de resistencia del aire? Explique su respuesta.

**P5.27.** Usted lanza una pelota de béisbol verticalmente hacia arriba. Si *no* se desprecia la resistencia del aire, compare el tiempo que tarda la pelota en alcanzar su altura máxima con el tiempo que tarda en volver al punto de lanzamiento. Explique su respuesta.

**P5.28.** Imagine que toma dos pelotas de tenis idénticas y llena una de agua. Deja caer las dos pelotas simultáneamente desde la azotea de un edificio alto. Si la resistencia del aire es insignificante, ¿cuál pelota llegará primero al piso? Explique. ¿Y si la resistencia del aire *no* es insignificante?

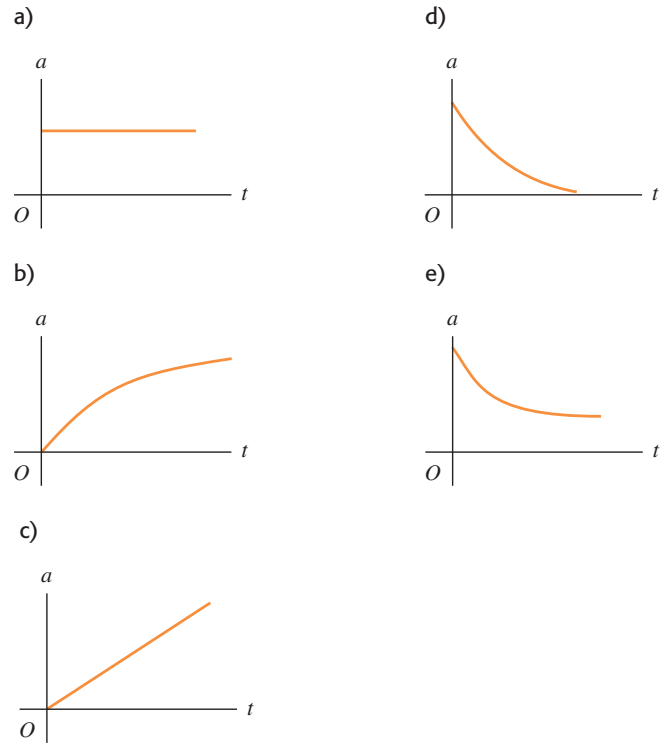
**P5.29.** Se suelta una pelota desde el reposo y experimenta la resistencia del aire mientras cae. ¿Cuál de las gráficas de la figura 5.39 representa mejor su aceleración en función del tiempo?

**P5.30.** Se suelta una pelota desde el reposo y experimenta la resistencia del aire mientras cae. ¿Cuál de las gráficas de la figura 5.40 representa mejor su componente de velocidad vertical en función del tiempo?

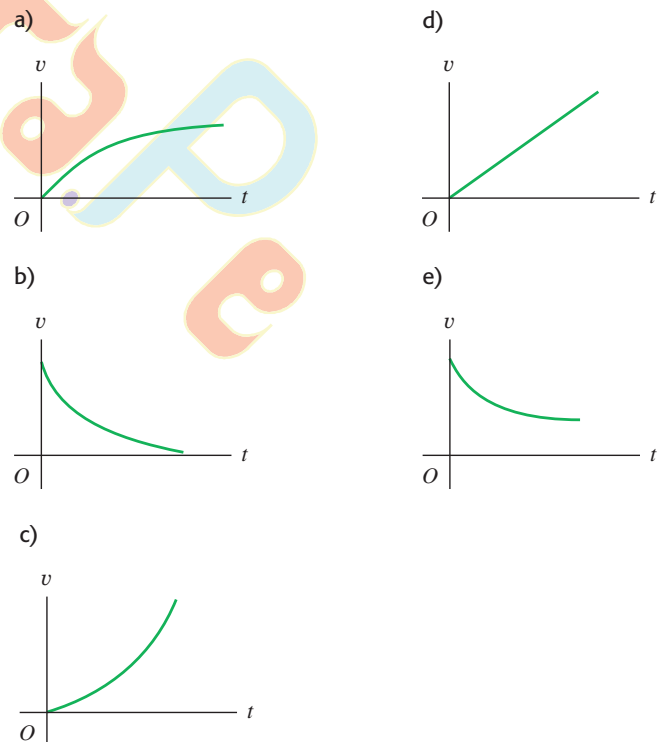
**P5.31.** ¿Cuándo puede una pelota de béisbol en vuelo tener una aceleración con una componente positiva hacia arriba? Explique en términos de las fuerzas sobre la pelota y también de las componentes de velocidad comparadas con la rapidez terminal. *No* desprecie la resistencia del aire.

**P5.32.** Cuando una pelota bateada se mueve con arrastre del aire, ¿recorre una distancia horizontal mayor mientras sube a su altura máxima o mientras baja al suelo? ¿O es igual la distancia horizontal en ambas partes de la trayectoria? Explique en términos de las fuerzas que actúan sobre la pelota.

**Figura 5.39** Pregunta P5.29.



**Figura 5.40** Pregunta P5.30.



**P5.33.** “Se lanza una pelota del borde de un risco alto. Sea cual fuere el ángulo con que se lance, la resistencia del aire hará que llegue un momento en que la pelota caiga verticalmente.” Justifique esta afirmación.

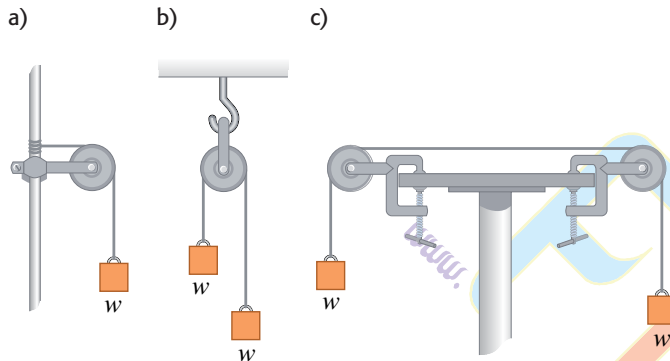
## Ejercicios

### Sección 5.1 Aplicación de la primera ley de Newton: partículas en equilibrio

**5.1.** Dos pesos de 25.0 N cuelgan de los extremos opuestos de una cuerda que pasa por una polea ligera sin fricción. La polea está sujeta a una cadena fijada en el techo. *a)* ¿Qué tensión hay en la cuerda? *b)* ¿Qué tensión hay en la cadena?

**5.2.** En la figura 5.41, los bloques suspendidos de la cuerda tienen ambos peso  $w$ . Las poleas no tienen fricción y el peso de las cuerdas es despreciable. En cada caso, calcule la tensión  $T$  en la cuerda en términos del peso  $w$ . En cada caso, incluya el(los) diagrama(s) de cuerpo libre que usó para obtener la respuesta.

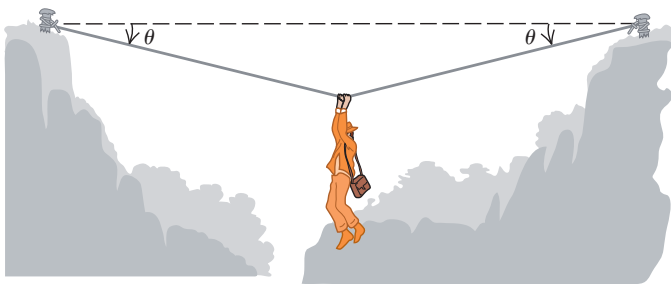
Figura 5.41 Ejercicio 5.2.



**5.3.** Una bola para demolición de 75.0 kg cuelga de una cadena uniforme de uso pesado, cuya masa es de 26.0 kg. *a)* Calcule las tensiones máxima y mínima en la cadena. *b)* ¿Cuál es la tensión en un punto a tres cuartos de distancia hacia arriba desde la parte inferior de la cadena?

**5.4.** Un arqueólogo audaz cruza, mano sobre mano, de un risco a otro colgado de una cuerda estirada entre los riscos. Se detiene a la mitad para descansar (figura 5.42). La cuerda se romperá si su tensión excede de  $2.50 \times 10^4$  N, y la masa de nuestro héroe es de 90.0 kg. *a)* Si el ángulo  $\theta$  es  $10.0^\circ$ , calcule la tensión en la cuerda. *b)* ¿Qué valor mínimo puede tener  $\theta$  sin que se rompa la cuerda?

Figura 5.42 Ejercicio 5.4.



**5.5.** Un cuadro colgado en una pared pende de dos alambres sujetos a sus esquinas superiores. Si los alambres forman el mismo ángulo con la vertical, ¿cuánto medirá el ángulo si la tensión en los alambres es igual a 0.75 del peso del cuadro? (Ignore la fricción entre la pared y el cuadro.)

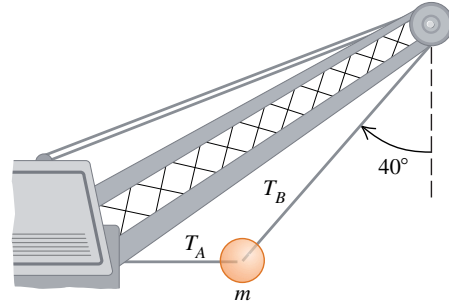
**5.6.** Resuelva el problema del ejemplo 5.5 tomando el eje  $y$  vertical, y el  $x$  horizontal. ¿Obtiene las mismas respuestas con estos ejes?

**5.7.** En San Francisco hay calles que forman un ángulo de  $17.5^\circ$  con la horizontal. ¿Qué fuerza paralela a la calle se requiere para impedir

que un Corvette 1967 con masa de 1390 kg ruede cuesta abajo en una calle así?

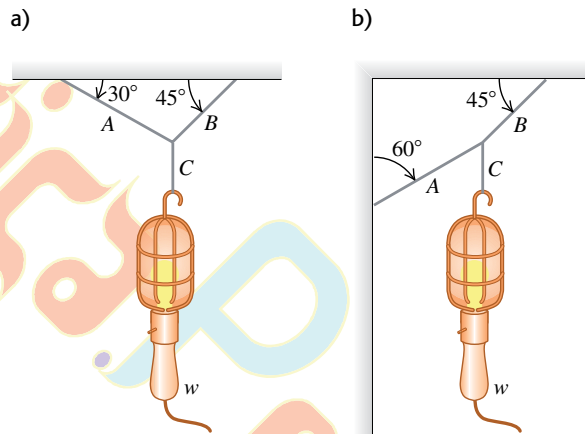
**5.8.** Una gran bola para demolición está sujeta por dos cables de acero ligeros (figura 5.43). Si su masa  $m$  es de 4090 kg, calcule *a)* la tensión  $T_B$  en el cable que forma un ángulo de  $40^\circ$  con la vertical. *b)* Calcule la tensión  $T_A$  en el cable horizontal.

Figura 5.43 Ejercicio 5.8.



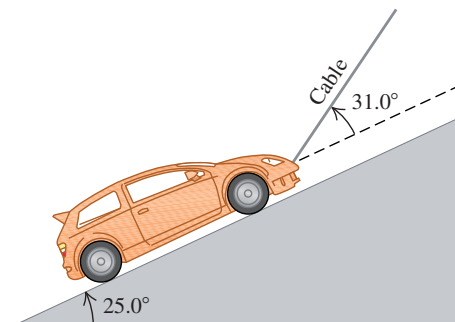
**5.9.** Calcule la tensión en cada cordón de la figura 5.44 si el peso del objeto suspendido es  $w$ .

Figura 5.44 Ejercicio 5.9.



**5.10.** Sobre una rampa muy lisa (sin fricción), un automóvil de 1130 kg se mantiene en su lugar con un cable ligero, como se muestra en la figura 5.45. El cable forma un ángulo de  $31.0^\circ$  por arriba de la superficie de la rampa, y la rampa misma se eleva a  $25.0^\circ$  por arriba de la horizontal. *a)* Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el auto. *b)* Obtenga la tensión en el cable. *c)* ¿Qué tan fuerte empuja la superficie de la rampa al auto?

Figura 5.45 Ejercicio 5.10.



**5.11.** Un hombre empuja un piano de 180 kg de masa para que baje deslizándose con velocidad constante, por una rampa inclinada  $11.0^\circ$  sobre la horizontal. Ignore la fricción que actúa sobre el piano. Calcule la magnitud de la fuerza aplicada por el hombre si él empuja *a)* paralelo a la rampa y *b)* paralelo al piso.

**5.12.** En la figura 5.46 el peso  $w$  es de 60.0 N. *a)* Calcule la tensión en el cordón diagonal. *b)* Calcule la magnitud de las fuerzas horizontales  $\vec{F}_1$  y  $\vec{F}_2$  que deben aplicarse para mantener el sistema en la posición indicada.

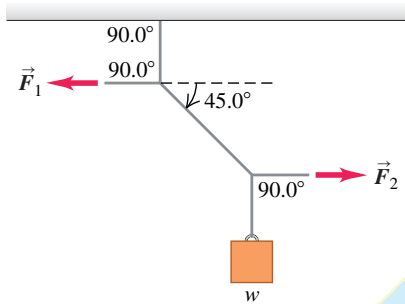
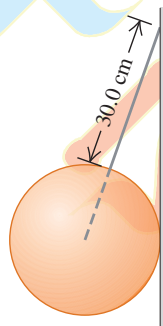


Figura 5.46 Ejercicio 5.12.

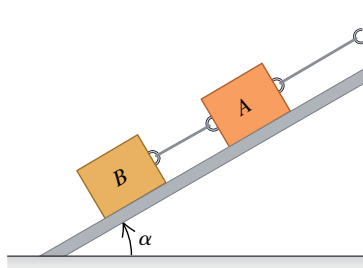
**5.13.** Una esfera uniforme sólida de 45.0 kg, cuyo diámetro es de 32.0 cm, se apoya contra una pared vertical sin fricción, usando un alambre delgado de 30.0 cm con masa despreciable, como se indica en la figura 5.47. *a)* Elabore el diagrama de cuerpo libre para la esfera y úselo para determinar la tensión en el alambre. *b)* ¿Qué tan fuerte empuja la esfera a la pared?

Figura 5.47 Ejercicio 5.13.



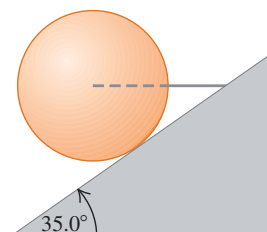
**5.14.** Dos bloques, ambos con peso  $w$ , están sostenidos en un plano inclinado sin fricción (figura 5.48). En términos de  $w$  y del ángulo  $\alpha$  del plano inclinado, calcule la tensión en *a)* la cuerda que conecta los bloques y *b)* la cuerda que conecta el bloque A con la pared. *c)* Calcule la magnitud de la fuerza que el plano inclinado ejerce sobre cada bloque. *d)* Interprete sus respuestas para los casos  $\alpha = 0$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

Figura 5.48 Ejercicio 5.14.



**5.15.** Un alambre horizontal sostiene una esfera uniforme sólida de masa  $m$ , sobre una rampa inclinada que se eleva  $35.0^\circ$  por arriba de la horizontal. La superficie de la rampa es perfectamente lisa, y el alambre se coloca en el centro de la esfera, como se indica en la figura 5.49. *a)* Elabore el diagrama de cuerpo li-

Figura 5.49 Ejercicio 5.15.



bre para la esfera. *b)* ¿Qué tan fuerte la superficie de la rampa empuja a la esfera? ¿Cuál es la tensión en el alambre?

## Sección 5.2 Aplicación de la segunda ley de Newton: dinámica de partículas

**5.16.** Un cohete de 125 kg (incluyendo todo su contenido) tiene un motor que produce una fuerza vertical constante (el empuje) de 1720 N. Dentro de este cohete, una fuente de energía eléctrica de 15.5 N descansa sobre el piso. *a)* Obtenga la aceleración del cohete. *b)* Cuando éste ha alcanzado una altitud de 120 m, ¿con qué fuerza el piso empuja la fuente de energía? (Sugerencia: empiece con un diagrama de cuerpo libre para la fuente de energía eléctrica.)

**5.17. Choque del Génesis.** El 8 de septiembre de 2004, la nave espacial Génesis se estrelló en el desierto de Utah porque su paracaídas no se abrió. La cápsula de 210 kg golpeó el suelo a 311 km/h y penetró en él hasta una profundidad de 81.0 cm. *a)* Suponiendo que es constante, ¿cuál fue su aceleración (en unidades de  $m/s^2$  y en  $g$ ) durante el choque? *b)* ¿Qué fuerza ejerció el suelo sobre la cápsula durante el choque? Exprese la fuerza en newtons y como múltiplo del peso de la cápsula. *c)* ¿Cuánto tiempo duró esta fuerza?

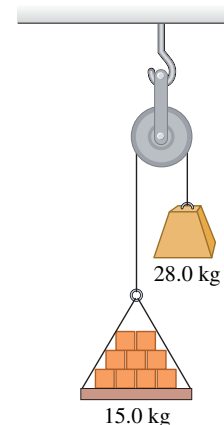
**5.18.** Se tira horizontalmente de tres trineos sobre hielo horizontal sin fricción, usando cuerdas horizontales (figura 5.50). El tirón es horizontal y de 125 N de magnitud. Obtenga *a)* la aceleración del sistema, y *b)* la tensión en las cuerdas A y B.

Figura 5.50 Ejercicio 5.18.



**5.19. Máquina de Atwood.** Una carga de 15.0 kg de ladrillos pende del extremo de una cuerda que pasa por una polea pequeña sin fricción y tiene un contrapeso de 28.0 kg en el otro extremo (figura 5.51). El sistema se libera del reposo. *a)* Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la carga de ladrillos y otro para el contrapeso. *b)* ¿Qué magnitud tiene la aceleración hacia arriba de la carga de ladrillos? *c)* ¿Qué tensión hay en la cuerda mientras la carga se mueve? Compare esa tensión con el peso de la carga de ladrillos y con el del contrapeso.

Figura 5.51 Ejercicio 5.19.



**5.20.** Un bloque de hielo de 8.00 kg, liberado del reposo en la parte superior de una rampa sin fricción de 1.50 m de longitud, se desliza hacia abajo y alcanza una rapidez de 2.50 m/s en la base de la rampa. *a)* ¿Qué ángulo forma la rampa con la horizontal? ¿Cuál sería la rapidez del hielo en la base de la rampa, si al movimiento se opusiera una fuerza de fricción constante de 10.0 N paralela a la superficie de la rampa?

**5.21.** Una cuerda ligera está atada a un bloque con masa de 4.00 kg que descansa en una superficie horizontal sin fricción. La cuerda horizontal pasa por una polea sin masa ni fricción, y un bloque de masa  $m$  pende del otro extremo. Al soltarse los bloques, la tensión en la cuerda es de 10.0 N. *a)* Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el bloque de 4.00 kg y otro para el bloque de masa  $m$ . Calcule *b)* la aceleración



de cada bloque y *c*) la masa  $m$  del bloque colgante. *d*) Compare la tensión con el peso del bloque colgante.

**5.22. Diseño de pistas de aterrizaje.** Un avión de carga despega de un campo horizontal remolcando dos planeadores de 700 kg cada uno. Podemos suponer que la resistencia total (arrastre del aire más fricción con la pista) que actúa sobre cada uno es constante e igual a 2500 N. La tensión en la cuerda de remolque entre el avión y el primer planeador no debe exceder de 12,000 N. *a*) Si se requiere una rapidez de 40 m/s para despegar, ¿qué longitud mínima debe tener la pista? *b*) ¿Qué tensión hay en la cuerda de remolque entre los dos planeadores durante la aceleración para el despegue?

**5.23.** Una enorme roca de 750 kg se levanta desde una cantera de 125 m de profundidad usando una cadena larga y uniforme cuya masa es de 575 kg. Esta cadena tiene resistencia uniforme, pero en cualquier punto puede soportar una tensión máxima no mayor que 2.50 veces su peso sin romperse. *a*) ¿Cuál es la aceleración máxima que la roca puede tener para lograr salir de la cantera, y *b*) ¿cuánto tiempo le toma al ser levantada a aceleración máxima partiendo del reposo?

**5.24. Peso aparente.** Un estudiante de física cuyo peso es de 550 N se para en una báscula de baño dentro de un elevador de 850 kg (incluyendo al estudiante), el cual es soportado por un cable. Al comenzar a moverse el elevador, la báscula marca 450 N. *a*) Determine la aceleración del elevador (magnitud y dirección). *b*) ¿Cuál será la aceleración si la báscula marca 670 N. *c*) Si la lectura es 0, ¿debería preocuparse el joven? Explique. *d*) En los incisos *a*) y *c*), ¿cuál es la tensión en el cable?

**5.25.** Una estudiante de física que juega con una mesa de hockey de aire (sin fricción) observa que, si imparte al disco una velocidad de 3.80 m/s a lo largo de la mesa, de 1.75 m, al llegar el disco al otro lado se ha desviado 2.50 cm a la derecha, pero aún con una componente de velocidad longitudinal de 3.80 m/s. Ella concluye, atinadamente, que la mesa no está nivelada y calcula correctamente su inclinación a partir de la información mencionada. ¿Cuál es el ángulo de inclinación?

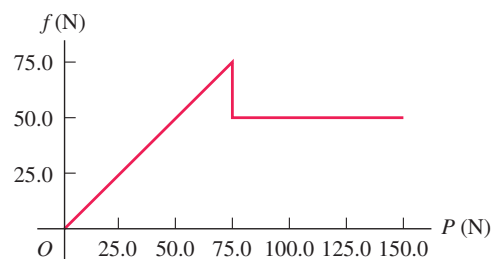
**5.26.** Un cohete de prueba de 2540 kg se lanza verticalmente desde la plataforma de lanzamiento. Su combustible (de masa despreciable) brinda una fuerza de propulsión, de manera que su velocidad vertical en función del tiempo está dada por  $v(t) = At + Bt^2$ , donde  $A$  y  $B$  son constantes, y el tiempo se mide desde el instante en que se quema el combustible. En el instante de la ignición, el cohete tiene una aceleración ascendente de  $1.50 \text{ m/s}^2$  y  $1.00 \text{ s}$  después una velocidad ascendente de  $2.00 \text{ m/s}$ . *a*) Determine  $A$  y  $B$ , incluyendo sus unidades en el SI. *b*) A los  $4.00 \text{ s}$  después de la ignición del combustible, ¿cuál será la aceleración del cohete; y *c*) que fuerza de propulsión ejerce el combustible consumido sobre él, despreciando la resistencia del aire? Expresé la propulsión en newtons y como múltiplo del peso del cohete? *d*) ¿Cuál era la propulsión inicial debida al combustible?

### Sección 5.3 Fuerzas de fricción

**5.27. Diagramas de cuerpo libre.** Los primeros dos pasos para resolver problemas de la segunda ley de Newton consisten en elegir un objeto para su análisis y luego dibujar su diagrama de cuerpo libre. Haga esto en cada una de las siguientes situaciones: *a*) una masa  $M$  se desliza hacia abajo por un plano inclinado sin fricción con ángulo  $\alpha$ ; y *b*) una masa  $M$  se desliza hacia arriba por un plano inclinado sin fricción con ángulo  $\alpha$ ; *c*) una masa  $M$  se desliza hacia arriba por un plano inclinado con fricción cinética con ángulo  $\alpha$ .

**5.28.** En un experimento de laboratorio acerca de la fricción, un bloque de 135 N que descansa sobre una mesa horizontal áspera se jala con un cable horizontal. El tirón aumenta gradualmente hasta que el bloque empieza a moverse y continúa aumentando a partir de entonces. La figura 5.52 muestra una gráfica de la fuerza de fricción sobre

Figura 5.52 Ejercicio 5.28.



este bloque en función del tirón. *a*) Identifique las regiones de la gráfica donde hay fricción estática y fricción cinética. *b*) Calcule los coeficientes de fricción estática y cinética entre el bloque y la mesa. *c*) ¿Por qué la gráfica se inclina hacia arriba en la primera parte pero luego se nivela? *d*) ¿Cómo se vería la gráfica si se colocara un ladrillo de 135 N sobre el bloque, y cuáles serían los coeficientes de fricción en ese caso?

**5.29.** Un trabajador de bodega empuja una caja de 11.2 kg de masa sobre una superficie horizontal con rapidez constante de 3.50 m/s. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y la superficie es de 0.20. *a*) ¿Qué fuerza horizontal debe aplicar el trabajador para mantener el movimiento? *b*) Si se elimina esta fuerza, ¿qué distancia se deslizaría la caja antes de parar?

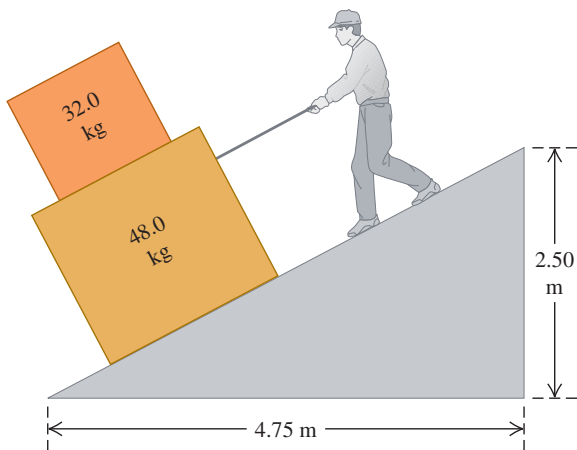
**5.30.** Una caja de bananas que pesa 40.0 N descansa en una superficie horizontal. El coeficiente de fricción estática entre la caja y la superficie es de 0.40, y el coeficiente de fricción cinética es de 0.20. *a*) Si no se aplica alguna fuerza horizontal a la caja en reposo, ¿qué tan grande es la fuerza de fricción ejercida sobre la caja? *b*) ¿Qué magnitud tiene la fuerza de fricción si un mono aplica una fuerza horizontal de 6.0 N a la caja en reposo? *c*) ¿Qué fuerza horizontal mínima debe aplicar el mono para poner en movimiento la caja? *d*) ¿Qué fuerza horizontal mínima debe aplicar el mono para que la caja siga moviéndose con velocidad constante, una vez que haya comenzado a moverse? *e*) Si el mono aplica una fuerza horizontal de 18.0 N, ¿qué magnitud tiene la fuerza de fricción y qué aceleración tiene la caja?

**5.31.** Una caja de herramientas de 45.0 kg descansa sobre un piso horizontal. Usted ejerce sobre ella un empuje horizontal cada vez mayor sobre ella, y observa que la caja empieza a moverse justo cuando su fuerza excede 313 N. Después de lo cual, debe reducir el empuje a 208 N para mantener la caja en movimiento a  $25.0 \text{ cm/s}$  constantes. *a*) ¿Cuáles son los coeficientes de fricción estática y cinética entre la caja y el piso? *b*) ¿Qué empuje debe ejercer para darle una aceleración de  $1.10 \text{ m/s}^2$ ? *c*) Suponga que usted está realizando el mismo experimento sobre esta caja, pero ahora lo hace en la Luna, donde la aceleración debida a la gravedad es de  $1.62 \text{ m/s}^2$ . *i*) ¿Cuál sería la magnitud del empuje para que la caja se moviera? *ii*) ¿Cuál sería su aceleración si mantuviera el empuje del inciso *b*)?

**5.32.** Una caja de 85 N con naranjas se empuja por un piso horizontal, y va frenándose a una razón constante de  $0.90 \text{ m/s}$  cada segundo. La fuerza de empuje tiene una componente horizontal de 20 N y una vertical de 25 N hacia abajo. Calcule el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el piso.

**5.33.** Usted está bajando dos cajas, una encima de la otra, por la rampa que se muestra en la figura 5.53, tirando de una cuerda paralela a la superficie de la rampa. Ambas cajas se mueven juntas a rapidez constante de  $15.0 \text{ cm/s}$ . El coeficiente de fricción cinética entre la rampa y la caja inferior es 0.444, en tanto que el coeficiente de fricción estática entre ambas cajas es de 0.800. *a*) ¿Qué fuerza deberá ejercer para

Figura 5.53 Ejercicio 5.33.



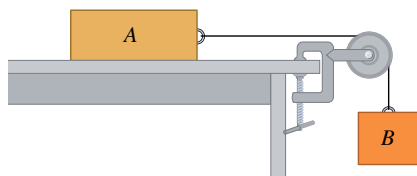
lograr esto? *b)* ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza de fricción sobre la caja superior?

**5.34. Distancia de frenado.** *a)* Si el coeficiente de fricción cinética entre neumáticos y pavimento seco es de 0.80, ¿cuál es la distancia mínima para detenerse un automóvil que viaja a 28.7 m/s (unas 65 mi/h) bloqueando los frenos? *b)* En pavimento húmedo, el coeficiente de fricción cinética podría bajar a 0.25. ¿Con qué rapidez debemos conducir en pavimento húmedo para poder parar en la misma distancia que en el inciso *a)*? (Nota: bloquear los frenos *no* es la forma más segura de parar.)

**5.35. Coeficiente de fricción.** Una rondana de latón limpia se desliza por una superficie de acero horizontal limpia hasta detenerse. Usando los valores de la tabla 5.1, ¿qué tanto más lejos habría llegado la pieza con la misma rapidez inicial, si la rondana estuviera recubierta con teflón?

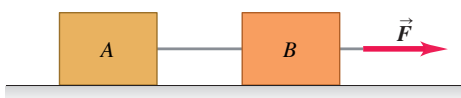
**5.36.** Considere el sistema de la figura 5.54. El bloque *A* pesa 45.0 N y el bloque *B* pesa 25.0 N. Una vez que el bloque *B* se pone en movimiento hacia abajo, descendiendo con rapidez constante. *a)* Calcule el coeficiente de fricción cinética entre el bloque *A* y la superficie de la mesa. *b)* Un gato, que también pesa 45.0 N, se queda dormido sobre el bloque *A*. Si ahora el bloque *B* se pone en movimiento hacia abajo, ¿qué aceleración (magnitud y dirección) tendrá?

Figura 5.54 Ejercicios 5.36, 5.41 y problema 5.77.



**5.37.** Dos cajas conectadas por una cuerda están en una superficie horizontal (figura 5.55). La caja *A* tiene masa  $m_A$ ; y la *B*,  $m_B$ . El coeficiente

Figura 5.55 Ejercicio 5.37.



de fricción cinética entre las cajas y la superficie es  $\mu_k$ . Una fuerza horizontal  $\vec{F}$  tira de las cajas hacia la derecha con velocidad constante. En términos de  $m_A$ ,  $m_B$  y  $\mu_k$ , calcule *a)* la magnitud de la fuerza  $\vec{F}$  y *b)* la tensión en la cuerda que une los bloques. Incluya el (los) diagrama(s) de cuerpo libre que usó para obtener cada respuesta.

**5.38. Fricción de rodamiento.** Dos neumáticos de bicicleta se ponen a rodar con la misma rapidez inicial de 3.50 m/s en un camino largo y recto, y se mide la distancia que viaja cada uno antes de que su rapidez se reduzca a la mitad. Un neumático se infló a una presión de 40 psi y avanzó 18.1 m; el otro tiene 105 psi y avanzó 92.9 m. ¿Cuánto vale el coeficiente de fricción de rodamiento  $\mu_r$  para cada uno? Suponga que la fuerza horizontal neta sólo se debe a la fricción de rodamiento.

**5.39. Ruedas.** Suponga que determina que se requiere una fuerza horizontal de 160 N, para deslizar una caja con rapidez constante por la superficie de un piso nivelado. El coeficiente de fricción estática es de 0.52 y el coeficiente de fricción cinética es de 0.47. Si coloca la caja en una plataforma rodante con masa de 5.3 kg y coeficiente de fricción de rodamiento de 0.018, ¿qué aceleración horizontal imprimirá esa fuerza de 160 N?

**5.40.** Suponga que determina que se requiere una fuerza horizontal de 200 N, para mover una camioneta vacía por un camino horizontal con una rapidez de 2.4 m/s. Después, usted carga la camioneta e infla más los neumáticos, de modo que su peso total aumente en un 42% y su coeficiente de fricción de rodamiento disminuya en un 19%. ¿Qué fuerza horizontal necesitará ahora para mover la camioneta por el mismo camino con la misma rapidez? La rapidez es lo bastante baja como para ignorar la resistencia del aire.

**5.41.** Como se muestra en la figura 5.54, el bloque *A* (masa 2.25 kg) descansa sobre una mesa y está conectado, mediante un cordón horizontal que pasa por una polea ligera sin fricción, a un bloque colgante *B* (masa 1.30 kg). El coeficiente de fricción cinética entre el bloque *A* y la superficie es de 0.450. Luego los bloques se sueltan del reposo. Calcule *a)* la rapidez de cada bloque después de moverse 3.00 cm y *b)* la tensión en el cordón. Incluya el (los) diagrama(s) de cuerpo libre que usó para obtener las respuestas.

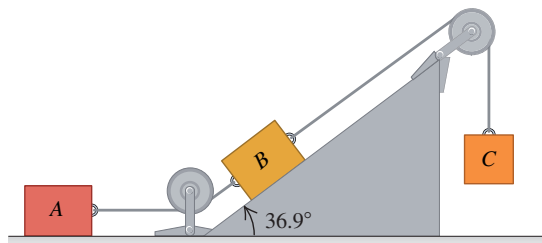
**5.42.** Una caja de 25.0 kg con libros de texto está en una rampa de carga que forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal. El coeficiente de fricción cinética es de 0.25; y el coeficiente de fricción estática, de 0.35. *a)* Al aumentar  $\alpha$ , determine el ángulo mínimo con que la caja comienza a resbalar. Con este ángulo, *b)* calcule la aceleración una vez que la caja está en movimiento, y *c)* la rapidez con que se moverá la caja una vez que se haya resbalado 5.0 m por la rampa.

**5.43.** Una caja grande de masa  $m$  descansa en un piso horizontal. Los coeficientes de fricción entre la caja y el piso son  $\mu_s$  y  $\mu_k$ . Una mujer empuja la caja con fuerza  $\vec{F}$  y un ángulo  $\theta$  bajo la horizontal. *a)* ¿Qué magnitud debe tener  $\vec{F}$  para que la caja se mueva con velocidad constante? *b)* Si  $\mu_s$  es mayor que cierto valor crítico, la mujer no podrá poner en movimiento la caja por más fuerte que empuje. Calcule dicho valor crítico de  $\mu_s$ .

**5.44.** Una caja de masa  $m$  se arrastra por un piso horizontal, cuyo coeficiente de fricción cinética es  $\mu_k$ , mediante una cuerda de la cual se tira con una fuerza de magnitud  $F$  y ángulo  $\theta$  sobre la horizontal. *a)* Obtenga una expresión en términos de  $m$ ,  $\mu_k$ ,  $\theta$  y  $g$  para la magnitud de la fuerza necesaria para mover la caja con rapidez constante. *b)* Un instructor de primeros auxilios, que sabe que usted estudia física, le pide averiguar qué fuerza necesitaría para deslizar con rapidez constante a un paciente de 90 kg por un piso, tirando de él con un ángulo de 25° sobre la horizontal. Arrastrando algunos pesos envueltos en unos pantalones viejos y con la ayuda de una balanza de resorte, usted determina que  $\mu_k = 0.35$ . Utilice el resultado del inciso *a)* para contestar la pregunta del instructor.

**5.45.** Los bloques  $A$ ,  $B$  y  $C$  se colocan como en la figura 5.56 y se conectan con cuerdas de masa despreciable. Tanto  $A$  como  $B$  pesan 25.0 N cada uno, y el coeficiente de fricción cinética entre cada bloque y la superficie es de 0.35. El bloque  $C$  desciende con velocidad constante. *a)* Dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre las fuerzas que actúan sobre  $A$ , y otro para  $B$ . *b)* Calcule la tensión en la cuerda que une los bloques  $A$  y  $B$ . *c)* ¿Cuánto pesa el bloque  $C$ ? *d)* Si se cortara la cuerda que une  $A$  y  $B$ , ¿qué aceleración tendría  $C$ ?

**Figura 5.56** Ejercicio 5.45.



**5.46.** Deduzca las ecuaciones (5.11) y (5.12) a partir de la ecuación (5.10).

**5.47.** *a)* En el ejemplo 5.19 (sección 5.3), ¿qué valor de  $D$  se requiere para que  $v_t = 42$  m/s para el paracaidista? *b)* Si la hija del paracaidista, con masa de 45 kg, cae en el aire y tiene la misma  $D$  (0.25 kg/m) que su padre, ¿cuál será su rapidez terminal?

**5.48.** Usted lanza una pelota verticalmente hacia arriba. La fuerza de arrastre es proporcional a  $v^2$ . En términos de  $g$ , ¿cuál es la componente *y* de la aceleración que tiene la pelota cuando su rapidez es la mitad de la rapidez terminal *a)* mientras sube? *b)* ¿Y al bajar?

### Sección 5.4 Dinámica del movimiento circular

**5.49.** Una pieza de maquinaria consta de una barra delgada de 40.0 cm de longitud, con masas pequeñas de 1.15 kg sujetas por tornillos en sus extremos. Los tornillos pueden soportar una fuerza máxima de 75.0 N sin safarse. Esta barra gira en torno a un eje perpendicular a su centro.

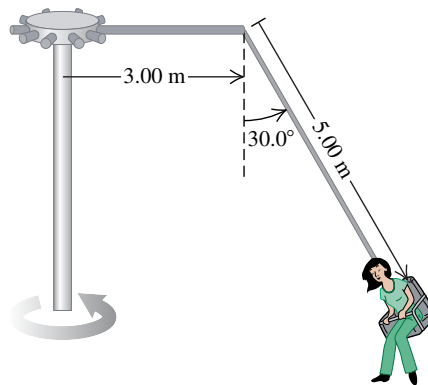
*a)* Cuando la barra gira a tasa constante sobre una superficie horizontal sin fricción, ¿cuál es la rapidez máxima que la masa puede tener sin que se safen los tornillos? *b)* Suponga que la máquina se volvió a rediseñar de manera que la barra gira a tasa constante en un círculo vertical. ¿Será más probable que uno de los tornillos se safe cuando la masa esté en la parte superior del círculo o en la parte inferior? Utilice un diagrama de cuerpo libre para saber por qué. *c)* Usando el resultado del inciso *b)*, ¿cuál es la mayor rapidez que la masa puede tener sin que se safe un tornillo?

**5.50.** Una curva plana (sin peralte) en una carretera tiene un radio de 220.0 m. Un automóvil toma la curva a una rapidez de 25.0 m/s. *a)* ¿Cuál es el coeficiente de fricción mínimo que evitaría que derrape? *b)* Suponga que la carretera está cubierta de hielo y el coeficiente de fricción entre los neumáticos y el pavimento es de sólo un tercio del resultado del inciso *a)*. ¿Cuál debería ser la rapidez máxima del auto, de manera que pueda tomar la curva con seguridad?

**5.51.** En la autopista un automóvil de 1125 kg y una camioneta de 2250 kg se acercan a una curva que tiene un radio de 225 m. *a)* ¿Con qué ángulo el ingeniero responsable debería peraltar esta curva, de modo que los vehículos que viajen a 65.0 mi/h puedan tomarla con seguridad, sin que importe la condición de sus neumáticos? ¿Un camión pesado debería ir más lento que un auto más ligero? *b)* ¿Cuándo el auto y la camioneta toman la curva a 65.0 mi/h, encuentre la fuerza normal sobre cada uno debida a la superficie de la autopista.

**5.52.** El “columpio gigante” de una feria local consiste en un eje vertical central con varios brazos horizontales unidos a su extremo superior (figura 5.57). Cada brazo sostiene un asiento suspendido de un cable

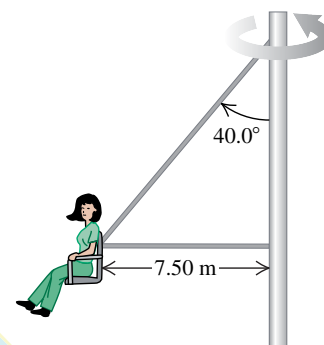
**Figura 5.57** Ejercicio 5.52.



de 5.00 m, sujeto al brazo en un punto a 3.00 m del eje central. *a)* Calcule el tiempo de una revolución del columpio, si el cable forma un ángulo de  $30.0^\circ$  con la vertical. *b)* ¿El ángulo depende del peso del pasajero para una rapidez de giro dada?

**5.53.** En otra versión del “columpio gigante” (véase el ejercicio 5.52), el asiento está conectado a dos cables, como se indica en la figura 5.58, uno de los cuales es horizontal. El asiento gira en un círculo horizontal a una tasa de 32.0 rpm (rev/min). Si el asiento pesa 255 N y una persona de 825 N está sentada en él, obtenga la tensión en cada cable.

**Figura 5.58** Ejercicio 5.53.



**5.54.** Un botón pequeño, colocado en una plataforma giratoria horizontal de 0.320 m de diámetro, gira junto con la plataforma cuando ésta gira a 40.0 rpm, siempre que el botón no esté a más de 0.150 m del eje. *a)* ¿Qué coeficiente de fricción estática hay entre el botón y la plataforma? *b)* ¿A qué distancia del eje puede estar el botón, sin resbalar, si la plataforma gira a 60.0 rpm?

**5.55. Estaciones espaciales giratorias.** Para los seres humanos, uno de los problemas de vivir en el espacio exterior es la aparente falta de peso. Una solución es diseñar estaciones espaciales que giren sobre su centro con rapidez constante, creando “gravedad artificial” en el borde exterior de la estación. *a)* Si el diámetro de la estación es de 800 m, ¿cuántas revoluciones por minuto se necesitarán para que la aceleración de la “gravedad artificial” sea de  $9.8$  m/s<sup>2</sup>? *b)* Si la estación es un área de espera para pasajeros que van a Marte, sería deseable simular la aceleración debida a la gravedad en la superficie marciana ( $3.70$  m/s<sup>2</sup>). ¿Cuántas revoluciones por minuto se necesitan en este caso?

**5.56.** La rueda de la fortuna Cosmoclock 21 de la ciudad de Yokohama, Japón, tiene 100 m de diámetro. Su nombre proviene de sus 60 brazos, cada uno de los cuales puede funcionar como segundero (dando una vuelta cada 60.0 s). *a)* Determine la rapidez de los pasajeros con esta rotación. *b)* Un pasajero pesa 882 N en la caseta de “adivine el peso” en tierra. ¿Qué peso aparente tendrá en el punto más alto y el más bajo de la rueda? *c)* ¿Cuánto tardaría una revolución, si el peso aparente del pasajero en el punto más alto fuera cero? *d)* ¿Cuál sería entonces su peso aparente en el punto más bajo?

**5.57.** Un avión describe un rizo (una trayectoria circular en un plano vertical) de 150 m de radio. La cabeza del piloto apunta siempre al centro del rizo. La rapidez del avión no es constante; es mínima en el punto más alto del rizo y máxima en el punto más bajo. *a)* En la

parte superior, el piloto experimenta ingravidez. ¿Qué rapidez tiene el avión en este punto? *b*) En la parte inferior, la rapidez del avión es de 280 km/h. ¿Qué peso aparente tiene el piloto aquí? Su peso real es de 700 N.

**5.58.** Una piloto de acrobacias de 50.0 kg va en picada vertical y sale de ella cambiando su curso a un círculo en un plano vertical. *a*) Si la rapidez del avión en el punto más bajo del círculo es de 95.0 m/s, ¿qué radio mínimo debe tener el círculo para que la aceleración en ese punto no exceda 4.00*g*? *b*) ¿Qué peso aparente tendría la piloto en ese punto más bajo?

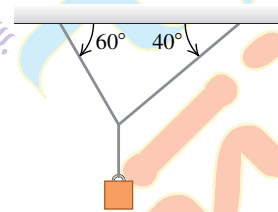
**5.59. ¡No se moje!** Se ata un cordón a una cubeta con agua, la cual se gira en un círculo vertical de radio 0.600 m. ¿Qué rapidez máxima debe tener la cubeta en el punto más alto del círculo para no derramar agua?

**5.60.** Una bola de boliche que pesa 71.2 N (16.0 lb) cuelga del techo atada a una cuerda de 3.80 m. Se tira de la bola hacia un lado y luego se suelta; la bola oscila como péndulo. Al pasar la cuerda por la vertical, la rapidez de la bola es de 4.20 m/s. *a*) ¿Qué aceleración (dirección y magnitud) tiene la bola en ese instante? *b*) ¿Qué tensión hay en la cuerda en ese instante?

### Problemas

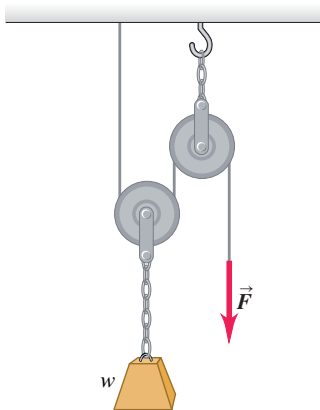
**5.61.** Dos cuerdas están unidas a un cable de acero que sostiene un peso colgante, como se muestra en la figura 5.59. *a*) Dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las cuerdas que actúan sobre el nudo que une las dos cuerdas al cable de acero. Con base en su diagrama de fuerzas, ¿cuál cuerda estará sometida a mayor tensión? *b*) Si la tensión máxima que una cuerda resiste sin romperse es de 5000 N, determine el valor máximo del peso colgante que las cuerdas pueden sostener sin riesgo. Puede despreciarse el peso de las cuerdas y del cable de acero.

Figura 5.59 Problema 5.61.



**5.62.** En la figura 5.60 un obrero levanta un peso  $w$  tirando hacia abajo de una cuerda con una fuerza  $\vec{F}$ . La polea superior está unida al techo con una cadena; en tanto que la polea inferior está unida al peso con otra cadena. En términos de  $w$ , determine la tensión en cada cadena y la magnitud de la fuerza  $\vec{F}$  si el peso sube con rapidez constante. Incluya el (los) diagrama(s) de cuerpo libre que usó para obtener sus respuestas. Suponga que los pesos de la cuerda, las poleas y las cadenas son insignificantes.

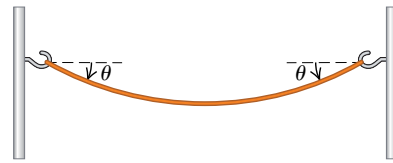
Figura 5.60 Problema 5.62.



**5.63. Cuerda con masa.** En casi todos los problemas de este libro, las cuerdas, los cordones o los cables tienen una masa tan pequeña en

comparación con la de los demás objetos del problema, que puede despreciarse. Sin embargo, cuando la cuerda es el *único* objeto del problema, es evidente que no podemos ignorar su masa. Suponga, por ejemplo, que tenemos una cuerda para atar a dos postes (figura 5.61). La cuerda tiene masa  $M$  y cada extremo forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal. Determine *a*) la tensión en los extremos de la cuerda y *b*) la tensión en el punto más bajo. *c*) ¿Por qué no podemos tener  $\theta = 0^\circ$ ? (Véase la pregunta para análisis P5.3.) *d*) Analice sus resultados de los incisos *a*) y *b*) en el límite en que  $\theta \rightarrow 90^\circ$ . La curva de la cuerda, o de cualquier cable flexible que cuelga bajo su propio peso, se denomina *catenaria*. [Si desea consultar un texto más avanzado acerca de esta curva, véase K. R. Symon, *Mechanics*, 3a. ed. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1971), pp. 237-241.]

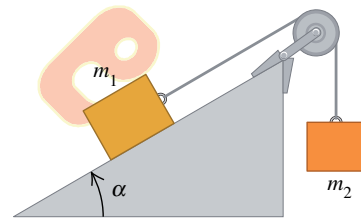
Figura 5.61 Problema 5.63.



**5.64. Otra cuerda con masa.** Un bloque con masa  $M$  está unido al extremo inferior de una cuerda vertical uniforme con masa  $m$  y longitud  $L$ . Se aplica una fuerza constante  $\vec{F}$  hacia arriba al extremo superior de la cuerda; esto hace que la cuerda y el bloque se aceleren hacia arriba. Calcule la tensión en la cuerda a una distancia  $x$  del extremo superior de la cuerda, donde  $x$  puede tener cualquier valor entre 0 y  $L$ .

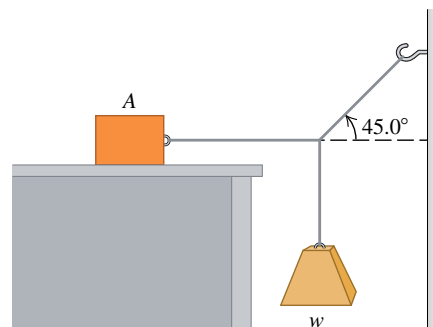
**5.65.** Un bloque de masa  $m_1$  se coloca en un plano inclinado con ángulo  $\alpha$ , conectado a un segundo bloque colgante de masa  $m_2$  mediante un cordón que pasa por una polea pequeña sin fricción (figura 5.62). Los coeficientes de fricción estática y cinética son  $\mu_s$  y  $\mu_k$ , respectivamente. *a*) Determine la masa  $m_2$  tal que el bloque  $m_1$  sube por el plano con rapidez constante una vez puesto en movimiento. *b*) Determine la masa  $m_2$  tal que el bloque  $m_1$  baje por el plano con rapidez constante una vez puesto en movimiento. *c*) ¿En qué intervalo de valores de  $m_2$  los bloques permanecen en reposo, si se sueltan del reposo?

Figura 5.62 Problema 5.65.



**5.66. a)** El bloque A de la figura 5.63 pesa 60.0 N. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y la superficie donde descansa es

Figura 5.63 Problema 5.66.

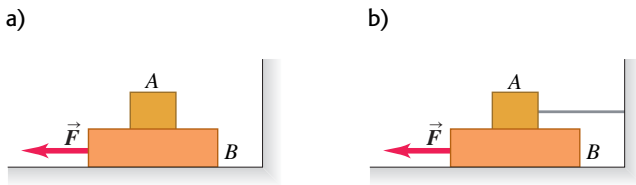




de 0.25. El peso  $w$  es de 12.0 N y el sistema está en equilibrio. Calcule la fuerza de fricción ejercida sobre el bloque A. *b)* Determine el peso máximo  $w$  con el cual el sistema permanecerá en equilibrio.

**5.67.** El bloque A de la figura 5.64 pesa 1.20 N, y el bloque B pesa 3.60 N. El coeficiente de fricción cinética entre todas las superficies es de 0.300. Determine la magnitud de la fuerza horizontal  $\vec{F}$  necesaria para arrastrar el bloque B hacia la izquierda con rapidez constante, *a)* si A descansa sobre B y se mueve con él (figura 5.64a); y *b)* si A no se mueve (figura 5.64b).

Figura 5.64 Problema 5.67.



**5.68.** Un lavaventanas empuja hacia arriba su cepillo sobre una ventana vertical, con rapidez constante, aplicando una fuerza  $\vec{F}$  (figura 5.65). El cepillo pesa 12.0 N y el coeficiente de fricción cinética es  $\mu_k = 0.150$ . Calcule *a)* la magnitud de la fuerza  $\vec{F}$  y *b)* la fuerza normal ejercida por la ventana sobre el cepillo.

**5.69. Salto volador de una pulga.**

Una película de alta velocidad (3500 cuadros/segundo) produjo ciertos datos del salto de una pulga de  $210 \mu\text{g}$ , que permitieron trazar la gráfica de aceleración del insecto en función del tiempo de la figura 5.66. (Véase “The Flying Leap of the Flea”, por M. Rothschild *et al.* En *Scientific American* de noviembre de 1973.) La pulga tenía unos 2 mm de longitud y saltó con un ángulo de despegue casi vertical. Haga mediciones en la gráfica que le permitan contestar las siguientes preguntas. *a)* ¿Qué fuerza externa neta inicial actúa sobre la pulga? Compárela con el peso de la pulga. *b)* ¿Qué fuerza externa neta máxima actúa sobre la pulga que salta? ¿Cuándo se presenta esa fuerza máxima? *c)* Según la gráfica, ¿qué rapidez máxima alcanzó la pulga?

Figura 5.66 Problema 5.69.

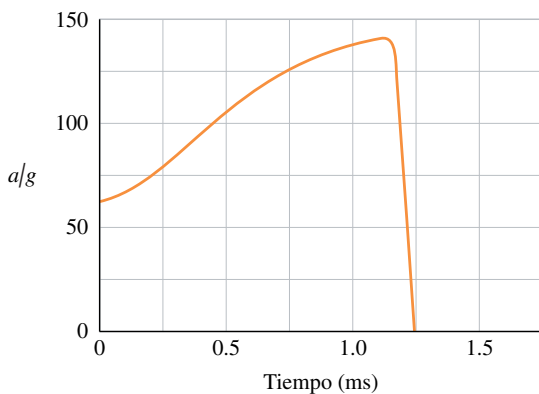
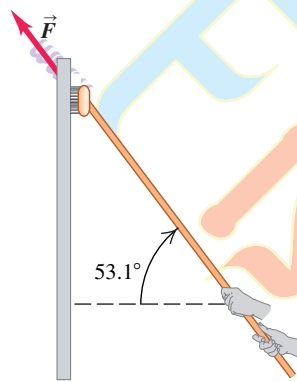


Figura 5.65 Problema 5.68.



**5.70.** Un cohete de 25,000 kg despeg verticalmente de la superficie terrestre con aceleración constante. Durante el movimiento considerado en este problema, suponga que  $g$  se mantiene constante (véase el capítulo 12). Dentro del cohete, un instrumento de 15.0 N cuelga de un alambre que resiste una tensión máxima de 35.0 N. *a)* Determine el tiempo mínimo en que el cohete puede alcanzar la barrera del sonido (330 m/s) sin romper el alambre, y el empuje vertical máximo de los motores del cohete en tales condiciones. *b)* ¿A qué altura sobre la superficie terrestre está el cohete cuando rompe la barrera del sonido?

**5.71.** Una persona de 72 kg está parada sobre una báscula de baño en el elevador de un rascacielos. El elevador parte del reposo y asciende con una rapidez que varía con el tiempo según  $v(t) = (3.0 \text{ m/s}^2)t + (0.20 \text{ m/s}^3)t^2$ . En  $t = 4.0 \text{ s}$ , ¿qué valor marca la báscula?

**5.72. Diseño de elevadores.** Imagine que usted está diseñando un elevador para un hospital. La fuerza que el piso del elevador ejercerá sobre un pasajero no debe exceder 1.60 veces el peso del pasajero. El elevador acelera hacia arriba con aceleración constante una distancia de 3.0 m, y luego comienza a frenarse. ¿Qué rapidez máxima alcanza el elevador?

**5.73.** Imagine que usted trabaja para una empresa transportista. Su trabajo consiste en pararse junto a la base de una rampa de 8.0 m de longitud, inclinada  $37^\circ$  arriba de la horizontal, tomar paquetes de una banda transportadora y empujarlos rampa arriba. El coeficiente de fricción cinética entre los paquetes y la rampa es  $\mu_k = 0.30$ . *a)* ¿Qué rapidez necesitará usted imprimir a los paquetes en la base de la rampa, para que tengan rapidez cero en el tope de la rampa? *b)* Se supone que una compañera de trabajo toma los paquetes cuando llegan al tope de la rampa, pero no logra sujetar uno y ese paquete se desliza rampa abajo. ¿Qué rapidez tiene el paquete cuando llega a donde está usted?

**5.74.** Un martillo cuelga del techo de un autobús atado con una cuerda ligera. El techo es paralelo a la carretera. El autobús viaja en línea recta por un camino horizontal. Se observa que el martillo cuelga en reposo con respecto al autobús cuando el ángulo entre la cuerda y el techo es de  $74^\circ$ . ¿Qué aceleración tiene el autobús?

**5.75.** Una rondana de acero está suspendida dentro de una caja vacía por un cordón ligero unido a la tapa de la caja. La caja baja resbalando por una rampa larga que tiene una inclinación de  $37^\circ$  sobre la horizontal. La masa de la caja es de 180 kg. Una persona de 55 kg está sentada dentro de la caja (con una linterna). Mientras la caja resbala por la rampa, la persona ve que la rondana está en reposo con respecto a la caja, cuando el cordón forma un ángulo de  $68^\circ$  con la tapa de la caja. Determine el coeficiente de fricción cinética entre la rampa y la caja.

**5.76. ¡Hora de comer!** Imagine que va bajando en motocicleta por una calle húmeda que tiene una pendiente de  $20^\circ$  bajo la horizontal. Al iniciar la bajada, se da cuenta de que una cuadrilla de obreros ha cavado un hoyo profundo en la calle en la base de la pendiente. Un tigre siberiano, escapado del zoológico, adoptó el hoyo como cubil. *a)* Usted aplica los frenos y bloquea sus ruedas en la cima de la pendiente, donde tiene una rapidez de 20 m/s. La calle inclinada frente a usted tiene 40 m de longitud. ¿Caerá en el agujero y se convertirá en el almuerzo del tigre o logrará detenerse antes? (Los coeficientes de fricción entre los neumáticos de la motocicleta y el pavimento mojado son  $\mu_s = 0.90$  y  $\mu_k = 0.70$ .) *b)* ¿Qué rapidez inicial deberá tener para detenerse justo antes de llegar al hoyo?

**5.77.** En el sistema de la figura 5.54, el bloque A tiene masa  $m_A$ , el bloque B tiene masa  $m_B$  y la cuerda que los une tiene una masa distinta de cero  $m_{\text{cuerda}}$ . La longitud total de la cuerda es  $L$  y la polea tiene radio muy pequeño. Considere que la cuerda no cuelga en su tramo horizontal. *a)* Si no hay fricción entre el bloque A y la mesa, ¿qué aceleración tienen los bloques en el instante en que un tramo  $d$  de cuerda cuelga verticalmente entre la polea y el bloque B? Al caer B, ¿la magnitud de



la aceleración del sistema aumentará, disminuirá o se mantendrá constante? Explique. *b)* Sea  $m_A = 2.00$  kg,  $m_B = 0.400$  kg,  $m_{\text{cuerda}} = 0.160$  kg y  $L = 1.00$  m. Suponga que hay fricción entre el bloque A y la mesa ( $\mu_k = 0.200$  y  $\mu_s = 0.250$ ). Calcule la distancia  $d$  mínima tal que los bloques comiencen a moverse si inicialmente estaban en reposo. *c)* Repita el inciso *b)* para el caso en que  $m_{\text{cuerda}} = 0.040$  kg. ¿Se moverán los bloques en este caso?

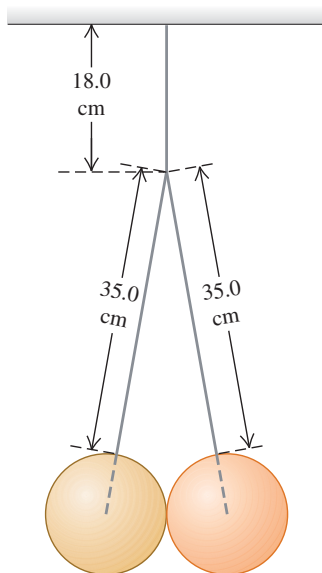
**5.78.** Si el coeficiente de fricción estática entre una mesa y una cuerda gruesa uniforme es  $\mu_s$ , ¿qué fracción de la cuerda puede colgar por el borde de la mesa sin que la cuerda resbale?

**5.79.** Una caja de 30.0 kg está inicialmente en reposo en la plataforma de una camioneta de 1500 kg. El coeficiente de fricción estática entre la caja y la plataforma es de 0.30; y el de fricción cinética, de 0.20. Antes de cada una de las aceleraciones que se dan en seguida, la camioneta viaja hacia el norte con rapidez constante. Obtenga la magnitud y dirección de la fuerza de fricción que actúa sobre la caja, cuando la camioneta adquiere una aceleración de *a)*  $2.20$  m/s<sup>2</sup> al norte y de *b)*  $3.40$  m/s<sup>2</sup> al sur.

**5.80. Tribunal del tránsito.** Imagine que a usted se le cita a comparecer como testigo experto, en el juicio sobre una infracción de tránsito. Los hechos son los siguientes. Un conductor frenó violentamente y se detuvo con aceleración constante. Las mediciones de sus neumáticos y de las marcas de derrapamiento sobre el pavimento indican que el auto recorrió 192 ft antes de detenerse y que el coeficiente de fricción cinética entre el camino y sus neumáticos era de 0.750. El cargo es que el conductor iba a exceso de velocidad en una zona de 45 mi/h. Él se declara inocente. ¿Cuál es su conclusión, culpable o inocente? ¿Qué tan rápido iba en el momento de aplicar los frenos?

**5.81.** Dos esferas idénticas de 15.0 kg y de 25.0 cm de diámetro están suspendidas de dos cables de 35.0 cm, como se indica en la figura 5.67. El sistema completo está unido a un solo cable de 18.0 cm y las superficies de las esferas son perfectamente lisas. *a)* Obtenga la tensión en cada uno de tres los cables. *b)* ¿Qué tanto empuja cada esfera sobre la otra?

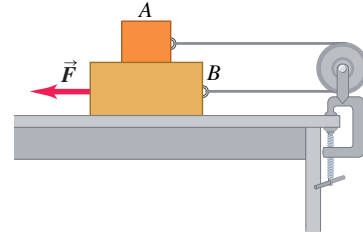
Figura 5.67 Problema 5.81.



**5.82. Pérdida de carga.** Una caja de 12.0 kg descansa en el piso plano de un camión. Los coeficientes de fricción entre la caja y el piso son  $\mu_s = 0.19$  y  $\mu_k = 0.15$ . El camión se detiene ante un letrero de alto y luego arranca con aceleración de  $2.20$  m/s<sup>2</sup>. Si la caja está a 1.80 m del borde trasero del camión cuando éste arranca, ¿cuánto tardará la caja en caer por atrás del camión? ¿Qué distancia recorrerá el camión en ese tiempo?

**5.83.** El bloque A de la figura 5.68 pesa 1.40 N, y el bloque B pesa 4.20 N. El coeficiente de fricción cinética entre todas las superficies es de 0.30. Calcule la magnitud de la fuerza horizontal  $\vec{F}$  necesaria para arrastrar B a la izquierda con rapidez constante, si A y B están conectados por un cordón ligero y flexible que pasa por una polea fija sin fricción.

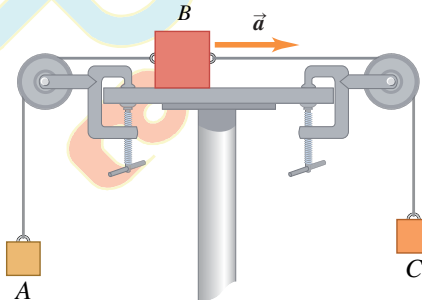
Figura 5.68 Problema 5.83.



**5.84.** Imagine que forma parte de un grupo de diseñadores para una exploración futura del planeta Marte, donde  $g = 3.7$  m/s<sup>2</sup>. Una exploradora saldrá de un vehículo que viaja horizontalmente a 33 m/s, cuando esté a una altura de 1200 m sobre la superficie, y luego caerá libremente durante 20 s. En ese momento, un sistema portátil avanzado de propulsión (PAPS, por las siglas de *portable advanced propulsion system*) ejercerá una fuerza constante que reducirá la rapidez de la exploradora a cero en el instante en que toque la superficie. La masa total (exploradora, traje, equipo y PAPS) es de 150 kg. Suponga que el cambio de masa del PAPS es insignificante. Determine las componentes horizontal y vertical de la fuerza que el PAPS deberá ejercer, y durante cuánto tiempo deberá ejercerla. Desprecie la resistencia del aire.

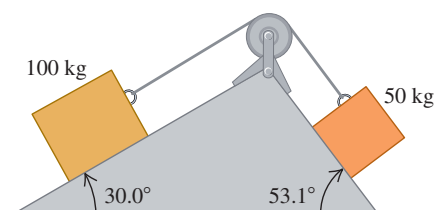
**5.85.** El bloque A de la figura 5.69 tiene masa de 4.00 kg, y el bloque B, de 12.0 kg. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque B y la superficie horizontal es de 0.25. *a)* ¿Qué masa tiene el bloque C si B se mueve a la derecha con aceleración de  $2.00$  m/s<sup>2</sup>? *b)* ¿Qué tensión hay en cada cuerda en tal situación?

Figura 5.69 Problema 5.85.



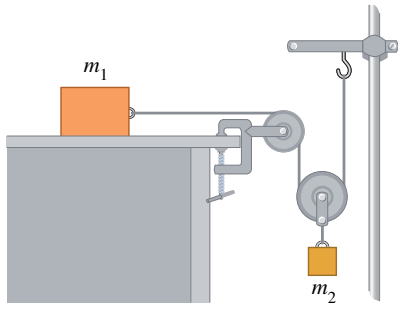
**5.86.** Dos bloques conectados por un cordón que pasa por una polea pequeña sin fricción descansan en planos sin fricción (figura 5.70). *a)* ¿Hacia dónde se moverá el sistema cuando los bloques se suelten del reposo? *b)* ¿Qué aceleración tendrán los bloques? *c)* ¿Qué tensión hay en el cordón?

Figura 5.70 Problema 5.86.



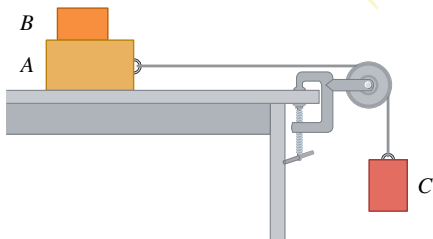
**5.87.** Determine la aceleración de cada bloque de la figura 5.71, en términos de  $m_1$ ,  $m_2$  y  $g$ . No hay fricción en ninguna parte del sistema.

**Figura 5.71** Problema 5.87.



**5.88.** El bloque  $B$  con masa de 5.00 kg descansa sobre el bloque  $A$ , cuya masa es de 8.00 kg que, a la vez, está sobre una mesa horizontal (figura 5.72). No hay fricción entre el bloque  $A$  y la mesa, pero el coeficiente de fricción estática entre el bloque  $A$  y el  $B$  es de 0.750. Un cordón ligero atado al bloque  $A$  pasa por una polea sin masa ni fricción, con el bloque  $C$  colgando en el otro extremo. ¿Qué masa máxima que puede tener el bloque  $C$ , de modo que  $A$  y  $B$  aún se deslicen juntos cuando el sistema se suelte del reposo?

**Figura 5.72** Problema 5.88.

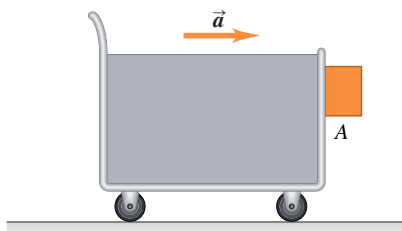


**5.89.** Dos objetos con masas de 5.00 kg y 2.00 kg cuelgan a 0.600 m sobre el piso, atados a los extremos de un cordón de 6.00 m que pasa por una polea sin fricción. Los objetos parten del reposo. Calcule la altura máxima que alcanza el objeto de 2.00 kg.

**5.90. Fricción en un elevador.** Imagine que viaja en un elevador hacia el piso 18 de su edificio. El elevador acelera hacia arriba con  $a = 1.90 \text{ m/s}^2$ . Junto a usted está una caja que contiene su nueva computadora; la caja y su contenido tienen una masa total de 28.0 kg. Mientras el elevador está acelerando hacia arriba, usted empuja la caja horizontalmente para deslizarla con rapidez constante hacia la puerta del elevador. Si el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el piso del elevador es  $\mu_k = 0.32$ , ¿qué magnitud de fuerza debe aplicar?

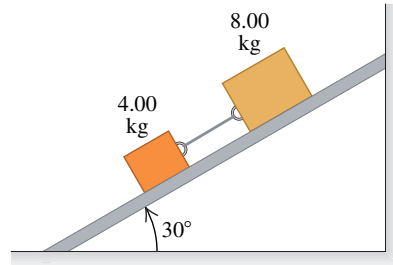
**5.91.** Un bloque se coloca contra el frente vertical de un carrito, como se muestra en la figura 5.73. ¿Qué aceleración debe tener el carrito para que el bloque  $A$  no caiga? El coeficiente de fricción estática entre el bloque y el carrito es  $\mu_s$ . ¿Cómo describiría un observador en el carrito el comportamiento del bloque?

**Figura 5.73** Problema 5.91.



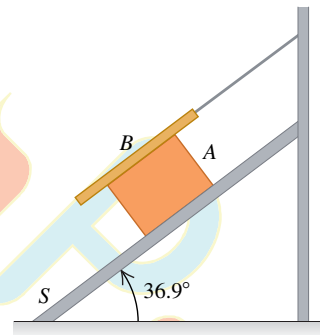
**5.92.** Dos bloques de masas de 4.00 kg y 8.00 kg están conectados por un cordón y bajan deslizándose por un plano inclinado a  $30^\circ$  (figura 5.74). El coeficiente de fricción cinética entre el bloque de 4.00 kg y el plano es de 0.25; y entre el bloque de 8.00 kg y el plano es de 0.35. a) Calcule la aceleración de cada bloque. b) Calcule la tensión en el cordón. c) ¿Qué sucede si se invierten las posiciones de los bloques, de manera que el bloque de 4.00 kg esté arriba del de 8.00 kg?

**Figura 5.74** Problema 5.92.



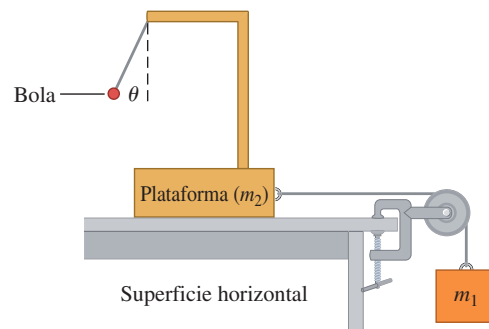
**5.93.** El bloque  $A$ , de peso  $3w$ , resbala con rapidez constante, bajando por un plano  $S$  inclinado  $36.9^\circ$ , mientras la tabla  $B$ , de peso  $w$ , descansa sobre  $A$ , estando sujeta con un cordón a la pared (figura 5.75). a) Dibuje un diagrama de todas las fuerzas que actúan sobre el bloque  $A$ . b) Si el coeficiente de fricción cinética es igual entre  $A$  y  $B$ , y entre  $S$  y  $A$ , determine su valor.

**Figura 5.75** Problema 5.93.



**5.94. Acelerómetro.** El sistema que se muestra en la figura 5.76 puede usarse para medir la aceleración del mismo. Un observador que va sobre la plataforma mide el ángulo  $\theta$ , que el cordón que sostiene la bola ligera forma con la vertical. No hay fricción en ningún lado. a) ¿Cómo se relaciona  $\theta$  con la aceleración del sistema? b) Si  $m_1 = 250 \text{ kg}$  y  $m_2 = 1250 \text{ kg}$ , ¿cuál es el valor de  $\theta$ ? c) Si usted puede modificar  $m_1$  y  $m_2$ , ¿cuál es el ángulo  $\theta$  máximo que usted puede alcanzar? Explique cómo necesita ajustar  $m_1$  y  $m_2$  para lograrlo.

**Figura 5.76** Problema 5.94.



**5.95. Curva peraltada I.** En un camino horizontal, una curva de 120 m de radio tiene el peralte adecuado para una rapidez de 20 m/s. Si un automóvil toma dicha curva a 30 m/s, ¿qué coeficiente mínimo de fricción estática debe haber entre los neumáticos y la carretera para no derrapar?

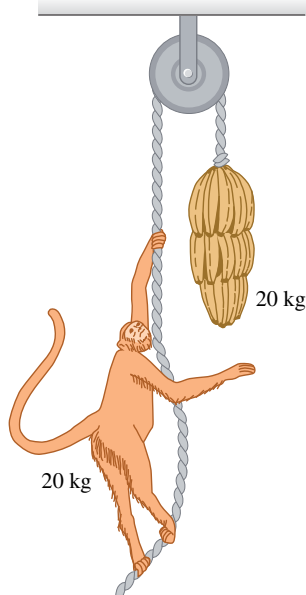
**5.96. Curva peraltada II.** Considere un camino húmedo peraltado como el del ejemplo 5.23 (sección 5.4), donde hay un coeficiente de fricción estática de 0.30 y un coeficiente de fricción cinética de 0.25 entre los neumáticos y la carretera. El radio de la curva es  $R = 50$  m. a) Si el ángulo de peralte es  $\beta = 25^\circ$ , ¿qué rapidez máxima puede tener el auto antes de derrapar peralte arriba? b) ¿Qué rapidez mínima debe tener para no derrapar peralte abajo?

**5.97. Máxima rapidez segura.** Imagine que, en su ruta diaria a la universidad, el camino describe una curva grande que es aproximadamente un arco de un círculo. Usted ve el letrero de advertencia al principio de la curva, que indica una rapidez máxima de 55 mi/h. También nota que la curva no tiene peralte alguno. En un día seco con escaso tránsito, usted ingresa en la curva con una rapidez constante de 80 mi/h y siente que el auto derrapará si no reduce pronto su rapidez. Esto lo lleva a concluir que su rapidez está en el límite de seguridad para la curva y frena. No obstante, recuerda haber leído que, en pavimento seco, los neumáticos nuevos tienen un coeficiente medio de fricción estática de aproximadamente 0.76; mientras que, en las peores condiciones invernales para conducir, tal vez la carretera esté cubierta de hielo húmedo, cuyo coeficiente de fricción estática llega a ser hasta de 0.20. No es raro que haya hielo húmedo en esta carretera, así que usted se pregunta si el límite de rapidez para la curva, indicado en el letrero, se refiere al peor de los casos. a) Estime el radio de la curva a partir de su experiencia a 80 mi/h en condiciones secas. b) Use esa estimación para determinar el límite máximo de rapidez en la curva en las peores condiciones de hielo húmedo. Compárelo con el límite del letrero. ¿El letrero está confundiendo a los conductores? c) En un día lluvioso, el coeficiente de fricción estática sería aproximadamente de 0.37. Determine la rapidez máxima segura en la curva en tales condiciones. ¿Su respuesta le ayuda a entender el letrero de límite de rapidez?

**5.98.** Imagine que va en un autobús escolar. Cuando éste toma una curva plana con rapidez constante, una lonchera con 0.500 kg de masa, colgada del techo del autobús con un cordón de 1.80 m, pende en reposo relativo al vehículo, en tanto que el cordón forma un ángulo de  $30.0^\circ$  con la vertical. En esta posición, la lonchera está a 50.0 m del centro de curvatura de la curva. ¿Qué rapidez  $v$  tiene el autobús?

**5.99. Problema del mono y los plátanos.** Un mono de 20 kg sujeta firmemente una cuerda ligera que pasa por una polea sin fricción y está atada a un racimo de plátanos de 20 kg (figura 5.77). El mono ve los plátanos y comienza a trepar por la cuerda para alcanzarlos. a) Al subir el mono, ¿los plátanos suben, bajan o no se mueven? b) Al subir el mono, ¿la distancia entre él y los plátanos disminuye, aumenta o no cambia? c) El mono suelta la cuerda. ¿Qué pasa con la distancia entre él y los plátanos mientras él cae? d) Antes de tocar el

Figura 5.77 Problema 5.99.



suelo, el mono sujeta la cuerda para detener su caída. ¿Qué sucede con los plátanos?

**5.100.** Se lanza una piedra hacia abajo en agua con rapidez de  $3mg/k$ , donde  $k$  es el coeficiente de la ecuación (5.7). Suponga que la relación entre resistencia del fluido y rapidez es la ecuación (5.7) y calcule la rapidez de la piedra en función del tiempo.

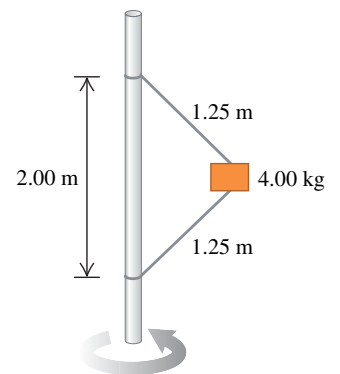
**5.101.** Una piedra de masa  $m = 3.00$  kg cae desde el reposo en un medio viscoso. Sobre ella actúan una fuerza neta constante hacia abajo de 18.0 N (combinación de la gravedad y la fuerza de flotabilidad ejercida por el medio) y una fuerza de resistencia del fluido  $f = kv$ , donde  $v$  es la rapidez en m/s y  $k = 2.20$  N · s/m (véase la sección 5.3). a) Calcule la aceleración inicial  $a_0$ . b) Calcule la aceleración cuando la rapidez es de 3.00 m/s. c) Calcule la rapidez cuando la aceleración es  $0.1a_0$ . d) Calcule la rapidez terminal  $v_t$ . e) Obtenga la coordenada, rapidez y aceleración 2.00 s después de iniciado el movimiento. f) Calcule el tiempo necesario para alcanzar una rapidez de  $0.9v_t$ .

**5.102.** Una piedra con masa  $m$  se desliza con velocidad inicial  $v_0$  sobre una superficie horizontal. La fuerza retardante  $F_R$  que la superficie ejerce sobre la piedra es proporcional a la raíz cuadrada de la velocidad instantánea de la piedra ( $F_R = -kv^{1/2}$ ). a) Obtenga expresiones para la velocidad y posición de la piedra en función del tiempo. b) En términos de  $m$ ,  $k$  y  $v_0$ , ¿en qué tiempo se detendrá la piedra? c) ¿A qué distancia estará la piedra de su punto de partida cuando se detenga?

**5.103.** Un fluido ejerce una fuerza de flotabilidad hacia arriba sobre un objeto sumergido en él. En la deducción de la ecuación (5.9), se despreció la fuerza de flotabilidad ejercida sobre un objeto por el fluido. No obstante, hay situaciones en que la densidad del objeto no es mucho mayor que la densidad del fluido, y no es posible ignorar la fuerza de flotabilidad. Para una esfera de plástico que cae en agua, usted calcula una rapidez terminal de 0.36 m/s despreciando la flotabilidad, pero la rapidez terminal medida es de 0.24 m/s. ¿Qué fracción del peso es la fuerza de flotabilidad?

**5.104.** El bloque de 4.00 kg de la figura 5.78 está unido a una varilla vertical con dos cordones. Cuando el sistema gira en torno al eje de la varilla, los cordones se extienden como se indica en el diagrama, y la tensión en el cordón superior es de 80.0 N. a) ¿Qué tensión hay en el cordón inferior? b) ¿Cuántas revoluciones por minuto (rpm) da el sistema? c) Calcule las rpm con las que el cordón inferior pierde toda tensión. d) Explique qué sucede si el número de rpm es menor que en el inciso c).

Figura 5.78 Problema 5.104.



**5.105.** La ecuación (5.10) es válida para el caso en que la velocidad inicial es cero. a) Deduzca la ecuación correspondiente para  $v_y(t)$  cuando el objeto que cae tiene una velocidad inicial hacia abajo de magnitud  $v_0$ . b) Para el caso en que  $v_0 < v_t$ , dibuje una gráfica de  $v_y$  en función de  $t$  y marque  $v_t$  en ella. c) Repita el inciso b) para el caso en que  $v_0 > v_t$ . d) Comente lo que su resultado le dice acerca de  $v_y(t)$  cuando  $v_0 = v_t$ .

**5.106.** Una piedra pequeña se mueve en agua y la fuerza que el agua ejerce sobre ella está dada por la ecuación (5.7). Antes, se midió la rapidez terminal de la piedra, que es de 2.0 m/s. La piedra se proyecta hacia arriba con una rapidez inicial de 6.0 m/s. Puede despreciarse la fuerza de flotabilidad sobre la piedra. a) En ausencia de resistencia del fluido, ¿qué altura alcanzaría la piedra y cuánto tardaría en alcanzar

esa altura máxima? *b)* ¿Cómo cambian las respuestas del inciso *a)*, si se incluyen los efectos de la resistencia del fluido?

**5.107.** Usted observa un automóvil deportivo de 1350 kg que rueda en línea recta por un pavimento horizontal. Las únicas fuerzas horizontales que actúan sobre él son una fricción constante de rodamiento y la resistencia del aire (proporcional al cuadrado de la rapidez). Toma los siguientes datos durante un intervalo de 25 s: cuando la rapidez del auto es de 32 m/s, se frena a razón de  $-0.42 \text{ m/s}^2$ ; cuando su rapidez disminuye a 24 m/s, se frena a razón de  $-0.30 \text{ m/s}^2$ . *a)* Calcule el coeficiente de fricción de rodamiento y la constante de arrastre del aire  $D$ . *b)* ¿Con qué rapidez constante bajará este auto por una pendiente de  $2.2^\circ$  con respecto a la horizontal? *c)* ¿Qué relación hay entre la rapidez constante en una pendiente de ángulo  $\beta$  y la rapidez terminal de este auto al caer desde un acantilado? Suponga que, en ambos casos, la fuerza de arrastre del aire es proporcional al cuadrado de la rapidez y la constante de arrastre del aire no cambia.

**5.108.** Una persona de 70 kg viaja en un carrito de 30 kg que se mueve a 12 m/s en la cima de una colina, cuya forma es un arco de círculo con radio de 40 m. *a)* ¿Qué peso aparente tiene la persona cuando el carrito pasa por la cima? *b)* Determine la rapidez máxima con que el carrito podría llegar a la cima sin perder contacto con la superficie. ¿Su respuesta depende de la masa del carrito o de la persona? Explique su respuesta.

**5.109. Carrusel.** Cierta diciembre, dos gemelas idénticas, Juana y Jacqueline, juegan en un carrusel (tióvivo, un disco grande montado paralelo al piso sobre un eje vertical central) en el patio de su escuela en el norte de Minnesota. Las gemelas tienen masas idénticas de 30.0 kg. La superficie del carrusel está cubierta de hielo y por lo tanto no tiene fricción. El carrusel gira con rapidez constante con las gemelas encima. Juana, sentada a 1.80 m del centro del carrusel, debe sujetar uno de los postes metálicos del carrusel con una fuerza horizontal de 60.0 N para no salir despedida. Jacqueline está sentada en el borde, a 3.60 m del centro. *a)* ¿Con qué fuerza horizontal debe sujetarse Jacqueline para no salir despedida? *b)* Si Jacqueline sale despedida, ¿qué velocidad horizontal tendrá en ese momento?

**5.110.** Un pasajero con masa de 85 kg se subió a una rueda de la fortuna, como la del ejemplo 5.24. Los asientos viajan en un círculo de 35 m de radio. La rueda gira con rapidez constante y efectúa una revolución cada 25 s. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza neta ejercida sobre el pasajero por el asiento cuando él está *a)* un cuarto de revolución más allá de su punto más bajo y *b)* un cuarto de revolución más allá de su punto más alto.

**5.111.** En el juego "Rotor" del parque de diversiones Six Flags Over Texas, la gente se paraba contra la pared interior de un cilindro vertical hueco de 2.5 m de radio. El cilindro comenzaba a girar y, al alcanzar una tasa de rotación constante de 0.60 rev/s, el piso en que estaba parada la gente bajaba 0.5 m. La gente quedaba pegada a la pared. *a)* Dibuje un diagrama de fuerzas para un pasajero, una vez que haya bajado el piso. *b)* ¿Qué coeficiente de fricción estática mínimo se requiere para que un pasajero no resbale hacia abajo a la nueva posición del piso? *c)* ¿La respuesta al inciso *b)* depende de la masa del pasajero? (Nota: al final, el cilindro se detenía gradualmente y las personas resbalaban por las paredes hacia el piso.)

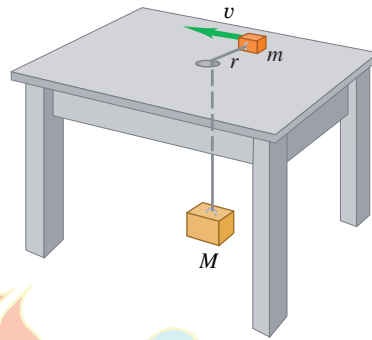
**5.112.** Un estudiante universitario de física se paga su colegiatura actuando en un carnaval errante. Él conduce una motocicleta dentro de una esfera de plástico hueca transparente. Una vez que adquiere suficiente rapidez, describe un círculo vertical de radio 13.0 m. El estudiante tiene masa de 70.0 kg, y su motocicleta tiene una masa de 40.0 kg. *a)* ¿Qué rapidez mínima debe tener en el punto más alto del círculo para no perder contacto con la esfera? *b)* En el punto más

bajo del círculo, su rapidez es el doble de la calculada en el inciso *a)*. ¿Qué magnitud tiene la fuerza normal ejercida por la esfera sobre la motocicleta en este punto?

**5.113. Segunda intención.** Un joven conduce un automóvil Nash Ambassador 1954 clásico con una amiga sentada a su derecha en el lado del copiloto del asiento delantero. El Ambassador tiene asientos corridos planos. Al joven le gustaría estar más cerca de su amiga, y decide usar la física para lograr su objetivo romántico dando una vuelta rápida. *a)* ¿Deberá dar vuelta al auto a la derecha o a la izquierda, para que su amiga se deslice hacia él? *b)* Si el coeficiente de fricción estática entre la amiga y el asiento es de 0.35 y el auto viaja a una rapidez constante de 20 m/s, ¿con qué radio máximo de la vuelta la amiga aún se desliza hacia el joven?

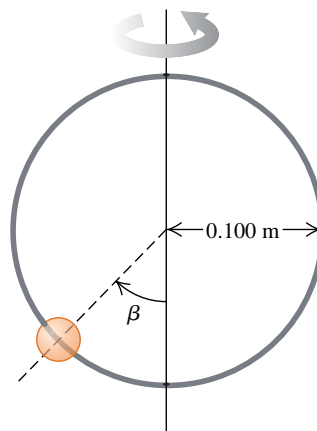
**5.114.** Un bloque pequeño de masa  $m$  descansa sobre una mesa horizontal sin fricción, a una distancia  $r$  de un agujero en el centro de la mesa (figura 5.79). Un cordón atado al bloque pequeño pasa por el agujero y está atado por el otro extremo a un bloque suspendido de masa  $M$ . Se imprime al bloque pequeño un movimiento circular uniforme con radio  $r$  y rapidez  $v$ . ¿Qué  $v$  se necesita para que el bloque grande quede inmóvil una vez que se le suelta?

Figura 5.79 Problema 5.114.



**5.115.** Una cuenta pequeña puede deslizarse sin fricción por un aro circular de 0.100 m de radio, que está en un plano vertical. El aro gira con rapidez constante de 4.00 rev/s en torno a un diámetro vertical (figura 5.80). *a)* Calcule el ángulo  $\beta$  en que la cuenta está en equilibrio vertical. (Desde luego, tiene aceleración radial hacia el eje.) *b)* ¿Podría la cuenta mantenerse a la misma altura que el centro del aro? *c)* ¿Qué sucede si el aro gira a 1.00 rev/s?

Figura 5.80 Problema 5.115.

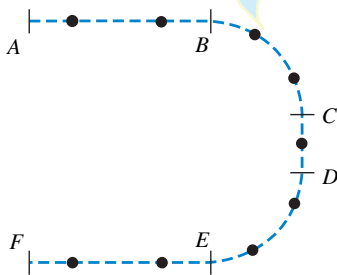




**5.116.** Un avión a escala con masa de 2.20 kg se mueve en el plano  $xy$ , de manera que sus coordenadas  $x$  y  $y$  varían con el tiempo, según  $x(t) = \alpha - \beta t^3$  y  $y(t) = \gamma t - \delta t^2$ , donde  $\alpha = 1.50$  m,  $\beta = 0.120$  m/s<sup>3</sup>,  $\gamma = 3.00$  m/s y  $\delta = 1.00$  m/s<sup>2</sup>. *a)* Calcule las componentes  $x$  y  $y$  de la fuerza neta en el plano en función del tiempo. *b)* Dibuje la trayectoria del avión entre  $t = 0$  y  $t = 3.00$  s, incluyendo en su dibujo vectores que muestren la fuerza neta que actúa sobre el avión en  $t = 0$ ,  $t = 1.00$  s,  $t = 2.00$  s y  $t = 3.00$  s. Para cada uno de estos instantes, relacione la dirección de la fuerza neta con la dirección de giro del avión y diga si la rapidez del avión está aumentando, disminuyendo o no cambia. *c)* Determine la magnitud y dirección de la fuerza neta en  $t = 3.00$  s.

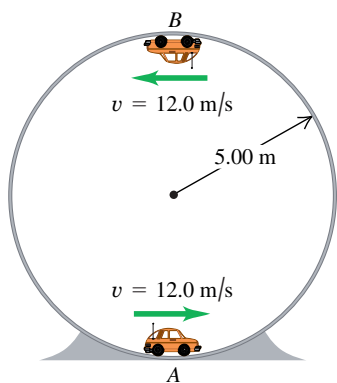
**5.117.** Una partícula se mueve en una superficie sin fricción con la trayectoria de la figura 5.81 (vista superior). La partícula está inicialmente en reposo en el punto  $A$  y comienza a moverse hacia  $B$ , aumentando su rapidez a razón constante. De  $B$  a  $C$ , la partícula sigue una trayectoria circular con rapidez constante. La rapidez sigue constante en la recta de  $C$  a  $D$ . De  $D$  a  $E$ , la partícula sigue una trayectoria circular, pero ahora su rapidez disminuye a razón constante. La rapidez sigue disminuyendo a razón constante entre  $E$  y  $F$ , donde se detiene la partícula. (Los intervalos de tiempo entre los puntos marcados no son iguales.) En cada punto negro de la figura, dibuje flechas para representar la velocidad, la aceleración y la fuerza neta que actúa sobre la partícula. Haga la longitud de las flechas proporcional a la magnitud del vector.

Figura 5.81 Problema 5.117.



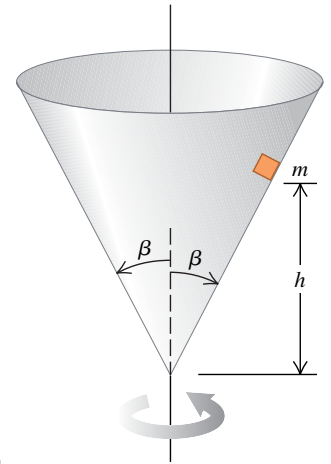
**5.118.** Un carrito de control remoto con masa de 1.60 kg se mueve a una rapidez constante de  $v = 12.0$  m/s, en un círculo vertical dentro de un cilindro hueco metálico de 5.00 m de radio (figura 5.82). ¿Qué magnitud tiene la fuerza normal ejercida sobre el coche por las paredes del cilindro *a)* en el punto  $A$  (parte inferior del círculo vertical)? *b)* ¿Y en el punto  $B$  (parte superior del círculo vertical)?

Figura 5.82 Problema 5.118.



**5.119.** Un bloque pequeño de masa  $m$  se coloca dentro de un cono invertido que gira sobre un eje vertical, de modo que la duración de una revolución del cono es  $T$  (figura 5.83). Las paredes del cono forman un ángulo  $\beta$  con la vertical. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y el cono es  $\mu_s$ . Si el bloque debe mantenerse a una altura constante  $h$  sobre el vértice del cono, ¿qué valores máximo y mínimo puede tener  $T$ ?

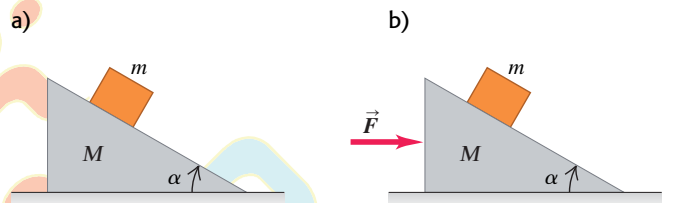
Figura 5.83 Problema 5.119.



## Problemas de desafío

**5.120. Cuña móvil.** Una cuña de masa  $M$  descansa en una mesa horizontal sin fricción. Un bloque de masa  $m$  se coloca sobre la cuña (figura 5.84a). No hay fricción entre el bloque y la cuña. El sistema se suelta del reposo. *a)* Calcule la aceleración de la cuña, así como las componentes horizontal y vertical de la aceleración del bloque. *b)* ¿Sus respuestas al inciso *a)* se reducen a los resultados correctos cuando  $M$  es muy grande? *c)* ¿Qué forma tiene la trayectoria del bloque, vista por un observador estacionario?

Figura 5.84 Problemas de desafío 5.120 y 5.121.



**5.121.** Una cuña de masa  $M$  descansa en una mesa horizontal sin fricción. Un bloque de masa  $m$  se coloca sobre la cuña y se aplica una fuerza horizontal  $\vec{F}$  a la cuña (figura 5.84b). ¿Qué magnitud debe tener  $\vec{F}$  para que el bloque permanezca a una altura constante sobre la mesa?

**5.122.** Una caja de peso  $w$  se acelera rampa arriba mediante una cuerda que ejerce una tensión  $T$ . La rampa forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal, y la cuerda tiene un ángulo  $\theta$  sobre la rampa. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y la rampa es  $\mu_k$ . Demuestre que la aceleración máxima se da con  $\theta = \arctan \mu_k$ , sea cual fuere el valor de  $\alpha$  (en tanto la caja siga en contacto con la rampa).

**5.123. Ángulo de fuerza mínima.** Se tira de una caja de peso  $w$  con rapidez constante sobre un piso horizontal aplicando una fuerza  $\vec{F}$  con un ángulo  $\theta$  sobre la horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre el piso y la caja es  $\mu_k$ . *a)* Calcule  $F$  en términos de  $\theta$ ,  $\mu_k$  y  $w$ . *b)* Si  $w = 400$  N y  $\mu_k = 0.25$ , calcule  $F$  para  $\theta$  desde  $0$  a  $90^\circ$  en incrementos de  $10^\circ$ . Grafique  $F$  contra  $\theta$ . *c)* Con la expresión general del inciso *a)*, calcule el valor de  $\theta$  para el que la  $F$  necesaria para mantener una rapidez constante es mínima. (Sugerencia: en un punto donde una función es mínima, ¿qué valor tienen la primera y segunda derivadas de la función? Aquí,  $F$  es función de  $\theta$ .) Para el caso especial de  $w = 400$  N y  $\mu_k = 0.25$ , evalúe este  $\theta$  óptimo y compare su resultado con la gráfica que elaboró en el inciso *b)*.





- 4.23 a) la gravedad que ejerce la Tierra sobre la botella; la fuerza del aire sobre la botella  
b) la gravedad que ejerce la botella sobre la Tierra; la fuerza de la botella sobre el aire
- 4.25  $7.4 \times 10^{-23} \text{ m/s}^2$
- 4.27 b) sí
- 4.29 sí, en el inciso a)
- 4.31 b) 142 N
- 4.33 c) la fuerza que ejerce la tierra sobre el camión
- 4.35 1840 N,  $135^\circ$
- 4.37 a) 17 N,  $90^\circ$  en sentido horario a partir de la dirección  $+x$  b) 840 N
- 4.39 a) 4.8 m/s b) 16 m/s<sup>2</sup> c) 2360 N
- 4.41 b) 5.83 m/s<sup>2</sup>
- 4.43 a) 2.50 m/s<sup>2</sup> b) 10.0 N c) a la derecha;  $F$   
d) 25.0 N
- 4.45 a) 2.93 m/s<sup>2</sup> b) 11.1 m/s<sup>2</sup>
- 4.47 b) 79.6 N
- 4.49 a)  $mg$  b)  $mg$  c)  $m(g + |\vec{a}|)$   
d)  $m(g - |\vec{a}|)$
- 4.51 a) 7.80 m/s b) 50.6 m/s<sup>2</sup>  
c) 4532 N, 6.16mg
- 4.53 a)  $w$  b) 0 c)  $w/2$
- 4.55 b) 1390 N
- 4.57 b) (i) 3.5 m/s<sup>2</sup> (ii) 8.0 N
- 4.59  $-6mBt$

## Capítulo 5

- 5.1 a) 25.0 N b) 50.0 N
- 5.3 a) 990 N, 735 N b) 926 N
- 5.5  $48^\circ$
- 5.7  $4.10 \times 10^3 \text{ N}$
- 5.9 a)  $A: 0.732w; B: 0.897w; C: w$  b)  $A: 2.73w; B: 3.35w; C: w$
- 5.11 a) 337 N b) 343 N
- 5.13 a) 470 N b) 163 N
- 5.15 b)  $1.22mg$  c)  $0.70mg$
- 5.17 a) 4610 m/s<sup>2</sup>, 470g b)  $9.70 \times 10^5 \text{ N}$ , 471w  
c) 18.7 ms
- 5.19 b)  $2.96 \text{ m/s}^2$  c) 191 N; más que los ladrillos; menos que el contrapeso
- 5.21 b)  $2.50 \text{ m/s}^2$  c) 1.37 kg d)  $T = 0.745w$
- 5.23 a)  $0.832 \text{ m/s}^2$  b) 17.3 s
- 5.25  $1.38^\circ$
- 5.29 a) 22 N b) 3.1 m
- 5.31 a) 0.710, 0.472 b) 258 N c) (i) 51.8 N  
(ii)  $4.97 \text{ m/s}^2$
- 5.33 a) 57.1 N b) 146 N, hacia arriba de la rampa
- 5.35 11 veces más lejos
- 5.37 a)  $\mu_k(m_A + m_B)g$  b)  $\mu_k m_A g$
- 5.39  $3.82 \text{ m/s}^2$
- 5.41 a) 0.218 m/s b) 11.7 N
- 5.43 a)  $\mu_k mg / (\cos\theta - \mu_k \sin\theta)$  b)  $1/\tan\theta = \mu_s$
- 5.45 b) 8.75 N c) 30.8 N d)  $1.54 \text{ m/s}^2$
- 5.47 a) 0.44 kg/m b) 42 m/s
- 5.49 a) 3.61 m/s b) en la parte inferior c) 3.33 m/s
- 5.51 a)  $21.0^\circ$ ; no b) automóvil:  $1.18 \times 10^4 \text{ N}$ ; camión:  $2.36 \times 10^4 \text{ N}$
- 5.53 el cable superior: 1410 N; el cable horizontal: 8360 N
- 5.55 a) 1.49 rev/min b) 0.918 rev/min
- 5.57 a) 138 km/h b) 3580 N
- 5.59 2.43 m/s
- 5.61 a) la cuerda que forma un ángulo de  $60^\circ$   
b) 6400 N
- 5.63 a)  $Mg/(2\sin\theta)$  b)  $Mg/(2\tan\theta)$  c)  $T \rightarrow \infty$
- 5.65 a)  $m_1(\sin\alpha + \mu_k \cos\alpha)$   
b)  $m_1(\sin\alpha - \mu_k \cos\alpha)$   
c)  $m_1(\sin\alpha - \mu_s \cos\alpha) < m_2 < m_1(\sin\alpha + \mu_s \cos\alpha)$
- 5.67 a) 1.44 N b) 1.80 N
- 5.69 a)  $1.3 \times 10^{-4} \text{ N}$ ; 62.5w b)  $2.9 \times 10^{-4} \text{ N}$   
a 1.2 ms c) 1.2 m/s
- 5.71 1040 N
- 5.73 a) 11 m/s b) 7.5 m/s
- 5.75 0.40
- 5.77 a)  $g \left( \frac{m_B + m_{\text{cuerda}} d/L}{m_A + m_B + m_{\text{cuerda}}} \right)$ ; aumenta  
b) 0.63 m  
c) no funcionará para ningún valor de  $d$
- 5.79 a) 66 N, hacia el norte b) 59 N, hacia el sur
- 5.81 a) 294 N, 152 N, 152 N b) 40.0 N

- 5.83 2.52 N
- 5.85 a) 12.9 kg b) 47.2 N en la cuerda de la izquierda, 101 N en la cuerda de la derecha
- 5.87  $a_1 = 2m_2g/(4m_1 + m_2)$ ;  
 $a_2 = m_2g/(4m_1 + m_2)$
- 5.89 1.46 m por encima del piso
- 5.91  $g/\mu_s$
- 5.93 b) 0.450
- 5.95 0.34
- 5.97 a) 170 m b) 18 m/s, 41 mi/h  
c) 25 m/s, 56 mi/h
- 5.99 a) se mueven hacia arriba b) permanece constante c) permanece constante  
d) se detienen
- 5.101 a)  $6.00 \text{ m/s}^2$  b)  $3.80 \text{ m/s}^2$  c)  $7.36 \text{ m/s}$   
d) 8.18 m/s e) 7.78 m, 6.29 m/s,  $1.38 \text{ m/s}^2$   
f) 3.14 s
- 5.103  $1/3$
- 5.105 a)  $v_y(t) = v_i + (v_0 - v_i)e^{-kt/m}$   
b)  $v_y(t) = v_i(\sin\beta - 0.015 \cos\beta)^{1/2}$
- 5.107 a) 0.015;  $0.36 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$  b) 29 m/s  
c) la razón es  $(\sin\beta - 0.015 \cos\beta)^{1/2}$
- 5.109 a) 120 N b) 3.79 m/s
- 5.111 b) 0.28 c) no
- 5.113 a) a la derecha b) 120 m
- 5.115 a)  $81.1^\circ$  b) no c) la cuenta recorrerá la parte inferior del aro ( $\beta = 0$ )
- 5.119  $T_{\text{máx}} = 2\pi \sqrt{\frac{h \tan\beta}{g} \left( \frac{\sin\beta + \mu_s \cos\beta}{\cos\beta - \mu_s \sin\beta} \right)}$ ;  
 $T_{\text{mín}} = 2\pi \sqrt{\frac{h \tan\beta}{g} \left( \frac{\sin\beta - \mu_s \cos\beta}{\cos\beta + \mu_s \sin\beta} \right)}$
- 5.121  $(M + m)g \tan\alpha$
- 5.123 a)  $F = \frac{\mu_k w}{\cos\theta + \mu_k \sin\theta}$   
c)  $\theta = \tan^{-1}(\mu_k) = 14.0^\circ$
- 5.125 a)  $a_3 = g \left( \frac{-4m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1}{4m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1} \right)$   
b)  $a_B = -\frac{a_3}{4m_1 m_2 - 3m_2 m_3 + m_3 m_1}$   
c)  $a_1 = g \left( \frac{4m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1}{4m_1 m_2 + m_2 m_3 - 3m_3 m_1} \right)$   
d)  $a_2 = g \left( \frac{4m_1 m_2 + m_2 m_3 - 3m_3 m_1}{4m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1} \right)$   
e)  $T_A = \frac{1}{2} T_C$   
f)  $T_C = \frac{8gm_1 m_2 m_3}{4m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1}$   
g)  $a_1 = a_2 = a_3 = a_B = 0$ ,  $T_C = 2m_2 g$ ,  
 $T_A = m_2 g$ ; sí
- 5.127  $\cos^2\beta$

## Capítulo 6

- 6.1 a) 3.60 J b)  $-0.900 \text{ J}$  c) 2.07 J
- 6.3 a) 74 N b) 330 J c)  $-330 \text{ J}$  d) cero; cero  
e) cero
- 6.5 a)  $-1750 \text{ J}$  b) no
- 6.7 a) (i) 9.00 J (ii)  $-9.00 \text{ J}$  b) (i) 0  
(ii) 9.00 J (iii)  $-9.00 \text{ J}$  (iv) 0  
c) cero para cada bloque
- 6.9 a) (i) cero (ii) cero b) (i) cero  
(ii)  $-25.1 \text{ J}$
- 6.11 a)  $1.0 \times 10^{16} \text{ J}$  b) aproximadamente 2 veces mayor
- 6.13 a) 42.85V b) 1836K
- 6.15 a) 43.2 m/s b) 101 m/s c) 5.80 m  
d) 3.53 m/s e) 7.35 m
- 6.17  $(2gh[1 + \mu_k \tan\alpha])^{1/2}$
- 6.19 a)  $9D$  b)  $D/3$
- 6.21 32.0 N
- 6.23 a) 4.48 m/s b) 3.61 m/s
- 6.25 a) 4.96 m/s b)  $a = 1.43 \text{ m/s}^2$ ;  $v = 4.96 \text{ m/s}$ ;  
igual
- 6.27 a)  $v_0^2/2\mu_k g$  b)  $1/2$  c) 4 d) 2
- 6.29 a) 48.0 N, 64.0 N b) 0.360 J, 0.640 J
- 6.31 a) 2.8 m/s b) 3.5 m/s
- 6.33 8.5 cm
- 6.35 a) 1.76 b) 0.67 m/s
- 6.37 a) 4.0 J b) cero c)  $-1.0 \text{ J}$  d) 3.0 J  
e)  $-1.0 \text{ J}$
- 6.39 a) 2.83 m/s b) 2.40 m/s
- 6.41 a) 5.65 cm b) no; 0.57 J

- 6.43  $3.6 \times 10^5 \text{ J}$ ; 100 m/s
- 6.45  $4.0 \times 10^{13} \text{ P}$
- 6.47 743 W, 0.995 hp
- 6.49 a) 1.4 b) 0.38
- 6.51 a)  $5.4 \times 10^9 \text{ J}$  b) 0.72 MW
- 6.53  $2.96 \times 10^4 \text{ W}$
- 6.55 877 J
- 6.57 a) 532 J b)  $-315 \text{ J}$  c) cero d)  $-203 \text{ J}$   
e) 14.7 J f) 1.21 m/s
- 6.59 a)  $1/\sin\alpha$  b)  $W_{\text{entrada}} = W_{\text{salida}}$
- 6.61 a)  $2.59 \times 10^{12} \text{ J}$  b) 4800 J
- 6.63 b)  $k_{\text{ef}} = k_1 + k_2 + \dots + k_N$
- 6.65 a)  $k \left( \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right)$ ; negativo b)  $k \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$ ;  
positivo c) igual magnitud y signo opuesto,  
ya que el trabajo neto es cero
- 6.67 a) 5.11 m b) 0.304 c) 10.3 m
- 6.69 a) 0.15 N b) 9.4 N c) 0.44 J
- 6.71 a) 2.56 m/s b) 5.28 N c) 19.7 J
- 6.73 a)  $-910 \text{ J}$  b)  $3.17 \times 10^3 \text{ J}$
- 6.75  $1.0 \times 10^5 \text{ N/m}$
- 6.77 1.1 m desde donde se libera el resorte
- 6.79 a)  $1.02 \times 10^4 \text{ N/m}$ , 8.16 m
- 6.81 a) 0.600 m b) 1.50 m/s
- 6.83 0.786
- 6.85 1.5 m
- 6.87 a)  $1.10 \times 10^5 \text{ J}$  b)  $1.30 \times 10^5 \text{ J}$   
c) 3.99 kW
- 6.89 3.6 h
- 6.91  $1.30 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{s}$
- 6.93 a)  $1.26 \times 10^5 \text{ J}$  b) 1.46 W
- 6.95 a) 2.4 MW b) 61 MW c) 6.0 MW
- 6.97 a) 513 W b) 355 W c) 52.1 W
- 6.99 a) 358 N b) 47.2 hp c) 4.06 hp  
d) 2.03%
- 6.101 a)  $\frac{1}{6} Mv^2$  b) 6.1 m/s c) 3.9 m/s  
d)  $K_{\text{proyectil}} = 0.40 \text{ J}$ ,  $K_{\text{resorte}} = 0.60 \text{ J}$
- 6.103 a)  $2.0 \times 10^5 \text{ J}$  b)  $2.8 \times 10^5 \text{ J}$   
c)  $2.8 \times 10^5 \text{ J}$  d) 5 km/h

## Capítulo 7

- 7.1 a)  $6.6 \times 10^5 \text{ J}$  b)  $-7.7 \times 10^5 \text{ J}$
- 7.3 a) 820 N b) (i) cero (ii) 740 J
- 7.5 a) 24.0 m/s b) 24.0 m/s c) en el inciso (b)
- 7.7 2.5 m/s
- 7.9 a) (i) cero (ii) 0.98 J b) 2.8 m/s  
c) constante: gravedad; no constante: normal,  
fricción d) 5.0 N
- 7.11  $-5400 \text{ J}$
- 7.13 a) 880 J b)  $-157 \text{ J}$  c) 471 J d) 253 J  
e)  $a = 3.16 \text{ m/s}^2$ ;  $v = 7.11 \text{ m/s}$ ;  $\Delta K = 253 \text{ J}$ ;  
igual
- 7.15 a) 80.0 J b) 5.00 J
- 7.17 a) (i)  $4U_0$  (ii)  $U_0/4$  b) (i)  $x_0\sqrt{2}$   
(ii)  $x_0/\sqrt{2}$
- 7.19 a) 6.32 cm b) 12 cm
- 7.21  $\pm 0.092 \text{ m}$
- 7.23 a) 3.03 m/s; conforme la masa abandona el  
resorte b)  $95.9 \text{ m/s}^2$ ; justo después de que la  
masa se libera
- 7.25 a)  $4.46 \times 10^5 \text{ N/m}$  b) 0.128 m
- 7.27 a)  $-308 \text{ J}$  b)  $-616 \text{ J}$  c) no conservativa
- 7.29 a)  $-3.6 \text{ J}$  b)  $-3.6 \text{ J}$  c)  $-7.2 \text{ J}$   
d) no conservativa
- 7.31 a)  $\frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$  b)  $-\frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$ ; cero  
c)  $-\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$ ;  $-\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_3^2)$ ;  
 $-\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$ ; igual
- 7.33 2.46 N, dirección  $+x$
- 7.35 c) atrae
- 7.37 a)  $F(r) = (12a/r^{13}) - (6b/r^7)$   
b)  $(2a/b)^{1/6}$ ; estable c)  $b^2/4a$   
d)  $a = 6.68 \times 10^{-138} \text{ J} \cdot \text{m}^{12}$ ,  
 $b = 6.41 \times 10^{-78} \text{ J} \cdot \text{m}^6$
- 7.39 a) cero, 637 N b) 2.99 m/s
- 7.41 a) no b) sí, \$150
- 7.43 0.41
- 7.45 a) 15.9 J b) 4.0 J c) 3.0 J
- 7.47 a) 20.0 m de la orilla izquierda de la sección  
horizontal b)  $-78.4 \text{ J}$
- 7.49 a) 22.2 m/s b) 16.4 m c) no
- 7.51 0.602 m
- 7.53 15.5 m/s