UCES
UNIVERSIDAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES Y SOCIALES

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

CONTADOR PÚBLICO

LICENCIATURA EN ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS

FUNDAMENTOS DE MICROECONOMÍA

GUÍA DE ESTUDIO Nº 3

SOLUCION PROPUESTA

UNIDAD TEMÁTICA Nº 3

La producción. Los costos de producción.

Año 2017

Prof. Titular: Rosa María GORZYCKI

Prof. Adjunta: Cecilia FELDMAN

Prof. Adjunta: Eliana Daniela SCIALABBA

Prof. Adjunto: Mariano Rodrigo CARPINETI

JTP: Cristian Jonatán CARACOCHE

JTP: Mariana Luisina SCIALABBA

CAPÍTULO Nº 6. LA PRODUCCIÓN

1. En el siguiente cuadro se observa como varía el producto total, dados un insumo fijo (capital= K consistente en la planta y el equipo disponible) y otro variable (trabajo =L).

a. Calcule el producto medio y marginal del factor trabajo.

b. ¿Representa una situación de corto o largo plazo? ¿Por qué?

c. ¿Al agregar qué unidad del insumo variable comienza a disminuir el producto medio y a qué nivel de producto total corresponde? ¿Puede ser el producto medio del trabajo negativo?

d. ¿Al agregar qué unidad del insumo variable empieza a disminuir el producto marginal y a qué nivel de producto total corresponde? ¿Por qué el producto marginal del trabajo puede volverse negativo?

e. ¿Son coherentes los datos del cuadro con la hipótesis de los rendimientos decrecientes?

f. Grafique el Producto Total, Producto Medio del Trabajo y Producto Marginal del Trabajo. Indique las relaciones fundamentales que existen entre las 3 curvas y los niveles de producto entre los cuales se encuentran las distintas etapas o zonas de la producción. ¿En qué etapa decide operar este productor?

Capital = K	Trabajo = L	Producto Total = q
1	0	0
1	1	2
1	2	6
1	3	9
1	4	11
1	5	12
1	6	12
1	7	11

Solución propuesta

a. En el proceso de producción las empresas convierten los *factores de producción* en *productos*. Los factores de producción son todos *los recursos* que utiliza la empresa en el proceso de producción, los que pueden resumirse en *capital, tierra* y *trabajo*.

Una *función de producción* indica el máximo nivel de producción *"q"* que puede obtener una empresa con cada combinación específica de factores y se define para un estado dado de la tecnología.

La contribución del trabajo al proceso de producción puede describirse tanto desde la perspectiva de las *variables medias* como de las *variables marginales.*

El *producto medio del trabajo* (PMeL) es el nivel de producción por unidad de trabajo, o sea la cantidad de producción que genera cada trabajador en promedio.

Producto medio del trabajo = PMeL= q/L

El *producto marginal del trabajo* (PM_L) es la producción adicional que se obtiene cuando se utiliza una unidad más de trabajo, o la variación de la producción Δq provocada por un aumento de la cantidad de trabajo ΔL de una unidad.

Producto marginal del trabajo = $PM_L = \Delta q/\Delta L$

Capital = K	Trabajo = L	Producto Total = q	Producto Medio del Trabajo = PMe_L= q/L	Producto Marginal del Trabajo = PM_L= Δq/ΔL
1	0	0	0	
1	1	2	2	2
1	2	6	3	4
1	3	9	3	3
1	4	11	2,75	2
1	5	12	2,40	1
1	6	12	2	0
1	7	11	1,57	-1

b. Una empresa tarda en ajustar sus factores para producir con diferentes cantidades de trabajo, tierra y de capital. Una fábrica nueva debe planificarse y construirse, y la maquinaria y demás equipo de capital debe pedirse y entregarse.

El *corto plazo* se refiere al periodo de tiempo en el que no es posible alterar las cantidades de uno o más factores de producción; a corto plazo hay al menos un factor que no puede modificarse; ese factor se denomina *factor fijo,* como la planta y el equipo, los que no pueden ajustarse plenamente.

El *largo plazo* es el tiempo necesario para que todos los factores de producción sean variables.

Las decisiones que pueden tomar las empresas son muy diferentes en el corto plazo de las que toman a largo plazo. En el *corto plazo*, las empresas alteran *la intensidad* con que utilizan la planta y las maquinarias dadas; a *largo plazo*, alteran el *tamaño de la planta*.

En este caso, se trata de una situación de corto plazo debido a que el factor tierra es fijo. La empresa sólo puede ajustar la producción cambiando el factor variable, el trabajo.

c. Al agregar el cuarto trabajador comienza a disminuir el producto medio del trabajo; corresponde al nivel de producto total de 11 unidades. El producto medio del trabajo no puede ser negativo ya que se trata del cociente entre dos magnitudes positivas.

d. Al agregar el tercer trabajador comienza a disminuir el producto marginal del trabajo; corresponde al nivel de producto total de 9 unidades. El producto marginal del trabajo se vuelve negativo con la incorporación del séptimo trabajador. A medida que aumenta el número de trabajadores que utilizan una cantidad fija de capital, la productividad del trabajo puede hacerse negativa y la producción total disminuye.

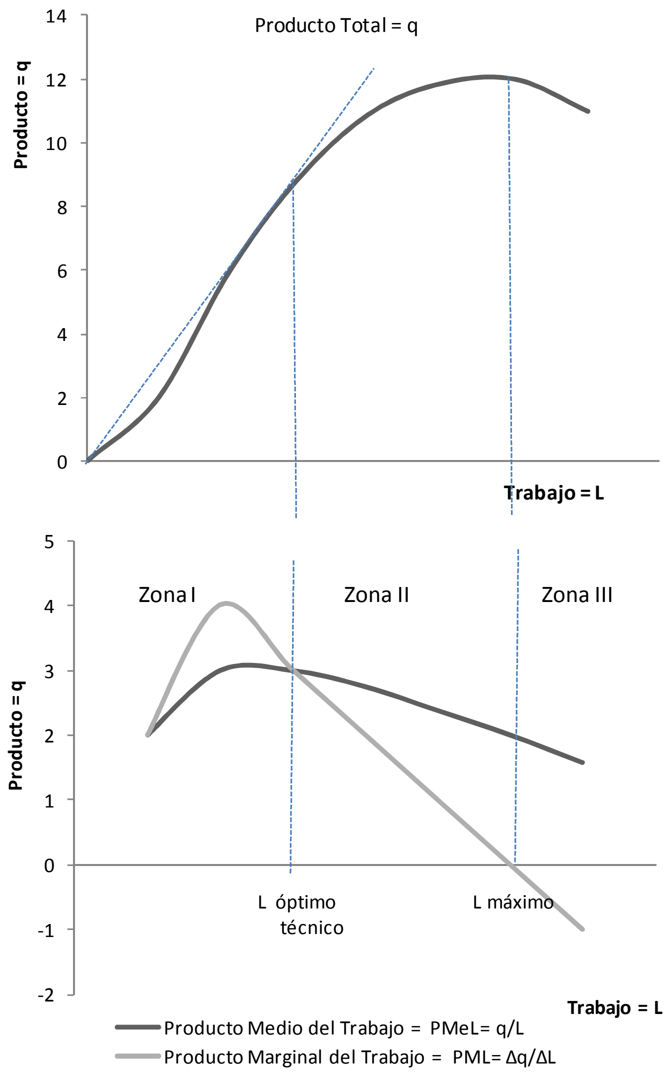
e. La *ley de los rendimiento decrecientes* establece que, traspasado un determinado nivel de producción, el producto marginal de un factor variable de producción disminuye al incrementarse la cantidad empleada de ese factor, permaneciendo todos los demás factores constantes.

En este proceso de producción se verifica que el trabajo muestra rendimientos decrecientes, característicos de todas las funciones de producción en las que hay un factor fijo. Cuando la cantidad de trabajo es pequeña y el capital o la tierra son fijos, la cantidad adicional de trabajo aumenta significativamente la producción al permitir a los trabajadores realizar tareas especializadas. Sin embargo, a la larga se aplica la ley de los rendimientos decrecientes: cuando hay muchos trabajadores, dados los factores fijos, disminuye el producto marginal del trabajo. La ley de los rendimientos marginales decrecientes se aplica normalmente al corto plazo.

f. El *producto medio del trabajo* (PMe_L) o productividad promedio por trabajador, aumenta hasta el nivel de aplicación del factor trabajo L óptimo técnico, donde alcanza un máximo y posteriormente disminuye. En términos geométricos equivale a la pendiente del radio vector trazado desde el origen de coordenadas a cada uno de los uno de los puntos de la curva de producto total.

El *producto marginal del trabajo* (PM_L) o sea el aumento en el producto total por unidad adicional de trabajo, crece hasta que la curva de producto total llega al punto de inflexión, posteriormente disminuye, coincidiendo con el PMe_L, cuando éste alcanza su máximo. Cuando el producto total alcanza el máximo técnico, el $PM_L=0$.

Al analizar la producción de la empresa a corto plazo, la relación entre el PMe_L y el PM_L permite definir tres zonas y determinar los niveles de trabajo relevantes.



En la Zona I, comprendida entre el origen y L óptimo técnico, el PMe_L es creciente debido a que los rendimientos medios son crecientes; al incrementar L, cada trabajador en promedio, produce una mayor cantidad. Resulta conveniente aumentar L. Este comportamiento se debe a que la cantidad del factor fijo es abundante en relación al número de trabajadores.

En la Zona III que se inicia a partir de L máximo técnico, el PM_L es negativo; al incrementar L el producto total disminuye resultando conveniente disminuir la cantidad de trabajadores contratados. Este comportamiento del PM_L obedece a que, existe una cantidad excesiva de trabajadores para la cantidad fija de capital. Cada trabajador cuenta con una cantidad del factor fijo muy reducida estorbándose con el resto de los trabajadores y reduciendo el producto.

Finalmente, en la Zona II, comprendida entre L óptimo técnico y L máximo técnico, tanto el producto marginal como el medio son decrecientes, pero positivos. Es la única zona técnicamente eficiente. El empresario que produce eficientemente contrata dentro de esta zona, dependiendo la cantidad contratada adicional del precio que debe pagar por los factores y del precio del bien.

La empresa no operará en las Zonas I y III, de modo que la Zona II reúne los niveles de trabajo relevantes.

2. La siguiente tabla proporciona información parcial sobre el producto total, el producto promedio y el producto marginal de una función de producción. Use las relaciones entre estas propiedades para completarlas celdas que faltan.

Trabajo	Producto total	Producto medio	Producto marginal
0		0	
1	180		
			140
2			
3	420		
4		120	

Solución propuesta

Trabajo	Producto total	Producto medio	Producto marginal
0	0	0	-
			180
1	180	180	
			140
2	320	160	
			100
3	420	140	
			60
4	480	120	

3. Suponga que el producto marginal del trabajo es actualmente igual a su producto medio. Si usted fuera uno de los 10 nuevos trabajadores que la empresa está a punto de contratar, ¿preferiría que le pagaran el valor de su producto medio o el valor de su producto marginal? ¿Sería interesante para un patrón pagarle el valor de su producto medio?

Solución propuesta

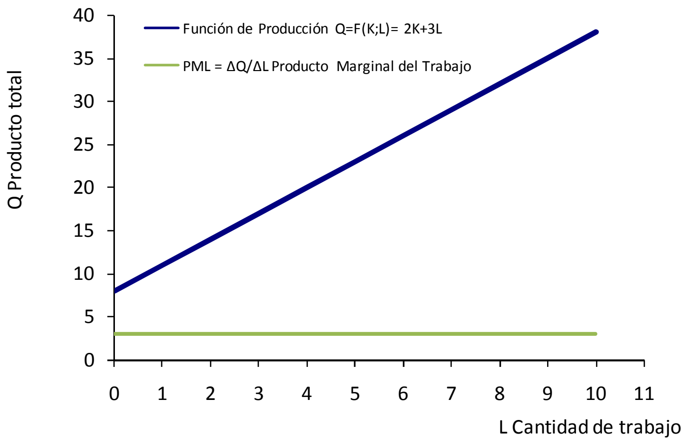
El producto marginal del trabajo (PM_L) es igual a su producto medio del trabajo (PMe_L) en el valor máximo del producto medio, de modo que el producto marginal corta al producto promedio en su punto máximo, que corresponde con la cantidad de trabajo óptimo técnico. A partir de L óptimo técnico, el producto marginal del trabajo del próximo trabajador contratado será menor que el producto medio. Así pues, el próximo trabajador debe preferir ser pagado por el producto medio.
El empleador no quiere pagar el producto medio ya que el producto marginal es más bajo.

4. Grafique las curvas de producto total a corto plazo y producto marginal para cada una de las siguientes funciones de producción si K está fija para $K_o = 4$.
a. $Q = F(K, L) = 2K + 3L$
b. $Q = F(K, L) = K^2L^2$
¿Obedecen las dos funciones de producción a la ley de rendimientos decrecientes?

Solución propuesta

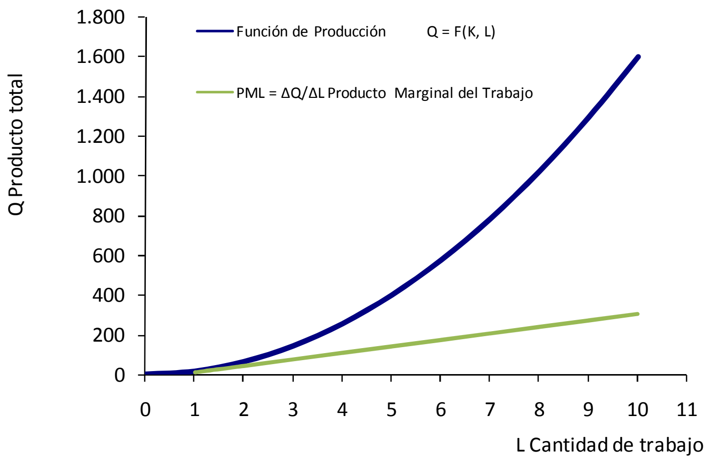
a. $Q = F(K, L) = 2K + 3L$

Capital Ko = 4	Trabajo L	Función de Producción Q=F(K;L)= 2K+3L	Producto Marginal del Trabajo $PM_L = \Delta Q/\Delta L$
4	0	8	3
4	1	11	3
4	2	14	3
4	3	17	3
4	4	20	3
4	5	23	3
4	6	26	3
4	7	29	3
4	8	32	3
4	9	35	3
4	10	38	3



b. $Q = F(K, L) = K^2L^2$

Capital Ko = 4	Trabajo L	Función de Producción Q = F(K, L)	Producto Marginal del Trabajo $PM_L = \Delta Q/\Delta L$
4	0	0	
4	1	16	16
4	2	64	48
4	3	144	80
4	4	256	112
4	5	400	144
4	6	576	176
4	7	784	208
4	8	1.024	240
4	9	1.296	272
4	10	1.600	304



Las funciones de producción del problema no obedecen a la ley de rendimientos decrecientes.
Como se muestra en las tablas y en los gráficos, en el caso de la función a., crece a tasa constante, y la función b. crece a tasa creciente para todas las cantidades de trabajo.

5. La función de producción a corto plazo de una empresa está dada por

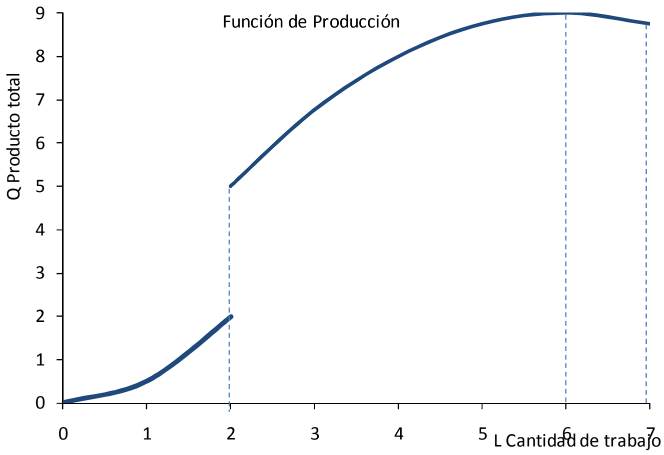
$$Q = \frac{1}{2}L^2 \quad para\ 0 \le L \le 2 \qquad\qquad Q = 3 \cdot L - \frac{1}{4}L^2 \quad para\ 2 < L \le 7.$$

a. Grafique la función de producción.
b. Encuentre la máxima producción alcanzable. ¿Cuánto trabajo se utiliza en ese nivel?
c. Identifique los intervalos de utilización de L para los cuales el producto marginal del trabajo está aumentando y disminuyendo.
d. Identifique el intervalo para el cual el producto marginal del trabajo es negativo.

Solución propuesta

a. Gráfica de la función de producción.

Trabajo L	Función de Producción Q	PMe_L = Q / L Producto Medio del Trabajo	PM_L = ΔQ/ΔL Producto Marginal del Trabajo
0	0		
			0,5
1	0,5	0,5	
			1,5
2	2	1	
			4,75
3	6,75	2,25	
			1,25
4	8	2	
			0,75
5	8,75	1,75	
			0,25
6	9	1,5	
			-0,25
7	8,75	1,25	



b. La máxima producción alcanzable es Q= 9 unidades. La misma se alcanza cuando se utilizan 6 unidades de trabajo.
c. En el intervalo (1,3) la utilización de L está aumentando el producto marginal, mientras que en el intervalo (4,6) la utilización del L está disminuyendo el producto marginal.
d. Cuando L = 7, el producto marginal del trabajo se hace negativo.

6. La función de producción de computadoras personales de DISK, Inc., viene dada por $q=10K^{0,5}L^{0,5}$ donde q es el número de computadoras producidas al día, K representa las horas de uso de la máquina y L, las horas de trabajo. El competidor de DISK, FLOPPY, Inc., está utilizando la función de producción $q=10K^{0,6}L^{0,4}$
a. Si las dos compañías utilizan las mismas cantidades de capital y trabajo, ¿cuál produce más?
b. Suponga que el capital se limita a 9 horas-máquina, pero la oferta de trabajo es ilimitada. ¿En qué compañía es mayor el producto marginal del trabajo? Explique su respuesta.

Solución propuesta

a. Sea Q_1 la producción de DISK, Inc., Q_2 la producción de FLOPPY, Inc. y X las cantidades idénticas de capital y trabajo de las dos empresas.

En ese caso, $Q_1=10K^{0,5}L^{0,5}=10X^{(0,5+0,5)}=10X$.

Para $Q_2=10K^{0,6}L^{0,4}=10X^{(0,6+0,4)}=10X$.

Como $Q_1=Q_2$, las dos empresas generan la misma producción con los mismos factores.

b. Con una cantidad fija de capital de 9 máquinas, las funciones de producción se convierten en $Q_1=(10)(9)^{0,5}L^{0,5}=(10)(3)\ L^{0,5}=30L^{0,5}$

$Q_2=(10)(9)^{0,6}L^{0,4}=(10)(3,74)L^{0,4}=37,4L^{0,4}$

En la tabla se observa que el producto marginal del trabajo, en cada unidad de trabajo superior a 1 unidad, es mayor en el caso de DISK, Inc.

K = Capital	L= Trabajo	Q_1 = producción de DISK Inc. $Q_1=10K^{0,5}L^{0,5}$	Producto marginal del trabajo = PM_L= $\Delta Q_1/\Delta L$	Q_2 =producción de FLOPPY Inc. $Q_2=10K^{0,6}L^{0,4}$	Producto marginal del trabajo = PM_L= $\Delta Q_2/\Delta L$
9	0	0		0	
			30		37,37
9	1	30		37,37	
			12,43		11,94
9	2	42,43		49,31	
			9,54		8,68
9	3	51,96		58,00	
			8,04		7,07
9	4	60		65,07	

7. En la siguiente función de producción de Cobb–Douglas $q = A\ L^{\alpha} K^{\beta,}$ donde q es la cantidad producida, L y K son los factores trabajo y capital respectivamente, A es un parámetro que representa el estado de la tecnología, α y β son parámetros.

a. Explique el significado de los parámetros α y β a corto y largo plazo.

b. Si α = 1 y β = 1 ¿qué rendimientos tiene la función de producción?

c. ¿Qué condición debe cumplirse para que una función de Cobb–Douglas tenga rendimientos decrecientes de escala?

Solución propuesta

a. La función de producción de Cobb–Douglas es la que se utiliza en la mayoría de los trabajos empíricos. Esta función se expresa mediante la ecuación $q=A\ L^{\alpha} K^{\beta}$

En el *corto plazo* (al menos uno de los factores de producción es fijo):

- α = es el incremento porcentual en la producción que resulta de un incremento del uno por ciento en el trabajo cuando se mantienen constantes las cantidades de los otros insumos.
- β = es el incremento porcentual en la producción que resulta de un incremento del uno por ciento en el capital cuando se mantienen constantes las cantidades de los otros insumos.

En el *largo plazo* (todos los factores de producción son variables) vemos como responde el producto a los cambios en la escala de la empresa. Si la empresa incrementa la cantidad de todos los insumos en la misma proporción, vemos que ocurre con el producto:

- *si $\alpha+\beta > 1$* se obtienen *rendimientos crecientes de escala.* El producto aumenta en una proporción mayor que cada uno de los insumos. Por ejemplo, si duplicamos todos los insumos se obtiene una producción que supera al doble.
- *si $\alpha+\beta< 1$* se obtienen *rendimientos decrecientes de escala.* El producto aumenta en una proporción menor que cada uno de los insumos. Por ejemplo, duplicando todos los insumos la producción es menor que el doble.
- *si $\alpha+\beta = 1$* se obtienen *rendimientos constantes de escala.* El producto aumenta en la misma proporción que los insumos.

b. Si α = 1 y β = 1 se tienen rendimientos crecientes de escala porque α + β = 1+1= 2.

c. Para que una función tenga rendimientos decrecientes de escala, α + β < 1.

8. ¿Tienen las siguientes funciones de producción rendimientos crecientes, decrecientes o constantes de escala?
a. $Q = aK^2 + bL^2$
b $Q = mín(aK,bL)$
c. $Q = K^{0,5}L^{0,6}$
d. $Q = K_1^{0,3}K_2^{0,3}L^{0,3}$

Solución propuesta
Desde el punto de vista matemático, aumentar todos los insumos en la misma proporción significa multiplicar todos los insumos por el mismo número c>1. El resultado de multiplicar a la función de producción Q=F(K,L) por c >1 puede resumirse:
Rendimientos crecientes de escala: F(cK, cL)< cF(K,L)
Rendimientos constantes de escala: F(cK, cL)= cF(K,L)
Rendimientos decrecientes de escala: F(cK, cL)> cF(K,L)

a. $Q = aK^2 + bL^2$
Se trata de la función de producción con insumos que son sustitutos perfectos. En este caso a y b son el producto marginal del factor asociado.
$F(cK,cL)=a(cK)^2+b(cL)^2=ac^2K^2+bc^2L^2=c^2(aK^2+bL^2)=c^2F(K,L)$
La función de producción tiene rendimientos crecientes de escala.

b. Q = mín(aK,bL)
Se trata de una función de producción de Leontief que corresponde a la tecnología de proporciones fijas o de insumos que son complementarios perfectos.
F(cK,cL)=min(a(cK),b(cL))=min(caK,cbL)=minc(aK,bL)=cmin(aK,bL)
La función de producción tiene rendimientos constantes de escala.

c. $Q = K^{0,5}L^{0,6}$
$F(cK,cL)=(cK)^{0,5}(cL)^{0,6}=)=c^{0,5+0,6}K^{0,5}L^{0,6}=c^{1,1}K^{0,5}L^{0,6}=c^{1,1}F(K,L)$
Se trata de una función de producción del tipo Cobb Douglas que tiene rendimientos crecientes de escala.

d. $Q = K_1^{0,3}K_2^{0,3}L^{0,3}$
$F(cK_1, cK_2,cL)=(cK_1)^{0,3}(cK_2)^{0,3}(cL)^{0,3}=c^{0,3+0,3+,03}K_1^{0,3}K_2^{0,3}L^{0,3}= c^{09}K_1^{0,3}K_2^{0,3}L^{0,3}=c^{0,9}F(K,L)$
Se trata de una función de producción del tipo Cobb Douglas que tiene rendimientos decrecientes de escala.

9. Dada la siguiente función de producción $q = 100\sqrt{2 \cdot L \cdot T}$ *donde q = es la producción, L es la cantidad de trabajo empleada, T es la cantidad de tierra empleada.*
a. Calcule la cantidad de producción para las cantidades de trabajo y tierra 1, 2, 3, 4, 5 y 6.
b. ¿Se verifica la ley de rendimientos decrecientes a corto plazo?
c. A largo plazo, ¿qué tipos de rendimientos presenta la función de producción?
d. Grafique la curva isocuanta o isoproducto para q=346
e. Calcule la relación de marginal de sustitución técnica (RMST) entre los dos factores para q=346.

Solución propuesta
a. La función de producción muestra la cantidad máxima que puede producirse con diferentes combinaciones de factores, dado el estado de la tecnología. La función de producción planteada es una función Cobb –

Douglas y para calcular la producción, damos distintos valores a los factores L y T y obtener el valor de q. Por ejemplo, si L = 4 y T = 2 obtenemos un nivel de producto de q = 400.

$$q = 100\sqrt{2 \cdot L \cdot T} \rightarrow q = 100 \cdot \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2} \rightarrow q = 100 \cdot \sqrt{16} \rightarrow q = 400$$

Para L = 6 y T = 3 obtenemos un nivel de producto de q = 600.

$$q = 100\sqrt{2 \cdot L \cdot T} \rightarrow q = 100 \cdot \sqrt{2 \cdot 6 \cdot 3} \rightarrow q = 100 \cdot \sqrt{36} \rightarrow q = 600$$

Para distintas cantidades de L y T = 1, 2, 3, 4, 5 y 6, los valores de producción q obtenidos se presentan en la tabla (se calculan aplicando la fórmula).

TIERRA							
T	6	346	490	600	692	775	846
I	5	316	448	548	632	705	775
E	4	282	400	490	564	632	692
R	3	245	346	423	490	548	600
R	2	200	282	346	400	448	490
A	1	141	200	245	282	316	346
		1	2	3	4	5	6
		TRABAJO					

b. El producto marginal del trabajo es la producción adicional resultante del empleo de una unidad más de trabajo, cuando se mantiene constante la cantidad de tierra. Se puede calcular el producto marginal del trabajo restando el nivel de producción de la cifra que se encuentra a la derecha en la misma fila. Por ejemplo, manteniendo constante 2 unidades de tierra, el producto adicional de un trabajador será 82, 64, 54, 48 y 42.

Tierra = T	Trabajo L	Función de Producción $q = 100\sqrt{2 \cdot L \cdot T}$	Producto Marginal del Trabajo $PM_L = \Delta q/\Delta L$
2	1	200	
			82
2	2	282	
			64
2	3	346	
			54
2	4	400	
			48
2	5	448	
			42
2	6	490	

Se verifica la *ley de rendimientos decrecientes a corto plazo* debido a que el factor fijo disminuye en relación con el variable. Cada unidad del factor variable tiene una cantidad cada vez menor del factor fijo con la que trabajar y su producto adicional disminuye.

De la misma manera podemos calcular el producto marginal de la tierra, manteniendo constante la cantidad de trabajo. Se calcula comparando cantidades contiguas de una determinada columna.

c. La función de producción planteada es una función Cobb – Douglas $q = 100\sqrt{2 \cdot L \cdot T}$ también se puede expresar como $q = 100 \cdot 2^{1/2} \cdot L^{1/2} \cdot T^{1/2}$.

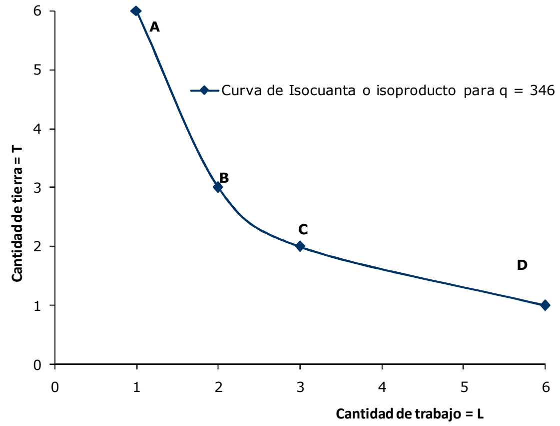
La función de producción presenta rendimientos constantes a escala (½ + ½ = 1) a *largo plazo.*

Cuando se incrementan ambos factores en la misma proporción se obtiene el mismo aumento en la producción. Esto se puede comprobar en la diagonal principal, por ejemplo, si aumentamos simultáneamente el trabajo y la tierra al doble, la producción se duplica (pasamos de 141 a 282), si aumentamos en tres unidades los dos factores, la producción se triplica (141 a 423).

d. Cuando pueden alterarse los factores de producción se considera la posibilidad de sustituir uno por otro. Una *isocuanta* o isoproducto (mismo producto) es una curva que muestra todas las combinaciones posibles de factores que generan el mismo nivel de producción.

De este modo, todos los puntos de la *curva isocuanta o isoproducto* representan las diferentes combinaciones de tierra y trabajo que pueden utilizarse para obtener el mismo nivel de producción.
Si trazamos una curva continua que pase por todos los puntos que generan q= 346, esta curva indica diferentes combinaciones de trabajo y tierra que generan un volumen de producción de 346 unidades.

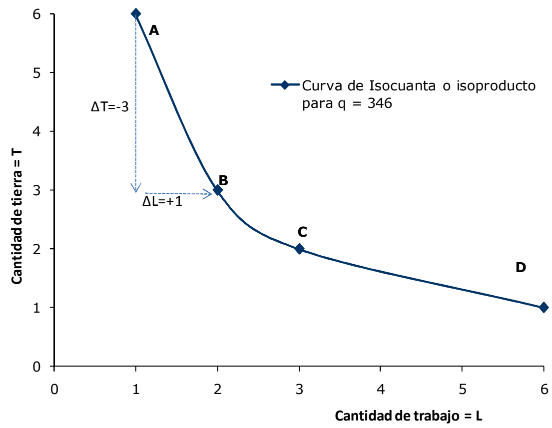
Puntos	L	T	Función de Producción $q = 100\sqrt{2 \cdot L \cdot T}$
A	1	6	346
B	2	3	346
C	3	2	346
D	6	1	346



e. La pendiente de cada isocuanta indica cómo puede intercambiarse la cantidad de un factor por la cantidad del otro sin alterar el nivel de producción y se denomina relación marginal de sustitución técnica (RMST).

RMST=ΔT/ΔL (manteniendo fijo el nivel de producción).
En la mayoría de las tecnologías de producción las isocuantas son convexas o combadas hacia el origen y la RMST es decreciente en valores absolutos, o sea que disminuye a medida que nos desplazamos en sentido descendente a lo largo de una isocuanta; la RMST decreciente indica que la productividad de cualquier factor es limitada y a medida que se sustituye un factor por trabajo en el proceso de producción, la productividad del trabajo disminuye.

Puntos	Trabajo = L	Tierra = T	RMST=ΔT/ΔL
A	1	6	
			-3
B	2	3	
			-1
C	3	2	
			-0,33
D	6	1	

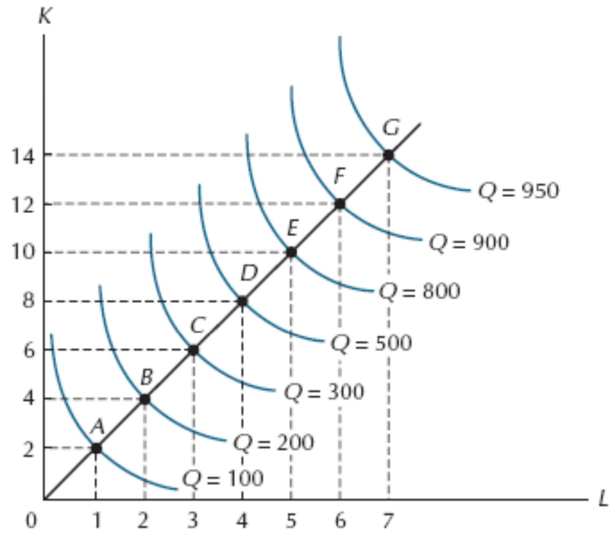


Analíticamente, la producción adicional generada por el aumento del factor tierra es $\Delta T \cdot PM_T$ y la producción adicional generada por el aumento del trabajo es $\Delta L \cdot PM_L$. De modo que, la variación en la producción puede expresarse como: el incremento en la tierra por el producto marginal de la tierra más el incremento del trabajo por el producto marginal del trabajo. $\Delta T \cdot PM_T + \Delta L \cdot PM_L = \Delta q$. Si mantenemos la producción constante y nos desplazamos a lo largo de una isocuanta, la variación total de la producción es cero: Δq = 0.

$\Delta T \cdot PM_T + \Delta L \cdot PM_L = 0$. Despejando: $\Delta T \cdot PM_T = -\Delta L \cdot PM_L$ → $-\dfrac{\Delta T}{\Delta L} = \dfrac{PM_L}{PM_T}$

La pendiente de la curva de isocuanta es una relación de marginal de sustitución técnica (RMST) entre los dos factores y depende de los productos marginales relativos de los dos factores de producción.

10. Identifique las regiones de rendimientos crecientes, constantes y decrecientes de escala en el mapa de isocuantas que se muestra.



Solución propuesta

Puntos	Trabajo L	Variación %	Capital K	Variación %	Producción Q	Variación %	Rendimientos de escala
A	1		2		100		Constantes
		100%		100%		100%	
B	2		4		200		
		50%		50%		50%	
C	3		6		300		
		33%		33%		67%	Crecientes
D	4		8		500		
		25%		25%		60%	
E	5		10		800		
		20%		20%		13%	Decrecientes
F	6		12		900		
		17%		17%		6%	
G	7		14		950		

- En la región entre A y C esta función de producción tiene rendimientos constantes de escala. Los insumos y la producción crecen en la misma proporción en esta región.
- En la región entre C y E esta función de producción tiene rendimientos crecientes de escala. Los incrementos proporcionales en los insumos dan más que incrementos proporcionales la producción.
- En la región entre E y G esta función de producción tiene rendimientos decrecientes de escala. Los incrementos proporcionales en ambos insumos dan menos que incrementos proporcionales en la producción.

11. Suponga que una compañía con la función de producción Q = mín(2K, 3L) está usando 6 unidades de capital y 5 unidades de trabajo. ¿Cuáles son los productos marginales de K y L en este caso?

Solución propuesta

Corresponde a una función de producción de Leontief o de tecnología de proporciones fijas, *Q = mín (a K, b L).* En el ejercicio, por ejemplo, si a= 2, b=3, K=4 y L=3, entonces, Q=mín(2K,3L),

Q=mín(2 . 4,3 . 3)=mín(8,9)=8, o sea que $L=\frac{a\cdot K}{b}=\frac{2\cdot K}{3}=\frac{2\cdot 4}{3}=\frac{8}{3}=2.67$

De la misma manera obtenemos los valores de Q presentados en la tabla.

K	L	Producción Q=mín(2K,3L)	PM_k = ΔQ/ΔK Producto Marginal del Capital	PM_L = ΔQ/ΔL Producto Marginal del Trabajo
1	(2/3)= 0,67	Q=mín(2.1,3.(2/3))=2		
2	(4/3)= 1,33	Q=mín(2.2,3.(4/3))=4	(4 - 2) / (2 - 1) = 2	(4 - 2) / (4/3 - 2/3) = 3
3	(6/3)= 2	Q=mín(2.3,3.2)=6	(6 - 4) / (3 - 2) = 2	(6 - 4) / (6/3 - 4/3) = 3
4	(8/3)= 2,67	Q=mín(2.4,3.(8/3))=8	(8 - 6) / (4 -3) = 2	(8 - 6) / (8/3 - 6/3) = 3
5	(10/3)= 3,33	Q=mín(2.5,3.(10/3))=10	(10 - 8) / (5 - 4) = 2	(10 - 8) / (10/3 - 8/3) = 3
6	(12/3)= 4	Q=mín(2.6,3.4)=12	(12 - 10) / (6 - 5) = 2	(12 - 10) / (12/3 - 10/3) = 3
6	(15/3)= 5	Q=mín(2.6,3.5)=12	(12 - 12) / (6 - 6) = indet.	(12 - 12) / (15/3 - 12/3) = 0

El producto marginal del capital (PM_k) de aumentar la producción de Q=10 a Q=12 es $PM_K=\frac{\Delta Q}{\Delta K}=\frac{12-10}{6-5}=2$ constante.

La producción correspondiente a Q=12 se obtiene con K=6 y L= 4. Hasta L=4 el producto marginal del capital es constante e igual a "a", porque por cada "a" unidades de capital aumenta la producción en una unidad.

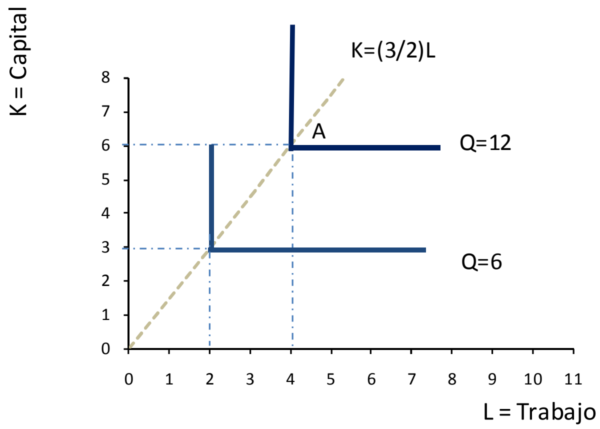
El producto marginal del trabajo (PM_L) de incrementar la producción de Q=10 a Q=12 es $PM_L=\frac{\Delta Q}{\Delta L}=\frac{12-10}{\frac{12}{3}-\frac{10}{3}}=3$ constante.

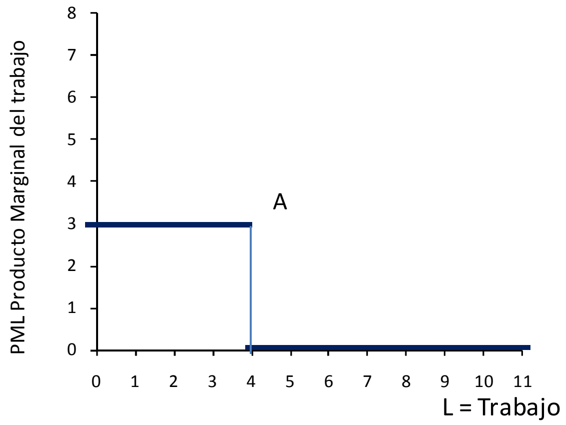
La producción correspondiente a Q=12 se obtiene con K=6 y L= 4. Hasta K=6 el producto marginal es constante e igual a "b", porque por cada "b" unidades de trabajo aumenta la producción en una unidad.

Después el producto marginal del trabajo es cero PM_L=0; si L= 5 y K=6, no se puede incrementar la producción ya que el factor trabajo no posee suficiente capital para trabajar; por lo tanto el producto marginal de la quinta unidad de trabajo es cero.

Las curvas de isocuantas para los *insumos que se utilizan en proporciones fijas (complementos perfectos*) tienen forma de L (ángulo recto). En el gráfico se representa la curva de isocuanta para Q=12 y la senda o ruta de expansión, el lugar geométrico de los puntos para los cuales 2K=3L se muestra como el rayo K=(3/2)L.

A lo largo de esta recta es donde se sitúan los vértices de todas las isocuantas.





En estas funciones, la relación marginal de sustitución técnica (RMST) es:

- $RMST = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{0}{\Delta L} = 0$ en el eje horizontal
- $RMST = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{\Delta K}{0} = \infty$ en el eje vertical
- $RMST = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{0}{0} = indefinida$ en el eje vértice

CAPÍTULO Nº 7. EL COSTO DE PRODUCCIÓN

COSTO CONTABLE: son los gastos reales más la depreciación (amortización) del equipo de capital.
COSTO ECONOMICO: es el costo que tiene para una empresa la utilización de recursos económicos en la producción, incluido el costo de oportunidad.
COSTO DE OPORTUNIDAD de cualquier acción es la alternativa de mayor valor a la que se renuncia o las oportunidades que se pierden cuando no se utilizan los recursos de la empresa para el fin para el que tienen más valor. Es relevante cuando se toma una decisión.
COSTO IRRECUPERABLE o COSTO HUNDIDO: es el costo que se han incurrido en el pasado y que no se puede recuperar; es un costo irrelevante cuando se hace una elección económica. Por ejemplo, la compra de un equipo especializado, que sólo puede utilizarse para hacer aquello para lo que fue diseñado; como no tiene otro uso posible, su costo de oportunidad es cero.

COSTOS TOTALES

CF = COSTO FIJO: es el costo de los factores fijos de la empresa y no varían con el nivel de producción, por ejemplo los sueldos de los ejecutivos, los gastos de mantenimiento de la planta, seguro, los que sólo se pueden evitar cerrando la fábrica.
CV = COSTO VARIABLE: depende de la cantidad empleada de factores variables, por lo tanto, varía con el nivel de producción.
CT = COSTO TOTAL: es el costo económico total de producción conformado por la suma del costo fijo más el costo variable; representan el gasto monetario mínimo necesario para producir cada nivel de producto. Dependen del nivel de producción. CT = CF + CV

COSTOS MEDIOS

Los costos medios o promedios son los costos por unidad de producción.
CMeF = COSTO MEDIO FIJO: es igual al costo fijo dividido la cantidad producida. El costo fijo total es una constante, al dividirlo por un nivel de producción cada vez más alto, tenemos una curva de costo medio fijo continuamente descendente. La forma de la curva parece una hipérbola asintótica a los dos ejes: se hace cada vez menor aproximándose al eje de abscisas a medida que el costo fijo constante va repartiéndose entre un número cada vez mayor de unidades.
CMeV = COSTO MEDIO VARIABLE: es igual al costo variable dividido la cantidad producida. A corto plazo, primero es decreciente y después creciente. La curva tiene la forma de “U” debido a la “ley de rendimientos decrecientes”.
La *ley de los rendimientos decrecientes* establece que cuando añadimos cantidades adicionales de un factor y mantenemos fijas las cantidades de los demás factores, obtenemos una cantidad adicional de producto cada vez más pequeña. El producto marginal de cada unidad de factor disminuye a medida que aumenta la cantidad de ese factor, manteniendo todos los demás constantes.
CMe = COSTO MEDIO: es igual al costo total dividido la cantidad producida. A corto plazo, primero es decreciente y luego creciente. La curva también tiene la forma de “U” debido a la “ley de rendimientos decrecientes” y siempre se encuentra por encima de la curva de costo medio variable.

$$CMeF = \frac{CF}{Q} \qquad CMeV = \frac{CV}{Q} \qquad CMe = CMeF + CMeV = \frac{CF}{Q} + \frac{CV}{Q}$$

COSTO MARGINAL

CM = COSTO MARGINAL: es el costo adicional en que incurre la empresa al producir una unidad adicional o también el costo de la última unidad producida. Según algunos estudios empíricos, en la mayoría de las actividades productivas a corto plazo, las curvas de costo marginal descienden en su fase inicial, alcanzan un punto mínimo y finalmente ascienden. $CM = \frac{\Delta CV}{\Delta Q} = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$

12. José abandona su trabajo de programador informático, en el que ganaba 50.000 dólares al año para montar su propia empresa de programas informáticos en un edificio de su propiedad que antes tenía alquilado por 24.000 dólares al año. Durante el primer año, tiene los gastos siguientes: el sueldo que se paga a sí mismo, 40.000 dólares; el alquiler, 0 dólares; otros gastos, 25.000 dólares. Halle el costo contable y el costo económico de la empresa de programas informáticos de José.

Solución propuesta

Concepto	Costo contable	Costo económico
Sueldo	40.000	50.000
Alquiler	0	24.000
Otros	25.000	25.000
Total	65.000	99.000

13. Una empresa está considerando la posibilidad de trasladarse a otra ciudad. El año pasado pagó 500.000 dólares por una opción de compra de un edificio en la ciudad. Esta opción le da derecho a comprarlo con un costo de 5.000.000 de dólares, por lo que su gasto total será de 5.500.000 si compra el edificio. Ahora observa que ha quedado libre un edificio nuevo semejante en esa misma ciudad por un precio de 5.250.000.
a. ¿Qué edificio debería comprar?
b. Si el nuevo edificio costara 4.900.000, ¿debería la empresa comprar el edificio nuevo y renunciar a su opción?

Solución propuesta

a. Debería comprar el edificio inicial. La opción de 500.000 dólares es un costo irrecuperable que no debe afectar a la decisión actual de la empresa. Lo que está en cuestión es el gasto de otros 5.000.000 de dólares o de otros 5.250.000. Como el análisis económico elimina del análisis el costo irrecuperable de la opción, el costo económico de la propiedad inicial es de 5.000.000 de dólares, mientras que el de la segunda es de 5.250.000.

b. Si el nuevo edificio costara 4.900.000, la empresa debería comprarlo y renunciar a su opción inicial.

14. Indique el tipo de costo que mejor se ajusta las frases siguientes:
a. El costo económico de emprender una acción es su __________________________.
b. El _______________es decreciente cuando el costo marginal es inferior a él y creciente cuando el costo marginal es superior a él.
c. Un costo que no depende de la cantidad producida es un _____________________.
d. En la industria de helados a corto plazo, el __________________ comprende el costo de la nata y del azúcar, pero no el costo de la fábrica.
e. Los beneficios son iguales al ingreso total menos los _______________________.
f. El costo de producir una unidad adicional es el_____________________.

Solución propuesta
a. El costo económico de emprender una acción es su COSTO DE OPORTUNIDAD.
b. COSTO MEDIO es decreciente cuando el costo marginal es inferior a él y creciente cuando el costo marginal es superior a él.
c. Un costo que no depende de la cantidad producida es un COSTO FIJO.
d. En la industria de helados a corto plazo, el COSTO VARIABLE comprende el costo de la nata y del azúcar, pero no el costo de la fábrica.
e. Los beneficios son iguales al ingreso total menos los COSTOS TOTALES.
f. El costo de producir una unidad adicional es el COSTO MARGINAL.

15. En la siguiente tabla se han incluido de manera parcial los datos de los costos de la Compañía de Embalsamado. Después de la muerte repentina e inesperada del contador de la compañía, se le solicita a usted que complete los costos que faltan.

Cantidad = q	Costo Total = CT	Costo Fijo = CF	Costo Variable = CV	Costo Medio = CMe	Costo Medio Variable = CMeV	Costo Medio Fijo = CMeF	Costo Marginal = CM
0	24			-	-	-	
1							16
2			50				
3	108						
4							52
5					39,2		
6				47			

Solución propuesta

Cantidad = q	Costo Total = CT	Costo Fijo = CF	Costo Variable = CV	Costo Medio = CMe	Costo Medio Variable = CMeV	Costo Medio Fijo = CMeF	Costo Marginal = CM
0	24	24	0	-	-	-	
1	40	24	16	40	16	24	16
2	74	24	50	37	25	12	34
3	108	24	84	36	28	8	34
4	160	24	136	40	34	6	52
5	220	24	196	44	39,2	4,8	60
6	282	24	258	47	43	4	62

16. Suponga que una empresa debe pagar un impuesto anual "T", que es una cantidad fija e independiente de que produzca o no.
a. ¿Cómo afecta este impuesto a los costos fijos, marginales y medios de la empresa?
b. Ahora suponga que la empresa debe pagar un impuesto proporcional "t" al número de artículos que produzca. ¿Cómo afecta, una vez más, este impuesto a los costos fijos, marginales y medios de la empresa?

Solución propuesta

a. El costo total es igual al costo fijo más el costo variable CT=CF+CV. Si el impuesto es una cantidad fija T, por lo tanto, el costo fijo de la empresa aumenta en la cuantía de la misma.
El costo medio, CMe=(CF+CV)/q y el costo medio fijo CMeF=CF/q aumentan en la cuantía del impuesto T/q.
El costo medio variable no resulta afectado por el impuesto, como tampoco el costo marginal.

$$\Delta CF > 0; \Delta CM = 0; \Delta CMe > 0$$

b. Cuando se establece un impuesto proporcional a la producción *t*, el costo variable aumenta en *tq.*
El costo medio variable también aumenta en *t,* igual que el costo medio.
El costo fijo no se modifica.
Dado que el costo total aumenta en *t* con cada unidad adicional, el costo marginal aumenta en *t*.

$$\Delta CF = 0; \Delta CM > 0; \Delta CMe > 0$$

17. Luisa tiene una empresa de pintura con un costo total según siguiente tabla, para la cantidad de casas pintadas por mes:

Cantidad de casas pintadas por mes	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*
Costo total = CT	*50*	*100*	*128*	*148*	*162*	*180*	*200*	*225*	*254*	*292*	*350*	*435*

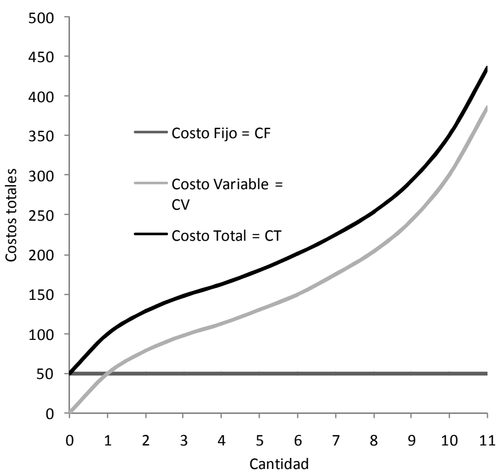
a. Calcule y grafique las curvas costo fijo, costo variable, costo total, costo medio fijo, costo medio variable, costo medio y costo marginal para las distintas cantidades de casas pintadas. ¿Cuál es el nivel de producción para el cual la empresa minimiza el costo?

b. Explique por qué en el tramo descendente de la curva de costo medio la curva de costo marginal está por debajo de la misma.

<u>Solución propuesta</u>

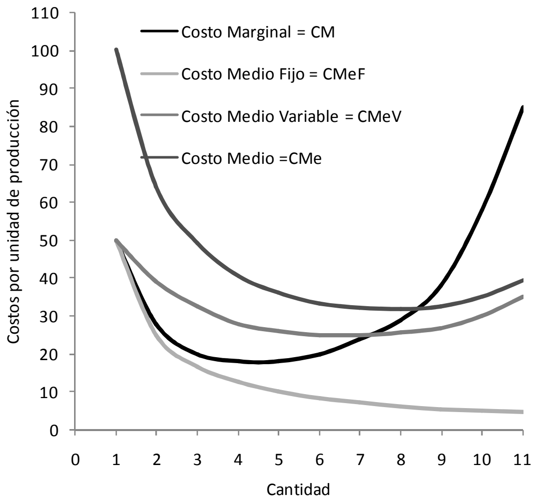
Cantidad = q	Costo Fijo = CF	Costo Variable = CV	Costo Total = CT	Costo Medio Fijo = CMeF	Costo Medio Variable = CMeV	Costo Medio =CMe	Costo Marginal = CM
0	50	0	50				
1	50	50	100	50	50	100	50
2	50	78	128	25	39	64	28
3	50	98	148	16,7	32,7	49,3	20
4	50	112	162	12,5	28	40,5	14
5	50	130	180	10	26	36	18
6	50	150	200	8,33	25	33,3	20
7	50	175	225	7,14	25	32,1	25
8	50	204	254	6,25	25,5	31,8	29
9	50	242	292	5,56	26,9	32,4	38
10	50	300	350	5	30	35	58
11	50	385	435	4,55	35	39,5	85

El costo fijo (CF) no varía cuando se modifica el nivel de producción y se representa por medio de una línea recta horizontal en 50. El costo variable (CV) es cero cuando el nivel de producción es cero y, a continuación, aumenta continuamente a medida que se incrementa la producción. La curva de costo total (CT) se obtiene sumando verticalmente la curva de costo fijo a la curva de coste variable. Como el costo fijo es constante, la distancia vertical entre las dos curvas siempre es de 50.



Dado que el costo fijo es de 50, la curva de costo medio fijo (CMeF) desciende ininterrumpidamente de 50, cuando la producción es 1, tendiendo a cero, cuando es muy elevada.

Las curvas de costo medio variable (CMeV) y de costo medio (CMe) tienen forma de U. Siempre que el costo marginal se encuentra por debajo del costo medio, la curva de costo medio es descendente. Siempre que se encuentra por encima, la curva de costo medio es ascendente. Cuando el costo medio es mínimo, el costo marginal es igual al costo medio. Esta misma relación se presenta entre el costo marginal y el costo medio variable



La relación entre el costo medio y el costo marginal establece que, una empresa que pretenda alcanzar el costo medio mínimo debe situarse en aquel nivel de producción para el cual el costo marginal es igual al costo medio. El nivel de producción que minimiza los costos es de 8 unidades.

Nota: Dado que en la tabla sólo se calculan los costos para valores enteros de la cantidad producida, puede no existir una igualdad entre el costo marginal y el costo medio. En este caso, podemos realizar una aproximación y tomamos como igualdad el par de valores de los costos que resultan más próximos.

b. Existe una importante relación entre el costo medio y el costo marginal: cuando el costo de una unidad adicional es inferior al costo medio, este último es decreciente y cuando el costo marginal es superior al costo medio, este último es creciente.

Si la producción de una unidad adicional hace disminuir el costo medio, el costo marginal es inferior al costo medio. Por otro lado, si la producción de una unidad adicional hace que aumente el costo medio, el costo de esa unidad (costo marginal) es mayor que el costo medio. Por consiguiente, la curva de costo marginal corta a la curva de costo medio en su mínimo.

La lógica de esta afirmación radica en que, si el costo marginal es inferior al costo medio, esto quiere decir que la última unidad genera costos inferiores al costo medio de todas las unidades anteriormente producidas. En este caso, el nuevo costo medio (incluida la última unidad) debe ser inferior al costo medio antiguo, de forma que la curva de costo medio es decreciente.

Por el contrario, si el costo marginal es superior al costo medio, el costo de la última unidad será mayor que el costo medio de las unidades anteriores, de forma que el costo medio que incluye la última unidad debe ser más alto que el costo medio antiguo.

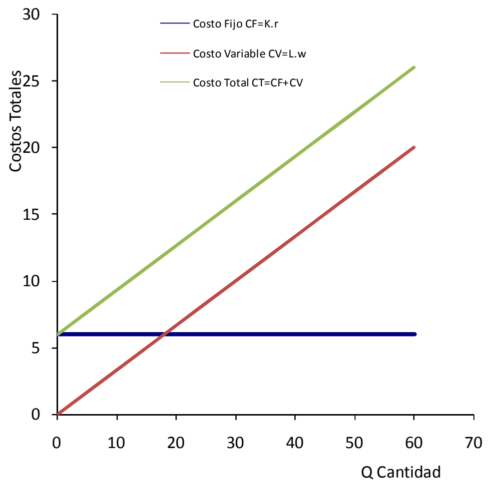
Cuando el costo marginal es igual al costo medio, el costo de la última unidad es exactamente igual al costo medio de todas las unidades precedentes.

18. Calcule y grafique las curvas costo fijo, costo variable, costo total, costo medio fijo, costo medio variable, costo medio y costo marginal para la función de producción Q=3KL, donde K está fijo en 2 unidades a corto plazo, con r = 3 y w = 2, siendo r el precio del capital y w el precio del trabajo.

Solución propuesta

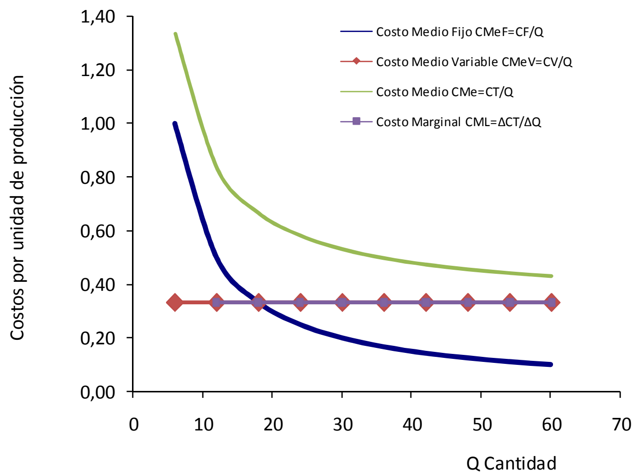
Cálculo de los costos totales: costo fijo, costo variable y costo total.

Función de Producción Q = F(K, L)=3KL	Precio del Capital = r	Precio del Trabajo = w	Costo Fijo CF=K.r	Costo Variable CV=L.w	Costo Total CT=CF+CV
0	3	2	6	0	6
6	3	2	6	2	8
12	3	2	6	4	10
18	3	2	6	6	12
24	3	2	6	8	14
30	3	2	6	10	16
36	3	2	6	12	18
42	3	2	6	14	20
48	3	2	6	16	22
54	3	2	6	18	24
60	3	2	6	20	26



Cálculo de los costos unitarios o por unidad de producción: costo fijo promedio, costo variable promedio, costo total promedio y costo marginal.

Función de Producción Q = F(K, L)=3KL	Costo Medio Fijo CMeF=CF/Q	Costo Medio Variable CMeV=CV/Q	Costo Medio CMe=CT/Q	Costo Marginal CM_L=ΔCT/ΔQ
0				
6	1,00	0,33	1,33	
12	0,50	0,33	0,83	0,33
18	0,33	0,33	0,67	0,33
24	0,25	0,33	0,58	0,33
30	0,20	0,33	0,53	0,33
36	0,17	0,33	0,50	0,33
42	0,14	0,33	0,48	0,33
48	0,13	0,33	0,46	0,33
54	0,11	0,33	0,44	0,33
60	0,10	0,33	0,43	0,33



19. Dada la siguiente función de producción $q = 100\sqrt{2 \cdot L \cdot T}$ *donde q = es la producción, L es la cantidad de trabajo empleada, T es la cantidad de tierra empleada, encuentre analíticamente y gráficamente el equilibrio de la empresa (punto donde la empresa minimiza sus costos), suponiendo que el precio de los factores son: salario w=2 y la renta de la tierra r=3 y la empresa decide producir 346 unidades.*

Solución propuesta

Si la empresa ha elegido 346 unidades de producción, puede utilizar cualquiera de las cuatro combinaciones de factores mostradas mediante los puntos A, B, C y D. A medida que desciende por la lista, la producción es más intensiva en trabajo y menos en tierra. La elección de la empresa entre las diferentes técnicas dependerá de los precios de los factores. Si el precio del trabajo es w=2 y la renta de la tierra es r=3, la combinación que minimiza el costo es la C.

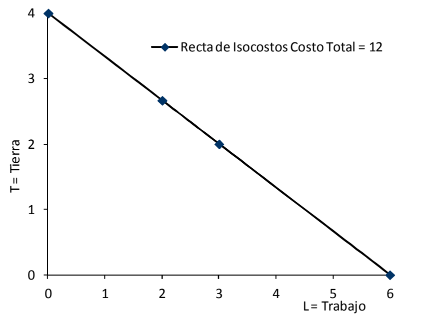
Puntos	Combinación de Factores		Precio de los factores		COSTO TOTAL
	Trabajo = L	Tierra = T	Salario = w	Renta = r	
A	1	6	2	3	1x2 + 6x3 = 20
B	2	3	2	3	2x2 + 3x3 = 13
C	3	2	2	3	3x2 + 2x3 = 12
D	6	1	2	3	6x2 + 1x3 = 15

Dado el precio del trabajo y de la tierra, la empresa puede evaluar el costo total correspondiente a cada combinación de factores de producción. El costo total está dado por la cantidad de trabajo empleada por el precio del trabajo más la cantidad de tierra por el precio de la tierra: $L \cdot w + T \cdot r = CT$. Despejando:

$$T \cdot r = CT - L \cdot w \rightarrow T = \frac{CT}{r} - \frac{w}{r} \cdot L$$

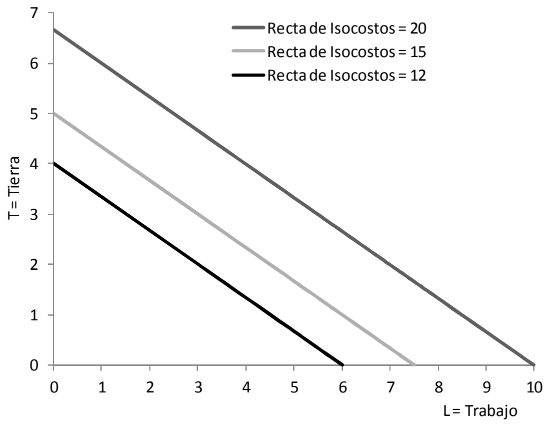
donde -w/r es la pendiente de la *recta de isocostos.*
El cociente entre el salario y la renta de la tierra, en este caso -2/3 es la pendiente de la recta de isocosto.

L	T=12/3-(2/3)L
0	4
2	2,7
3	2
6	0



Todos los puntos de una recta isocosto describen la combinación de factores de producción que representan el mismo costo total o que cuestan lo mismo a la empresa.

Si trazamos una familia de rectas de isocostos, las líneas son rectas paralelas porque los precios de los factores son constantes; todas tienen la misma pendiente negativa, que es igual al cociente entre el precio del trabajo y el precio de la tierra.



Combinando la curva de isocuanta y la recta de isocosto podemos hallar la posición óptima o minimizadora del costo de la empresa.

$$-\frac{\Delta T}{\Delta L} = \frac{PM_L}{PM_T} = \frac{w}{r}$$

En el punto de tangencia de la isocuanta y la recta isocosto, la relación marginal de sustitución técnica (RMST es la pendiente de la isocuanta que indica el intercambio de factores manteniendo constante la producción) es igual a la relación de precios de los factores (que representa la pendiente de la recta isocosto). La empresa minimiza el costo de producción para la cantidad que cumple con la condición:

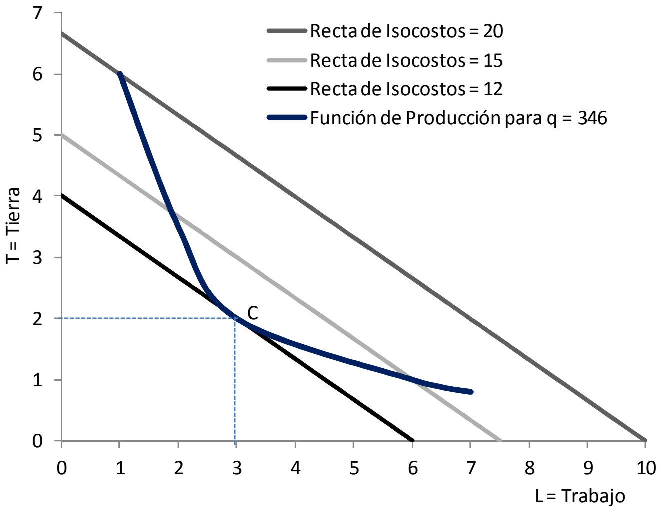
$$\frac{PM_L}{PM_T} = \frac{w}{r}$$

Reordenando la ecuación obtenemos:

$$\frac{PM_L}{w} = \frac{PM_T}{r}$$

$$\frac{\text{Producto marginal del trabajo}}{\text{Precio del trabajo}} = \frac{\text{Producto marginal de la tierra}}{\text{Precio de la tierra}}$$

También podemos formular la misma condición de la siguiente manera: el producto marginal monetario obtenido por el último peso gastado debe ser el mismo en todos los factores productivos; una empresa distribuye sus gastos entre los factores de producción de tal manera que el producto marginal por peso gastado sea el mismo en todos los factores.
La combinación óptima es el punto en el que puede obtenerse la cantidad dada de q=346 con un costo mínimo. Si superponemos la isocuanta y las rectas de isocosto, es en el punto C donde la curva de isocuanta toca pero no corta a la recta de isocosto más baja posible.



Dados w=2 y r=3, con un costo total CT= 12, la empresa minimiza los costos empleando L=3 y T= 2 para un nivel de producción de q=346.

20. Una compañía compra capital y trabajo en los mercados competitivos a precios de r=6 y w=4 respectivamente. Con la mezcla actual de insumos de la empresa el producto marginal del capital es 12 y el producto marginal del trabajo es 18. ¿Está minimizando sus costos esta empresa? Si es así, explique cómo lo sabe. En caso de que no sea así, explique qué debe hacer la empresa.

Solución propuesta

En el punto en el cual la empresa minimiza los costos, la pendiente de la isocuanta debe ser tangente a la recta de isocosto. Dado que la pendiente de la isocuanta (o relación marginal de sustitución técnica) está dada por: -PM_L/PM_K y la pendiente de la recta de isocosto es la relación de precios de los factores: -w/r

$$\frac{PM_L}{PM_K}=\frac{w}{r}\rightarrow\frac{PM_L}{w}=\frac{PM_K}{r}$$

Esto implica que en el óptimo, donde la empresa minimiza costos, la producción adicional del último peso gastado en trabajo debe ser igual a la producción adicional del último peso gastado en capital.

$$\frac{PM_L}{w}=\frac{PM_K}{r}\rightarrow\frac{18}{4}\neq\frac{12}{6}\rightarrow 4{,}5\neq 2$$

Dado que no se cumple la condición de igualdad, no se encuentra minimizando costos. Cada vez que los cocientes de los productos marginales entre los precios de los insumos difieran con cada uno de los insumos, siempre será posible hacer una sustitución similar que ahorre costos a favor del insumo con el cociente de producto marginal / precio más alto, en este caso, trabajo. Así, al aumentar el uso de L, la PM_L desciende, mientras que la PM_K aumenta y, para precios de los insumos dados, se restablece la igualdad.

21. Una compañía tiene una función de producción q=f(K, L) con rendimientos constantes de escala. Los precios de los insumos son r=2 y w=1. La ruta de expansión de la producción para esta función con estos precios de los insumos es una línea recta que pasa por el origen. Cuando produce 5 unidades de producto, usa 2 unidades de K y 3 unidades de L. ¿Cuánto usará de K y L cuando su costo total a largo plazo sea igual a 70?

Solución propuesta

Si los precios de los insumos son r = 2 y w = 1, la recta de isocosto está dada por:

$$CT=w\cdot L+r\cdot K\rightarrow CT=1\cdot L+2\cdot K$$

Para producir 5 unidades, la empresa utiliza 2 unidades de K y 3 unidades de L. Por lo tanto, el costo total es:

$$CT=1\cdot 3+2\cdot 2\rightarrow CT=7$$

Para graficar la recta de isocosto para CT=7 $\rightarrow 1\cdot L+2\cdot K=7\rightarrow 2\cdot K=7-1\cdot L\rightarrow K=\frac{7}{2}-\frac{1}{2}\cdot L$

Por otro lado, si el costo total de largo plazo es 70, entonces: $CT=1\cdot L+2\cdot K\rightarrow 70=1\cdot L+2\cdot K$

Por lo tanto, $1\cdot L+2\cdot K=70\rightarrow 2\cdot K=70-1\cdot L\rightarrow K=\frac{70}{2}-\frac{1}{2}\cdot L$

La senda de expansión de la empresa describe cómo varían sus elecciones de factores que minimizan los costos a medida que aumenta el nivel de producción. Por tanto, la senda de expansión suministra útil información relevante para las decisiones de planificación a largo plazo.

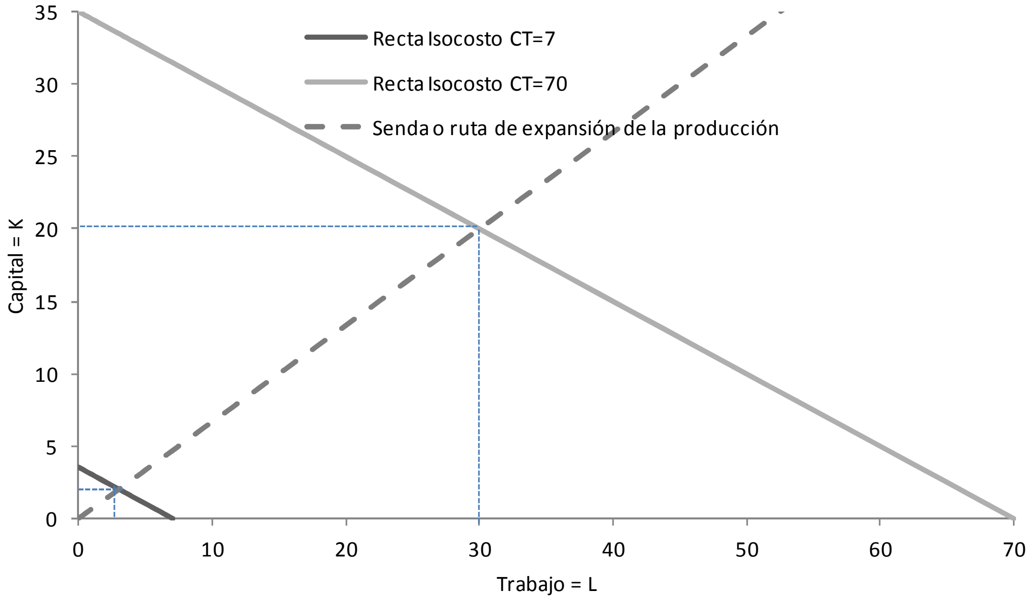
La ruta o senda de expansión es la curva que pasa por los puntos de tangencia de las rectas isocosto de una empresa y sus isocuantas. Si los precios de los insumos se mantienen fijos, la senda de expansión representa el lugar geométrico de las maneras menos costosas de generar los niveles de producción.

En este caso, la ruta de expansión es una línea recta que pasa por el origen y tiene como pendiente +2/3.

$$Ruta\_de\_expansión = K = 0 + \frac{2}{3} \cdot L$$

La ruta de expansión de la producción corta a la recta de isocosto de largo plazo para CT=70 en K=20 y L=30.

L	Recta Isocosto CT=7 $K = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} \cdot L$	Recta Isocosto CT=70 $K = \frac{70}{2} - \frac{1}{2} \cdot L$	Ruta de expansión de la producción $K = 0 + \frac{2}{3} \cdot L$
0	3,5	35	0
3	2	33,5	2
7	0	31,5	4,67
30		20	20
70		0	46,67



22. Una empresa tiene una función de costo total a largo plazo $CT_L = Q^3 - 20 \cdot Q^2 + 220 \cdot Q$ *y una función de costo marginal a largo plazo* $CM_L = 3Q^2 - 40 \cdot Q + 220$. *Obtenga la expresión para el costo medio a largo plazo, y trace las curvas de costo medio y costo marginal de largo plazo. ¿Cuál es el nivel de producción que minimiza el costo a largo plazo?*

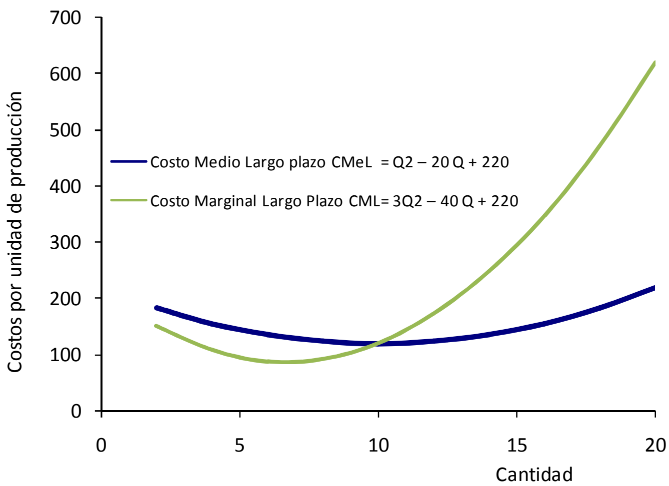
Solución propuesta

A largo plazo, la empresa puede alterar el tamaño de su planta. De esa forma, siempre elegirá la planta que minimice el coste medio de producción. La *curva de costo medio a largo plazo es la envolvente* de las curvas de coste medio a corto plazo de la empresa y refleja *la presencia o la ausencia de rendimientos de escala*. Cuando hay rendimientos crecientes de escala inicialmente y después rendimientos decrecientes, la curva de coste medio a largo plazo tiene forma de U.

Los costos marginales a corto plazo se aplican a una determinada planta; los costes marginales a largo plazo se aplican a todos los tamaños posibles de planta. Cada punto de la curva de costo marginal a largo plazo es el coste marginal a corto plazo correspondiente a la planta más eficiente desde el punto de vista de los costos.

$$CT_L = Q^3 - 20 \cdot Q^2 + 220 \cdot Q \rightarrow CMe_L = \frac{CT_L}{Q} = Q^2 - 20 \cdot Q + 220$$

Cantidad = Q	Costo Medio Largo plazo CMeL = Q^2 – 20 Q + 220	Costo Marginal Largo Plazo CM_L= $3Q^2$ – 40 Q + 220
0		
2	184	152
4	156	108
6	136	88
8	124	92
10	120	120
12	124	172
14	136	248
16	156	348
18	184	472
20	220	620



De la tabla y del gráfico se desprende que el nivel de producción que minimiza el costo medio a largo plazo es de 10 unidades.

23. Considere la siguiente tabla de costo total a largo plazo de tres empresas diferentes:

Cantidad producida	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Empresa A	*60*	*70*	*80*	*90*	*100*	*110*	*120*
Empresa B	*11*	*24*	*39*	*56*	*75*	*96*	*119*
Empresa C	*21*	*34*	*49*	*66*	*85*	*106*	*129*

Señale cuál de estas empresas presenta economías y cuál deseconomías de escala. Justifique.

Solución propuesta

La curva de costo medio de corto plazo siempre tiene forma de U, pero la curva de costo medio de largo plazo no tiene necesariamente esa forma.
La forma de la curva de costo medio a largo plazo refleja las economías y deseconomías de escala, donde "escala" se refiere al tamaño de la empresa medido por la producción.

- Existen *economías de escala* cuando el costo medio de largo plazo de la empresa disminuye al aumentar la producción. Por ejemplo, una empresa disfruta de economías de escala cuando duplica su producción por un costo de menos del doble. Cuando hay economías de escala, la mayor producción es lo mejor. Las empresas que tienen plantas mayores tienen ventaja de costos frente a sus competidoras menores.
- Existen *deseconomías de escala* cuando el costo medio de largo plazo de la empresa aumenta al incrementarse la producción. Por ejemplo, hay deseconomías de escala cuando la duplicación de la producción requiere más del doble de costos. Cuando hay deseconomías de escala, lo menor es mejor. Las empresas menores o más pequeñas tienen ventaja de costos frente a sus competidoras mayores.

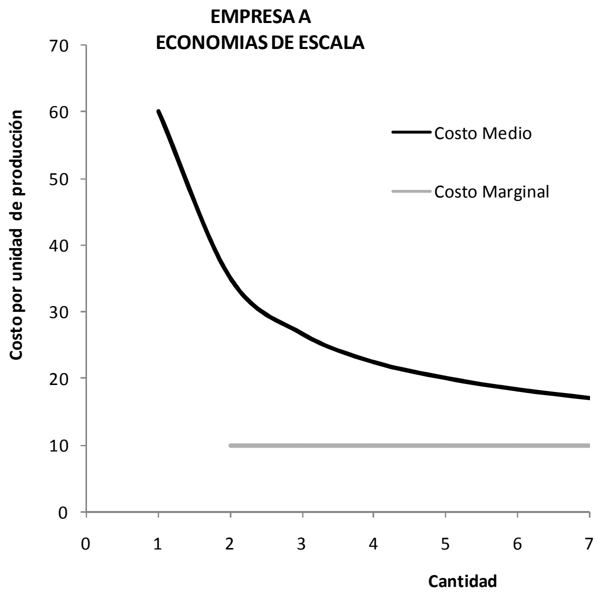
Empresa A			
Cantidad Q	Costo Total CT	Costo Medio CMe	Costo Marginal CM
1	60	60	
			10
2	70	35	
			10
3	80	26,67	
			10
4	90	22,5	
			10
5	100	20	
			10
6	110	18,33	
			10
7	120	17,14	

Empresa B			
Cantidad Q	Costo Total CT	Costo Medio CMe	Costo Marginal CM
1	11	11	
			13
2	24	12	
			15
3	39	13	
			17
4	56	14	
			19
5	75	15	
			21
6	96	16	
			23
7	119	17	

Empresa C			
Cantidad Q	Costo Total CT	Costo Medio CMe	Costo Marginal CM
1	21	21	
			13
2	34	17	
			15
3	49	16,33	
			17
4	66	16,5	
			19
5	85	17	
			21
6	106	17,67	
			23
7	129	18,43	

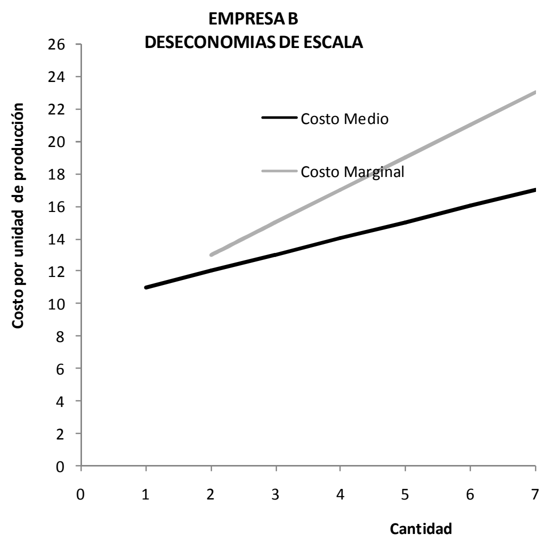
Cuando aumenta la producción, es probable que el costo medio de producción de la empresa disminuya, al menos hasta cierto punto, por las siguientes razones:

- Si la empresa produce en mayor escala, los trabajadores pueden especializarse en lo que son más productivos. La *especialización* implica que a medida que la empresa crece, cada trabajador puede concentrarse más en una tarea y realizarla más eficientemente. Adam Smith planteó las ganancias derivadas de la especialización.
- La escala puede dar *flexibilidad*. Modificando la combinación de factores utilizados para producir el producto de la empresa, los directivos pueden organizar el proceso de producción más eficazmente. Una empresa puede tener una cantidad mínima de algunos factores para funcionar, por ejemplo, gastos telefónicos, gastos de contabilidad. A medida que crece la producción, no es necesario aumentar mucho estos factores, por lo que disminuyen los costos por unidad de producción. Hay economías de escala porque los mismos factores se reparten entre más unidades de producción.
- La empresa puede adquirir algunos factores de producción con un costo más bajo, ya que los compra en grandes cantidades, por lo que puede negociar mejores precios.
- La *existencia de economías técnicas,* que están más relacionadas con el capital que con el trabajo. En muchas industrias es necesario producir a gran escala para poder utilizar mejor un capital físico.

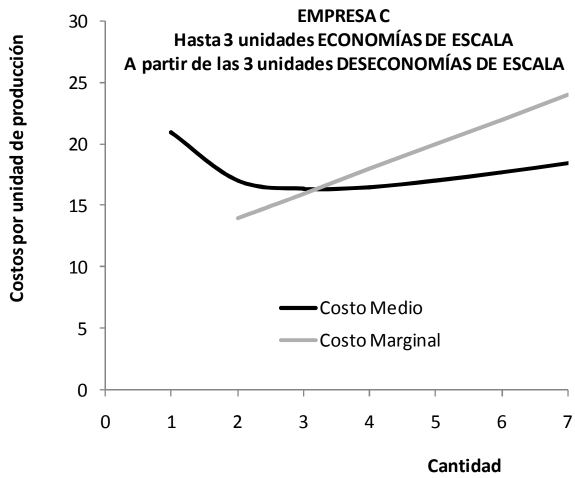


Los argumentos anteriores no demuestran que hay economías de escala en todas las industrias y en todos los niveles de producción. La flexibilidad se aplica principalmente a empresas pequeñas, mientras que la especialización y la existencia de economía técnica, principalmente industrias manufactureras, pero no a empresas de servicios como restaurantes o lavanderías, en donde las economías de escala son menos importantes una vez traspasado un nivel bajo de producción.

Hay un punto a partir del cual es probable que el costo medio de producción comience a aumentar conforme mayor es la producción:
- El espacio de la fábrica y la maquinaria pueden hacer que sea más difícil para los trabajadores hacer su trabajo eficazmente.
- Gestionar una empresa mayor puede ser más complejo e ineficiente a medida que aumenta el número de tareas. Este fenómeno se denomina deseconomías gerenciales de escala. La empresa se vuelve burocrática, la coordinación de los diferentes departamentos se puede complicar y comienzan a aumentar los costos medios.
- Las ventajas de comprar al por mayor pueden desaparecer una vez que se llega a una determinada cantidad. Hay un punto a partir del cual las ofertas de factores clave pueden ser limitadas, lo que presiona al alza sobre sus costos.



El argumento que subyace a la curva de CMeL con forma de U, consiste en que las economías de escala dominan en los niveles de producción bajos, pero a la larga, a medida que crece la empresa, las deseconomías gerenciales de escala son mayores y comienzan a aumentar los costos medios. Pero la forma de la curva de costo medio no viene determinada sólo por argumentos generales sino se trata más bien de una cuestión empírica que depende en gran medida de la función de producción.



Rendimientos crecientes de escala: la producción aumenta más del doble cuando se duplican las cantidades de todos los factores.

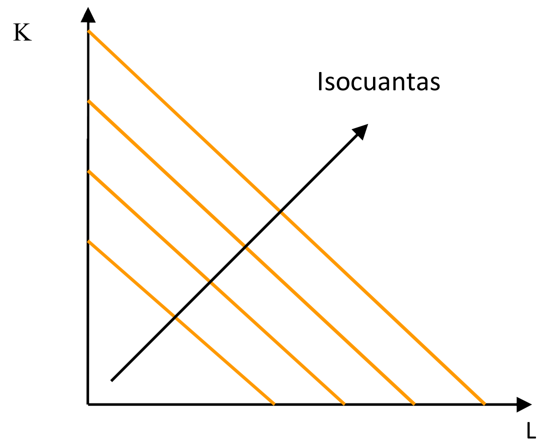
Economías de escala: la duplicación de la producción no exige una duplicación de los costos.

24. Una empresa usa dos insumos, K y L, en su proceso de producción y encuentra que independientemente de cuánta producción obtenga o de cómo varíen los precios de los insumos, siempre minimiza sus costos si compra sólo uno de los dos insumos. Dibuje el mapa de isocuantas de esta empresa.

Solución propuesta

Es el caso de las isocuantas cuando los *factores son perfectamente sustituibles*, en este caso la RMST (relación marginal de sustitución técnica) es constante. Por lo tanto, la relación a la que pueden sustituirse el capital y el trabajo es la misma cualquiera sea la cantidad de factores que se utilice.

En este caso, el K y L son insumos sustitutos perfectos, y el mapa de isocuantas está conformado por rectas paralelas. A medida que nos alejamos del eje de coordenadas, aumenta el nivel de producción.

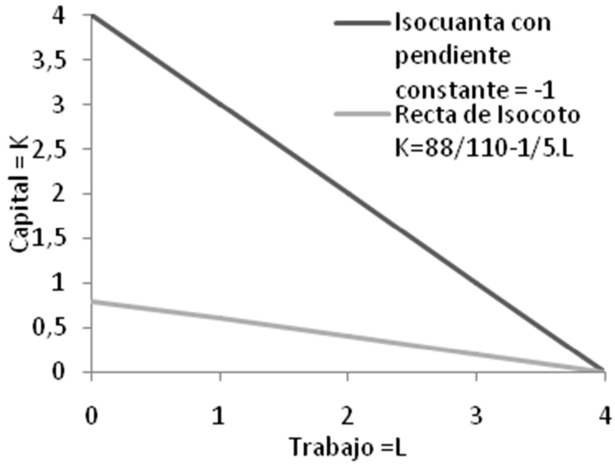


25. Un fabricante de sillas contrata la mano de obra de la cadena de montaje a 22 pesos la hora y calcula que el costo de alquiler de su maquinaria es de 110 la hora. Suponga que una silla puede producirse utilizando 4 horas de trabajo o maquinaria en cualquier combinación. Si la empresa está utilizando actualmente 3 horas de trabajo por cada hora de tiempo de máquina, ¿está minimizando sus costos de producción? En caso negativo, ¿cómo puede mejorar la situación?

Solución propuesta

Si la empresa puede producir una silla con 4 horas de trabajo o 4 horas de maquinaria o cualquier combinación, la isocuanta es una línea recta con cuya pendiente es -1. Dado el precio del trabajo y de la maquinaria, el fabricante puede evaluar el costo total correspondiente a cada combinación.

Combinación de Factores		Precio de los factores		COSTO TOTAL $CT = L \cdot w + K \cdot r$
L	K	Salario = w	Renta = r	
4	0	22	110	88 = 4x22 + 0x110
3	1	22	110	176 = 3x22 + 1x110
2	2	22	110	264 = 2x22 + 2x110
1	3	22	110	352 = 1x22 + 3x110
0	4	22	110	440 = 0x22 + 4x110



El punto de intersección de la isocuanta y la recta de isocosto se desprende que el punto minimizador del costo corresponde a L= 4 y K= 0 con un costo mínimo total de $88. Se trata de una *solución de esquina.* Si la empresa actualmente está utilizando 3 horas de trabajo por cada hora de tiempo de máquina, no está minimizando sus costos de producción.