

TEXTO DEL ESTUDIANTE

# MATEMÁTICA 3°·4°

medio



Gladys Osorio Railef

Patricio Norambuena Morales

María Patricia Romante Flores

Daniela Gaete Pino

Juan Díaz Vergara

Jocelyn Celedón Montiel

Katherine Morales Valderrama

Natalia Ortiz Solís

Patricia Ramírez Fuenzalida

Robbie Barrera Yáñez

Yasna Hurtado Lobos



EDICIÓN ESPECIAL PARA EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN





# 3<sup>o</sup> y 4<sup>o</sup>

medio

medio

# MATEMÁTICA

## TEXTO DEL ESTUDIANTE

**Robbie Barrera Yáñez**

Licenciado en Educación de Física y Matemática  
Profesor de Estado en Física y Matemática

**María Patricia Romante Flores**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Patricio Norambuena Morales**

Licenciado en Educación Matemática y  
Computación

**Gladys Osorio Railef**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Katherine Morales Valderrama**

Licenciada en Educación Matemática  
y Computación

**Juan Díaz Vergara**

Licenciado en Educación de Física y Matemática  
Profesor de Estado en Física y Matemática

**Natalia Ortiz Solís**

Licenciada en Educación Matemática  
y Computación  
Profesora de Estado en Matemática  
y Computación

**Daniela Gaete Pino**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Patricia Ramírez Fuenzalida**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Yasna Hurtado Lobos**

Licenciada en Educación de Física y Matemática  
Profesora de Estado en Física y Matemática

**Jocelyn Celedón Montiel**

Profesora de Estado de Matemática  
y Computación

En el desarrollo del Texto del estudiante de Matemática 3° y 4° medio SM, participó el siguiente equipo:

**Dirección editorial**

Arlette Sandoval Espinoza

**Coordinación área Matemática**

Carla Frigerio Cortés

**Edición**

Gladys Osorio Railef

María Patricia Romante Flores

Patricio Norambuena Morales

**Ayudante de edición**

Lisset Donoso Vera

**Autoría**

Gladys Osorio Railef

Patricio Norambuena Morales

María Patricia Romante Flores

Daniela Gaete Pino

Juan Díaz Vergara

Jocelyn Celedón Montiel

Katherine Morales Valderrama

Natalia Ortiz Solís

Patricia Ramírez Fuenzalida

Robbie Barrera Yáñez

Yasna Hurtado Lobos

**Consultoría**

Daniela Bravo Valdivia

Gabriel Soto Ridd

Katherine Morales Valderrama

Johanna Camacho González

**Corrección de estilo y prueba**

Víctor Navas Flores

**Desarrollo de solucionario**

Luz Fuentes Acevedo

Tomás Bralic Muñoz

David Martín Sotomayor

Lisset Donoso Vera

Esteban Fernández Ortega

Katherine Morales Valderrama

Paulina González Núñez

Yaritza Dinamarca

**Dirección de arte y diseño**

Carmen Gloria Robles Sepúlveda

**Coordinación de diseño**

Gabriela de la Fuente Garfías

**Iconografía**

Vinka Guzmán Tacla

**Diseño y diagramación**

Williams Gálvez Baettig

**Fotografías**

Banco de imágenes SM

Shutterstock

Wikimedia Commons

**Ilustración**

Sebastián Lizama

Tomás Reyes Reyes

**Jefatura de planificación**

Andrea Carrasco Zavala

**Gestión de derechos**

María Loreto Ríos Melo

Este texto corresponde al tercer y cuarto año de Educación Media y ha sido elaborado conforme al Decreto Supremo N° 193/2019, del Ministerio de Educación de Chile.

© 2019 – SM S.A. – Coyancura 2283 piso 2 – Providencia

ISBN: 978-956-363-723-6 / Depósito legal: 309650

Se terminó de imprimir esta edición de 247.900 ejemplares en el mes de octubre del año 2021. Impreso en Chile, por A Impresores.

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

En este libro se utilizan de manera inclusiva términos como "los niños", "los padres", "los hijos", "los apoderados", "profesores" y otros que refieren a hombres y mujeres. De acuerdo con la norma de la Real Academia Española, el uso del masculino se basa en su condición de término genérico, no marcado en la oposición masculino/femenino; por ello se emplea el masculino para aludir conjuntamente a ambos sexos, con independencia del número de individuos de cada sexo que formen parte del conjunto. Este uso evita además la saturación gráfica de otras fórmulas, que puede dificultar la comprensión de lectura y limitar la fluidez de lo expresado.

En este texto se utilizaron las siguientes familias tipográficas: Aspira nar, Unit Slab Pro y JollyGood Proper.

## Te damos la bienvenida a tu Texto de Matemática

La matemática es una herramienta fundamental para explicar la mayoría de los avances de nuestra sociedad: es dinámica y creativa, utiliza un lenguaje universal y ha sido desarrollada como medio para aprender a pensar y para resolver problemas.

El texto que tienes en tus manos es un material pensado en ti. Su finalidad es que sigas desarrollando tu capacidad de análisis y estudio para facilitar tu tránsito al mundo laboral y profesional, y que desde allí contribuyas a la comunidad local, nacional y global.

### ¿Qué aprenderás?

Conocerás el uso de la matemática en diversas situaciones que te permitirán desarrollar y aplicar tus habilidades de argumentar y comunicar, modelar, resolver problemas y representar, además de potenciar tus habilidades tecnológicas.

### ¿Para qué aprenderás?

Para aplicar los conceptos adquiridos, procedimientos y habilidades en la resolución de problemas reales en diferentes contextos promoviendo el modelamiento matemático de situaciones para tomar decisiones fundamentadas.

### ¿Cómo aprenderás?

A partir de actividades individuales y colaborativas que integran tus habilidades, conocimientos y actitudes, mediante el uso de herramientas digitales (*softwares*, aplicaciones, graficadores, simuladores, entre otros) y en entornos virtuales, como las redes sociales.

A partir de proyectos que promueven el trabajo colaborativo y que permiten profundizar y desarrollar el conocimiento, razonamiento y pensamiento matemático, fortaleciendo así la creatividad, la comunicación y la valoración de opiniones.

# Conoce tu texto

## Inicio de Unidad

Unidad **4**

**GEOMETRÍA CON COORDENADAS**

Geometría

Observa la imagen. Luego, comenta la respuesta con tu curso.

ALMA es el observatorio con el radio telescopio más grande del mundo, conformado por 64 antenas, que se ubican en el norte de Chile, en la localidad de Chajón, San Pedro de Atacama, a 5000m sobre el nivel del mar.

- ¿AlMA busca observar la mayor área posible de cielo? ¿Por qué creen que estas antenas están a la mayor distancia entre ellas?
- ¿Cómo creen que se puede dilatar las estrellas en el cielo? ¿Cuál consecuencia? ¿Cómo se puede dilatar en el cielo rectangular?
- Supongamos que estamos sobre un plano cartesiano y que cada antena representa un punto de él. ¿Dónde te situarías para obtener la distancia que existe entre una de ellas y 10? ¿Cuál información sería de utilidad para determinarla?

De esta imagen realízalo y comentalo con tu curso:

- Responde lo que se pide con un eje de coordenadas.
- Responde lo que se pide con un plano cartesiano.

132 Unidad 4

## Evaluación diagnóstica

**Activo lo que sé** Evaluación diagnóstica

Realiza las siguientes actividades para activar tus conocimientos previos sobre la Unidad.

- Indica a cuánto equivale cada periodo de tiempo.
 

a. 30 años	b. 18 meses
• En meses	• En días
• En años	• En trimestres
• En trimestres	• En años
- Calcula el porcentaje perdido en cada caso:
 

a. 25% de 24	d. 0.5% de 182
b. 18% de 150	e. 73% de 0.19
c. 230% de 90	f. 0.28% de 0.005
- Cada día descargando una actualización para su celular. Observa su progresión.
 

Suponiendo que la velocidad de descarga es constante, ¿en cuántos minutos más, aproximadamente, terminará el proceso?
- Verónica depositó \$200000 en la cuenta de ahorro de un banco que le ofrece una tasa de interés compuesto anual de 5%. Si no realiza más depósitos, ¿cuánto dinero tendrá en la cuenta al cabo de 2 años?
 

Tasa A: 1% de interés compuesto mensual	Tasa B: 12% de interés compuesto anual
---	--
- Marta quiere tomar un préstamo a 1 año de \$1000000. ¿Cuál de los tasas de interés es la que más le conviene? ¿por qué? Observa la imagen.
- ¿Cuál de los dos intereses crece más rápido? ¿cómo lo comprobarías?

**Reflexión**

- Con respecto a tu desempeño en esta evaluación, ¿cuáles son tus fortalezas y debilidades para comenzar el estudio de esta Unidad?
- ¿Cuál fue la actividad más difícil para tí, y la más fácil? ¿por qué?

136 Unidad 4

Reflexión

... que más le conviene...  
... observa la imagen.

6. ¿Cuál de los dos intereses crece más rápido? ¿cómo lo comprobarías?

**Reflexión**

- Con respecto a tu desempeño en esta evaluación, ¿cuáles son tus fortalezas y debilidades para comenzar el estudio de esta Unidad?
- ¿Cuál fue la actividad más difícil para tí, y la más fácil? ¿por qué?

## Desarrollo de Unidad

### Inicio y desarrollo de Lección

**Lección 4** Modelamiento de fenómenos con la función logarítmica

**Función logarítmica**

¿Cómo se define una logaritmo? ¿logaritmo es un ángulo? ¿cuáles son las propiedades de los logaritmos que analizamos como estudiantes?

**Actividad**

- Lee la siguiente información. Luego, responde:
 

La intensidad del sonido se mide en vatios por metro cuadrado ( $W/m^2$ ). La menor intensidad que puede sentir el oído humano, llamado umbral de audición, es  $10^{-12} W/m^2$ . A partir de  $1 W/m^2$ , comienza el umbral del dolor en el oído. Para comparar un sonido cual sea con el menor intensidad audible, se utiliza la siguiente función:  $10^x = 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right)$ , donde  $I$  es el nivel de intensidad sonora medido en decibelios (dB).  $I$  es la intensidad del sonido en  $W/m^2$  y  $x$  es el umbral de audición ( $10^{-12} W/m^2$ ).

a. Calcula el nivel de intensidad sonora que debe llegar el umbral del dolor. Cuidado con el exponente negativo del umbral de audición.

b. Elige 3 situaciones de las que asociar con la imagen y calcula la intensidad de sonido de cada una. ¿Cómo se comparan con el umbral de audición?

c. En general, se recomienda que, al ser audífono, no se superen los 80 dB. Sin embargo, muchas personas los utilizan cerca de los 120 dB.
 

- ¿Cuál es la intensidad del sonido de esos audífonos?
- ¿Cuántas veces mayor es la intensidad de los 120 dB que la recomendada?

**2**

Aplica el modelo matemático anterior para conocer el nivel de intensidad sonora (en decibelios) de los siguientes fenómenos:

Discoteca: $10^{-1} W/m^2$	Ten en la voz: $10^{-6} W/m^2$	Bomba de incendios: $10^3 W/m^2$
Sala de música: $10^{-2} W/m^2$	Biblioteca: $10^{-10} W/m^2$	Aplausos: $10^{-1} W/m^2$

3. Si se sabe que un equipo de sonido tiene una intensidad igual al doble de la de otro, ¿cuál es la diferencia que poseen en decibelios?

4. ¿A qué volumen escuchas música? ¿Has informado de los cuidados que debes tener para no dañar tus oídos?

5. Representa la función  $f(x) = \log_2 x$ . Para ello, realiza lo pedido:
 

- Elabora una tabla de valores y grafica la función en el plano cartesiano.
- A partir de la gráfica, responde:
  - ¿Cuál es el dominio y el recorrido de la función?
  - ¿A qué punto la gráfica se interseca con el eje X?
  - ¿La gráfica interseca el eje Y?
  - ¿Cuál ocurre con los valores de la función cuando aumenta el valor de  $x$ ? ¿Es una función creciente o decreciente?

Se define función logarítmica como la función de la forma:  $f(x) = \log_a x$ , con  $a > 0$  y  $a \neq 1$ .

En ella se tiene que:
 

- Su dominio es el conjunto de todos los números reales positivos ( $\mathbb{R}^+$ ).
- Su recorrido es el conjunto de todos los números reales ( $\mathbb{R}$ ).
- La gráfica interseca el eje X en el punto  $(1, 0)$  no interseca el eje Y, que actúa como asíntota de la gráfica.
- Existen varias notaciones o abreviaturas de la notación que son modeladas mediante una función logarítmica. Por ejemplo: la intensidad del sonido, la magnitud de las estrellas, la escala del pH, entre otros.

**Tarea 4** Logaritmos en la astronomía

**Proyecto:** Logaritmos en la astronomía

¿Qué hacen? Determinar la magnitud aparente de algunos objetos celestes.

La magnitud aparente mide el brillo de un objeto celeste tal y como es observado por una persona en la Tierra.

En el siglo XIX se clasificaron las estrellas en primera y segunda magnitud según su brillo. Fue el astrónomo inglés Norman Pogson quien descubrió que una estrella de primera magnitud es 100 veces más brillante que una de sexta magnitud. La expresión que determinó Pogson para la magnitud aparente de las estrellas está dada por:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log_{10} \left( \frac{I_1}{I_2} \right)$$

Donde  $m$  es la magnitud aparente entre las estrellas  $I_1$  e  $I_2$  es la relación de sus brillos.

**Planifíquense**

**Paso 1:** En parejas, investigan la magnitud de al menos 6 objetos celestes, entre ellos los que se muestran a continuación.

**Paso 2:** Determina cuántas veces más brillante es el Sol que los distintos objetos celestes. Para ello, reemplazamos los valores de las magnitudes en la fórmula y dejémoslo en  $\frac{I_1}{I_2}$ . Luego, confecciona una tabla para ordenar la información obtenida.

**Presentamos y concluimos**

**Paso 3:** Usando las redes sociales, presenten de forma creativa los resultados y las conclusiones que obtuvieron a partir del trabajo realizado.

**Para concluir:**

- ¿Cómo se define una función logarítmica? Explica con un ejemplo.
- ¿Cómo es la gráfica de una función logarítmica? Describe sus características.
- ¿Cuál fue la actividad que te resultó más fácil de realizar? ¿por qué?
- De lo estudiado en este tema, ¿qué crees que necesitas reforzar?

Metacognición

... gráfico intenso:  $10^{-4} W/m^2$  ...

Si se sabe que un equipo de sonido de otro, ¿cuál es la diferencia que poseen en decibelios?

¿A qué volumen escuchas música? ¿debes tener para no dañar tus oídos?

... representa la función  $f(x) = \log_2 x$  ...

... para una tabla de valores ...

Cierre de Tema

Usando las redes sociales y las conclusiones que obtuvieron a partir del trabajo realizado.

**Para concluir**

- ¿Cómo se define una función logarítmica? Explica con un ejemplo.
- ¿Cómo es la gráfica de una función logarítmica? Describe sus características.
- ¿Cuál fue la actividad que te resultó más fácil de realizar? ¿por qué?
- De lo estudiado en este tema, ¿qué crees que necesitas reforzar?

Unidad 2 • Lección 4

# Cierre de Lección

## Evaluación intermedia

**Antes de continuar**

Realiza las siguientes actividades para que conozcas cómo va tu proceso de aprendizaje. Luego, responde las preguntas de la sección Reflexión.

- ¿Qué oferta escogerías en esta situación? Fundamenta tu respuesta.
  - Cada paquete de papas cuesta \$200, pero en los 25% de descuento que ofrece el supermercado, te ahorras \$25. ¿Qué paquete de papas escogerías?
  - Siempre quiere cambiar en un banco que cobra un 1% de comisión un total de 800 euros en pesos japoneses. En la imagen se muestran los valores de compra y venta.
- ¿Cambiarías antes de irte?
  - Si siempre cambias inmediatamente los pesos a euros, ¿cuántos recibiste?
  - ¿Cuál es la comisión total en euros resultante de esta doble transacción?
- Los ingresos de una familia fueron \$870 000 al mes durante el año pasado. ¿Cuál debería ser el ingreso mensual este año para mantener el mismo nivel de vida si el IPC ha subido 2,7% con relación al año pasado?
- Imagina que realizarías un paseo junto a tu familia por uno o dos días a algún lugar (por ejemplo, a la playa, al campo, a un camping, etc.). Realiza una lista de lo que necesitas y el dinero que tienes que gastarlo. Luego, responde.
  - ¿Qué consideras para repartir el dinero entre lo que necesitas comprar? Explica.
  - Observa la lista de lo que compraste. ¿Dices solo lo necesario o hay algo que puedes evitar comprar?

**Reflexión**

- Lee las definiciones de conceptos financieros utilizados dentro de la Lección y construye un esquema para reforzar tu aprendizaje.
- ¿Cómo podrías mejorar tu aprendizaje de la lección? Crea un plan y compártelo con un compañero. Evalúa sus sugerencias y cómpelo.

122 Unidad 1 - Lección 1

**Evaluación de estrategias y plan de mejora**

Reflexión

- Lee las definiciones de conceptos y construye un esquema para reforzar tu aprendizaje.
- ¿Cómo podrías mejorar tu aprendizaje de la lección? Crea un plan y compártelo con un compañero. Evalúa sus sugerencias y cómpelo.

Unidad 1 - Lección 1

# Cierre de Unidad

**Síntesis**

Lee atentamente la información y realiza tu pedido.

¿Cuál es un diagrama de pec?

Conoce también como diagrama de flujo, es un organigrama gráfico que nos muestra la relación de diversos factores que conforman un proceso o fenómeno, estableciendo ideas y encadenando el proceso principal. Para confeccionar este diagrama, se debe definir el que central y los sucesos que intervienen e identificamos como los procesos o los productos entre sí.

Observa el diagrama de pec que sintetiza la función exponencial.

**Ahora, hazlo tú!**

- Explica el diagrama de pec elaborado.
- Realiza un diagrama de flujo con la lección de función exponencial.
- En parejas, comenta y analiza los diagramas. ¿Qué conceptos utilizaron para crear su modelo? ¿Qué semejanzas y diferencias se notan entre sus diagramas?

123 Unidad 1

**Repaso**

Realiza las siguientes actividades.

**Lección II: Modelamiento de fenómenos con la función exponencial**

- Identifica en cada caso a qué curva corresponden las funciones indicadas.
  - $f(x) = 2 \cdot 4^x$ ,  $g(x) = 0,1^x$ ,  $h(x) = 0,3^x$
  - $f(x) = 3^{x+1}$ ,  $g(x) = 0,2^x$ ,  $h(x) = 12^{x-1}$
- Representa la función  $f(x) = 2^{x+1} - 1$  en GeoGebra y realiza la pedida.
  - Determina el dominio y el recorrido.
  - ¿Cuál es el punto de intersección con el eje de los ordenados?
  - ¿La función interseca al eje X?
  - Indica si la función es creciente o decreciente.

**Medicamentos**

- La cantidad del medicamento que tomó Sofía (en mg) en el momento  $x$  minutos aproximadamente en 30% por cada hora.
  - Determina el modelo de decrecimiento exponencial.
  - Calcula el tiempo que tardará el medicamento en bajar a 150 mg de medicamento.

**Lección III: Modelamiento de fenómenos con la función logarítmica**

- Gráfica las siguientes funciones logarítmicas en un mismo plano cartesiano.
  - $f(x) = \log_2 x$
  - $g(x) = \log_3 x$
  - $h(x) = \log_5 x$
- Gráfica la función  $f(x) = \log_2(x - 4)$  en GeoGebra y realiza la pedida.
  - Determina el dominio y el recorrido.
  - ¿Cuál es el punto de intersección con el eje X, ¿y con el eje Y?
  - Indica si la función es creciente o decreciente.
  - ¿Cuál relación existe entre las funciones exponencial y logarítmica? Explica.

124 Unidad 1

## Evaluación de Unidad

**¿Qué aprendí?**

Lee atentamente la información y realiza tu solicitud.

- Analiza la siguiente información. Luego, responde.
  - Después de abrir 3 compañías de telefonía móvil ofrecen las siguientes ofertas en sus planes.

Compañía A	Compañía B	Compañía C
<b>Plan 13 GB</b> Habla hasta 250 minutos (lo cualquier compañía)	<b>Plan 9 GB</b> Habla hasta 450 minutos (lo cualquier compañía)	<b>Plan 15 GB</b> Habla hasta 350 minutos (lo cualquier compañía)
<b>\$10 900</b> Precio normal del plan: \$14 900	<b>\$11 330</b> Precio normal del plan: \$14 900	<b>\$10 650</b> Precio normal del plan: \$14 900

La tabla siguiente muestra el precio por GB extra durante la oferta en cada una de las compañías.

Compañía	A	B	C
Precio GB	\$818	\$1269	\$710

  - ¿Cuál de las compañías anteriores ofrece el mayor descuento con respecto a los precios normales de sus planes? Explica en porcentajes.
  - Juan quiere contratar un plan que le ofrezca el menor precio por minuto. Si quiere utilizar el máximo de minutos de GB, ¿qué compañía debería escoger? ¿Por qué? Explica qué estrategia utilizarías para responder.
  - La compañía A rebaja aún más el precio de su plan, aplicando 10% de descuento al precio de oferta. Si las compañías B y C mantienen igual el precio por GB extra con la compañía A, ¿en qué porcentaje deberían variar el precio por GB extra considerando su propio precio de oferta?
  - La foto muestra las compras realizadas por Marcela en enero para un fin de semana de camping con sus amigos.
    - Al comprar por internet, cada producto tiene 3% de descuento, pero el cobro por el despacho de productos es \$390. ¿Qué tipo de compra le conviene realizar a Marcela?
    - A fines de marzo, Marcela repitió la salida y realizó las mismas compras. ¿Cuánto pagó si el IPC entre los meses de enero y marzo fue de 3,7%?

**Evaluación de Unidad**

  - Peño está interesado en estudiar fotografía al egresar del colegio y desea comprar su primera cámara. Dos tiendas venden el mismo modelo:
    - Tienda A
      - ¡Impedible!** (Cámara por todo)
      - Unidad por todo \$12 990
      - CAE: 39,2%
    - Tienda B
      - ¡Solo por esta semana!** (Cámara por todo)
      - Unidad por todo \$13 990
      - CAE: 30,7%
  - ¿Qué significa el valor de la CAE en ambas ofertas? Explica.
  - Si Peño quiere comprar la cámara, ¿en qué tienda le conviene hacerlo para pagar lo menos posible en dinero? Justifica tu respuesta.
  - Marcela asiste a una entrevista de trabajo.
    - Después de haber trabajado en un banco por 12 años, ¿cuál será su sueldo líquido al fin de mes? Considera un descuento de AFP del 10,5% y FONASA del 7%.
    - Una amiga le ofrece un plan de \$2000 mensuales (monto SF considerado \$26 713). Marcela decide cambiar siempre y cuando el sueldo líquido que recibirá no disminuya más del 5%. ¿Se cambió de trabajo? Explica.
  - Clasifica quiere realizar un depósito.
    - Interés de 0,7% anual por depósitos a término.
    - Al cabo de un año, ¿cuál es la ganancia que obtendrá Claudia al depositar en cada banco?
    - ¿En cuál de ellos le conviene depositar su dinero?, ¿por qué? Argumenta tu respuesta.

**Reflexión**

  - ¿Tuvieron buenos resultados tus planes de mejora propuestos en las evaluaciones anteriores? ¿A qué cree que se debe? Explica.
  - ¿Qué criterios utilizaste para tomar decisiones financieras durante la Unidad? ¿Cómo te ayudó esta Unidad a aplicarlos en tu vida cotidiana?
  - ¿Qué aprendizajes de la Unidad te ayudaron en la realización del proyecto? Analiza tus avances y las metodologías que utilizaste. Coméntalas de ser necesario.

125 Unidad 1

tu respuesta.

**Reflexión**

- ¿Tuvieron buenos resultados tus planes de mejora propuestos en las evaluaciones anteriores? ¿A qué cree que se debe? Explica.
- ¿Qué criterios utilizaste para tomar decisiones financieras durante la Unidad? ¿Cómo te ayudó esta Unidad a aplicarlos en tu vida cotidiana?
- ¿Qué aprendizajes de la Unidad te ayudaron en la realización del proyecto? Analiza tus avances y las metodologías que utilizaste. Coméntalas de ser necesario.

Reflexión

## Texto del estudiante 3° medio

Presentación.....	3
Conoce tu texto .....	4

### Unidad 1 LA TOMA DE DECISIONES EN SITUACIONES DE INCERTEZA ..... 8

Activo lo que sé .....	10
<b>Lección 1:</b> Toma de decisiones aplicando medidas de dispersión de datos.....	11
Medidas de dispersión.....	11
Comparación de conjuntos de datos .....	15
Antes de continuar .....	19
<b>Lección 2:</b> Toma de decisiones aplicando probabilidades condicionadas.....	20
Probabilidad condicionada.....	20
Probabilidad total .....	24
Antes de continuar .....	27
Síntesis .....	28
Repaso .....	29
¿Qué aprendí?.....	30

### Unidad 2 MODELAMIENTO MATEMÁTICO PARA DESCRIBIR Y PREDECIR ..... 32

Activo lo que sé .....	34
<b>Lección 3:</b> Modelamiento de fenómenos con la función exponencial.....	35
Función exponencial.....	35
Crecimiento y decrecimiento exponencial.....	40
Antes de continuar .....	43
<b>Lección 4:</b> Modelamiento de fenómenos con la función logarítmica.....	44
Función logarítmica .....	44
Relación entre las funciones exponencial y logarítmica.....	49
Antes de continuar .....	51
Síntesis .....	52
Repaso .....	53
¿Qué aprendí?.....	54

### Unidad 3 RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA ..... 56

Activo lo que sé .....	58
<b>Lección 5:</b> Resolución de problemas con ángulos en la circunferencia.....	59
Ángulos del centro e inscrito en una circunferencia.....	59
Ángulos interiores y exteriores en la circunferencia.....	63
Antes de continuar .....	67
<b>Lección 6:</b> Resolución de problemas con segmentos en la circunferencia.....	68
Cuerdas en la circunferencia.....	68
Secantes y tangentes en la circunferencia.....	71
Antes de continuar .....	75
Síntesis .....	76
Repaso .....	77
¿Qué aprendí?.....	78

### Unidad 4 UN ÚLTIMO PELDAÑO ALGEBRAICO: LOS NÚMEROS COMPLEJOS ..... 80

Activo lo que sé .....	82
<b>Lección 7:</b> El conjunto de los números complejos (C).....	83
Conjuntos de los números complejos.....	83
Representación de números complejos.....	86
Módulo y conjugado de un número complejo.....	88
Antes de continuar .....	91
<b>Lección 8:</b> Resolución de problemas usando la operatoria de números complejos.....	92
Adición y sustracción de números complejos.....	92
Multiplicación de números complejos.....	95
División de números complejos.....	98
Antes de continuar .....	101
Síntesis .....	102
Repaso .....	103
¿Qué aprendí?.....	104

Glosario.....	220
Solucionario.....	222
Rúbricas de actividades .....	235
Bibliografía.....	255



Presentación ..... 3  
 Conoce tu texto ..... 4

**Unidad 1 LA TOMA DE DECISIONES EN SITUACIONES FINANCIERAS Y ECONÓMICAS ..... 106**

**Activo lo que sé** ..... 108

**Lección 1:** Toma de decisiones aplicando porcentajes ..... 109

    Porcentajes en el comercio ..... 109

    Presupuestos y planificación ..... 113

    Remuneraciones y descuentos legales ..... 119

    Antes de continuar ..... 122

**Lección 2:** Toma de decisiones aplicando tasas de interés compuesto ..... 123

    Ahorro e inversiones ..... 123

    Créditos ..... 127

    Antes de continuar ..... 131

**Síntesis** ..... 132

**Repaso** ..... 133

**¿Qué aprendí?** ..... 134

**Unidad 2 MODELAMIENTO MATEMÁTICO PARA DESCRIBIR Y PREDECIR ..... 136**

**Activo lo que sé** ..... 138

**Lección 3:** Construcción de modelos con la función potencia ..... 139

    Crecimiento y decrecimiento potencial ..... 139

    Función potencia de exponente positivo ..... 142

    Función potencia de exponente negativo ..... 145

    Antes de continuar ..... 148

**Lección 4:** Construcción de modelos con las funciones seno y coseno ..... 149

    La circunferencia unitaria ..... 149

    Funciones seno y coseno ..... 152

    Amplitud y periodo ..... 154

    Antes de continuar ..... 157

**Síntesis** ..... 158

**Repaso** ..... 159

**¿Qué aprendí?** ..... 160

**Unidad 3 LA TOMA DE DECISIONES EN SITUACIONES DE INCERTEZA ..... 162**

**Activo lo que sé** ..... 164

**Lección 5:** Toma de decisiones analizando la distribución binomial ..... 165

    Valor esperado y varianza de una variable aleatoria ..... 165

    Distribución binomial ..... 167

    Antes de continuar ..... 171

**Lección 6:** Toma de decisiones analizando la distribución normal ..... 172

    Variable aleatoria continua ..... 172

    Distribución normal ..... 174

    Distribución normal estándar ..... 177

    Estimación de la media de una población ..... 183

    Aproximación normal a la binomial ..... 185

    Antes de continuar ..... 187

**Síntesis** ..... 188

**Repaso** ..... 189

**¿Qué aprendí?** ..... 190

**Unidad 4 GEOMETRÍA CON COORDENADAS ..... 192**

**Activo lo que sé** ..... 194

**Lección 7:** Resolución de problemas con rectas en el plano ..... 195

    Distancia entre puntos en el plano cartesiano ..... 195

    Rectas en el plano ..... 197

    Distancia de un punto a una recta ..... 201

    Antes de continuar ..... 204

**Lección 8:** Resolución de problemas con circunferencias en el plano cartesiano ..... 205

    Ecuación de la circunferencia ..... 205

    Posición relativa a las circunferencias ..... 209

    Antes de continuar ..... 215

**Síntesis** ..... 216

**Repaso** ..... 217

**¿Qué aprendí?** ..... 218

Glosario ..... 238

Solucionario ..... 240

Rúbricas de actividades ..... 252

Bibliografía ..... 255

## LA TOMA DE DECISIONES EN SITUACIONES DE INCERTEZA

### Estadística y probabilidades

En parejas, observen la imagen. Luego, respondan:

1. ¿Cómo describirías la estatura de los jugadores de la selección chilena de fútbol de 2011 (camisetas rojas)? Comparte tu respuesta con tu curso.
2. ¿Qué medida de tendencia central piensan que los ayudaría a determinar si las estaturas de los jugadores son homogéneas? Justifiquen su respuesta.
3. Si el promedio de las estaturas de la actual selección chilena es aproximadamente 177,3 cm y los jugadores de las camisetas blancas son parte del equipo, ¿quién de ellos se acerca más a la estatura promedio?, ¿quién se aleja más?
4. Si el arquero debe elegir a 5 jugadores para poner en la barrera del tiro libre, ¿qué criterio creen que utilizará para determinar a quienes elegir? Den argumentos que fundamenten tu respuesta.



Marcelo Díaz (centrocampista)  
Estatura: 1,66 m



Gary Medel (defensa)  
Estatura: 1,71 m



Arturo Vidal (centrocampista)  
Estatura: 1,80 m



Alexis Sánchez (delantero)  
Estatura: 1,69 m

En esta Unidad estudiarás y aprenderás acerca de:

- Toma de decisiones aplicando medidas de dispersión de datos.
- Toma de decisiones aplicando probabilidades condicionales.