

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS



Descuento Simple

## ● DESCUENTO SIMPLE

Descontar significa disminuir, reducir, rebajar, deducir, restar.

Esto es, existen operaciones financieras y comerciales que permiten pagar un menor valor al estipulado inicialmente.

(Véase Introducción al Módulo)

En estos casos, el DESCUENTO se debe entender así:



- a) Interés es el pago que se hace por el goce ó usufructo del capital ajeno y como tal, el Interés Descontado es cuando se paga por anticipado.

### **Ejemplo:**

Se pacta un préstamo de \$2.000.000, con plazo de 3 meses y tasa de interés del 2% mensual simple. Sin embargo, se acuerda que el valor del interés se cancele por anticipado. (Los intereses son descontados)

- ¿Cuánto dinero se descuenta (es decir, se paga por anticipado) por concepto de intereses?
- ¿Cuánto dinero se debe pagar al vencimiento?

### **Primera Solución:**

$$I = VP * i * t$$

$$I = \$2.000.000 * 0,02 * 3$$

$$I = \$120.000$$

- La persona que toma el préstamo recibe neto:  
VP neto = \$2.000.000 - \$120.000 = \$1.880.000  
Por cuanto paga los intereses por anticipado
- Al final de los 3 meses, el prestatario debe devolver la suma de \$2.000.000  
Los intereses (\$120.000 fueron pagaron al inicio)

**Segunda Solución:**

$$VP \text{ Neto} = VP (1 - (dt))$$

$$= \$2.000.000(1 - (0,02 * 3))$$

$$= \$2.000.000(1 - 0,06)$$

$$= \$2.000.000(0,94)$$

$$= \$1.880.000$$

$$\text{Descuento} = VP - VP \text{ Neto}$$

$$\text{Descuento} = \$2.000.000 - \$1.880.000$$

$$\text{Descuento} = \$120.000$$

b) También, el DESCUENTO se interpreta como la cantidad de dinero que se resta o deduce de un compromiso u obligación que se paga antes de la fecha de vencimiento.

**Ejemplo:**

Un artículo vale de contado \$100 y con IVA del 16% vale en total \$116. Si el vendedor otorga un descuento del 10% ¿cuánto dinero tiene que cancelar el comprador?

Solución:

Situación antes del descuento:

Valor de la mercancía..... \$ 100

Más: Iva..... 16

Valor a pagar..... \$ 116

**Es claro que:**

- el descuento no se aplica sobre el IVA
- El descuento aplica exclusivamente sobre el valor de la mercancía, antes del IVA.

Luego el valor del descuento es:  $\$100 \times 10\% = \$10$

Situación después del descuento:

Valor neto de la mercancía.... \$ 90 ( $\$100 - \$10 = \$90$ )

Más: IVA ..... \$ 16

Valor neto a pagar..... \$ 106

**EJEMPLOS DE DESCUENTO COMERCIAL SIMPLE**

1. Descuentos por Pronto Pago

La tasa de descuento es mayor en cuanto menor tiempo demore el pago, es decir, es un estímulo y un ahorro para quien debe cancelar la factura.

Ejemplo:

Un proveedor facturó materia prima por \$50 millones y ofrece los siguientes descuentos:

- 15% por pago de contado
- 10% por pago a 30 días
- 5% por pago a 45 días
- Neto a 60 días

Para cada una de las situaciones anteriores, determinar el valor del descuento y el valor neto a pagar.

**Solución:**

- Si el pago es de Contado

Valor Descuento:  $\$50.000.000 \times 15\% = \$7.500.000$

Neto a pagar:  $\$50.000.000 - \$7.500.000 = \$42.500.000$

***Procedimiento simplificado:***

$$\$50.000.000(1-0,15) = \$ 42.500.000$$

- Si el pago es a 30 días

$$\text{Valor Descuento: } \$50.000.000 * 10\% = \$5.000.000$$

$$\text{Neto a pagar: } \$50.000.000 - \$5.000.000 = \$45.000.000$$

***Procedimiento simplificado:***

$$\$50.000.000(1-0,10) = \$ 45.000.000$$

- Si el pago es a 45 días

$$\text{Valor Descuento: } \$50.000.000 * 5\% = \$2.500.000$$

$$\text{Neto a pagar: } \$50.000.000 - \$2.500.000 = \$47.500.000$$

***Procedimiento simplificado:***

$$\$50.000.000(1-0,05) = \$ 47.500.000$$

- Si el pago es a 60 días

La condición Neto 60 implica que no hay derecho a descuento alguno y en consecuencia el valor a pagar es de \$ 50 millones.

## 2. Descuento Comercial Simple en Cadena

Estos descuentos por distintos conceptos no son acumulativos.

**Ejemplo:**

Una distribuidora mayorista de libros ofrece los siguientes descuentos por temporada universitaria:

- 6% por compra de libros de Economía
- 5% por compra de libros de Sistemas
- 7% por compra de libros de Finanzas
- 8% por compra de libros de Matemáticas

Si un estudiante adquirió un libro de cada uno de las anteriores asignaturas ¿Qué tasa de descuento le deben reconocer?

ATENCIÓN:

**Solución ERRADA:**

$$dt=6\%+5\%+7\%+8\%=26\%$$

*¡Recuerde que las tasas de descuento en cadena NO son acumulativas!*

**Solución CORRECTA:**

$$dt=1-(1-d1)(1-d2)(1-d3)(1-d4)$$

$$dt = 1 - (1-0,06)(1-0,05)(1-0,07)(1-0,08)$$

$$dt = 1 - (0,94)(0,95)(0,93)(0,92)$$

$$dt = 1 - 0,7640508$$

$$dt = 23,59\% \text{ aproximado}$$

### Ejemplo

Un laboratorio farmacéutico factura medicamentos por \$500 millones y ofrece los siguientes descuentos:

- 10% por compras al por mayor
- 8% por promoción de temporada
- 6% por despachos sin empaque
- 20% por pago de contado

Considere que todos los anteriores descuentos aplican.

Determine el valor neto a pagar

Solución:

$$dt = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3)(1 - d_4)$$

$$dt = 1 - (1 - 0,10)(1 - 0,08)(1 - 0,06)(1 - 0,2)$$

$$dt = 1 - (0,9)(0,92)(0,94)(0,8)$$

$$dt = 1 - 0,622656$$

$$dt = 37,73\% \text{ aproximado}$$

$$\begin{aligned} \text{Valor neto a pagar} &= \$500.000(1 - 0,3773) \\ &= \$311.350.000 \end{aligned}$$

### Ejemplo

Una fábrica de dulces puede otorgar máximo una tasa de descuento total del 30%, descompuesta así:

- 4% a sus clientes
- 5% por pronto pago
- 10% por compras al por mayor

Suponga que todos los anteriores descuentos aplican.

Determine el valor del descuento adicional ( $d_4$ ) que se puede ofrecer para la celebración del “Día de los Niños”, sin que se supere el tope del 30 por ciento.

**Solución:**

$$dt=1-(d1)(1-d2)(1-d3)(1-d4)$$

$$0,3 = 1 - (1-0,04) (1-0,05) (1-0,10) (1-d4)$$

$$0,3 = 1 - (0,96) (0,95) (0,9) (1-d4)$$

$$0,3 = 1 - 0,8208 (1-d4)$$

$$0,3 = 1 - 0,8208 + 0,8208d4$$

De donde:

$$d4 = \frac{0,3-1+0,8208}{0,8208} = 14,72\% \text{ aproximado}$$

**DESCUENTO BANCARIO SIMPLE**

a) Sobre Documentos

A diario se negocian documentos con descuento en la Bolsa de Valores y en las Mesas de Dinero, lo cual indica que quien adquiere un documento debe pagar un valor inferior al valor final, esperando obtener una ganancia en la fecha de vencimiento del título.

Ejemplo:

Un título valor vence el día 18-Noviembre-2011 y tiene valor final (ó valor nominal) de \$10.000.000

Este documento es negociado en día 8-Junio-2001 a una tasa de descuento del 10% anual simple.

Determinar:

- El valor de la Transacción
- El Valor del Descuento

**Solución:**

a) De acuerdo con la Tabla de Días, la operación se realiza faltándole al documento 163 días para que llegue a la fecha de vencimiento (también se dice fecha de redención ó fecha de maduración).

Veamos:

18 de Noviembre = día 322

8 de Junio = día 159

Luego los días a descontar son 163

$$VT=VF(1-(DT))$$

$$VT= 10.000.000 \left(1 - \left(0,1 \cdot \frac{163}{360}\right)\right)$$

$$VT= 9.547.222$$

$$D=VF-VT$$

$$D = 10.000.000 - 9.547.222$$

$$D = 452.778$$

**Lo anterior significa que:**

- El Valor de la Transacción, es decir el precio acordado entre vendedor y comprador es de \$9.547.222
- El comprador adquiere el título en \$9.547.222 y en la fecha de vencimiento recibirá \$10.000.000
- La persona que vende el título recibe \$9.547.222, es decir, deja de recibir \$452.778, que corresponde al valor del descuento
- En cambio, la persona que compra el documento, espera ganar \$452.778

### EJEMPLO:

El Banco A le presta a una persona \$60 millones con plazo de 180 días y tasa de interés del 12% anual simple.

Treinta días después, el Banco A vende (descuenta) el mismo título en el Banco B, a la tasa de descuento del 9% anual simple.

Determinar.

- El valor final que el cliente del Banco A debe pagar
- El Valor de la Transacción
- El valor del Descuento del documento

### SOLUCION

$$VF = VP(1 + (it))$$
$$VF = 60.000.000 (1 + (0,12 * 180/360))$$
$$VF = 63.600.000$$
$$VT = VF(1 - (dt))$$
$$VT = 63.600.000 (1 - (0,09 * 150/360))$$
$$VT = 61.215.000$$
$$D = VF - VT$$
$$D = 63.600.000 - 61.215.000$$
$$D = 2.385.000$$

**Debemos interpretar este caso de la siguiente manera:**

- El Banco A desembolsó \$60 millones y esperaba recibir \$63.600.000 después de 180 días.
- Por problemas de liquidez, acudió al mercado secundario y descontó (vendió) el título en \$61.215.000, es decir, este es el precio acordado entre el Banco que vende y el Banco que compra.
- El Banco A ganó  $\$61.215.000 - \$60.000.000 = \$1.215.000$
- El Banco B ganó \$2.285.000 que corresponde al valor del descuento.

a) Descuentos sobre Préstamos

Un banco concede un crédito por \$10 millones, a 120 días y a la tasa del 10% anual simple.

Determinar la tasa de interés que verdaderamente está cobrando el banco si cobra los intereses por adelantado.

**SOLUCIÓN**

$$D = VP * i * t$$
$$D = 10.000.000 * 0,1 * \frac{120}{360}$$
$$D = 333.333$$
$$VL = VP - D$$
$$VL = 10.000.000 - 333.333$$
$$VL = 9.666.667$$
$$i \text{ cobrada} = \frac{D}{VL}$$
$$i \text{ cobrada} = \frac{333.333}{9.666.667} = 3,45\% \text{ para 120 días}$$
$$i \text{ Cobrada} = 3,45\% * 3 = 10,35\% \text{ anual}$$

**En este caso se tiene:**

- Los intereses cobrados por anticipado (es decir los intereses descontados) son de \$333.333
- El cliente pide prestados \$10.000.000 y como le descuentan los intereses, entonces recibe un Valor Líquido de \$9.666.667
- Aunque se dice que la tasa acordada es del 10% anual simple, la verdadera tasa es mayor. Esta tasa resulta al relacionar el interés anticipado (D) con el valor realmente desembolsado (Valor Líquido).
- La tasa que verdaderamente se cobra (10,35% anual) es superior a la inicialmente estipulada  
NOTA: Se multiplica por 3 por cuanto en un año se cuentan 3 periodos de 120 días cada uno

**EJEMPLO**

Supóngase que en el caso anterior, el banco cobra Costos de Apertura (CA) por cuantía de \$666.667

Determinar la tasa de interés que verdaderamente se está cobrando.

**SOLUCION**

$$D = (VP * i * t) + CA$$
$$D = 10.000.000 * 0,1 * \frac{120}{360} + 666.667$$
$$D + CA = 333.333 + 666.667$$
$$D + CA = 1.000.000$$
$$VL = VP - (D + CA)$$
$$VL = 10.000.000 - (333.333 + 666.667)$$
$$VL = 9.000.000$$
$$i \text{ cobrada} = \frac{D + CA}{VL}$$
$$i \text{ cobrada} = \frac{1.000.000}{9.000.000} = 11,11\% \text{ para 120 días}$$

Obsérvese que los Costos de Apertura tienen estos efectos:

- Están a cargo del usuario del crédito
- Se adicionan a los intereses descontados
- Reducen el Valor Líquido que recibe el cliente
- Aumentan el costo del crédito, lo cual es una mayor carga para el cliente y una mayor ganancia para el banco.
- Para un banco es buen negocio cobrar intereses por anticipado.

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS



Interés Simple

## ● INTERÉS SIMPLE

En las múltiples operaciones financieras que se presentan a diario, sólo hay dos maneras para que se liquide un interés:

- a) Interés simple e
- b) Interés compuesto.

El **INTERES SIMPLE** tiene las siguientes características:

- El capital inicial (VP) no varía, es decir, no crece durante el lapso que dura la operación.
- La Tasa de Interés (i) se aplica únicamente sobre el capital inicial (VP) ó sobre el valor de la inversión inicial.
- El Interés (I) que se liquida y paga por el uso del dinero ajeno, tiene el mismo valor por periodo de liquidación.
- No existe re-inversión de intereses, lo cual significa que no hay capitalización de intereses.

### **Ejemplo 1**

Hallar los distintos tipos de Interés Simple, de un préstamo de \$100.000, durante el mes de Agosto, a la tasa del 20% anual simple.

Solución

$$I = VP * i * t$$

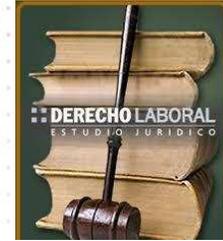
$$\text{Interés Bancario} = 100.000 * 0,2 * 31/360 = 1.722,22$$



El Interés Simple Bancario es de mayor uso (es más costoso).

El Interés Simple N.N. es de menor uso (es más barato).

### **Ejemplo 2**



Un trabajador laboró en una empresa desde el día 12-Febrero-2010 hasta el día 25-Noviembre-2010.

Sabiendo que el valor de la cesantía fue de \$500.000 y que el Régimen Laboral reconoce Tasa de Interés del 12% anual simple por concepto de Intereses sobre la Cesantía, halle el valor que se debe pagar por concepto de Intereses sobre la cesantía.

### **Análisis:**

- a) Los días laborados por el trabajador son 286, calculados a partir de la Tabla de Días, así:  
25-Noviembre corresponde al día número 329 en el año  
12-Febrero corresponde al día número 43 en el año  
Luego la diferencia (tiempo laborado) es 286 días
- b) La tasa de interés es del 12% anual simple, equivalente a una tasa de interés del 1% mensual simple.  
(12% anual simple /12 meses = 1% mensual simple)
- c) Un año laboral tiene 360 días lo cual equivale a que un mes laboral (cualquiera que sea) tenga 30 días.

Dos soluciones:

$$I = VP * i * t$$

a)  $I = 500.000 * 0.12 * 286/360 = 47.667$

### Ejemplo

Se adquiere un bono por \$100.000 que reconoce intereses al 4% anual simple, durante tres años.

a) Cuál es el Interés total de la inversión?

*Análisis:*

Tanto el Tiempo como la Tasa de Interés deben ser anuales

Solución

$$I = VP * i * t$$

b) Cuál es el valor del interés por periodo trimestral?

*Análisis:*

Los intereses calculados anteriormente son de \$320 que corresponden a dos años.

Por consiguiente el interés por periodo trimestral es de:

Solución

$$\begin{array}{c} \text{Interés total} \\ I = \text{-----} \\ \\ 12000 \end{array}$$

c) ¿Cuál es el valor final a pagar al vencimiento del bono?

$$VF = VP + I$$

En este ejemplo se ilustra la inexistencia de capitalización de intereses, es decir, que sobre el interés ganado NO se liquida interés. Solamente se liquidan intereses sobre el capital inicial.

**Ejemplo 3:**

¿Cuál es el interés simple bancario producido por un capital de \$2.000.000, en un año, dos meses y 10 días, a la tasa del 1,5% mensual simple?

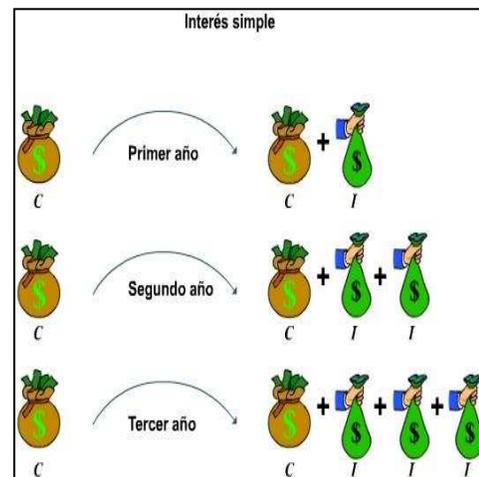
Análisis:

Un año (360 días) + dos meses (60) días + 10 días = 430 días

Un mes = 30 días

Solución:

$$I = VP * i * t$$
$$I = 2.000.000 * 0,015 * 430/30$$
$$I = 430.000,00$$



### Ejemplo

Una persona adquirió 1.000 acciones a \$ 2.000 cada una y luego de 18 meses recibió dividendos por \$1.200.000 ¿Que tasa de rentabilidad trimestral simple ganó el inversionista?

### Análisis:

- a) El capital invertido fue de  $1.000 * \$2.000 = \$2.000.000$
- b) Un año y medio equivale a 18 meses/3 meses = 6 trimestres

Solución:

$$i = \frac{I}{C} = \frac{1.200.000}{2.000.000} = 10\% \text{ trimestral simple}$$

### Ejemplo

Un contribuyente liquidó y presentó su declaración de renta correspondiente año anterior. El impuesto a cargo fue de \$6.000.000, sobre una renta gravable de \$30 millones.

Que tasa de impuestos está tributando?

Análisis:

El tiempo es un año (año fiscal).

Solución:

$$I = 6.000.000$$
$$i = \frac{I}{VP} = \frac{6.000.000}{30.000.000} = 20\% \text{ anual simple}$$

**Ejemplo**

Un crédito de \$5.000.000 se pacto a ocho meses, así: los primeros 2 meses al 1% mensual simple y de allí en adelante al 3% trimestral simple.

- a) Cuánto dinero se debe pagar por concepto de intereses?
- b) Cuánto dinero se debe pagar en total?

**Análisis:**

Seis meses equivalen a dos trimestres

Solución:

$$I = VP * i * t$$
$$I = 5.000.000 * 0,01 * 2 = 100.000$$
$$I = 5.000.000 * 0,03 * 2 = 300.000$$

-----

$$VF = VP + I$$

### **EJEMPLO**

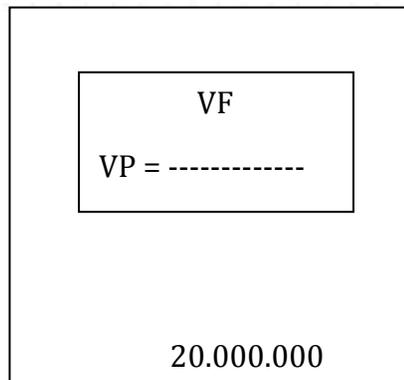
Un capital se invirtió durante 4 años a la tasa del 3% mensual simple y se logró acumular \$20.000.000.

¿Cuánto dinero se debió invertir?

### **Análisis**

El tiempo de la operación financiera es de  $4 \cdot 12 = 48$  meses

Solución



### **EJEMPLO**

Una persona depositó determinado capital en una cuenta de ahorro y al cabo de 10 años el saldo era de \$15.000.000, es decir, había ganado intereses por \$5.000.000

Con cuánto dinero se hizo la apertura de la cuenta de ahorro?

### **Solución**

$$VP = VF - I$$

### **EJEMPLO**

Una compañía de factoring está negociando estos documentos:

- a) Factura por \$2.000.000 a cobrar el día 28-Julio-2011
- b) Factura por \$4.000.000 a cobrar el día 12-Diciembre-2011

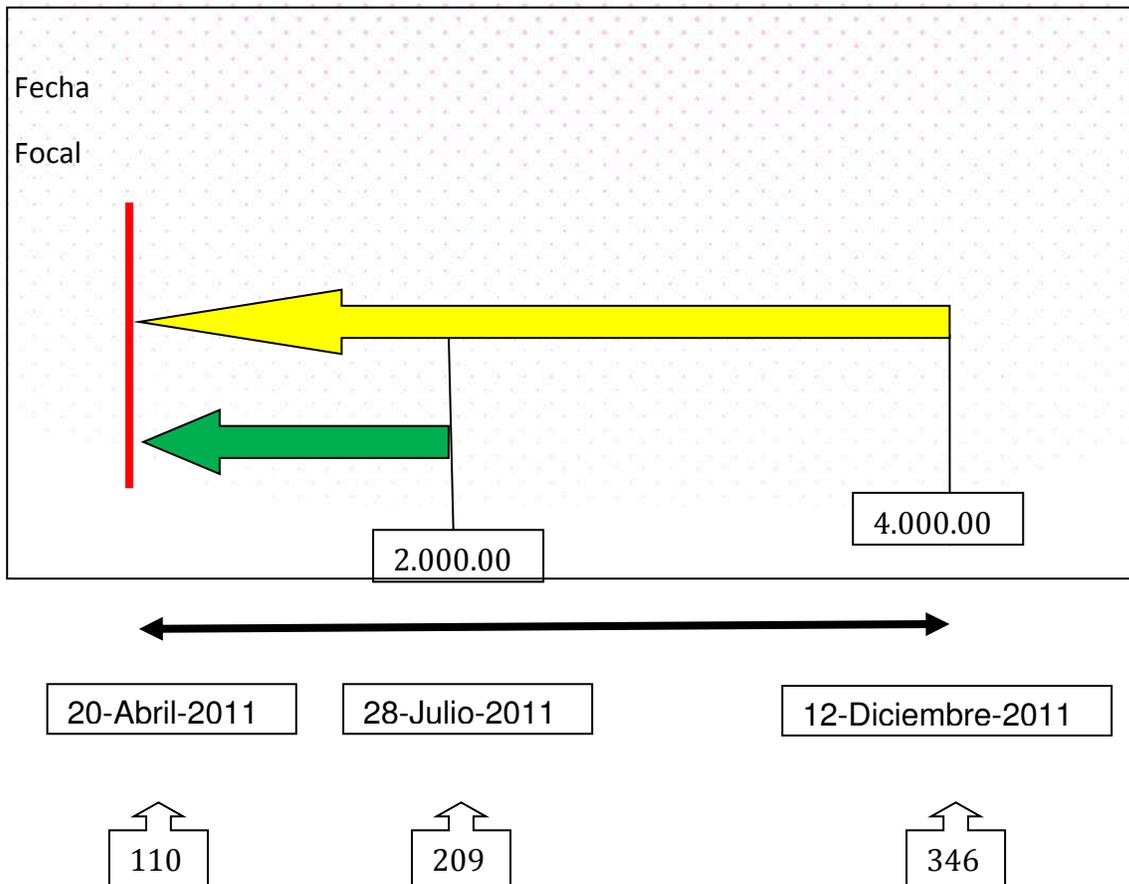
Si el negocio se hace el día 20-Abril-2011, a la tasa del 10% anual simple bancario, ¿cuánto dinero se debe pagar por los tres documentos?

### **Análisis:**

El día en que se celebra el negocio recibe el nombre de Fecha Focal, en este caso es el día 20-Abril-2011

Retomamos la Tabla de Días y establecemos diferencias entre las siguientes fechas:

- a) Desde el día 28-Julio-2011 hasta el día 20-Abril-2011 existe una diferencia de  $209 - 110 = 99$  días
- b) Desde el día 12-Diciembre-2011 hasta el día 20-Abril-2011 existe una diferencia de  $346 - 110 = 236$  días
- c) El valor de la primera factura se expresa en pesos de la Fecha Focal
- d) El valor de la segunda factura se expresa en pesos de la Fecha Focal



**Solución:**

$$\begin{array}{c}
 \text{VF} \\
 \text{VP} = \text{-----} \\
 \\
 2.000.000 \\
 \text{VP} = \text{-----} = 1.946.472,02 \\
 1+(0,10*99/360)
 \end{array}$$

## EJEMPLO

Una persona hizo un depósito en una Sociedad Fiduciaria el día 16-Mayo-2011. El día 28-Noviembre de 2012 le informaron que el saldo era de \$30.000.000 y que la tasa de rentabilidad era del 8% anual simple bancaria.

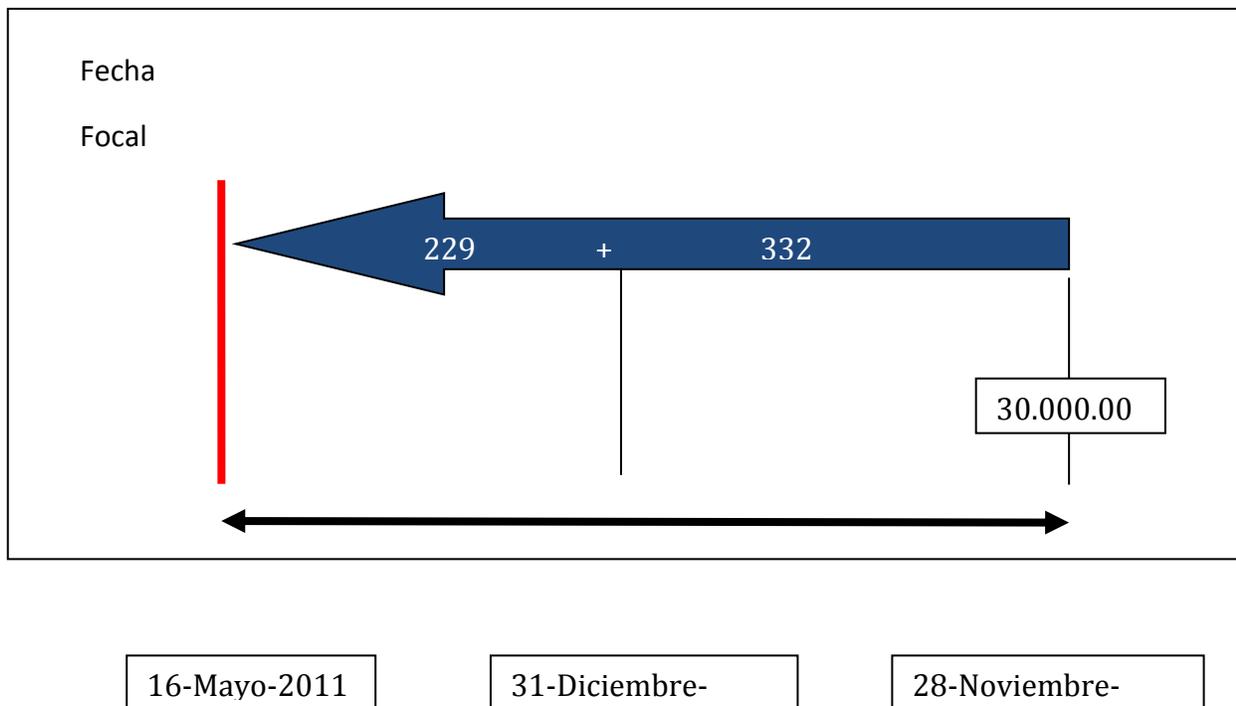
¿Cuánto dinero depositó el inversionista?

## Análisis

El día en que se hizo el depósito recibe el nombre de Fecha Focal, en este caso es el día 16-Mayo-2011

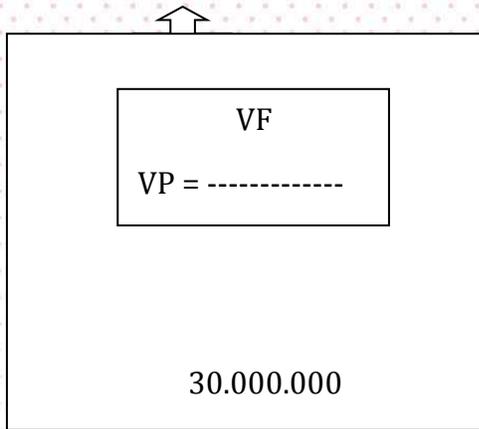
Retomamos la Tabla de Días y establecemos diferencias entre las siguientes fechas:

- Desde el 16-Mayo-2011 y hasta el 31-Diciembre-2011, han transcurrido:  $365-136=229$  días
- Durante el año 2012 se contabilizan 332 días.
- El tiempo de la operación es de  $229+332=561$  días



**Solución**

136

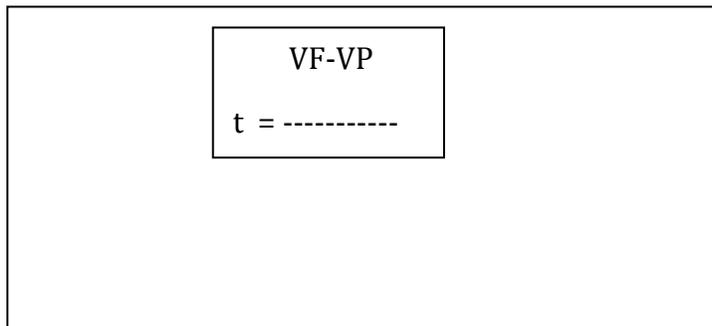


332

**EJEMPLO**

¿Durante cuánto tiempo un capital de \$1.000.000 permaneció invertido a la tasa del 4% semestral simple, para que se transformara en \$2.000.000?

**Solución:**



**EJEMPLO**

¿En cuánto tiempo se triplica una inversión al 2% mensual simple?

**Análisis:**

Puesto que no se conoce el valor de la inversión inicial, se toma un valor cualquiera y se multiplica por tres.



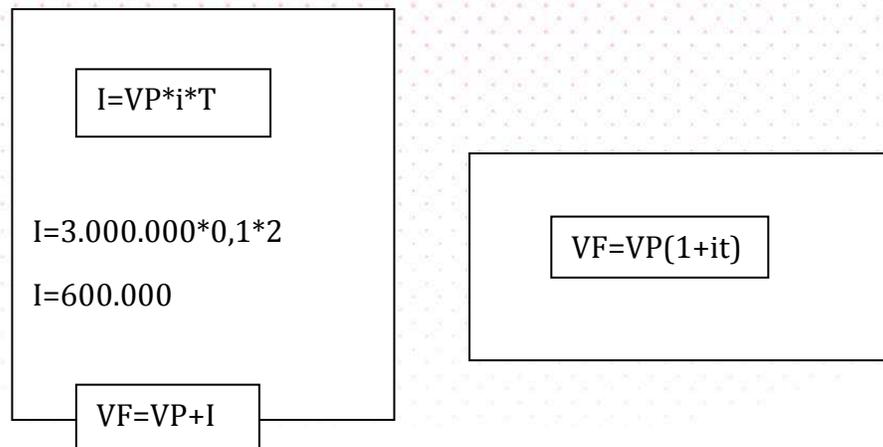
Solución:

$$t = \frac{VF-VP}{2*0,02} = 100 \text{ meses}$$

**EJEMPLO**

Se pacta un crédito Extra-Bancario por \$3.000.000, a dos meses y al 10% mensual simple. Al final, ¿cuánto dinero es necesario cancelar por el préstamo?

**Soluciones:**



**EJEMPLO**

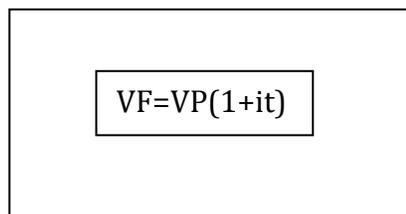
Una persona cumple hoy 20 años y deposita \$500.000 en una cuenta de ahorro que paga el 6% bimestral simple.

Cuánto dinero tendrá ahorrado cuando cumpla 50 años?

**Análisis:**

Un bimestre es un periodo que tiene dos meses; luego en un año se contabilizan 6 bimestres y puesto que el tiempo de duración de la inversión es de 30 años, entonces el tiempo equivalente de la operación es de  $6 * 30 = 180$  bimestres.

Solución directa:



### **EJEMPLO**

Un activo tiene precio de contado de \$ 2.000.000 (no incluye IVA)

Con IVA, el precio de ese mismo artículo es de \$2.320.000

¿Cuál es la tarifa (%) del IVA que tiene ese producto?

### **Análisis:**

El IVA se calcula sobre el precio de venta del artículo.

Este caso es especial y la variable Tiempo no existe.

### **Solución:**

$$\begin{array}{c} \boxed{\begin{array}{c} \text{VF-VP} \\ i = \text{-----} \end{array}} \\ \\ 2.320.000 - 2.000.000 \end{array}$$

### Ejemplo

Usted piensa invertir la suma de \$100.000,00 en una cuenta de ahorros, que le ofrece una tasa de interés del 2% mensual simple. ¿Cuánto dinero recibirá al final de tres meses?

$$VP = \$100.000,00$$

$$i = 2\% \text{ mensual simple}$$

$$t = 3 \text{ meses}$$

$$VF = ?$$

$$VF = VA \times (1 + (i \times t))$$

$$VF = \$100.000,00 \times (1 + (0,02 \times 3))$$

$$VF = \$106.000,00$$

\$106.000,00 se recibirán al final de los 3 meses que dura la inversión. Verificamos el cumplimiento del principio de la matemáticas financiera que el dinero cambia de valor a través del tiempo, los \$100.000,00 se convierten en \$106.000,00 al final de los 3 meses.

Comprobemos con la siguiente tabla las características del INTERES SIMPLE, tomando el ejemplo anterior :

Periodo	Capital Inicial	Tasa de interés	Interés	Valor final
1	100.000,00	0,02	\$2.000,00	\$102.000,00
2	100.000,00	0,02	\$2.000,00	\$104.000,00
3	100.000,00	0,02	\$2.000,00	\$106.000,00

El capital permaneció constante, el interés ganado es igual en cada período, y la tasa de interés siempre se aplicó sobre el valor original de la inversión.

De lo anterior podemos concluir, que en **INTERES SIMPLE** nos daría igual si nos ofrecen la tasa de interés anual, que correspondería a :  $i = 2\% \times 12 = 24\%$  anual, si la tasa es anual el tiempo debe manejarse en años, entonces :  $t = 3$  meses convertidos a años = 3 de 12 meses que tiene un año =  $3/12$ , para el uso de la fórmula sería :

$$VF = 100.000,00 \times ( 1 + (0,24 \times 3/12))$$

$$VF = \$106.000,00$$

### **CLASES DE INTERES DE ACUERDO AL MANEJO DEL TIEMPO**

#### **Ejemplo**

Se desea hacer una inversión de \$1'000.000,00 durante el mes de Marzo y nos ofrecen una tasa de Interés del 18% anual simple. Hallar el Interés ganado:

$$VA = \$1'000.000,00$$

$$i = 18\% \text{ anual simple}$$

$$t = \text{mes de marzo}$$

$$I = ?$$

$$I = VA \times i \times t$$

Este es un ejemplo aparentemente sencillo, pero no nos están dando un tiempo muy claro, nos dicen mes de marzo, lo que nos lleva a analizar, si la tasa es anual, el tiempo debe ser años, ¿cómo convertimos el mes de marzo en años ?

Primera opción : tomar el mes de marzo como un mes, lo cual convertido a años sería  $1/12$  ó lo que es igual, decir marzo tiene 30 días y el año 360 días, días convertidos a años =  $30/360$ .

Segunda opción: Tomar el mes de marzo con los días exactos que tiene, es decir marzo tiene 31 días y el año 360, días convertidos a años =  $31/360$

Tercera opción : pero si marzo lo tomamos de 31 días, sería correcto decir que el año tiene 365 días, días convertidos a años =  $31/365$

Cuarta opción : una última combinación posible sería tomar marzo de 30 días y el año de 365 días, días convertidos a años =  $30/365$ .

¿Cuál es la opción correcta ?, todo depende de con quién estamos haciendo la transacción.

En la práctica comercial, éste manejo que se le da al tiempo, origina unas clases de interés :

**Interés ordinario** : cuando tomamos años de 360 días.

**Interés exacto** : cuando tomamos años de 365 días (ó 366 cuando es bisiesto)

Y a la vez, el Interés ordinario y el Interés exacto se pueden trabajar con :

**Tiempo aproximado** : cuando tomamos todos los meses de 30 días y

**Tiempo exacto** : cuando tomamos los meses según calendario.

- **El Interés Ordinario Con Tiempo Aproximado** : Es el que se conoce como comercial, y se utiliza normalmente en el comercio y cuando no se especifica el uso de otro. Para nuestro ejemplo :

$$I = \$1'000.000,00 \times 0,18 \times 30/360$$

$$I = \$15.000,00$$

- **El Interés Ordinario Con Tiempo Exacto** : Es el que se conoce como Bancario, y se utiliza normalmente en todas las transacciones que se efectúen con el sistema bancario. Para nuestro ejemplo :

$$I = \$1'000.000,00 \times 0,18 \times 31/360$$

$$I = \$15.500,00$$

- **El Interés Exacto Con Tiempo Exacto** : Es el que se conoce como Racional, Real, Verdadero o sencillamente Exacto. En la actualidad es de mucha aplicación en las entidades que ofrecen intereses diarios, en los fondos de inversión donde se efectúan inversiones temporales. Para nuestro ejemplo :

$$I = \$1'000.000,00 \times 0,18 \times 31/365$$

$$I = \$15.287,67$$

- **El Interés Exacto Con Tiempo Ordinario** : No tiene un nombre comercial, normalmente no se utiliza, y la razón podría ser obvia al observar el resultado del ejemplo, los intereses que genera son los más bajos posibles :

$$I = \$1'000.000,00 \times 0,18 \times 30/365$$

$$I = \$14.794,52$$

### **Ejemplo**

Hallar el valor a su vencimiento, de un certificado de ahorro a Término (CDAT), el cual tiene fecha de apertura el 25 de Febrero de 1999, y que vence el 25 de Mayo de 1999, acordado con una tasa de interés simple real del 33% anual y una inversión inicial de \$3.000.000,00.

Como es un interés simple real, debemos hallar los días exactos transcurridos entre la fecha de apertura y la fecha de vencimiento. Con la calculadora financiera (ver manual), encontramos que el CDAT tiene una duración de 89 días. Y el anejo del tiempo se hará tomando años de 365 días.

$$VF = VA (1 + i \times t) \text{ entonces}$$

$$VF = \$3.000.000,00 (1 + 0,33 \times 89/365)$$

$$VF = \$3.241.397,26$$

## ¿PORQUE DEBEMOS APRENDER MATEMATICAS FINANCIERAS?

Las **MATEMATICAS FINANCIERAS** constituyen el núcleo de las Finanzas, y su propósito es aportar técnicas, métodos y herramientas para el cálculo de operaciones de ahorro, crédito, inversión y riesgo.



Quiere decir lo anterior, que las MATEMATICAS FINANCIERAS constituyen el soporte de los siguientes módulos:

- Administración Financiera,
- Finanzas Corporativas,
- Mercado de Capitales,
- Evaluación de Proyectos
- Finanzas Internacionales y
- Seminario de Riesgo Financiero.

Adicionalmente, las MATEMATICAS FINANCIERAS contribuyen a la planeación, organización, dirección, coordinación, control y evaluación de cualquier proyecto de inversión.

Las MATEMATICAS FINANCIERAS son de uso y aplicación diaria en transacciones comerciales, laborales, bancarias y bursátiles. Esto es, que sin importar el cargo que se desempeñe en cualquier tipo de organización, resulta imprescindible conocer los principios básicos de esta asignatura.

Si se desconocen los principios y conceptos básicos de las MATEMATICAS FINANCIERAS, resulta que ni es procedente ni es racional tomar decisiones acertadas en negocios relacionados con inversión, financiación ó rentabilidad.

El “insumo” principal de las MATEMATICAS FINANCIERAS es el Capital (Dinero) que desempeña estas funciones:

- Medio de cambio: facilita realizar transacciones
- Medida de valor: para controlar el poder adquisitivo
- Unidad de cuenta: para hacer comparaciones de valor

Sin la existencia del DINERO no se concibe la existencia de las MATEMATICAS FINANCIERAS.

## OBJETIVOS DEL MODULO:

- Reconocer que el Dinero tiene un valor en el tiempo.
- Aprender las técnicas de cálculo financiero en la determinación de tasas, plazos, montos, cuotas y saldos.
- Dominar los diferentes sistemas de pago de deudas y de acumulación de capital que se aplican en múltiples negocios.



## PRECISION DE CONCEPTOS

- Señor Plata, buen día. ¡Vengo por un préstamo!
- ¿Cuánto dinero necesita?
- ¿Cuándo me devuelve el dinero?
- Cobro el 3% periódico mensual. ¿Está de acuerdo?
- Al final, me devuelve el capital y los intereses.
- ¿Desea cancelar el préstamo en cuotas o en abonos?

### ¿Cuánto dinero necesita?

Se trata de la variable **Capital**, es decir el dinero recibido (u otorgado) en calidad de préstamo.

Se conoce también con los siguientes nombres:

Variable	Nomenclatura
Capital	C
Capital Inicial	CI
Valor Inicial	VI
Presente	P
Valor Presente	VP
Valor Actual	VA



En general, denotaremos el capital inicial por la sigla VP.

### ¿Cuándo me devuelve el dinero?

Esta pregunta corresponde a la duración de la operación, es decir, es el **Tiempo** durante el cual el dinero tarda en regresar a la caja del prestamista.

Esta variable se representa por “t” y se expresa como:

- días,
- semanas,
- quincenas,
- bimestres,
- trimestres,
- cuatrimestres,
- semestres
- años
- bienios
- trienios
- cuatrienios
- quinquenios
- etc. etc.



### Cobro el 3% periódico mensual. ¿Está de acuerdo?

Se establece un porcentaje que se le aplicará al capital que recibimos en préstamo ó que se invierte.

Esta variable se denomina “Tasa de interés”, y se representa como “i”.

En otras palabras, la Tasa de Interés es el porcentaje de crecimiento del Capital. Se dice también que la Tasa de Interés es la misma Tasa de Rentabilidad.



Comprender e interpretar esta variable es muy importante. Analicemos la manera correcta de leer una Tasa de Interés:

- Si la Tasa de Interés es del 1% mensual, significa que:

$$1\% \text{ mes} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ mensual}$$

Dando a entender que por cada \$100 prestados, es necesario pagar \$1 de interés, cada mes.

- Si la Tasa de Interés es del 25% anual, significa que:

$$25\% \text{ anual} = \frac{1}{100} = 0,25 \text{ anual}$$

Entendiendo que por cada \$100 tomados en préstamo, se deben pagar \$25 de intereses, cada año.

El **Interés** es el pago que realiza la persona que recibió el dinero en calidad de préstamo.

Para la persona que prestó el dinero, el Interés que recibe representa la utilidad o ganancia que genera su capital.

Se afirma también que el capital está generando una renta y que la Tasa de Interés que se obtiene en la operación es la misma Tasa de Rentabilidad.

Además, considere esta situación real: quien presta su dinero se expone a:

- Reducir su consumo, es decir, deja de comprar menos bienes
- Su dinero pierde poder adquisitivo debido a los efectos de la inflación
- Asume el riesgo de perder su dinero

En cambio, la persona o empresa que toma el dinero prestado se beneficiará y obtendrá ganancias; luego no es justo que quien prestó el dinero no reciba compensación alguna.

Tal como se deduce, el Interés es una motivación para la inversión.

En una transacción u operación financiera interviene la persona o entidad que invierte, coloca el dinero y recibe a cambio un interés (prestamista) , y la persona o entidad que toma el dinero, capta o recibe el dinero en préstamo y por el cual pagará el interés (prestatario).



Las entidades financieras hablan de:

- **Tasa Pasiva** para referirse a la Tasa de Captación que son aquellas que pagarán por nuestros ahorros y

- **Tasa Activa** para denotar las Tasas de Colocación, es decir, aquellas tasas de interés que los usuarios de crédito pagarán al sector bancario.

La diferencia entre la Tasa Activa y la Tasa Pasiva es una ganancia que se conoce como Margen de Intermediación.

Ejemplo: si un banco recibe (capta) dinero del público a través de cuentas de ahorro y pagan tasa de interés del 2% (Tasa Pasiva) y ese mismo dinero lo prestan a la tasa de interés del 25% (Tasa Activa), su Margen de Intermediación le representa una ganancia básica del 23 por ciento.

**Al final, me devuelves el capital y los intereses.**

Significa que el Valor Presente más los Intereses se pagan al cumplirse el plazo de la operación. Esta cantidad de dinero se conoce con los siguientes nombres:

- Valor Final
- Valor Futuro
- Monto
- Total ahorrado
- Total capitalizado

Generalizando, denominaremos **VALOR FINAL** (VF) al dinero que conforma la suma del Valor Presente y los Intereses.

**¿Desea cancelar el préstamo en cuotas o en abonos?**

La amplia diversidad de modalidades válidas y generalmente utilizadas para cancelar una deuda se puede clasificar en dos categorías: Pagos y Abonos

Dentro de la categoría de Pagos se encuentran:

- Series Uniformes
- Series Variables

En la categoría de Abonos se tiene:

- Intereses anticipados
- Intereses vencidos

La combinación de las anteriores categorías, dan origen a otras modalidades particulares de amortización, como son:

- Pago único al final
- Periodos de gracia
- Plazo muerto
- Unidades de Valor Real (UVR)
- Moneda Extranjera con pagos en pesos colombianos
- Cuotas escalonadas

- Cuota global

Resumiendo: el módulo MATEMATICAS FINANCIERAS es el eje principal sobre el cual gira todo el conocimiento financiero que se aplica a diario en negocios jurídicos, de oficina, de banca, de bolsa de valores, comerciales, de auditoría y control, de administración de empresas, de asuntos oficiales y no oficiales.

La MATEMATICA FINANCIERA se acopla al análisis técnico y a la factibilidad económica a fin de determinar el mejor curso de acción en los negocios y en las decisiones.

Un estudiante de FINANZAS que no se encuentre preparado para sobresalir en MATEMATICAS FINANCIERAS, definitivamente no será competente en su futuro desempeño profesional.

### EL VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

Este es el paradigma de las MATEMATICAS FINANCIERAS en particular, y de las FINANZAS, en general.

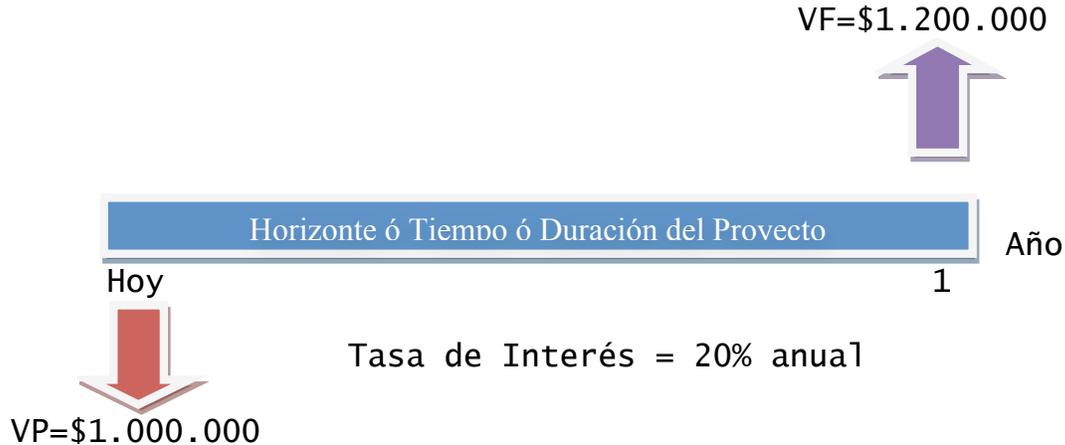
Suponga que usted determinó su Tasa de Interés de Oportunidad (TIO) en el 20%, y que está dispuesto a invertir su capital en un proyecto libre de riesgo que le garantice una rentabilidad no inferior al 20 por ciento.

Ahora bien, si usted invierte \$1.000.000, con plazo de un año, en una opción que le promete una rentabilidad del 20%, al final le entregarán \$1.200.000. Esta suma corresponde al Capital Inicial (\$1.000.000) más los Intereses ganados (\$200.000).

Este negocio se representa gráficamente en un Diagrama de Flujo de Caja



## Diagrama de Flujo de Caja



(Las flechas que apuntan hacia arriba indican Ingresos de efectivo y las flechas señalando en dirección contraria representan Egresos de efectivo)

Luego \$1.000.000 del día de hoy es **EQUIVALENTE** (no igual) a \$1.200.000 dentro de un año.

Bajo estas condiciones usted es **INDIFERENTE** en escoger estas opciones:

- Recibir \$1.000.000 en el día de hoy ó
- Recibir \$1.200.000 dentro de un año

Los supuestos son los siguientes:

- a) No existe riesgo de pérdida en la operación financiera
- b) En el mercado existe alguien dispuesto a recibir el dinero y pagar una tasa de interés del 20 por ciento.
- c) \$1.000.000 del día de hoy, tiene mayor poder adquisitivo que \$1.000.000 dentro de un año, por cuanto durante ese año de duración de la inversión, se ha registrado incremento en el nivel general de precios (inflación).
- d) El nivel de riesgo de recibir \$1.000.000 dentro de un año es mucho más alto debido a factores personales, empresariales, económicos, sociales, políticos, etc.

El Teorema del Valor del Dinero en el Tiempo, considera dos variables importantes:  
Tasa de Interés y Tiempo.  
Además, se demuestra que \$1 hoy tiene más valor que \$1 del mañana

## PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA MATEMATICA FINANCIERA

El Paradigma del VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO enseña que en cualquier operación de cálculo financiero, sin importar la fórmula, SIEMPRE se aplican dos variables imprescindibles: Tasa de interés y Tiempo

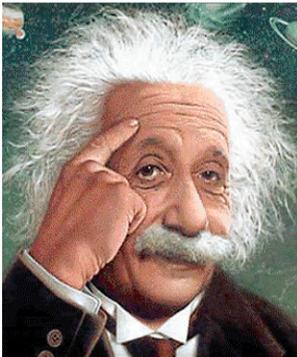
El Principio Fundamental de la Matemática Financiera radica en saber expresar estas dos variables en las mismas magnitudes de tiempo.

Usted debe y tiene que recordar siempre que:

Si la **Tasa de Interés** es entonces el **Tiempo** debe ser

Diaria	←=====→	Diario
Semanal	←=====→	Semanal
Quincenal	←=====→	Quincenal
Mensual	←=====→	Mensual
Bimestral	←=====→	Bimestral
Trimestral	←=====→	Trimestral
Cuatrimestral	←=====→	Cuatrimestral
Semestral	←=====→	Semestral
Anual	←=====→	Anual

Esta es la clave de mi éxito



Amigo Estudiante de Matemáticas Financieras:  
En TODAS las fórmulas debes aplicar SIEMPRE el Principio Fundamental. Sigue este sabio consejo y te garantizo el ÉXITO!!!

## FÓRMULAS DE INTERÉS SIMPLE

En las operaciones financieras propias del Interés Simple, se utilizan las siguientes identidades:

$$\begin{aligned} I &= VF - VP \\ VF &= VP + I \\ VP &= VF - I \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= VP * i * t \\ VP &= \frac{I}{i * t} \\ i &= \frac{I}{VP * t} & i &= \frac{VF - VP}{VP * t} \\ t &= \frac{I}{VP * i} & t &= \frac{VF - VP}{VP * i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VF &= VP (1 + it) \\ VP &= \frac{VF}{(1 + it)} \end{aligned}$$

## TIPOS DE INTERES SIMPLE

De acuerdo a la estimación de tiempos para la liquidación de intereses, el Interés Simple se clasifica así:

- a) Interés Simple Ordinario  
un año=360 días y un mes=30 días
- b) Interés Simple Exacto  
Un año=365 días y un mes=31 días

Ordinario 360	{	Ordinario 30	{	Interés Simple Comercial 30/360
		Exacto 31	{	Interés Simple Bancario 31/360
Exacto 365	{	Ordinario 30	{	Interés Simple N.N. 30/365
		Exacto 31	{	Interés Simple Racional 31/365

## TABLA DE DIAS

Se utiliza en el cálculo de Tiempos; así por ejemplo, los días transcurridos desde 7-abril (número 97) y el 24-octubre (número 297) es de 200 (número mayor menos número menor)

### Tabla de Días

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Ju1	Ago	Sept	Oct	Nov	Dic
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

## DESCUENTO SIMPLE

Se entiende por Descuento el menor valor a pagar.

Ejemplo:

Una señora adquiere:

- 10 metros de paño a \$30.000 el metro
- 5 camisas para sus nietos a \$ 20.000 cada una
- 3 juguetes por valor total de \$ 80.000
- 

Si como es costumbre, la abuelita regatea al momento de pagar en la caja, y obtiene un descuento del 15 por ciento.

- ¿Cuál es el valor del descuento?
- ¿Cuánto debe pagar neto?

Solución:

10 metros de paño * \$30.000	=	\$ 300.000
5 camisas * \$20.000	=	\$ 100.000
3 juguetes	=	\$ 80.000
		<hr/>
Valor bruto de la factura	=	\$ 480.000
Menos: Descuento (\$480.000*15%)	=	(\$ 72.000)
		<hr/>
Valor neto a pagar	=	\$ 408.000

Se comprende entonces que el Descuento es un valor que se deduce del total de una obligación.

Existen dos modalidades de Descuento Simple: comercial y bancario

Clases de Descuento Simple	
Comercial	Bancario
<ul style="list-style-type: none"><li>• Por Pronto Pago</li><li>• En Cadena</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Sobre documentos</li><li>• En Préstamos</li></ul>

### DESCUENTO COMERCIAL SIMPLE

a) Descuento Comercial Simple Por Pronto Pago

El propósito de este descuento es constituirse en un estímulo para que se cancele de manera inmediata. Los proveedores ofrecen descuentos atractivos a fin de recuperar rápidamente el valor facturado.

b) Descuentos Comerciales Simple en Cadena

Es una serie de descuentos sucesivos no acumulativos que son atractivos para estimular las ventas.

Fórmula

$$dt = 1 - (1-d1) (1-d2) (1-d3) (1-d4) \dots(1-dn)$$

Donde:

dt = Tasa de descuento Total

d1 = tasa del descuento adicional número uno

d1 = tasa del descuento adicional número dos

d1 = tasa del descuento adicional número tres

d1 = tasa del descuento adicional número cuatro

dn = tasa del descuento adicional enésimo

DESCUENTO BANCARIO

a) Descuento Bancario Simple Sobre Documentos

Se aplica sobre el valor final (VF) de un documento

Fórmulas

$$VT = VF (1 - (dt))$$

$$VF = \frac{VT}{1 - (dt)}$$

$$D = VF - VT$$

$$D = VF * d * t$$

Donde:

VT= Valor de la Transacción

VF= Valor Final del documento

d= Tasa de Descuento (%)

t= Tiempo ó duración de la operación financiera

D= Valor del descuento (\$)

- b) Descuento Bancario Simple Sobre Préstamos  
(Se conoce también como Descuento Racional)  
Se aplica sobre el Valor Presente (VP) de un documento o de un préstamo.

#### Fórmulas

$$\begin{aligned} D &= VP \cdot d \cdot t \\ VL &= VP - D \\ I \text{ cobrada} &= \frac{D + CA}{VL} \end{aligned}$$

Donde:

- D = Valor del Descuento (\$)
- VL = Valor Líquido
- VP = Valor del Préstamo que se solicita
- d = Tasa de descuento (%)
- CA = Costos de Apertura

Al aprobar un crédito, los bancos cobran Costos de Apertura tales como: timbres, seguro de vida, estudio del crédito, papelería, etc. Estos costos están a cargo del usuario del crédito y aparecen como un descuento que termina por encarecer el costo del crédito.

En este tipo de operaciones, la tasa de interés cobrada como anticipada (d) es la tasa que cobra el banco y resulta más alta que si se pactaran intereses pagaderos al vencimiento.

## INTERES COMPUESTO

### DEFINICION

Se entiende por Interés Compuesto la integración periódica del interés al capital.

El Interés Compuesto también es conocido como:

- Liquidación de intereses sobre intereses (anatocismo)
- Reinversión
- Capitalización de intereses

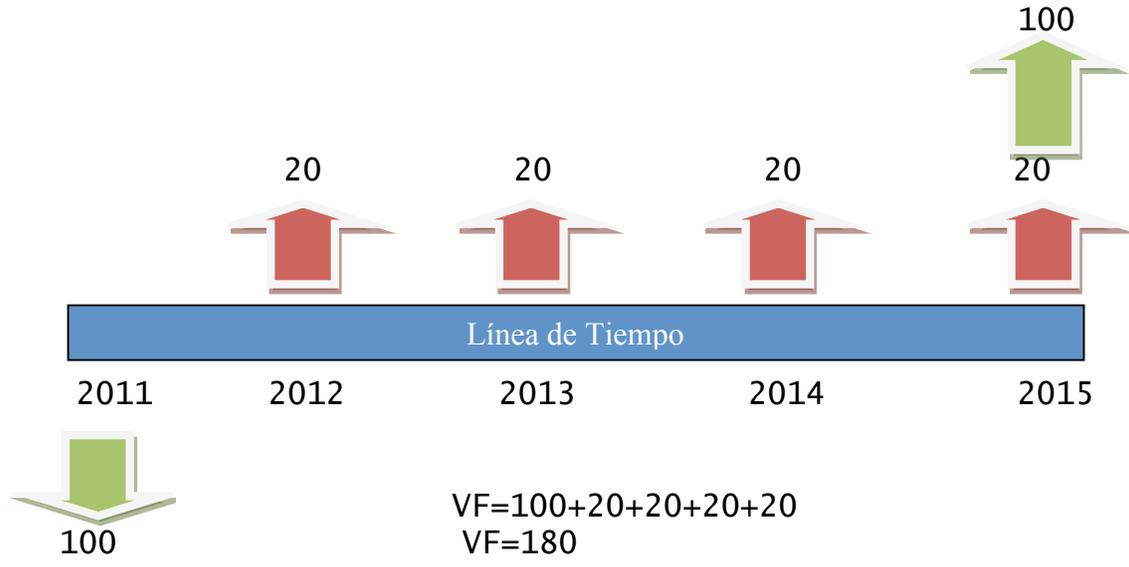
### CARACTERÍSTICAS DEL INTERÉS COMPUESTO

- La característica fundamental del Interés Compuesto es el proceso de capitalización de intereses, el cual consiste en adicionar al capital inicial los intereses ganados, para así formar un monto (Valor Final) y sobre éste volver a liquidar intereses y repetir este proceso.
- El capital inicial se va incrementando periodo tras periodo, precisamente por la adición de los intereses
- La tasa periódica se aplica sobre el capital acumulado.
- El valor de los intereses no es constante. Estos cambian conforme se va incrementando el capital

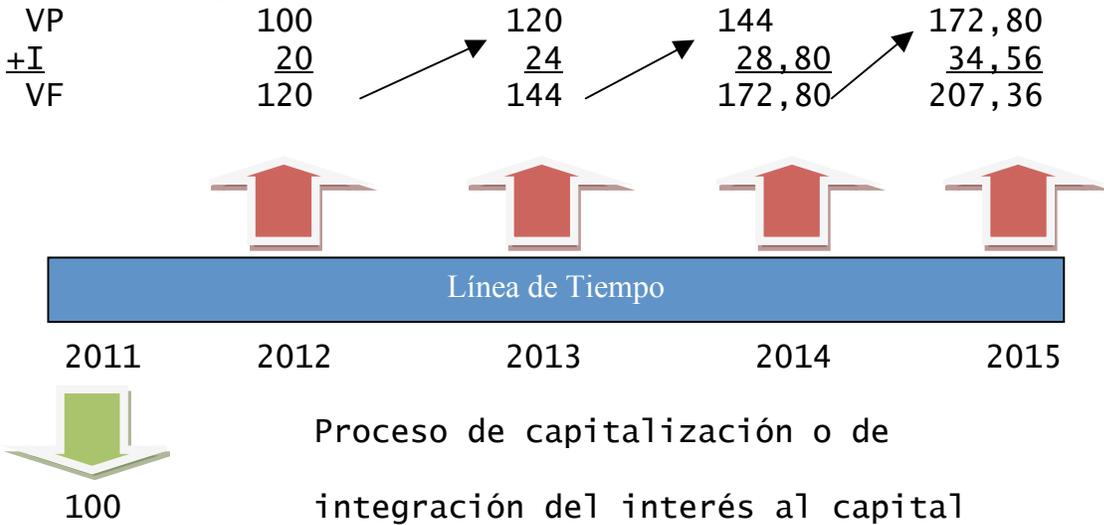
### DIFERENCIA ENTRE INTERES SIMPLE E INTERES COMPUESTO

En el siguiente diagrama de flujo de caja se puede observar la diferencia entre estos dos tipos de interés:  
Supóngase que en 2011 se invierten \$100 al 20% anual, durante 4 años.

Interés Simple:  $I = \$100 * 0,2 * 1$      $I = \$20$  cada año



**Interés Compuesto**



El mismo proceso de capitalización se muestra en una tabla:

Tabla de Capitalización de Intereses

Año	Valor Presente	Interés periódico	Valor Futuro
2012	\$100	$\$100 \cdot 20\% = \$20$	$\$100 + \$20 = \$120$
2013	\$120	$\$120 \cdot 20\% = \$24$	$\$120 + \$24 = \$144$
2014	\$144	$\$144 \cdot 20\% = \$28,80$	$\$144 + \$28,80 = \$172,80$
2015	\$172,80	$\$172,80 \cdot 20\% = \$34,56$	$\$172,80 + \$34,56 = \$207,36$

## FORMULAS

$$VF = VP(1 + ip)^n$$
$$VP = \frac{VF}{(1 + ip)^n}$$
$$VP = VF(1 + ip)^{-n}$$
$$ip = \left(\frac{VF}{VP}\right)^{1/n} - 1$$
$$n = \frac{\ln\left[\frac{VF}{VP}\right]}{\ln(1 + ip)}$$

## DEMOSTRACION

$$VF = \$100(1 + 0,2)^4 = \$207,36$$
$$VP = \$207,36(1 + 0,2)^{-4} = \$100$$
$$ip = (\$207,36 / \$100)^{1/4} - 1 = 20\% \text{ EA}$$
$$n = \frac{\ln(207,36/100)}{\ln(1 + 0,2)} = \frac{0,7292862271}{0,1823215567} = 4 \text{ años}$$

## TASA NOMINAL

Se define como la Tasa Anual que Capitaliza intereses varias veces al año. También se dice que la Tasa Nominal es indicativa, esto es, solo existe de nombre, por cuanto no es aplicable directamente en ninguna fórmula y tampoco muestra el verdadero costo financiero de la operación.

## EXPRESIONES DE LA TASA NOMINAL

La Tasa Nominal se expresa así:

El valor porcentual de la tasa va seguido de la periodicidad de pago periódica de intereses indicando si se reconocen al principio o al final de la operación.

Veamos:

Valor (Ejemplos hipotético)	Intereses		Nomenclatura utilizada en esta cartilla
	Frecuencia de Liquidación	Modalidad de Pago	
36.12%	Nominal Anual Capitalizable Diaria	Vencido	Nominal Diaria Vencida (NDV)
24.15%	Nominal Anual Capitalizable Diaria	Anticipado	Nominal Diaria Anticipada (NDA)
18.54%	Nominal Anual Capitalizable Mensual	Vencido	Nominal Mensual Vencida (NMV)
14.89%	Nominal Anual Capitalizable Mensual	Anticipado	Nominal Mensual Anticipada (NMA)
24.21%	Nominal Anual Capitalizable Trimestral	Vencido	Nominal Trimestral Vencida (NTV)
14.32%	Nominal Anual Capitalizable Trimestral	Anticipado	Nominal Trimestral Anticipada (NTA)
24.26%	Nominal Anual Capitalizable Semestral	Vencido	Nominal Semestral Vencida (NSV)
18.47%	Nominal Anual Capitalizable Semestral	Anticipado	Nominal Semestral Anticipada (NSA)
25.13%	Nominal Anual Capitalizable Anual	Vencido	Nominal Anual Vencida (NAV)
14.52%	Nominal Anual Capitalizable Anual	Anticipado	Nominal Anual Anticipada (NAA)

### VECES AL AÑO QUE CAPITALIZA INTERESES UNA TASA NOMINAL

Por definición, una Tasa Nominal es Anual y ella misma indica cuantas veces reconoce la capitalización de intereses en un año.

Si la Tasa es	entonces Número de veces que Capitaliza intereses en un año será:
Nominal Diaria	360 veces al año (en papeles de Bolsa) ó 365 veces al año (en operaciones bancarias)
Nominal Mensual	12 veces al año (1 año = 12 meses)
Nominal Semanal	52 veces al año (1 año = 52 semanas) ó 53 veces al año (1 año = 53 semanas)
Nominal Quincenal	24 veces al año (1 año = 24 quincenas)
Nominal Bimestral	6 veces al año (1 año = 6 bimestres)
Nominal Cuatrimestral	3 veces al año (1 año = 3 cuatrimestres)
Nominal Trimestral	4 veces al año (1 año = 4 trimestres)
Nominal Semestral	2 veces al año (1 año = 2 semestres)
Nominal Anual	1 vez al año

## INTERES ANTICIPADO E INTERES VENCIDO

El sistema financiero colombiano ofrece la modalidad de pago de intereses al principio ó al final aunque ésta última tiende a ser la forma más acogida.

Ejemplo:

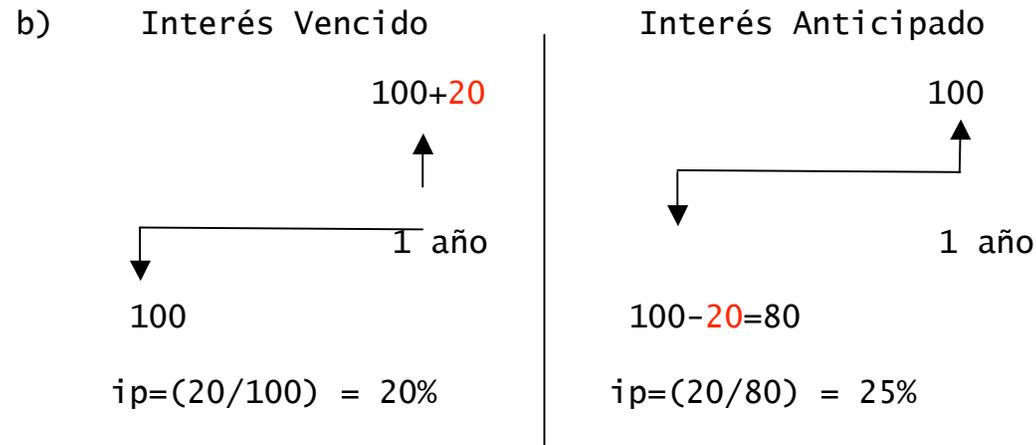
Si se toma un préstamo de \$100, al 20% anual y a un año, determinar:

- El interés a pagar al principio y/o al final
- Que modalidad de interés es más ventajosa para un banco, es decir, que tasa está cobrando en cada una de las modalidades

Solución:

a)  $I = VP * i * t$   
 $I = \$100 * 0,2 * 1$   
 $I = \$20$

Los \$20 se pagan ya sea al principio ó al final del año



En el primer caso, el banco desembolsa hoy \$100 y al final del año recibe \$20 por intereses, lo cual representa una tasa del 20% anual vencido.

En el segundo caso, el banco presta neto hoy \$80 (ya ha deducido los intereses) lo cual equivale a una tasa del 25% anual anticipado.

El interés anticipado resulta más ventajoso para el banco por cuanto: a) la tasa es mayor y b) hoy mismo dispone de \$20 que puede colocar (prestar o invertir).

En cuanto al préstamo con interés vencido, el banco debe esperar un año a que el cliente cancele capital e interés.

## TASA PERIODICA Y TASA EFECTIVA ANUAL

La UNICA tasa que se aplica en CUALQUIER fórmula es la Tasa Periódica (ip).

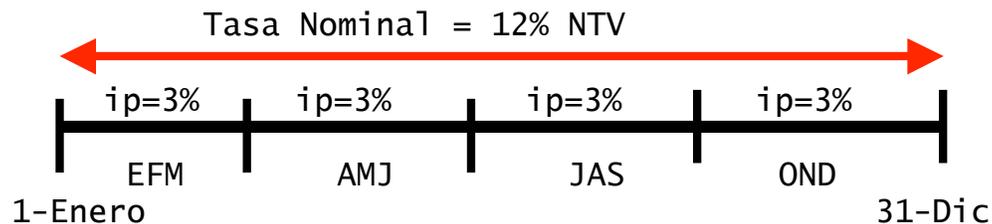
La Tasa Periódica (ip) puede tener su origen:

- Independientemente, si el caso la presenta como un dato.  
Por ejemplo, se dice que una cuenta de ahorro paga intereses a la tasa del 2% periódica mensual.
- Proviene de la Tasa Nominal cuando se indica la frecuencia de liquidación de intereses.

Así por ejemplo, un Certificado de Depósito a Término reconoce intereses al 12% Nominal Trimestre Vencido (12% NTV), lo cual significa que la tasa periódica es del  $12\%/4=3\%$  periódica trimestral.

Veamos:

- Si la tasa es 12% NTV, recordamos que 1 año=4 trimestres y que en cada trimestre se liquidan y capitalizan intereses al 3 por ciento. Gráficamente:



Se deduce que:

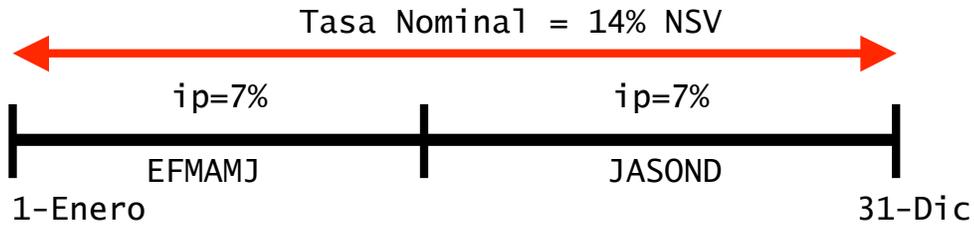
$$\text{Tasa Periódica} = \frac{\text{Tasa Nominal}}{\text{Periodos}}$$

$$ip = \frac{\text{Nom}}{P}$$

$$\text{Tasa Nominal} = \text{Tasa Periódica} * \text{Periodos}$$

$$\text{Nom} = ip * P$$

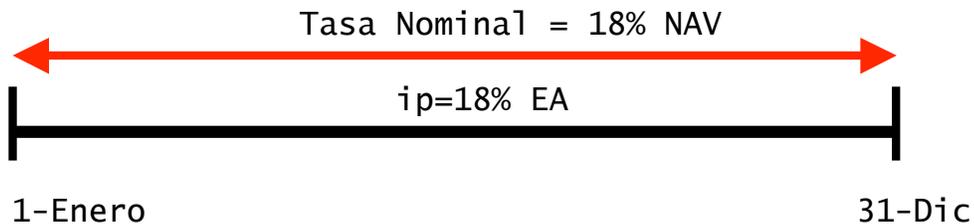
b) Si la Tasa es 14% NSV, entonces,  $i_p=7\%$  periódica semestral.



$$i_p = \frac{\text{NOM}}{P} = \frac{14\%}{2} = 7\% \text{ p. semestral}$$

Cada semestre se liquidan y pagan intereses al 7%, por ello se denomina “periódica semestral”

c) Si la tasa es del 18% NAV, entonces la tasa periódica es del 18% efectiva anual:



$$i_p = \frac{\text{NOM}}{P} = \frac{18\%}{1} = 18\% \text{ Efectiva Anual}$$

Cada año se liquidan y pagan intereses al 18%, por ello se denomina “Efectiva Anual”

## Ejemplo

Una persona dispone de \$2 millones y desea invertirlos a un año. Las opciones son:

- 12% NMV
- 12% NBV
- 12% NTV
- 12% NSV
- 12% BAV

¿Cuál es la mejor alternativa? ¿Por qué?

Solución:

Tasa Nominal	$ip = \frac{NOM}{P}$	$n$ $VF=VP(1+ip)$
12% NMV	12% / 12 = 1% p.m.	12 $VF=\$1.000.000(1+0,01)=\$1.126.825$
12% NBV	12% / 6 = 2% p.b.	6 $VF=\$1.000.000(1+0,02)=\$1.126.162$
12% NTV	12% / 4 = 3% p.t.	4 $VF=\$1.000.000(1+0,03)=\$1.125.509$
12% NSV	12% / 2 = 6% p.s	2 $VF=\$1.000.000(1+0,06)=\$1.123.600$
12% NAV	12% / 1 = 12% EA	1 $VF=\$1.000.000(1+0,12)=\$1.120.000$

Análisis:

- La Tasa Nominal es única (12%) aunque tiene distintos periodos de capitalización.
- La Tasa Nominal indica en cada caso, el número de periodos de capitalización (P) en un año.
- Se obtiene la Tasa Periódica y se denota con letras minúsculas.
- La Tasa Nominal Anual, es la misma tasa Efectiva Anual (en este caso es del 12%).
- Aunque se debería llamar 12% periódica anual, en términos financieros se denomina "Efectiva Anual"
- La tasa Efectiva anual se puede escribir así:  
12% ó  
12% EA

Todas las tasas periódicas deben tener escrito su periodo de pago, pues no tenerlo equivale a interpretar la tasa como Efectiva Anual.

Por ejemplo:

Supóngase que usted prestó determinada suma de dinero a un amigo a la tasa del 10% mensual ( $ip=10\%$  p.m.)

Por un olvido, usted escribió simplemente  $ip=10\%$ , es decir, se omitió la periodicidad de pago.

Su amigo y cualquier Juez, interpreta, con justa razón, que la tasa es Efectiva Anual.

La consecuencia es que usted en vez de recibir intereses cada mes, recibirá intereses cada año.

Significativa la pérdida de dinero ¿verdad?

SOLUCION

- La tasa NMV es la mejor opción para invertir, toda vez que general el mayor valor esperado.
- La razón que explica este resultado es que capitaliza intereses 12 veces al año. La tasa NAV tan solo paga intereses una sola vez al año y general el menor rendimiento.

## TASAS EQUIVALENTES

Dos tasas de interés, con diferente periodicidad, son equivalentes en un año, si producen el mismo valor final (monto)

Ejemplo:

El banco A reconoce intereses a la tasa del 2% p.m.

¿Cuál es la tasa de interés periódica trimestral que debe reconocer el Banco B a fin de pagar exactamente lo mismo que el banco A?

Solución:

El Banco B debe reconocer una tasa del 6,1208% p.t.

Comprobación:

Supóngase que se depositan \$100 en el Banco A y \$100 en el banco B

Al final de un año cada banco debe reconocer:

$$\text{Banco A: } VF = \$100(1+0,02)^{12} = \$126,82$$

$$\text{Banco B: } VF = \$100(1+0,061208)^4 = \$126,82$$

Obsérvese que:

- Los bancos cambian las tasas y afirman que una es mejor que la otra en términos porcentuales.
- Los clientes (inversionistas) se confunden: no saben a cuál banco acudir con su dinero.
- Al final, cada banco paga la misma cantidad de dinero.

¿Cómo se procede al cálculo de las Tasas Equivalentes?

**Caso: Las dos tasas son vencidas**

$$(1+ip)^n = (1+ip)^n$$

Ejemplo:

Conocida la tasa del 2% p.m (vencida)      => tasa conocida  
hallar la tasa equivalente,  
periódica trimestral (vencida)              => tasa desconocida

$$(1+ip)^n = (1+ip)^n$$

$$(1+0,02)^{12} = (1+ip)^4 \quad \text{la incógnita es } ip \text{ (tasa p.t.)}$$

$$(1+0,02)^{12/4} = (1+ip)^{4/4} \quad \text{Se dividen los exponentes por 4}$$

$$(1+0,02)^3 = (1+ip)^1 \quad \text{quedando como resultado}$$

$$(1+0,02)^3 = 1+ip \quad \text{es lo mismo que la expresión anterior}$$

$$(1+0,02)^3 - 1 = ip \quad \text{la incógnita queda despejada}$$

$$ip = 6,1208\% \text{ p.t} \quad \text{y esta es la respuesta}$$

## Caso: Una tasa es vencida y la otra tasa es anticipada

$$(1+ip)^n = (1-ip)^{-n}$$

Ejemplo:

Conocida la tasa del 10% p.s. vencida, => tasa conocida  
Hallar la tasa equivalente,  
Periódica mensual anticipada. => tasa desconocida

$$(1+0,1)^2 = (1-ip)^{-12}$$

$$(1+0,1)^{2/-12} = (1-ip)^{-12/-12} \quad \text{se dividen los exponentes por } -12$$

$$(1+0,1)^{2/-12} = (1-ip)^1$$

$$(1+0,1)^{2/-12} = 1-ip$$

$$(1+0,1)^{2/-12} - 1 = -ip$$

$ip=1,57595282902\%$  p.m. anticipada

Si se invierten \$100 en cada banco, se tiene en un año:

$$\text{Banco A: } VF = \$100(1+0,10)^2 = \$121$$

$$\text{Banco B: } VF = \$100(1-0,01575952822902)^{-12} = \$121$$

Luego se concluye que las dos tasas son equivalentes:

El 10% p.s. es equivalente al 1,57595282902% p.m. anticipada

## Caso: Las dos tasas son anticipadas

$$(1-ip)^{-n} = (1-ip)^{-n}$$

## Ejemplo

Conocida la tasa del 5% p.t. anticipada, => tasa conocida  
Hallar la tasa equivalente,  
Periódica semestral anticipada. => tasa desconocida

$$(1-0,05)^{-4} = (1-ip)^{-2}$$

$$(1-0,05)^{-4/-2} = (1-ip)^{-2/-2}$$

$$(1-0,05)^{-4/-2} = (1-ip)^1$$

$$(1-0,05)^{-2} = 1-ip$$

$$(1-0,05)^{-2} - 1 = -ip$$

$ip=9,75\%$  p.s. anticipada

Ahora se comprobará la equivalencia:

$$\text{Banco A: } VF = \$100(1-0,05)^{-4} = \$122,77$$

$$\text{Banco B: } VF = \$100(1-0,0975)^{-2} = \$122,77$$

Luego las dos tasas son equivalentes

## Caso: Una tasa nominal y una tasa periódica

### Ejemplo

Dada la tasa del 28% NTV, => tasa conocida  
Hallar la tasa equivalente,  
Efectiva anual. => tasa desconocida

Solución:

La tasa nominal se pasa a tasa periódica:

$$28\%/4 = 7\% \text{ p.t}$$

$$(1+0,07)^4 = (1+ip)^1$$

$$(1+0,07)^4 = 1+ip$$

$$(1+0,07)^4 - 1 = ip$$

$$ip=31,079601\% \text{ EA}$$

Comprobación:

$$\text{Banco A: VF}=\$100(1+0,07)^4 =\$131,07$$

$$\text{Banco B: VF}=\$100(1+0,31079601)^1 =\$131,07$$

Luego las dos tasas son equivalentes

### Caso: Una tasa periódica y una tasa nominal

Ejemplo

Dada la tasa del 2,5% p.m.           => tasa conocida  
Hallar la tasa equivalente,  
Nominal Semestral Vencida.       => tasa desconocida

Solución

$$(1+0,025)^{12} = (1+ip)^2$$

$$(1+0,025)^{12/2} = (1+ip)^{2/2}$$

$$(1+0,025)^6 = (1+ip)^1$$

$$(1+0,025)^6 = 1+ip$$

$$(1+0,025)^6 - 1 = ip$$

$$ip=15,9693418213\% \text{ p.s.}$$

Recuérdese que: Nominal = ip \* P

$$\text{Nominal} = 15,9693418213\% \text{ p.s.} * 2 = 31,938683\% \text{ NSV}$$

## TASA REAL

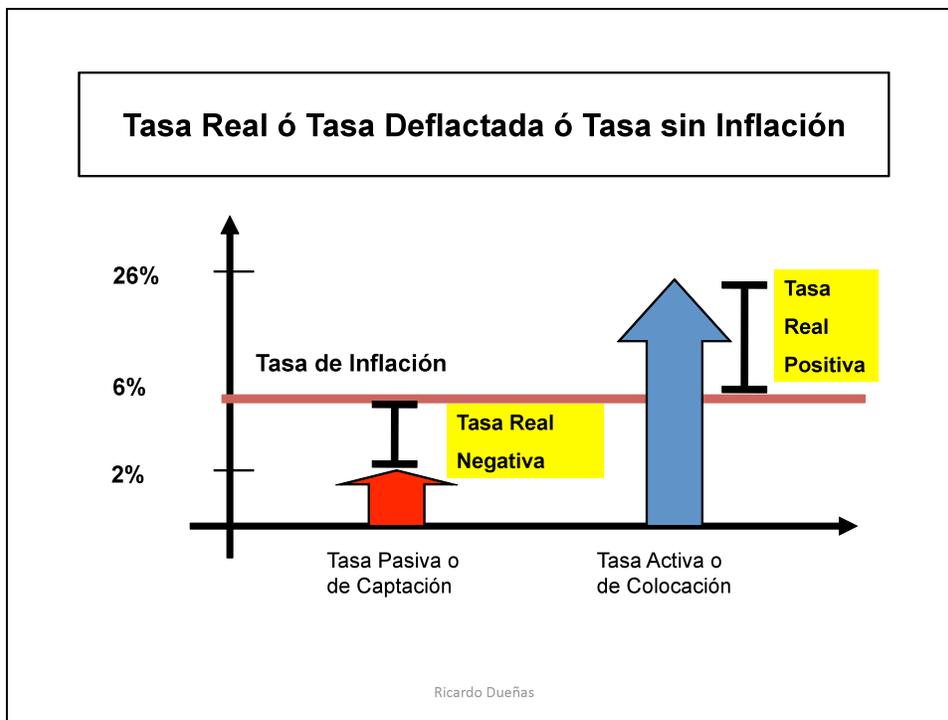
Supóngase que una persona invirtió su capital, con plazo de un año y a la tasa del 5% EA.

Durante ese año, se registró en la economía un incremento generalizado en el nivel de precios (inflación) del 5 por ciento.

En términos reales ¿cuánto ganó ó cuanto perdió?

Respuesta: no ganó pero tampoco perdió.  
La tasa de rentabilidad fue igual a la tasa de inflación.

Ahora analice el siguiente gráfico:



Usted deposita sus ahorros en un banco, a la tasa del 2% EA. Durante el año, la inflación creció en el 6 por ciento. Descontando la inflación: ¿usted ganó ó perdió?

La respuesta es: en términos reales, usted perdió por cuanto la tasa de ahorro no alcanzó a la tasa de inflación.

La tasa de rentabilidad sin inflación es negativa.

Ahora analice: el banco tomó su dinero y lo prestó a un empresario a la tasa del 26% EA.

Descontando la inflación: ¿el banco ganó ó perdió?

La respuesta es: en términos reales, el banco ganó por cuanto la tasa del préstamo fue mayor que la tasa de inflación.

La tasa de rentabilidad sin inflación es positiva.

De manera que las decisiones de inversión se deben tomar simplemente COMPARANDO la tasa de rentabilidad con la tasa de inflación.

¿Su salario aumentó más que la tasa de inflación?  
En términos reales ¿su salario aumentó?

Cuantificación de la Tasa Real

Fórmula

$$\text{Tasa Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$

Ejemplo

Si la tasa de interés es del 5% y la tasa de inflación es del 5% ¿cuál es la tasa real?

Solución

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{0,05 - 0,05}{1 + 0,05}$$

$$\text{Tasa\_Real} = 0$$

## Ejemplo

Si la tasa de ahorro es del 2% y la tasa de inflación es del 6% ¿cuál es la rentabilidad real?

## Solución

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{0,02 - 0,06}{1 + 0,06}$$

Tasa\_Real = -3,77% es decir, en relación a la inflación, la cuenta de ahorro está pagando 3,77% menos.

## Ejemplo

Un banco presta al 26%, en tanto que la inflación es del 6 por ciento. ¿Cuál es la rentabilidad real que obtiene el banco?

## Solución

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{0,26 - 0,06}{1 + 0,06}$$

Tasa\_Real = 18,867% lo cual indica que descontando la tasa de inflación, el banco obtiene una rentabilidad real positiva de 18,867% por encima de la inflación.

## Ejemplo

Un inversionista desea obtener una tasa real del 10 por ciento. Si la tasa de inflación es del 4% ¿Qué tasa de interés debe buscar en el mercado?

## Solución

$$\text{Tasa\_Real} = \frac{\text{Tasa de Interés} - \text{Tasa de Inflación}}{1 + \text{Tasa de Inflación}}$$

$$0,10 = \frac{ip - 0,04}{1 + 0,04}$$

Luego

$$ip = 14,4\%$$

El inversionista debe colocar sus recursos a la tasa del 14,4% a fin de obtener una rentabilidad real positiva del 10 por ciento.

### COMPONENTES DE LA TASA DE INTERES

Tres (3) son los elementos que componen una Tasa de Interés:

- La Tasa de Inflación
- La Tasa Real
- La Tasa de Riesgo

Suponga que un amigo le solicita en préstamo determinada cantidad de dinero. ¿Qué tasa de interés usted cobraría?

Aspectos a considerar:

- a) Usted debe prestar dinero a una tasa de interés superior a la tasa de inflación.
- b) Usted debería obtener una tasa real positiva
- c) Usted corre riesgo (probabilidad de pérdida) cuando presta su dinero.

Por consiguiente:

$$ip = (1 + i\text{Inflación})(1 + i\text{Real})(1 + i\text{Riesgo}) - 1$$

Ejemplo:

Si la inflación es del 4% y un prestamista desea ganar una rentabilidad real de 6% y el nivel de riesgo es del 20% ¿Qué tasa de interés debe exigir?

Solución:

$$ip = (1 + 0,04)(1 + 0,06)(1 + 0,2) - 1$$
$$ip = 32,288\%$$

Ejemplo:

Una inversión se pactó al 20%, cuando la tasa de inflación es del 3% y el nivel de riesgo es del 10 por ciento.  
¿Qué tasa real están cargando en la operación?

Solución:

$$0,2 = (1 + 0,03)(1 + iReal)(1 + 0,1) - 1$$

De donde:

$$iReal = \frac{0,2 + 1}{(1 + 0,03)(1 + 0,1)} - 1$$

$$iReal = 5,9135\% \text{ EA Real Positiva}$$

Comprobación:

$$0,2 = (1 + 0,03)(1 + 0,059135)(1 + 0,1) - 1$$
$$0,2 = 0,2$$

## ECUACIONES DE VALOR

Una ecuación es una igualdad, y en MATEMATICAS FINANCIERAS esta igualdad se manifiesta como:  
La suma de los ingresos es igual a la suma de los egresos en un punto de comparación en el tiempo llamado Fecha Focal.

### Cálculo de un pago

A la tasa de interés que permite desplazar los flujos de efectivo de un periodo a otro periodo se le denomina Tasa de rendimiento del dinero.

## Ejemplo

Una persona tiene las siguientes deudas:

- Al banco A le debe \$5.000, con plazo de 6 meses
- Al banco B le debe \$10.000 con plazo de 12 meses

Por problemas de liquidez, la persona acuerda hacer un solo pago en el mes 20, reconociendo un rendimiento del 2% p.m.  
¿Cuál es el valor del pago?

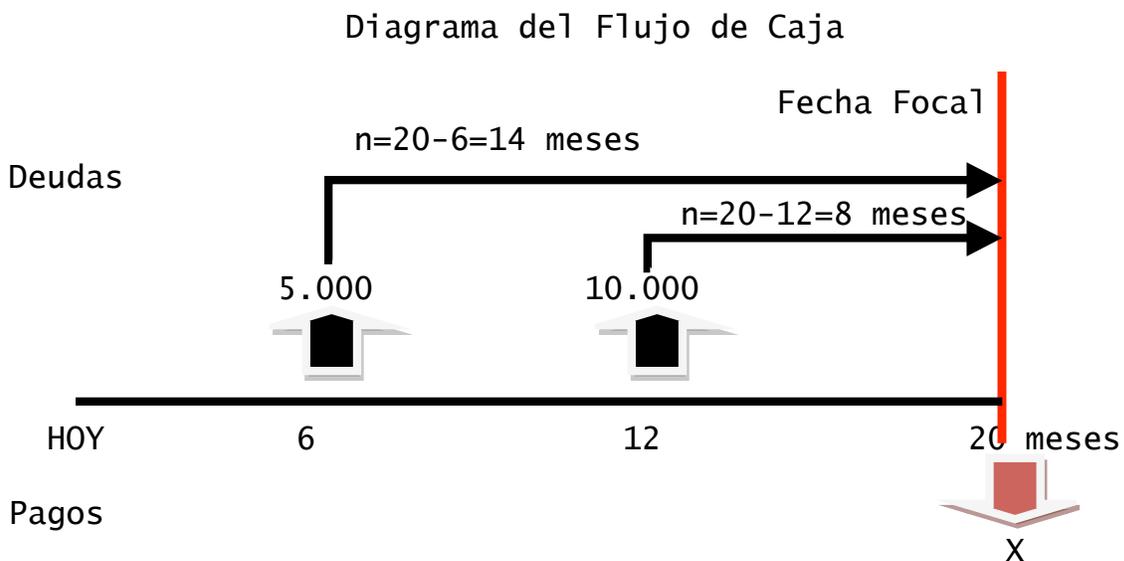
Solución incorrecta:

Valor a pagar = \$5.000+\$10.000=\$15.000

Se suman pesos de distintos meses.

Se desconoce que el dinero tiene un rendimiento en el tiempo que corresponde a la tasa de interés.

Solución correcta:



Se fija la fecha focal al final (mes 18)

La suma de las deudas = La suma de los pagos
En la fecha focal                      En la fecha focal

Deuda 1:  $VF=5.000(1+0,02)^{14} = \$5.630,81 \Rightarrow$  pesos del mes 20

Deuda 2:  $VF=10.000(1+0,02)^8 = \$11.716,59 \Rightarrow$  pesos del mes 20

Total a pagar                      \$17.347,40  $\Rightarrow$  pesos del mes 20

## Ejemplo

Un empresario tiene las siguientes deudas:

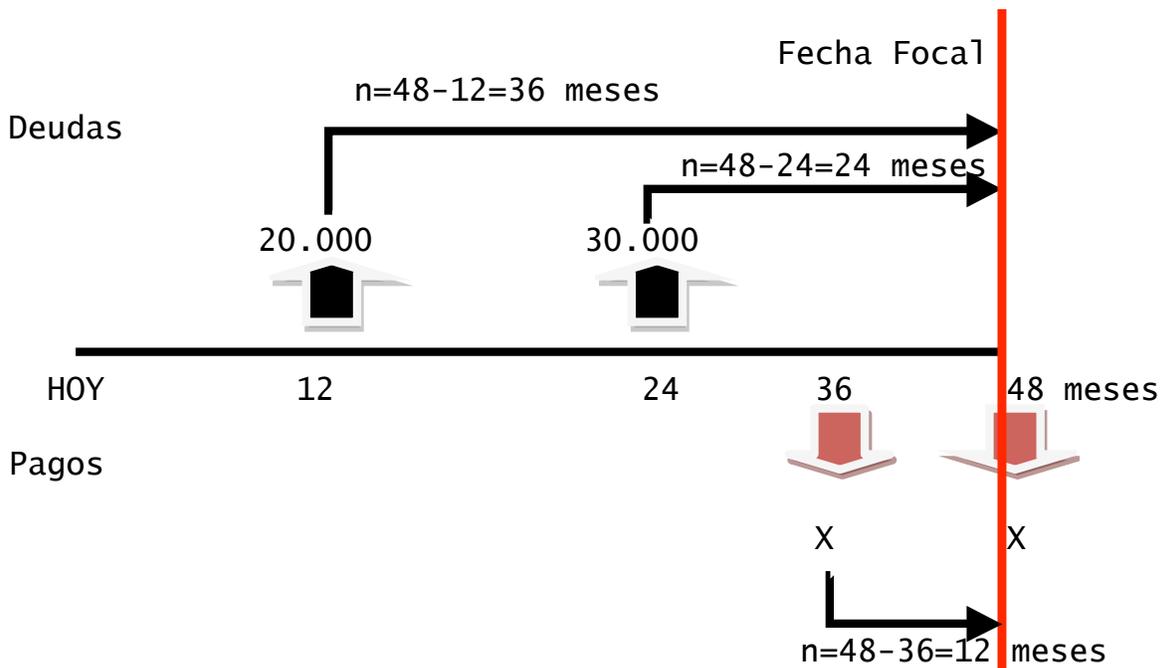
- Debe \$20.000, a 12 meses
- Debe \$30.000, a 24 meses

Para cancelar esas deudas se compromete a realizar dos pagos iguales de \$X cada uno en los meses 36 y 48, con una tasa de rendimiento del 1% p.m.

Determinar el valor de cada pago

## Solución

### Diagrama del Flujo de Caja



X= el valor de cada pago (los pagos son iguales)

Se fija la fecha focal al final (mes 48)

La suma de las deudas=la suma de los pagos  
 En la fecha focal En la fecha focal

$$\text{Deuda 1: } VF=20.000(1+0,01)^{36}=\$28.615,38 \Rightarrow \text{ pesos del mes 48}$$

$$\text{Deuda 2: } VF=30.000(1+0,01)^{24}=\$38.092,04 \Rightarrow \text{ pesos del mes 48}$$

$$\text{Pago 1: } VF=X(1+0,01)^{12} \Rightarrow 1,12682503013X \Rightarrow \text{ pesos del mes 48}$$

$$\text{Pago 2: } VF=X \Rightarrow \text{ pesos del mes 48}$$

La ecuación, en pesos del mes 48, se plantea así:

$$\$28.615,38 + \$38.092,04 = 1,12682503013X + X$$

$$\$66.707,42 = 2,12682503013X$$

De donde

$$X = \frac{\$66.707,42}{2,12682503013} = \$31.364,79$$

El valor del pago en el mes 36 es de \$31.364,79

El valor del pago en el mes 48 es de \$31.364,79

Comprobación:

La suma de las deudas=La suma de los pagos  
 En la fecha focal En la fecha focal

$$\begin{array}{cccc} & 36 & 24 & 12 \\ \$20.000(1+0,01)^{36} + \$30.000(1+0,01)^{24} & = & \$31.364,79(1+0,01)^{12} + \$31.364,79 \\ \text{Pesos del} & \text{Pesos del} & \text{Pesos del} & \text{Pesos del} \\ \text{Mes 48} & \text{Mes 48} & \text{Mes 48} & \text{Mes 48} \end{array}$$

$$\$28.615,38 + \$38.092,04 = \$35.342,63 + \$31.364,79$$

$$\$66.707,42 = \$66.707,42$$

Luego es cierto que el valor de cada pago es de \$31.364,79

## Cálculo de la Tasa de Interés

En Finanzas es muy común tomar decisiones de inversión, ahorro y crédito, tomando como referente la tasa de interés. Así por ejemplo, un inversionista no estaría interesado en colocar su capital en una opción que le rente menos del 20% efectivo anual, por cuanto en todos sus negocios él está acostumbrado a ganar una tasa del 20% ó más.

Supóngase que le invitan a invertir \$1.000.000 en un negocio y le prometen que recibirá \$800.000 dentro de 6 meses y \$900.000 dentro de 12 meses.

¿Le convendrá al inversionista depositar su dinero?  
¿Qué tasa de rentabilidad tiene ese negocio?

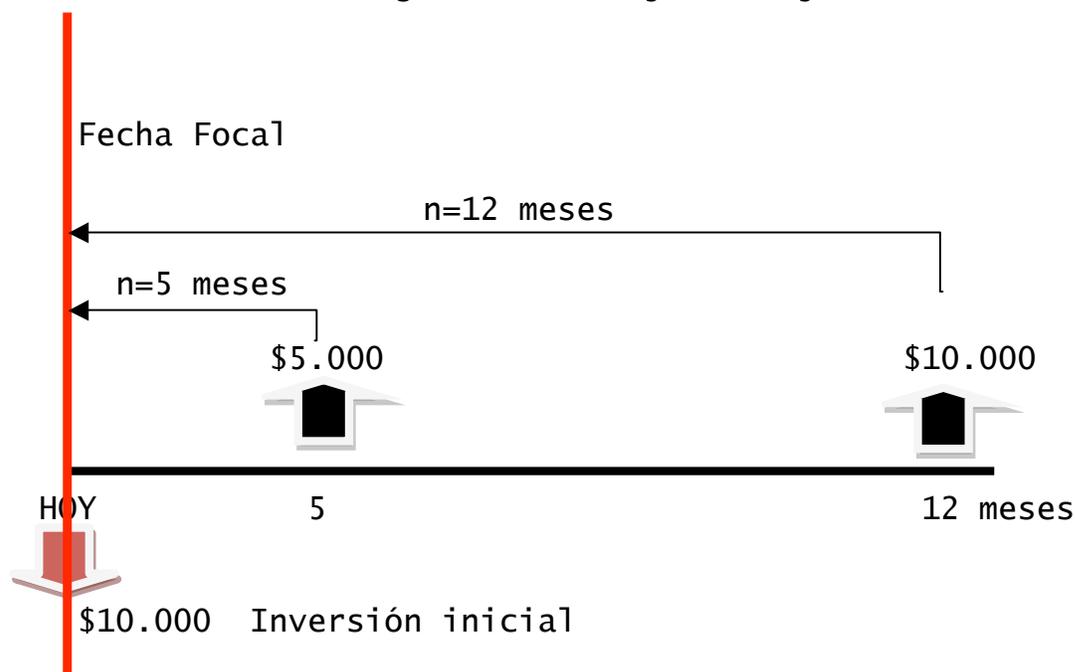
El tema es entonces determinar la tasa de interés a fin de tomar la mejor decisión.

### Ejemplo

Una inversión hoy de \$10.000 devuelve \$5.000 dentro de 5 meses y \$10.000 dentro de un año.  
¿Cuál es la tasa de rentabilidad?

### Solución

#### Diagrama del Flujo de Caja



Se determina la fecha focal. (en este caso en el día de Hoy)

Luego se plantea la ecuación fundamental:

La suma de las inversiones = La suma de los ingresos En la fecha focal                      En la fecha focal
--

$$\$10.000 = \$5.000(i+ip)^{-5} + \$10.000(1+ip)^{-12}$$

Pesos de Hoy = Pesos de Hoy + Pesos de Hoy

La ecuación se iguala a cero

$$0 = \$5.000(i+ip)^{-5} + \$10.000(1+ip)^{-12} - \$10.000$$

Tasa Interna de Retorno (TIR)

Con ello se indica que  
0= ingresos - Egresos  
Es decir el Valor Presente Neto (VPN)= 0

Valor Presente significa que el flujo de caja se expresa en pesos de hoy  
Neto indica que de los ingresos se restan los egresos y el resultado es una cifra neta (positiva ó negativa)

¿Cuál es el valor de la tasa que hace exactamente Valor Presente Neto=0?

La tasa de interés que permite hacer VPN=0 se denomina Tasa Interna de Retorno (TIR)

En otros términos:  
¿Cuál es el valor de la Tasa Interna de Retorno (TIR) del proyecto?

Teorema:

$$\text{VPN}(\text{TIR})=0$$

El Valor Presente Neto calculado con la Tasa Interna de Retorno siempre es igual a cero

Para determinar la TIR se hacen hipótesis, toda vez que no se sabe cuál es el valor.

Supuestos:

a) Supongamos que ip asume el valor de 1%

$$\text{VPN} = \$5.000(i+0,01)^{-5} + \$10.000(1+0,01)^{-12} - \$10.000$$

VPN= +3.631,82 con ip=1% se tiene que VPN=\$3.631,82  
VPN no es igual a cero  
Luego la TIR no es 1%

b) Supongamos que ip asume el valor de 2%

$$\text{VPN} = \$5.000(i+0,02)^{-5} + \$10.000(1+0,02)^{-12} - \$10.000$$

VPN= +2.413,59 con ip=2% se tiene que VPN=\$2.413,59  
VPN no es igual a cero  
Luego la TIR no es 2%

c) Supongamos que ip asume el valor de 3%

$$\text{VPN} = \$5.000(i+0,03)^{-5} + \$10.000(1+0,03)^{-12} - \$10.000$$

VPN= 1.326,84 con ip=3% se tiene que VPN=\$1.326,84  
VPN no es igual a cero  
Luego la TIR no es 3%

d) Supongamos que ip asume el valor de 4%

$$\text{VPN} = \$5.000(i+0,04)^{-5} + \$10.000(1+0,04)^{-12} - \$10.000$$

VPN= 355,60 con ip=4% se tiene que VPN=\$355,60  
VPN no es igual a cero  
Luego la TIR no es 4%

e) Supongamos que ip asume el valor de 5%

$$VPN = \$5.000(i+0,05)^{-5} + \$10.000(1+0,05)^{-12} - \$10.000$$

VPN=-514 con ip=5% se tiene que VPN=-\$514  
 VPN no es igual a cero  
 Luego la TIR no es 5%

Obsérvese que el valor del VPN cambió de signo  
 (de positivo pasó negativo)

Por consiguiente, la TIR se encuentra entre el 4% y el 5%

Supuestos	
ip	Valor Presente Neto
1%	+ \$3.631,82
2%	+ \$2.413,59
3%	+ \$1.326,84
4%	+ \$355,60
5%	- \$514

Ip1 ←  
 Ip2 ←

⇨ VPN 1  
 ⇨ VPN 2

En este momento se suspenden los supuestos y se continúa con la aplicación de la fórmula que permite determinar el verdadero valor de la Tasa Interna de Retorno.

$$TIR = ip1 - \frac{VPN1 * (ip2 - ip1)}{VPN2 - VPN1}$$

$$TIR = 0,04 - \frac{355,60 * (0,05 - 0,04)}{-514 - 355,60}$$

$$TIR = 4,40\%$$

Comprobación:

$$VPN = \$5.000(i+0,044)^{-5} + \$10.000(1+0,044)^{-12} - \$10.000$$

$$VPN = 0$$

## ANUALIDADES o SERIES UNIFORMES

Una anualidad es una serie uniforme de pagos.

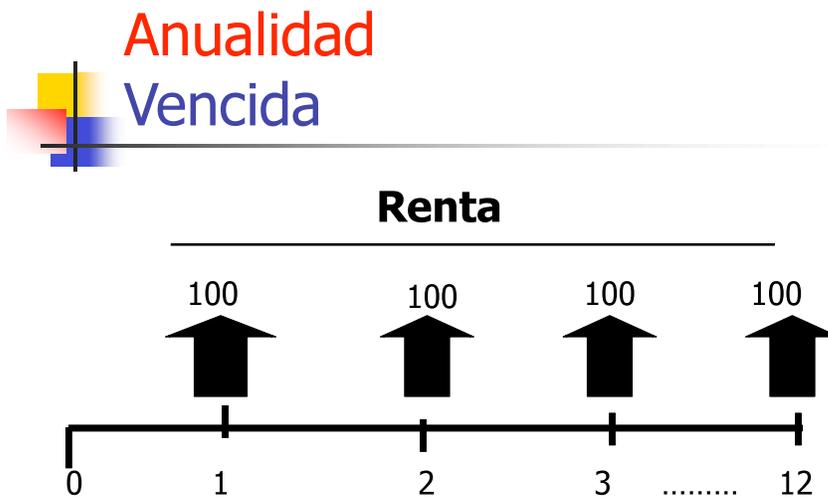
Son características de una anualidad:

- TODOS los pagos son iguales
- Los pagos son hechos en iguales intervalo de tiempo
- La tasa de interés es la misma por periodo de pago.

### ANUALIDAD VENCIDA

Si los pagos son efectuados al final de cada periodo, se habla de Anualidad Vencida.

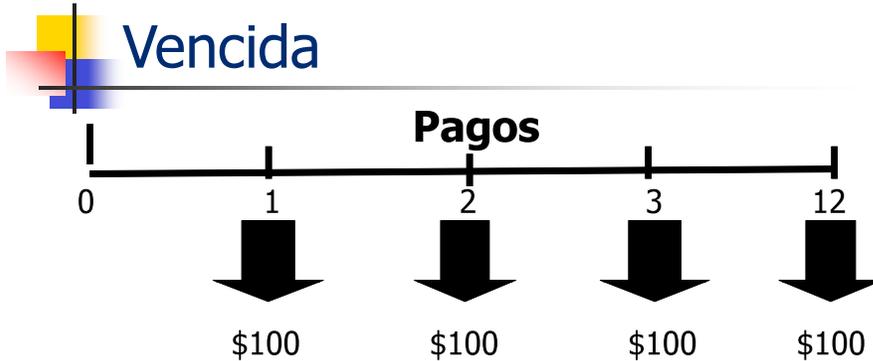
Flujo de Caja



Ejemplos:

- Se recibe cada mes el Interés (Cupón) de un Bono
- Se recibe cada mes el Dividendo de una Acción

# Anualidad Vencida



Ejemplos:

- Amortización de un crédito por el sistema de **cuota fija**.
- **Pago** del salario **fijo** mensual, durante un año.
- **Pago fijo** de un electrodoméstico adquirido a crédito.

En la Anualidad Vencida se puede hallar:

- el valor presente (VP)
- el valor final (VF)
- el valor del pago o Cuota (C)
- la tasa de interés se halla por ensayo y error y aplica la fórmula

Fórmulas para operaciones con Valor Presente

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]$$

$$n = \frac{\log C - \log(C - VP * ip)}{\log(1 + ip)}$$

$$C = \frac{VP}{\left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]}$$

Fórmulas para operaciones con Valor Final

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right]$$

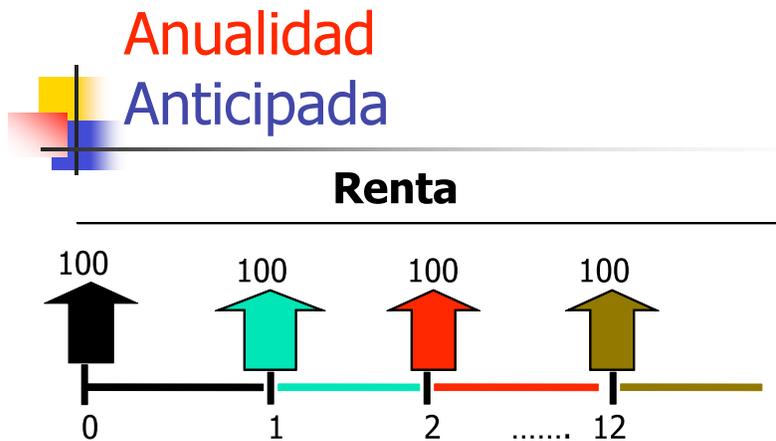
$$n = \frac{\log(VF * ip) - \log C}{\log(1 + ip)}$$

$$C = \frac{VF}{\left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right]}$$

## ANUALIDAD ANTICIPADA

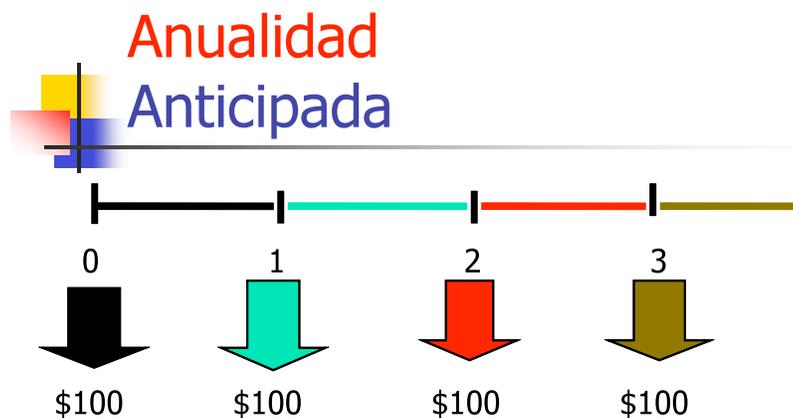
Si los pagos son efectuados al principio de cada periodo, se habla de Anualidad Anticipada.

Flujo de Caja



Ejemplos:

- Suscripción de televisión por cable
- Planes de capitalización



Ejemplos:

- El canon de arriendo de un inmueble.
- El pago de la matrícula .
- El pago de la póliza del seguro.

## Fórmulas para operaciones con Valor Presente

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)$$

$$C = \frac{VP}{\left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[ 1 - \frac{VP * ip}{C(1 + ip)} \right]}{\text{Log}(1 + ip)}$$

## Fórmulas para operaciones con Valor Final

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] (1 + ip)$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[ \frac{VF * ip}{C(1 + ip)} + 1 \right]}{\text{Log}(1 + ip)}$$

$$C = \frac{VF}{\left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] (1 + ip)}$$

### ANUALIDADES GENERALES

Son Anualidades Generales aquellas series uniformes cuya característica se encuentra en el enunciado del ejercicio. Esta particularidad consiste en expresar las variables en distintas magnitudes de tiempo.

Así por ejemplo, la tasa de interés, el tiempo y la cuota requieren que se escriban en un mismo periodo.

#### Ejemplo

Halle el valor presente de una serie de pagos mensuales, iguales y vencidos de \$ 1.000 cada uno, durante un semestre a la tasa de interés del 20% efectivo anual.

(Obsérvese la incompatibilidad del tiempo de cada variable)

## Solución

Básicamente, la solución consiste en trabajar Tasas equivalente.

VP= ?

C=\$1.000 mensuales

n= 1 semestres => n=6 meses

ip=20% => ip=1,5309% p. mensual

(el tiempo se expresa en meses y la tasa de interés se convierte en periódica mensual, puesto que el pago está enunciado en meses)

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]$$

$$VP = 1.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,05309)^{-6}}{0,015309} \right]$$

$$VP = \$5.691,20$$

### ANUALIDADES DIFERIDAS

Su característica consiste en registrar el primer pago, luego de transcurridos varios periodos.

El ejemplo clásico de este tipo de serie uniforme es el pago con tarjeta de crédito. Los periodos en los cuales NO se registran pagos se conoce como Periodo de Gracia (PG).

#### Ejemplo

Se adquiere a crédito un activo por valor de \$10.000 y se conviene en efectuar tres pagos iguales, mensuales y vencidos. El primer pago se realizará después de 4 meses de realizada la compra. Si la tasa de interés es del 1% p.m., determinar el valor de la cuota fija mensual.

## Solución

El valor presente de la anualidad se debe trasladar a la fecha en la cual se hizo la compra.

$$VP = \$10.000$$

$n = 3$  meses (periodos de la anualidad)

$PG = 4$  meses (Periodos de Gracia)

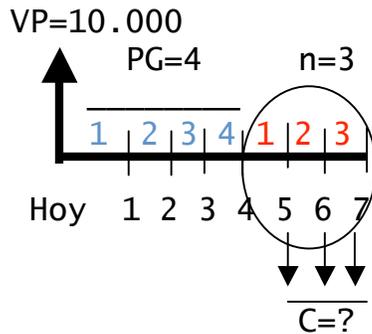
$ip = 1\%$  p.m.

$C = ?$

Fecha

Focal

$ip = 1\%$  p.m.



$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)^{-PG}$$

$$10.000 = C \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-3}}{0,01} \right] (1 + 0,01)^{-4}$$
$$C = \$3.538,28$$

### ANUALIDAD INFINITA (PERPETUA Ó INDEFINIDA)

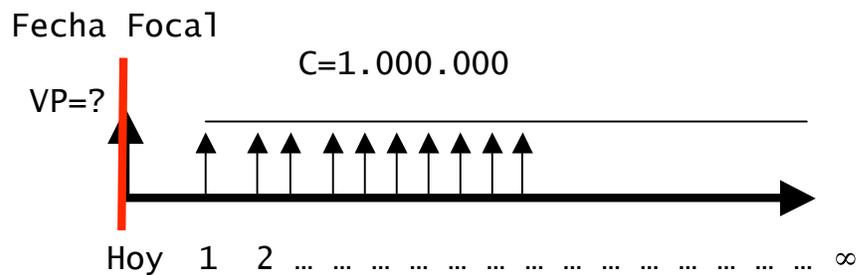
Tal como se indica, la duración de este tipo de serie uniforme es indeterminada.

Ejemplo de estos casos son los proyectos de exploración, extracción y venta de recursos naturales (minas, pozo de petróleo, etc., en los cuales es prácticamente imposible establecer una vida útil o duración)

Ejemplo

Hallar el valor presente de un pozo de gas natural, cuya renta mensual se estima en \$1.000.000  
La tasa de interés es del 2% p.m.

Solución



$$VP = \frac{C}{ip}$$

$$VP = \frac{1.000.000}{0,01}$$

$$VP = \$100.000.000$$

Obsérvese que si la renta es mensual, entonces, la tasa de interés debe ser también mensual

## GRADIENTES O SERIES VARIABLES

Un GRADIENTE es una serie de pagos no constante, es decir, pagos que se caracterizan por ser VARIABLES (crecientes o decrecientes).

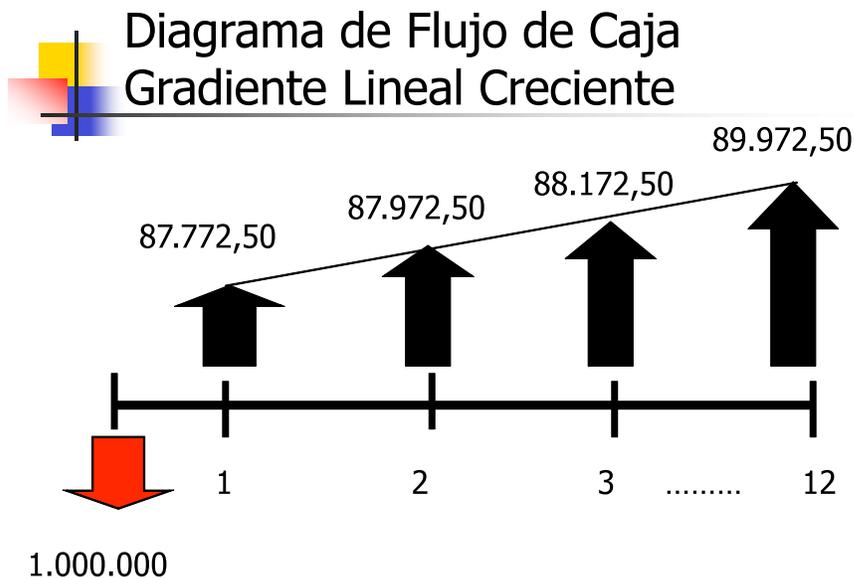
Son características de un Gradiente:

- TODOS los pagos o son crecientes o son decrecientes
- Los pagos crecen o decrecen en una misma cantidad monetaria ò en un mismo porcentaje.
- Los pagos son hechos en iguales intervalo de tiempo
- La tasa de interés es la misma por periodo de pago.

Los Gradientes se clasifican en:

- Gradiente Lineal => si la variación es en PESOS
- Gradiente Geométrico => si la variación es en un PORCENTAJE

### GRADIENTE LINEAL



Características de este flujo de caja:

VP=\$1.000.000

C1 = Cuota 1 = Valor del primer Pago = \$87.772,50

L = Crecimiento Lineal = \$ 200

n= Número de periodos = 12 meses

ip= 1% periódico mensual

### Fórmulas del Gradiente Lineal

$C_n = C_1 + (n - 1)L$  Para determinar el valor del enésimo pago

$$VP = C_1 \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] + \frac{L}{ip} \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} - n(1 + ip)^{-n} \right]$$

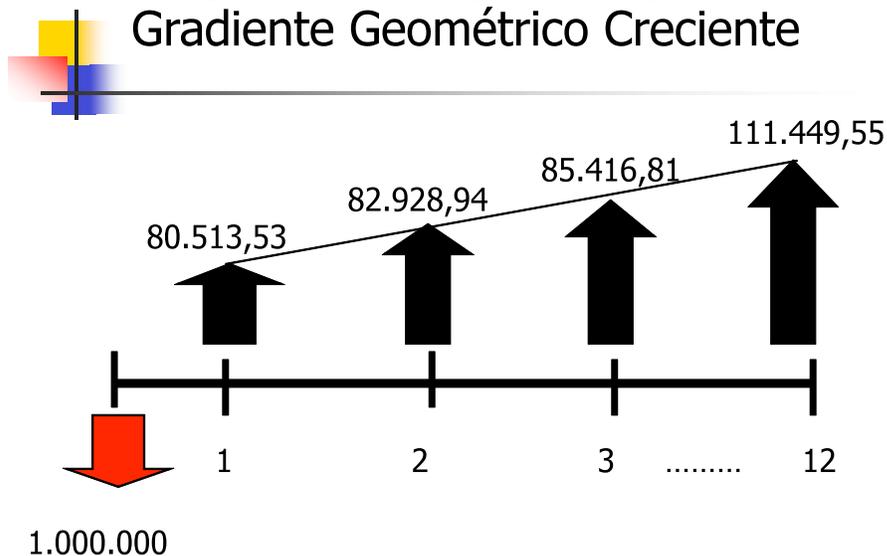
$$VF = C_1 \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] + \frac{L}{ip} \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} - n \right]$$

$$VP = \frac{C_1}{ip} + \frac{L}{ip^2}$$
 Si el gradiente es infinito

### Gradiente Geométrico

Caso G es no es igual a ip

### Diagrama de Flujo de Caja Gradiente Geométrico Creciente



Características de este flujo de caja:

VP=\$1.000.000

C1 = Cuota 1 = Valor del primer Pago = \$80.513,53

G = Crecimiento Geométrico = 3%

n= Número de periodos = 12 meses

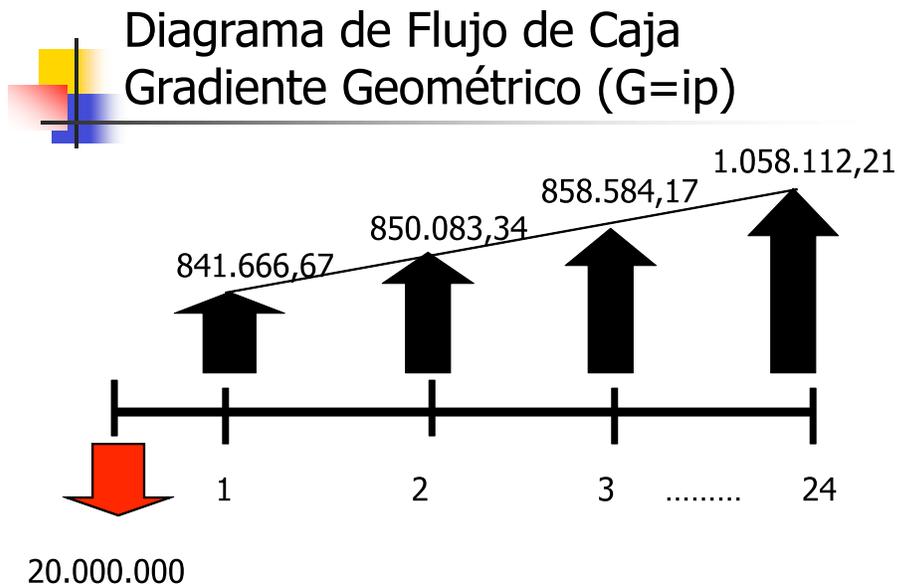
ip= 2% periódico mensual

ATENCIÓN:

En este caso  $G \neq ip$

La tasa de crecimiento de las cuotas mensuales NO es igual a la tasa periódica.

Caso G es igual a ip



Características de este flujo de caja:

VP=\$20.000.000

C1 = Cuota 1 = Valor del primer Pago = \$841.666,67

G = Crecimiento Geométrico = 1%

n= Número de periodos = 12 meses

ip= 1% periódico mensual

ATENCIÓN:

En este caso  $G = ip$

La tasa de crecimiento de las cuotas mensuales SI es igual a la tasa periódica.

### Fórmulas del Gradiente Geométrico

Si se desea conocer el valor de la enésima cuota:

$$C_n = C_1(1 + G)^{n-1}$$

Si el Gradiente es Geométrico infinito:

$$VP = \frac{C_1}{ip - G}$$

Si  $G=ip$

$$VP = \frac{C_1(n)}{1 + ip}$$

$$VF = C_1(n)(1 + ip)^{n-1}$$

Si  $G \neq ip$

$$VP = C_1 \left[ \frac{(1 + G)^n (1 + ip)^{-n} - 1}{G - ip} \right]$$

$$VF = C_1 \left[ \frac{(1 + G)^n - (1 + ip)^n}{G - ip} \right]$$

### SISTEMAS DE AMORTIZACION

Amortizar significa pagar una deuda.

Existen dos formas de cancelar un crédito ó préstamo

- Con Pagos o cuotas
- Mediante Abonos a la deuda

#### Sistemas de Amortización con Pagos ó Cuotas (más comunes)

- Pago único al final
- Cuota fija
- Cuota fija y cuota extraordinaria pactada
- Cuota fija y periodo de gracia sin pago de intereses
- Cuota fija y periodo de gracia con pago de intereses

- Cuota variable lineal
- Cuota variable geométrica
- Cuota escalonada lineal
- Cuota escalonada geométrica
- Crédito contratado en Moneda extranjera y pagos en su equivalente monetario de pesos colombianos
- Unidad de Valor Real -UVR-

### Sistemas de Amortización Mediante Abonos a la Deuda

- Abonos constantes con pago de intereses vencidos
- Abonos constantes con pago de intereses anticipados

## TABLAS DE AMORTIZACION

Una Tabla de Amortización enseña la forma como evoluciona una deuda, desde cuando se crea la obligación y hasta cuando el compromiso se cancela en su totalidad.

Se debe tener en cuenta que cuando se gira un cheque para cancelar la cuota de un periodo, ese valor se descompone en dos partes: intereses que se pagan por el crédito y el abono a la deuda o sea el dinero que se devuelve a capital.

VARIABLES A TENER EN CUENTA:

El **valor de la Cuota** es lo primero a calcular y ésta depende del sistema de amortización que se haya acordado.

La **tasa de interés** se debe conocer desde un comienzo.

Cuota = interés + Abono

luego

**Abono = Cuota - Interés**

A su vez, el interés que se causa se determina aplicando la tasa de interés al saldo pendiente aún por pagar

**Interés = Saldo Insoluto \* tasa periódica**

El Saldo insoluto disminuye en la medida que se realizan abonos a la deuda.

Saldo actual = Saldo anterior - Abono

## Cómo se elabora una Tabla de Amortización

Ejemplo

Elaborar una Tabla de Amortización para un préstamo de \$1.000, con plazo de 3 meses y tasa de financiación del 1% periódica mensual. El sistema de amortización acordado es cuota fija (anualidad)

VP=\$1.000

n=3 meses

ip=1% p.mes

C=?

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]$$

$$\$1.000 = C \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-3}}{0,01} \right]$$

De donde se obtiene que C=\$340

Cada mes el valor del pago es de \$340

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340				1%
2	340				1%
3	340				1%

### Análisis para el primer mes:

Intereses causados y pagados para el primer mes:

Interés = Saldo \* Tasa Periódica

Interés = \$1.000 \* 1%

Interés = \$10

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10			1%
2	340				1%
3	340				1%

El Abono a la deuda del primer mes se calcula así:

Abono = Cuota - Interés

Abono = 340 - 10

Abono = 330

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330		
2	340				
3	340				

El Saldo de la deuda al final del primer mes, es:

Saldo actual = Saldo anterior - Abono

Saldo actual = \$1.000 - \$ 330

Saldo actual = \$ 670

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340				1%
3	340				1%

### Análisis para el segundo mes:

Intereses causados y pagados para el segundo mes:

Interés = Saldo \* Tasa Periódica

Interés = \$670 \* 1%

Interés = \$ 7

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7			1%
3	340				1%

El Abono a la deuda del segundo mes se calcula así:

Abono = Cuota - Interés

Abono = 340 - 7

Abono = 333

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	333		1%
3	340				1%

El Saldo de la deuda al final del segundo mes, es:

Saldo actual = Saldo anterior - Abono

Saldo actual = \$ 670 - \$ 333

Saldo actual = \$ 337

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	333	337	1%
3	340				1%

### Análisis para el tercer mes:

Intereses causados y pagados para el tercer mes:

Interés = Saldo \* Tasa Periódica

Interés = \$337 \* 1%

Interés = \$ 3

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	273	337	1%
3	340	3			1%

El Abono a la deuda del tercer mes se calcula así:

Abono = Cuota - Interés

Abono = 340 - 3

Abono = 337

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	273	337	1%
3	340	3	337		1%

El Saldo de la deuda al final del tercer mes, es:

Saldo actual = Saldo anterior - Abono

Saldo actual = \$ 337 - \$ 337

Saldo actual = \$ 0

Periodo	Cuota	Interés	Abono	Saldo	Tasa
0				1.000	1%
1	340	10	330	670	1%
2	340	7	273	337	1%
3	340	3	337	0	1%

Observaciones:

- Las fracciones monetarias se redondean al valor más inmediato (“los centavos ya no se usan”)
- La sumatoria de los intereses es de \$20
- La sumatoria de los abono es de \$1.000  
Luego el préstamo inicial se cancela en su totalidad.

### TABLAS DE CAPITALIZACION

Capitalizar significa acumular, ahorrar. Como tal, el propósito es mostrar la forma como el dinero crece y permite cumplir el objetivo de alcanzar determinado monto.

Ejemplo

Elaborar una Tabla para Capitalizar \$5.000 en tres meses, en una cuenta de ahorro que reconoce el 1% periódico mensual. El sistema de capitalización es depósitos fijos (anualidad)

VARIABLES A TENER EN CUENTA:

El **valor de la Cuota** ó valor del Depósito (ahorro) es lo primero a calcular y éste depende del sistema de amortización que se haya acordado.

La **tasa de interés** se debe conocer desde un comienzo.

**Interés Ganado = Saldo acumulado \* tasa periódica**

A su vez, el interés que se gana se determina aplicando la tasa de interés sobre el saldo acumulado

**Crecimiento de la cuenta de ahorro = Depósito + Interés**

La cuenta reconoce intereses los cuales sumados con el depósito, permite que la cuenta vaya creciendo.

**Saldo Acumulado = Saldo acumulado anterior + Crecimiento cuenta de ahorro**

El Saldo Acumulado aumenta en la medida que se crece la cuenta al efectuar depósitos y ganar intereses.

Solución

VF=5.000

N=3 meses

Ip=1% p.m.

C=?

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right]$$

$$5.000 = C \left[ \frac{(1 + 0,01)^3 - 1}{0,01} \right]$$

C=\$1.650 (se recomienda trabajar con cifra enteras)

TABLA DE CAPITALIZACION

Mes	Depósito Fijo	Interés Ganado	Crecimiento Cuenta Ahorro	Saldo Acumulado	Tasa Periódica
1	1.650				1%
2	1.650				1%
3	1.650				1%

**Análisis para el primer mes**

Se realiza el primer ahorro y éste valor representa el valor del crecimiento de la cuenta y es el saldo acumulado que se tiene en ese momento

Mes	Depósito Fijo	Interés Ganado	Crecimiento Cuenta Ahorro	Saldo Acumulado	Tasa Periódica
1	1.650	0	1.650	1.650	1%
2	1.650				1%
3	1.650				1%

### Análisis para el segundo mes

Mes	Depósito Fijo	Interés Ganado	Crecimiento Cuenta Ahorro	Saldo Acumulado	Tasa Periódica
1	1.650	0	1.650	1.650	1%
2	1.650	17	1.667	3.317	1%
3	1.650				1%

Sobre el saldo acumulado del mes 1 (\$1.650) se liquidan intereses al 1% mensual ( $\$1.650 \cdot 1\% = \$17$ )

Estos intereses ganados junto con el depósito fijo, hacen crecer la cuenta de ahorro ( $\$1.650 + \$17 = \$1667$ ).

El saldo que se traía del mes 1 más el crecimiento de la cuenta, permiten obtener al final la suma de \$3.317

### Análisis para el tercer mes

Mes	Depósito Fijo	Interés Ganado	Crecimiento Cuenta Ahorro	Saldo Acumulado	Tasa Periódica
1	1.650	0	1.650	1.650	1%
2	1.650	17	1.667	3.317	1%
3	1.650	33	1.683	5.000	1%

Sobre el saldo acumulado del mes 2 (\$3.317) se liquidan intereses al 1% mensual ( $\$3.317 \cdot 1\% = \$33$ )

Estos intereses ganados junto con el depósito fijo, hacen crecer la cuenta de ahorro ( $\$1.650 + \$33 = \$1.683$ ).

El saldo que se traía del mes 2 más el crecimiento de la cuenta, permiten obtener al final la suma de \$5.000

Al final del mes 3 se alcanza la meta de acumular \$5.000

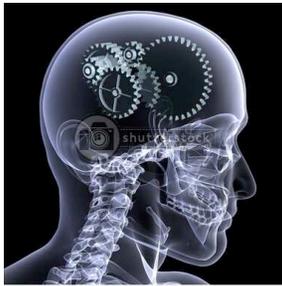
Una manera rápida de comprobar si la Tabla de Capitalización ha sido correctamente elaborada es esta:  
Sumar los depósitos y los intereses ganados



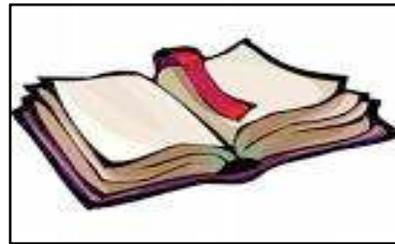
Amigo estudiante:

Bienvenido a Matemáticas Financieras, la más importante asignatura en las Finanzas. Debes estar preparado para reconocer oportunidades y riesgos y tomar decisiones de gran importancia que afectarán tu capital. La mejor forma de permanecer bien formado consiste en repasar continuamente el material que hemos preparado para ti, asistir a las teleconferencias que enriquecerán tu vida y la participación en debates que aportarán experiencias enriquecedoras.

# La Ruta del Éxito



Motivación



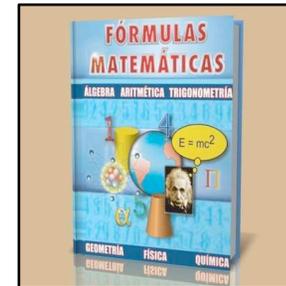
Cartilla



Tele Conferencia



Chat y Foros



Manual



Herramientas

9	2	8	4	6	3	5	1	7
7	3	1	5	9	2	6	8	4
4	6	5	8	1	7	2	9	3
8	9	2	3	5	1	4	7	6
3	4	6	2	7	8	1	5	9
5	1	7	6	4	9	3	2	8
6	8	3	7	2	5	9	4	1
2	7	9	1	3	4	8	6	5
1	5	4	9	8	6	7	3	2

Solucionador

## PROBLEMAS DE INTERÉS SIMPLE

1. Por medio de un pagaré nos comprometimos a cancelar después de año y medio un valor de \$3.285.000. Si la tasa de interés simple es del 1.5% mensual, hallar el valor inicial de la obligación. **Respuesta: \$ 2.586.614.17**
2. Un inversionista estima que un lote de terreno puede ser negociado dentro de 3.5 años por \$ 85.000.000. ¿Cuánto será lo máximo que él está dispuesto a pagar hoy, si desea obtener un interés del 18% semestral simple? **Respuesta: \$ 37.610.619.47**
3. Hallar la tasa de interés mensual simple que obtenemos cuando invertimos \$210.000 y al cabo de 10 meses podemos retirar \$311.650. **Respuesta: 4.84 % mensual**
4. Se compra un lote de terreno por valor de \$9.000.000. Si se espera venderlo dentro de un año en \$12.000.000, ¿cuál es la tasa de interés mensual simple que rinden los dineros allí invertidos? **Respuesta: 2.78 % mensual**
5. Una caja de ahorros reconoce el 5% trimestral de interés simple. Si hoy deposito \$250.000, ¿cuánto tiempo debo esperar para retirar \$ 325.000? **Respuesta: 6 trimestres**
6. Para dentro de 4 meses dispongo de \$100.000, dentro de 6 meses de \$55.000 y dentro de 10 meses de 85.680. Si cada uno de estos dineros los deposito, en su fechas, en una caja de ahorros que me paga el 2.5% mensual simple, ¿cuanto puedo retirar al final del año? **Respuesta: \$ 273.214**
7. Si el rendimiento del dinero es del 35 % anual, ¿qué oferta es más conveniente para la venta de un terreno? a. \$ 16.000.000 de contado, b. \$ 2.000.000 hoy y el saldo en dos pagarés: uno de \$ 5.100.000 a 90 días y otro de \$11.000.000 a 180 días. **Respuesta: segunda oferta**
8. Se invirtieron \$ 2.000.000 y después de 3 años se recibieron \$3.600.000.¿Qué tasa trimestral simple arrojó la operación financiera? **Respuesta: 6.67 % trimestral**
9. Hace 8 meses disponía de \$ 2.000.000 y tenía las siguientes alternativas de inversión:  
a. Comprar un inventario de ropa por este valor, que a precios de hoy valen \$ 3.300.000.  
b. Invertirlos en una entidad que me paga el 2.8% mensual simple. Después de consultarlo, me decidí por la primera alternativa. ¿Fue acertada la decisión? **Respuesta: sí**
10. ¿Cuánto tiempo debo esperar para que se duplique mi inversión, en una corporación que paga el 2.5% mensual simple? **Respuesta: 40 meses**
11. Ud tiene 3 documentos por cobrar, así: \$ 150.000 para dentro de 6 meses, \$135.000 para dentro de 8 meses y \$350.000 para dentro de 12 meses. Dada su situación económica se ve en la necesidad de negociar estos títulos con un prestamista que le cobra el 2.8% mensual simple. La pregunta es: ¿cuánto dinero espera recibir si la negociación la realiza en el día de hoy? **Respuesta: 500.694.82**
12. Usted tiene dos cuentas por cobrar: la primera dentro de 2 meses por valor de \$500.000 y la segunda por \$1.000.000 dentro de 4 meses. Simultáneamente tiene que cancelar una deuda con 3 pagos de \$500.000 cada uno dentro de 1,3.5 meses. Hallar el valor del saldo (positivo o negativo) dentro de 6 meses, si la tasa de interés simple es del 3% mensual. **Respuesta: \$ 15.000 negativo**
13. El señor Pablo recibe en el día de hoy tres ofertas por un lote que tiene en venta. ¿Cuál es la mejor oferta, si la tasa de interés es del 23% anual? a. \$ 6.500.000 hoy y un pagaré

para dentro de 167 días por valor de \$3.500.600. b. \$ 3.000.000 a 120 días y \$6.300.500 a 180 días, c. \$ 2.000.000 hoy y un pagaré por \$7.500.000 4 meses. **Respuesta: primera oferta**

14. Se tiene una letra de \$2.500.000 que vence dentro de 4 meses la cual reconoce intereses a la tasa del 2.5% mensual simple. Faltando tres meses para su vencimiento se quiere negociarla en un banco que la descuenta al 3.2% mensual simple. Cuánto se recibe por la letra.? **Respuesta: 2.486.000**
15. Asumamos que tenemos tres documentos por cobrar, así: \$85.000 para el 1º de Mayo, \$105.000 para el 1º de Julio y \$350.000 para el 1º de Agosto. En vista de que necesitamos liquidez los entregamos a un intermediario que obtiene el 4% mensual de interés simple en sus inversiones. Cuánto dinero esperamos recibir si la negociación la realizamos el 1º de Abril.? **Respuesta: 477.204,91**
16. Durante 145 días con una tasa de interés simple del 31.61% anual, un capital de \$x produjo por intereses la suma de \$154.159,13; determinar el valor del capital invertido si se considera el año de 365 días. **Respuesta: 1.227.636**
17. En cuánto tiempo un capital de \$2.520.000 se convierte en \$3.150.000 si la tasa de interés simple es del 37.5% anual.? **Respuesta: 240 días.**
18. Un banco emite un CDT por \$12.540.000 en el mercado primario con plazo de un año e intereses del 34% anual pagadero trimestre vencido. Determinar el valor de los intereses que debe pagar periódicamente. **Respuesta: 1.065.900**
- 19.Cuál es la tasa de interés simple anual, si con \$620.000 se cancela una deuda de \$500.000 al cabo de un semestre.? Cuál es la tasa mensual de interés.? **Respuestas: 48% anual, 4% mensual.**
20. Hace dos meses se suscribió un documento de préstamo cuyo valor final, que incluye capital e intereses es de \$4.200.000, con vencimiento a 5 meses. Si se considera la tasa de interés del 33% simple anual, Qué cantidad se recibió en préstamo.? **Respuesta: 3.692.307.69**
21. Un banco cobra una tasa anticipada del 40% sobre el valor de un préstamo. Determinar el valor del mismo si el prestatario recibe \$170.000 por un préstamo a 60 días.? **Respuesta: 182.142,86**
22. Hace año y medio se compró una máquina por \$750.000; si la tasa de interés simple es del 15% semestral, por cuánto se debe vender hoy para obtener dicho rendimiento.? **Respuesta: 1.087.500**
23. Un inversionista tiene la opción de elegir una de las siguientes alternativas, qué le recomienda usted.?
  - a)- Comprar de contado un terreno por \$25.000.000 esperando venderlo dentro de dos años por \$42.000.000
  - b)- Prestarle los \$25.000.000 a una entidad que le reconoce una tasa de interés simple del 30% anual.**Respuestas:** Si compra y vende el terreno: **34% anual de interés.** Si presta el dinero recupera: **40.000.000**
- 24- La Compañía XYX obtiene un préstamo por \$3.000.000 a dos años de plazo, con una tasa de interés simple bimestral del 3% Cuánto pagará al final de los dos años al devolver el préstamo recibido.? **Respuesta: 4.080.000**

25- Si de un préstamo otorgado por \$2.175.000 se recibieron \$2.000.000 netos en préstamo a 90 días, qué tasa de interés simple se cobró? **Respuesta: 32.1839%**

## PROBLEMAS DE TASAS DE INTERÉS

- 1- A partir de una tasa de interés del 34% con capitalización mensual, calcular la tasa efectiva anual equivalente. **Respuesta: 39.83% EA**
2. Calcular la tasa efectiva anual partiendo de una tasa del 36% con capitalización trimestral. **Respuesta: 41.16% EA**
3. ¿Cuál es la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa del 35% capitalizable mensualmente? **Respuesta: 9%**
4. Conocida la tasa nominal del 45% con capitalización mensual, hallar:
  - a) La tasa efectiva trimestral. **Respuesta: 11.68%**
  - b) La tasa efectiva semestral. **Respuesta: 24.72%**
5. A partir de la tasa efectiva anual del 33%, hallar:
  - a) La tasa efectiva semestral. **Respuesta: 15.33%**
  - b) La tasa efectiva mensual. **Respuesta: 2.40%**
6. ¿Qué tasa de interés efectiva trimestral es equivalente a:
  - a) Tasa del 26% nominal anual con capitalización mensual? **Respuesta: 6.64%**
  - b) Tasa del 3.5% efectiva mensual? **Respuesta: 10.87%**
7. ¿Qué tasa de interés capitalizable semestralmente es equivalente a:
  - a) Una tasa del 18% capitalizable trimestralmente? **Respuesta: 18.40%**
  - b) Una tasa del 20% capitalizable mensualmente? **Respuesta: 20.85%**
8. Un capital de \$5.000.000 se invierte a una tasa de interés del 28% capitalizable mensualmente durante 2 años. Si la inflación permanece constante en un 1.23% mensual, calcular:
  - a. Valor futuro en términos nominales o corrientes. **Respuesta: \$8.697.228.94**
  - b. Valor futuro en términos reales o constantes **Respuesta: \$6.485.735.27**
9. El señor García invierte \$20.000.000 a una tasa de interés del 2% mensual durante un año. Durante el primer mes la inflación fue del 1.06%, para el segundo mes del 2,3% y de ahí en adelante la inflación se mantuvo constante en un 0.9%. Determinar si el señor García ganó o perdió dinero. ¿Por qué?  
**Respuesta: ganó dinero**
10. ¿Qué tasa de interés nominal anual capitalizable mensualmente equivale a:
  - a. 33% efectiva anual? **Respuesta: 28.86% MV**
  - b. 18% semestral capitalizable mensualmente? **Respuesta: 36% MV**
11. Con base en las tasas efectivas, ¿qué es más conveniente?
  - a. Invertir en una sociedad que garantiza duplicar el capital cada 36 meses,
  - b. Depositar el dinero en una cuenta que reconoce el 34% capitalizable trimestralmente**Respuesta: opción b.**
12. ¿En cuánto tiempo debemos retirar una inversión realizada en el día de hoy, a una tasa nominal del 41.91% capitalizable mensualmente, si deseamos que se triplique la inversión? **Respuesta: 32 meses**
13. Su empresa necesita \$3.000.000 para comprar inventarios. Usted encuentra en el mercado financiero 3 compañías financieras que le ofrecen el préstamo en las siguientes condiciones:
  - Compañía A: exige cancelar el préstamo con un pago único de \$3.800.000 al finalizar el año.
  - Compañía B: cobra una tasa del 34% anual capitalizable mensualmente.
  - Compañía C: cobra una tasa de 3.5% mensual pagadera por anticipado.

¿Cuál compañía le ofrece mejores condiciones financieras?

**Respuesta: compañía A**

14. Un inversionista realiza una inversión de \$20.000.000 durante 6 meses a una tasa de interés del 2% mensual. La inflación de los 3 primeros meses fue en promedio del 1.5% mensual y en los otros 3 meses del 2% mensual. Calcular:

a. Rendimiento real

b. Qué sucederá si la tasa de inflación promedio mensual del último trimestre llegó al 3.5%

**Respuesta: a. 0.25% mensual, b, El inversionista pierde dinero.**

15. El señor Pérez compró una casa en 1998 por \$100.000.000, después de 5 años la vende por \$180.000.000. Si la inflación promedio en los 5 años fue del 20% anual:

a. ¿Cuánto ganó o perdió en el negocio en pesos corrientes?

b. ¿En cuánto debió vender la casa para recuperar su dinero?

c. Calcule en pesos de 1998 (pesos reales), el valor de venta de la casa.

**Respuesta: a. Perdió \$68.832.000, b. \$248.832.000, c. \$72.337.962.96**

16. Una entidad bancaria ofrece a sus clientes por utilizar su dinero una tasa del 25% nominal anual liquidada por trimestre vencido (25%TV). Si un inversionista hace un depósito a término y solicita la liquiden intereses por mes vencido, ¿qué tasa de interés mensual le deben pagar?

**Respuesta: 2.04%**

17. Un capital de \$100.000.000 está distribuido e invertido así: el 30% al 24% anual; el 40% al 27% anual; un 20% al 22% anual y el 10% al 20% anual. ¿Cuál es el rendimiento anual de ese capital?

**Respuesta: 24.40% EA**

18. Una empresa importa una maquinaria por 75.000 dólares con un año de plazo y un interés del 8.5% anual. Si la devaluación es del 15% anual, ¿cuál será el total a pagar en dólares y en pesos, y cuál es la tasa efectiva de esta importación? El dólar se cotiza hoy a \$1.030

**Respuesta: a. US \$81.375, b. \$96.388.687.50, c. 24.77% EA**

19. ¿Qué tasa nominal capitalizable mensualmente convertirá a \$450.000 de hoy en \$678.000 al cabo de dos años y medio? **Respuesta: 16.51% MV**

20. ¿Qué tasa efectiva mensual corresponde a una inversión de \$1.300.000 que produce un ingreso de \$2.205.000 dos años más tarde? **Respuesta: 2.22%**

21. Calcular de qué porcentaje fue la inflación en el primer semestre de 2002, si las inflaciones mensuales fueron las siguientes:

Mes	Inflación
Enero	2.37%
Febrero	1.09%
Marzo	2.34%
Abril	1.65%
Mayo	0.46%
Junio	3.21%

**Respuesta: 11.62% semestral.**

# MATEMÁTICAS FINANCIERA



Interés Compuesto

## ● INTERÉS COMPUESTO

Tal y como se expuso en la Introducción al Módulo, el Interés Compuesto resulta de adicionar los intereses al capital para así formar un monto, sobre el cual se calculan nuevamente intereses y forman un valor final, y así sucesivamente.

A continuación analizaremos aplicaciones propias del Interés Compuesto.

### EJEMPLOS SOBRE LAS VARIABLES DEL INTERES COMPUESTO

#### a) CALCULO DEL VALOR FINAL

Un capital de \$2.000.000 estuvo invertido durante 5 años al 24% NSV. ¿Cuál es el monto?

SOLUCION

$$\begin{aligned} VP &= 2.000.000 \\ n &= 5 \text{ años} = 5 * 2 = 10 \text{ semestre} \\ 24\% \text{ NSV} &\Rightarrow ip = 24\% / 2 = 12\% \text{ p.s.} \\ n & \qquad \qquad \qquad 10 \\ VF &= VP(1+ip) = 2.000.000(1+0,12) = 6.211.696 \end{aligned}$$

#### b) CALCULO DE LA TASA DE INTERES PERIODICA Y NOMINAL

Una persona tomó un crédito de \$ 5.000.000 y a los tres años y medio pago en total \$12.000.000

¿Qué tasa NMV le cobraron por la financiación?

SOLUCION

$$\begin{aligned} VP &= 5.000.000 \\ VF &= 12.000.000 \\ n &= 3,5 \text{ años} = (3 * 12) + 6 = 30 \text{ meses} \\ ip &= ? \\ & \qquad \qquad \qquad 1/30 \\ ip &= (12.000.000 / 5.000.000) - 1 \\ ip &= 2,9612\% \text{ p.m.} \\ NOM &= 2,9612\% \text{ p,m.} * 12 = 35,5344\% \text{ NMV} \end{aligned}$$

**c) CALCULO DEL TIEMPO**

Un empresario contrajo una deuda de \$15 millones al 28% NTV y firmó un pagaré por \$41.385.473

¿Qué plazo le otorgaron?

SOLUCION

$$\begin{aligned} VP &= 15.000.000 \\ VF &= 41.385.473 \\ 28\% \text{ NTV} &\Rightarrow ip = 28\%/4 = 7\% \text{ p.t} \\ n &= \frac{\ln(41.385.472/15.000.000)}{\ln(1+0,07)} = 15 \text{ trimestres} \end{aligned}$$

**d) CALCULO DEL VALOR PRESENTE**

¿Cuál es el valor del capital que se debe invertir hoy, en un establecimiento bancario que reconoce intereses a la tasa del 1,5% p.m., a fin de obtener en año y medio la suma de \$ 18 millones?

SOLUCION

$$\begin{aligned} VP &=? \\ VF &= 18.000.000 \\ ip &= 1,5\% \text{ p.m.} \\ n &= 1,5 \text{ años} = (1 \cdot 12) + 6 = 18 \text{ meses} \\ VP &= 18.000.000(1+0,015)^{-18} = 13.768.409 \end{aligned}$$

## OPERACIONES CON TASAS VARIABLES

### 1. Valor Final

Una persona tomó un préstamo en un banco por valor de \$5.000.000, a tres años y con tasa de interés pactada así:

Año 1: 12% NMV =>  $ip=12\%/12= 1\%$  p.m.

Año 2: 15% NMV =>  $ip=15\%/12= 1,25\%$  p.m.

Año 3: 18% MNV =>  $ip=18\%/12= 1,5\%$  p.m.

Determinar:

a) *El valor a pagar al final del plazo*

SOLUCION

$$\begin{aligned} & \quad \quad \quad 12 \\ VF1 &= 5.000.000(1+0,01) = 5.634.125 \\ & \quad \quad \quad 12 \\ VF2 &= 5.634.125(1+0,0125) = 6.539.836 \\ & \quad \quad \quad 12 \\ VF3 &= 6.539.836(1+0,015) = 7.819.147 \end{aligned}$$

Comprobación:

$$\begin{aligned} & \quad \quad \quad 12 \quad 12 \quad 12 \\ VF &= 5.000.000(1+0,01)(1+0,0125)(1+0,015) \\ VF &= 7.819.147 \end{aligned}$$

b) Cuál es, en promedio, la tasa de interés mensual?

SOLUCION

$$\begin{aligned} & \quad \quad \quad 1/36 \\ ip &= (7.819.147/5.000.000) - 1 \\ ip &= 1,249794229\% \text{ p.m.} \end{aligned}$$

Comprobación:

$$\begin{aligned} & \quad \quad \quad 36 \\ VF &= 5.000.000(1+0,01249794229)^{36} = 7.819.147 \end{aligned}$$

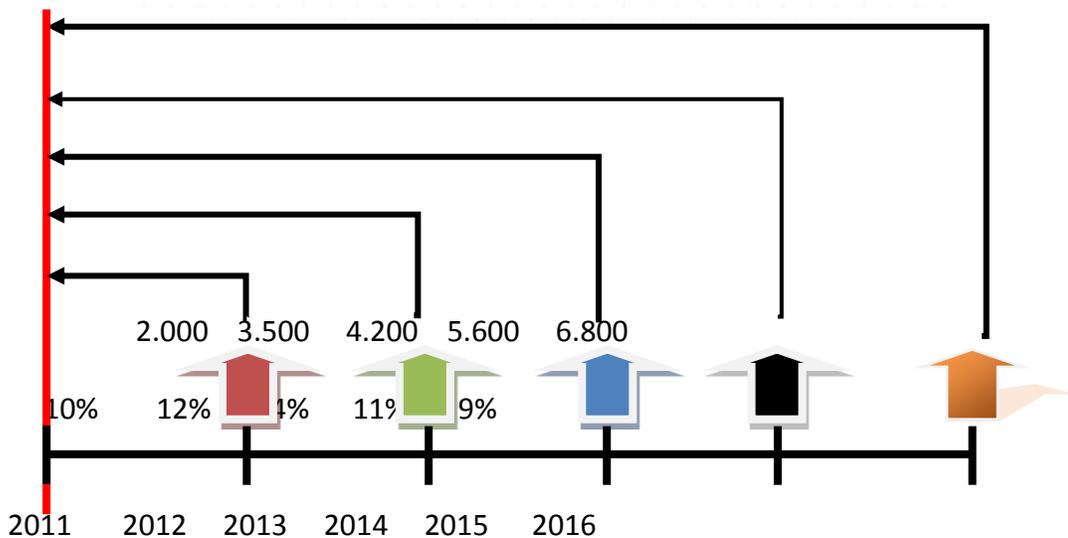
## 2. Valor Presente

Un banquero de inversión pronosticó que para los próximos 5 años la Empresa R&D tendrá los siguientes flujos de caja libre (vencidos) con su respectivo costo de capital:

2012	2013	2014	2015	2016
\$2.000	\$3.500	\$4.200	\$5.600	\$6.800
10%	12%	14%	11%	9%

Determinar en pesos de hoy (2011), el valor de la empresa.

### Diagrama del Flujo de Caja



### SOLUCION

$$VP = VF(1+ip)^{-n}$$

$$VP1 = \$2.000(1+0,10)^{-1} = \$ 1.818,18$$

$$VP2 = \$3.500(1+0,10)^{-1}(1+0,12)^{-1} = \$ 2.840,91$$

$$VP3 = \$4.200(1+0,10)^{-1}(1+0,12)^{-1}(1+0,14)^{-1} = \$ 2.990,43$$

$$VP4 = \$5.600(1+0,10)^{-1}(1+0,12)^{-1}(1+0,14)^{-1}(1+0,11)^{-1} = \$ 3.592,11$$

$$VP5 = \$6.800(1+0,10)^{-1}(1+0,12)^{-1}(1+0,14)^{-1}(1+0,11)^{-1}(1+0,09)^{-1} = \$ 4.001,69$$

$$VP \text{ Total (valor de la empresa)} = \$15.243,32$$

## LIQUIDACION DE INVERSIONES

### 1. CERTIFICADO DE DEPÓSITO A TÉRMINO –CDT–

Se constituye un Certificado de Depósito a Término –CDT– por valor de \$1 millones, a un año y a la tasa del 4,5 por ciento.

#### **Determinar:**

- El valor del CDT antes de la retención en la fuente
- El valor del rendimiento
- La retención en la fuente (7%) sobre el rendimiento
- El valor final después de la retención en la fuente
- La tasa de rentabilidad de la inversión después de la retención en la fuente

### SOLUCION

a) VF antes de la retención

1

$$VF = 10.000.000(1 + 0,045) = 10.450.000$$

b) Intereses ganados

$$I = 10.450.000 - 10.000.000 = 450.000$$

c) Retención

$$\text{Retención} = 450.000 * 7\% = 31.500$$

d) VF neto

$$VF \text{ neto} = 10.450.000 - 31.500 = 10.418.500$$

e) Tasa de rentabilidad después de la retención

1/1

$$ip = (10.418.500 / 10.000.000) - 1 = 4,185\%$$

**Comprobación:**

a)  $ip=0,045(1-0,07)$

$$ip= 4,185\%$$

b)  $VF=10.000.000(1+0,04185) = 10.418.500$

**2. Cuenta de ahorro**

Una cuenta de ahorro presenta el siguiente movimiento:

Tasa	Mes	Día	Transacción	Valor
2%	Marzo	3	Apertura	\$ 500.000
		20	Depósito	\$ 400.000
3%	Abril	7	Retiro	\$ 100.000
1%	Mayo	12	Depósito	\$ 200.000
		26	Clausura	?

Determinar el valor del retiro.

Asuma:

- a) Gravamen al Movimiento Financiero=4 por mil
- b) Un año = 365 días

SOLUCION

Extracto de la Cuenta de Ahorro

Fecha	Saldo Inicial	Movimiento		GMF (4‰)	Saldo Final
		Depósitos	Retiros		
Mar 3		500.000			500.000
Mar 20	500.489	400.000			900.489
Mar 31	901.026				901.026
Abr 7	901.537		100.000	400	801.137
Abr 30	802.631				802.631
May 12	802.894	200.000			1.002.894
May 26	1.003.277		1.007.290	4.013	- 0 -

**Marzo**

$$\frac{18}{365}$$
$$VF_{20} = 500.000(1+0,02) = 500.489$$

$$\frac{11}{365}$$
$$VF_{31} = 900.489(1+0,02) = 901.026$$

**Abril**

$$\frac{7}{365}$$
$$VF_7 = 901.026(1+0,03) = 901.537$$

$$\frac{23}{365}$$
$$VF_{30} = 801.137(1+0,03) = 802.631$$

**Mayo**

$$\frac{12}{365}$$
$$VF_{12} = 802.631(1+0,01) = 802.894$$

$$\frac{14}{365}$$
$$VF_{26} = 1.002.894(1+0,01) = 1.003.277$$

### 3. Inversiones en moneda extranjera

Un ciudadano colombiano invierte US\$ 30.000 en Estados Unidos y al final de 3 años le retornan US\$50.000

Determinar:

- La cantidad de pesos colombianos que tiene en el año tres y
- La tasa de rentabilidad en \$Col

Indicadores económicos:

TRM actual: 1 US\$=\$2.000

Variación del tipo de cambio:

Año 1: 4% devaluación del peso frente al dólar

Año 2: 5% revaluación del peso frente al dólar

Año 3: 3% devaluación del peso frente al dólar

#### Solución

Colombia (\$Col)	Estados Unidos (US\$)
<u>VP en \$Col</u> $VP = US\$30.000 * \$2000$ $VP = \$60.000.000$	$VP = US\$30.000$ $n = 3 \text{ años}$ $VF = US\$50.000$
<u>Tipo de Cambio:</u> $VF1 = \$2.000(1+0,04) = \$2.080$ $VF2 = \$2.080(1-0,05) = \$1.976$ $VF3 = \$1.976(1+0,03) = \$2.035,28$	
<u>VF en \$Col</u> $VF = US\$50.000 * \$2.035,28$ $VF = \$101.764.000$	
<u>Rentabilidad (en \$Col)</u> $\frac{1}{3}$ $ip = (101.764.000 / 60.000.000) - 1$ $ip = 19,2562\% \text{ E.A.}$	

### Ejemplo

El Sr. García y Mr. Smith constituyen un negocio en Colombia e invierten \$2.000 millones, con aportes de capital de 20% y 80%, respectivamente.

Luego de 3 años liquidan el negocio por \$5.000 millones.

Determinar la tasa de rentabilidad de cada socio.

Indicadores económicos:

TRM actual: 1US\$=2.000

Variación del tipo de cambio:

Año 1: 5% revaluación del peso frente al dólar

Año 2: 2% devaluación del peso frente al dólar

Año 3: 7% revaluación del peso frente al dólar

### Solución

Colombia (\$Col)	Estados Unidos (US\$)
<u>VP en \$Col</u> VP = \$400.000.000	<u>VP en US\$</u> $\left( \begin{array}{l} \$1.600.000.000 \\ \text{VP} = \frac{\quad}{\$2.000} \end{array} \right)$
<u>VF en \$Col</u> VF = \$1.000.000.000	$\left( \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right)$
<u>Rentabilidad (en \$Col)</u>  $\left( \begin{array}{l} 1/3 \\ \\ \\ \end{array} \right) -1$ $\left( \begin{array}{l} \$1.000.000.000 \\ \text{ip} = \frac{\quad}{\$400.000.000} \end{array} \right) -1$  ip = 35,7209% EA	VP = US\$ 800.000  <u>Tipo de Cambio:</u> VF1 = \$2.000(1-0,05) = \$1.900 VF2 = \$1.900(1+0,02) = \$1.938 VF3 = \$1.938(1-0,07) = \$1.802,34  <u>VF en US\$</u> $\left( \begin{array}{l} \$4.000.000.000 \\ \text{VF} = \frac{\quad}{\$1.802,34} \end{array} \right)$  VF = US\$ 2.219.337,08
	<u>Rentabilidad (en US\$)</u>

	$i_p = \frac{US\$2.219.337,08}{US\$800.000} - 1$ $i_p = 40,5112\% \text{ EA}$
--	---

Valor presente de cada socio:

- Sr. García:  $\$2.000.000.000 * 20\% = \$ 400.000.000$
- Mr. Smith:  $\$2.000.000.000 * 80\% = \$1.600.000.000$

Valor final de cada socio:

- Sr. García:  $\$5.000.000.000 * 20\% = \$1.000.000.000$
- Mr. Smith:  $\$5.000.000.000 * 80\% = \$4.000.000.000$

### **EJEMPLO**

Suponga que en Colombia la tasa de rendimiento es del 5%

Determine el rendimiento en dólares si:

- La tasa de devaluación del peso frente al dólar es del 3 por ciento
- La tasa de revaluación del peso frente al dólar es del 8 por ciento

### Solución

$$\text{irendimiento} = \frac{ip - i\text{Devaluación}}{1 + i\text{Devaluación}}$$

$$\text{a) irendimiento} = \frac{0,05 - 0,03}{1 + 0,03} = 1,9417\%$$

$$\text{b) irendimiento} = \frac{0,05 - (-0,08)}{1 + (-0,08)} = 14,1304\%$$

### Operaciones de descuento

#### 1. Descuento en Documentos

a) Un CDT cuyo valor final es de \$20 millones, redime dentro de 4 meses. Si este documento se negocia en la BVC por \$14 millones, determinar:

- El valor del descuento
- La tasa de descuento que se acordó

### Solución

$$D = VF - VT$$

$$D = \$20.000.000 - \$14.000.000$$

$$D = \$6.000.000$$

$$VF = \$20.000.000$$

$$VP = \$14.000.000$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

$$ip = ?$$

$$\frac{1}{4}$$

$$ip = (\$20.000.000 / \$14.000.000) - 1$$

$$ip = 9,3265\% \text{ p.m.}$$

Por problemas de liquidez, el CDT se negoció por un valor inferior al valor nominal. El menor valor es de \$6 millones, equivalente a una tasa de descuento del 9,3265% periódica mensual.

- b.) Un título valor por \$15.000.000 vence el día 20-October-2011 y se descuenta (vende) en bolsa el día 12-Abril-2011 a la tasa del 5% efectivo anual.  
Determinar el precio de la negociación del documento. (Considere que 1 año = 360 días)

**Solución**

Debemos remitirnos a la Tabla de Días  
Fecha1= 20-October-2001 => día 293  
Fecha= 12-Abril-2011 => día 102  
Tiempo de descuento => 191 días

$$VP = \frac{15.000.000}{\frac{191/360}{(1+0,05)}} = 14.616.694,12$$

Ó también se utiliza la fórmula equivalente:

$$VP = 15.000.000(1+0,05)^{-191/360} = 14.616.694,12$$

- c.) Negociación de cartera

Una Compañía de Factoring adquiere los siguientes documentos, con una tasa de descuento del 3% periódico mensual:

- Factura 1 por \$50.000 que vence dentro de 1 mes
- Factura 2 por \$90.000 que vence dentro de 7 meses
- Factura 3 por \$100.000 que vende dentro de un año

Determinar el precio de compra de la cartera.



## Tasas equivalentes

Caso:

Una tasa periódica vencida es equivalente a otra tasa periódica vencida

Ejemplo:

Dada la tasa del 2% p.m., halle la tasa equivalente, p.t.

### Solución

$$(1+0,02)^{12} = (1+ip)^4 \quad \text{se dividen los exponentes por 4}$$

$$(1+0,02)^3 = 1+ip \quad \text{se despeja } ip$$

$$(1+0,02)^3 - 1 = ip \quad \text{se desarrolla la operación}$$

$$ip = 6,1208\% \text{ p.t}$$

COMPROBACION

$$\bullet \quad VF = \$100(1+0,02)^{12} = \$126,82$$

$$\bullet \quad VF = \$100(1+0,061208)^4 = \$126,82$$

Dos tasas de interés, con diferente periodicidad, son equivalentes en un año, si producen el mismo monto.

## Caso

Una tasa periódica vencida es equivalente a una tasa periódica anticipada

Ejemplo

Dada la tasa del 8% p.s. vencida, halle la tasa equivalente, periódica bimestral anticipada.

SOLUCION

$$(1+0,08)^2 = (1-ip)^{-6} \quad \text{se dividen los exponentes por -6}$$

$$(1+0,08)^{2/-6} = 1-ip \quad \text{se despeja ip}$$

$$(1+0,08)^{-1/3} - 1 = -ip \quad \text{se desarrolla la operación}$$

$ip = 2,5327\%$  p.b. anticipada

COMPROBACION

- $VF = \$100(1+0,08)^2 = \$116,64$
- $VF = \$100(1-0,025327)^{-6} = \$116,64$

Dos tasas de interés, con diferente periodicidad, son equivalentes en un año, si producen el mismo monto.

### Caso

Una tasa periódica anticipada es equivalente a una tasa periódica vencida.

Ejemplo

Dada la tasa del 10% EA. anticipada, halle la tasa equivalente, periódica mensual vencida.

SOLUCION

$$(1-0,10)^{-1} = (1+ip)^{12} \quad \text{se dividen los exponentes por 12}$$

$$(1-0,10)^{-1/12} = 1+ip \quad \text{se despeja ip}$$

$$(1-0,10)^{-1/12} - 1 = ip \quad \text{se desarrolla la operación}$$

$$ip = 0,8819\% \text{ p.m. vencida}$$

### COMPROBACION

- $VF = \$100(1-0,10)^{-1} = \$111,11$
- $VF = \$100(1+0,008819)^{12} = \$111,11$

Dos tasas de interés, con diferente periodicidad, son equivalentes en un año, si producen el mismo monto.

Caso

Una tasa periódica anticipada es equivalente a otra tasa periódica anticipada.

EJEMPLO

Dada la tasa del 5% p.t. anticipada, halle la tasa equivalente, p.s. anticipada.

## Solución

$$(1-0,05)^{-4} = (1-i)^{-2} \quad \text{se dividen los exponentes por -2}$$

$$(1-0,05)^{-4/-2} = 1-i \quad \text{se despeja } i$$

$$(1-0,05)^{-4/-2} - 1 = -i \quad \text{se desarrolla la operación}$$

$i = 9,75\%$  p.s. anticipada

## COMPROBACION

- $VF = \$100(1-0,05)^{-4} = \$122,77$
- $VF = \$100(1-0,0975)^{-2} = \$122,77$

Dos tasas de interés, con diferente periodicidad, son equivalentes en un año, si producen el mismo monto.

### Caso

Una Tasa Nominal Vencida, es equivalente a otra Tasa Nominal Vencida

Ejemplo

Dada la tasa del 36% NMV, halle la tasa equivalente, NTV

SOLUCION

36% NMV =>  $ip = 24\% / 12 = 3\%$  p.m.

12 4

$(1+0,03)^{12} = (1+ip)^4$  se dividen los exponentes por 4, se  
se desarrolla la operación

despeja ip y

$ip = 9,2727\%$  p.t

NOM =  $ip * P$

NOM =  $9,2727\%$  p.t. \* 4 = 37,0908% NTV

### **Caso**

Una Tasa Nominal Vencida, es equivalente a otra Tasa Nominal Anticipada.

Ejemplo

Dada la tasa del 18% NSV, halle la tasa equivalente, NMA

SOLUCION

18% NSV =>  $ip=18\%/2 = 9\%$  p.s

$(1+0,09)^2 = (1-ip)^{-12}$  se dividen los exponentes por -12, se desarrolla la operación

despeja ip y

$ip=1,4260\%$  p.m. anticipado

NOM=  $1,4260\%$  p.m. ant \*12= 17,1124% MN Anticipada

**Caso**

*Una Tasa Nominal Anticipada, es equivalente a una Tasa Nominal Anticipada.*

Ejemplo

Dada la tasa del 12% NTA, halle la tasa equivalente, NSA

SOLUCION

12% NTA =>  $ip=12\%/4 = 3\%$  p.t. anticipada

$(1-0,03)^4 = (1-ip)^2$  se dividen los exponentes por -2, se despeja ip y se desarrolla la operación

$ip=5,91\%$  p.s. anticipada

NOM= $5,91\%$  p.s. anticipada \*2 = 11,82% NS Anticipada

## CASOS ESPECIALES DE TASAS EQUIVALENTES

### 1. TASA COMBINADA

- a) Un banco hipotecario cobra UVR y tasa de interés remuneratoria del 12%  
¿Cuál es el costo del crédito para el usuario?  
Asuma que UVR=IPC=4%

### SOLUCION

$$ip=(1+UVR)(1+iremuneratoria) - 1$$

$$ip=(1+0,04)(1+0,12) - 1$$

$$ip= 16,48\%$$

- b) Un banco comercial cobra 20% de interés y tasa de devaluación.  
¿Cuál es el costo del crédito para un exportador?  
Asuma que la tasa de devaluación del peso frente al dólar es del 5 por ciento

$$ip=(1+iremuneratoria)(1+idevaluación) - 1$$

$$ip=(1+0,2)(1+0,05) - 1$$

$$ip= 26\% \text{ EA}$$

¿Cuál es el costo del crédito para el exportador si se presenta una Revaluación del peso frente al dólar del 4 por ciento?

$$ip=(1+0,2)(1-0,04) - 1$$

$$ip= 15,2\% \text{ EA}$$

- c) Un prestamista profesional desea establecer su Tasa de Interés de Oportunidad (TIO).

Las variables a tener en cuenta son:

Tasa de Inflación = 4%

Tasa Real = 10%

Tasa de Riesgo = 8%

¿En cuánto debe fijar su TIO?

### SOLUCION

$$ip=(1+0,04)(1+0,10)(1+0,08) - 1$$

$$ip=23,552\% \text{ EA}$$

- d) Un inversionista estimó su TIO en 28% EA.

Si consideró una tasa de inflación del 5% y un rendimiento real del 7% ¿Qué tasa de riesgo estimó?

### SOLUCION

$$0,28=(1+0,05)(1+0,07)(1+i\text{Riesgo}) - 1$$

$$0,28=1,1235(1+i\text{Riesgo}) - 1$$

$$i\text{Riesgo} = \frac{0,28 + 1}{1,1235} - 1$$

$$i\text{Riesgo} = 13,9297\%$$

## TASAS EQUIVALENTES PARA PERIODOS IRREGULARES

Una cuenta de ahorro reconoce a sus clientes el 15% EA

- ¿Cuál es la tasa de rendimiento diaria?

### SOLUCION

$$(1+ip)^n = (1+i)^{365/n}$$

$$(1+0,15)^{1/365} = (1+ip)^{365/1}$$

los exponentes se multiplican por 1/365

$$(1+0,15) = 1+ip$$

se despeja ip

$$(1+0,15)^{1/365} - 1 = ip$$

se desarrolla la operación

$$ip = 0,038298275\% \text{ p. para un día}$$

Si un ahorrador depositó \$1.000.000 y clausuró la cuenta después de 247 días, calcular la tasa que le reconocen y el interés ganado

$$(1+0,15)^{247/365} = (1+ip)$$

los exponentes se multiplican por 247/365

$$(1+0,15)^{247/365} = 1+ip$$

se despeja ip

$$(1+0,15)^{247/365} - 1 = ip$$

se desarrolla la operación

$$ip = 9,919558893\% \text{ p. para 247 días}$$



- Si se invierten \$30.000.000 a 120 días (ó su equivalente de 4 meses), que interés gana en el CDT?

#### SOLUCION

- a) Con tasa del periodo

1

$$VF = \$30.000.000(1+0,022809) = \$30.684.274$$

$$I = \$30.684.274 - \$30.000.000 = \$ 684.274$$

- b) Con tasa anual (sin cambio de tasa

4/12

$$VF = \$30.000.000(1+0,07) = \$30.684.274$$

$$I = \$30.684.274 - \$30.000.000 = \$ 684.274$$

#### TASAS EQUIVALENTES A MAS DE UN AÑO

- a) Dada la tasa del 18% EA, hallar la tasa equivalente para 4 años

#### SOLUCION

n

$$i = (1+ip)^n - 1$$

4

$$i = (1+0,18)^4 - 1$$

$$i = 93,877776\% \quad \text{periódica para 4 años}$$

- b) Dada la tasa del 2% periódica mensual, hallar la tasa equivalente para 6 años

## SOLUCION

- a) Encontramos la tasa equivalente Efectiva Anual

$$\begin{matrix} 12 & 1 \\ (1+0,02)^{12} & = (1+ip) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 12 \\ (1+0,02)^{12} & = 1+ip \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 12 \\ (1+0,02)^{12} - 1 & = ip \end{matrix}$$

$$ip = 26,8241794563\% \text{ EA}$$

Ahora se halla la tasa equivalente para 6 años

$$\begin{matrix} 6 \\ i = (1+0,268241794563)^6 - 1 \\ i = 316,1140375\% \text{ periódica para 6 años} \end{matrix}$$

- b) Directamente se establece la equivalencia.  
Seis (6) años es equivalente a  $6 \cdot 12 = 72$  meses

$$\begin{matrix} 72 \\ i = (1+0,02)^{72} - 1 \\ i = 316,1140375\% \text{ periódica para 72 meses (6 años)} \end{matrix}$$

## TASAS MIXTAS

### Ejemplo:

Dada la tasa DTF+4%, halle la tasa equivalente, EA  
(Considere que DTF=8%NTA)

### Solución:

- a) A partir de la tasa NTA se encuentra la equivalente EA  
 $8\%NTA \Rightarrow ip = 8\%/4 = 2\%$  p.t. anticipada

$$(1-0,02)^{-4} = (1+ip)^{-1} \quad \text{se dividen los exponentes por 1}$$

$$(1-0,02)^{-4} = 1+ip \quad \text{se despeja ip}$$

$$(1-0,02)^{-4} - 1 = ip \quad \text{se desarrolla la operación}$$

$$ip = 8,4166\% \text{ EA}$$

- b) Se suman las dos tasas  
 $ip = 8,4166\% + 4\%$   
 $ip = 12,4166\% \text{ EA}$

### Ejemplo:

Un crédito se pactó así: 10%EA + 5%EA  
Hallar la tasa equivalente EA

Solución

$$ip = 10\%EA + 5\%EA$$
$$ip = 15\%EA$$

## PORTAFOLIOS DE INVERSION

Una persona ha diversificado su inversión, así:

Activo Financiero	Capital invertido	Tasa Pactada
Acciones	\$ 100.000	2% p.m.
CDT	\$ 200.000	DTF+3%
Bonos	\$ 300.000	15% NTA
Cuenta de ahorro	\$ 50.000	3% p.s
Commodities	\$ 900.000	0,05% p.d.

NOTA: DTF=6% NTA

¿Cuál es, en promedio, la tasa de rentabilidad Efectiva Anual del portafolio?

Solución

Activo Financiero	Capital		Tasa Pactada	EA	Rendimiento Financiero
	(\$)	(%)			
Acciones	\$ 100.000	6,46%	2% p.m.	26,82%	\$ 26.820
CDT	\$ 200.000	12,90%	DTF+3%	9,23%	\$ 18.460
Bonos	\$ 300.000	19,35%	15% NTA	16,52%	\$ 49.560
Cta. ahorro	\$ 50.000	3,23%	3% p.s	6,09%	\$ 3.045
Commodities	\$ 900.000	58,06%	0,05% p.d	20,00%	\$ 180.000
TOTAL	\$1.550.000	100,00%			\$ 228.325

*Conversión de tasas:*

*Acciones:*

$$\begin{matrix} 12 & 1 \\ (1+0,02)=(1+ip) & \rightarrow ip=26,82\% \text{ EA} \end{matrix}$$

CDT:

$$\text{DTF}=6\% \text{NTA} \rightarrow ip=6\%/4=1,5\% \text{ p.t. anticipado}$$

$$\begin{matrix} -4 & 1 \\ (1-0,015)=(1+ip) & \rightarrow ip=6,23\% \text{ EA} \end{matrix}$$

$$ip=6,23\% \text{ EA} + 3\% \text{ EA}$$

$$ip=9,23\% \text{ EA}$$

*Bonos:*

$$15\% \text{NTA} \Rightarrow ip=15\%/4=3,75\% \text{ p.t. anticipada}$$

$$\begin{matrix} -4 & 1 \\ (1-0,0373)=(1+ip) & \rightarrow ip=16,52\% \text{ EA} \end{matrix}$$

*Cuenta de Ahorro:*

$$\begin{matrix} 2 & 1 \\ (1+0,03)=(1+ip) & \rightarrow ip=6,09\% \text{ EA} \end{matrix}$$

Commodities:

$$\begin{matrix} 365 \\ ip=(1+0,0005) - 1 & \rightarrow ip=20\% \text{ EA} \end{matrix}$$

*Respuesta:*

$$ip = \frac{\$228.325}{\$1.550.000} = 14,73\% \text{ EA}$$

Es la tasa de rendimiento del portafolio de inversiones.

### Comprobación:

$$ip=(0,0646*0,2682)+(0,1290*0,0923)+(0,1935*0,1652)+$$
$$+(0,0323*0,0609)+(0,5806*0,2)$$

$$ip=14,73\%$$

### Ejemplo

Un capital de \$100 millones está invertido así:

- \* El 30% del capital está ganando intereses al 18% EA
- \* El 40% del capital está rentando intereses al 3% p.m.
- \* El 20% del capital está colocado al 10% p.s. anticipado
- \* El 10% del capital está invertido al 19% NTV

¿A qué tasa promedio ponderada Efectiva Anual está invertido el capital?

### Solución:

#### Primer capital:

$$ip=18\% \text{ EA}$$

#### Segundo capital:

$$\begin{matrix} 12 & 1 \\ (1+0,03)^{12} & = (1+ip) \end{matrix} \rightarrow ip=42,58\% \text{ EA}$$

#### Tercer capital:

$$\begin{matrix} -2 & 1 \\ (1-0,10)^2 & = (1+ip) \end{matrix} \rightarrow ip=23,46\% \text{ EA}$$

#### Cuarto capital:

$$19\% \text{ NTV} \Rightarrow ip=19\%/4=4,75\% \text{ p.t}$$

$$\begin{matrix} 4 & 1 \\ (1+0,0475)^4 & = (1+ip) \end{matrix} \rightarrow ip=20,39\% \text{ EA}$$

**Respuesta:**

$$ip=(0,3*0,18)+(0,4*0,4258)+(0,2*0,2346)+(0,1*0,2039)$$
$$ip=29,163\% \text{ EA}$$

### **TASA REAL Ó TASA DEFLACTADA Ó TASA SIN INFLACION**

#### **Ejemplo**

Un banco reconoce a sus ahorradores el 2% EA  
Si la tasa de inflación es del 5% EA  
¿Qué tasa real obtienen los cuentahorristas?

Solución:

$$i_{\text{Real}} = \frac{ip - f}{1 + f}$$
$$i_{\text{Real}} = \frac{0,02 - 0,05}{1 + 0,05}$$
$$i_{\text{Real}} = - 2,86\% \text{ EA Real Negativo}$$

Significa que, comparada con la tasa de inflación, los ahorradores están dejando de recibir 2,86% cada año, es decir, que la cuenta de ahorro paga una tasa de interés que no alcanza a recuperar la tasa de inflación.

Ejemplo:

Un banco coloca recursos a la tasa del 26% EA, cuando la tasa de inflación es del 4% efectiva anual.

¿Qué tasa real obtiene el banco?

**Solución:**

$$i_{\text{Real}} = \frac{0,26 - 0,04}{1 + 0,26} = + 17,46\% \text{ EA Real Positiva}$$

Descontando la tasa de inflación, el banco obtiene una tasa de rendimiento real positiva, lo cual implica que en términos reales, el banco preserva el poder adquisitivo de sus recursos.

Ejemplo:

Un inversionista desea obtener un rendimiento real positivo de 8% EA. Si la tasa de inflación es del 5% EA, ¿a qué tasa de interés debe colocar su capital?

Solución:

$$0,08 = \frac{i_p - 0,05}{1 + 0,05}$$

$$i_p = (0,08)(1 + 0,05) + 0,05$$

$$i_p = 13,4\% \text{ EA}$$

## ECUACIONES DE VALOR

### 1. HALLAR EL VALOR DEL PAGO

Ejemplo

Hoy, un Televisor LCD-HD vale de contado \$3.000.000

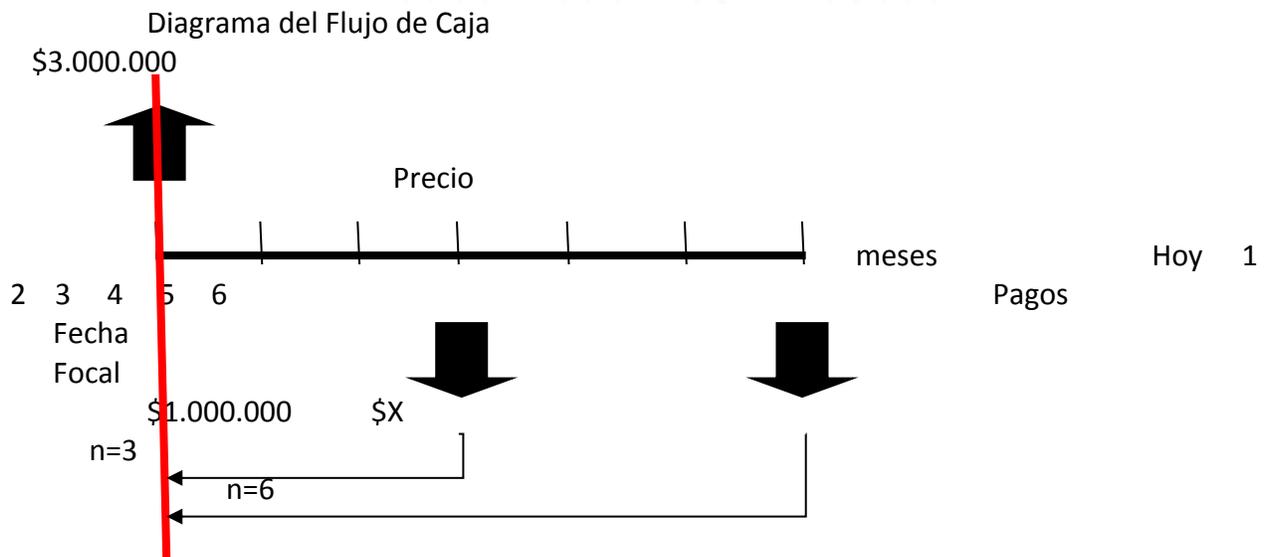
A crédito se financia con el siguiente plan:

Un primer pago de \$1.000.000 dentro de 3 meses

Un segundo pago dentro de 6 meses

Con una tasa de interés de rendimiento del 12% NMV, determinar el valor del segundo pago.

Solución:



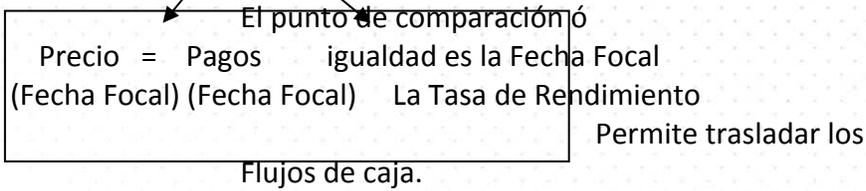
**Ecuación Fundamental:**

$i_p = 12\%/12 \Rightarrow i_p = 1\% \text{ p.m.}$

Tasa de Rendimiento

El Precio debe ser igual

la suma de los pagos.



**Planteamiento de la ecuación:**

$3.000.000 = 1.000.000(1+0,01)^{-3} + X(1+0,01)^{-6}$

**Desarrollo de la ecuación:**

$3.000.000 = 970.590 + 0,942045235254X$

$X = \frac{3.000.000 - 970.590}{0,942045235254} \quad X = 2.154.260$

**Respuesta:** En pesos del mes 6, el valor del segundo pago es de \$2.154.260

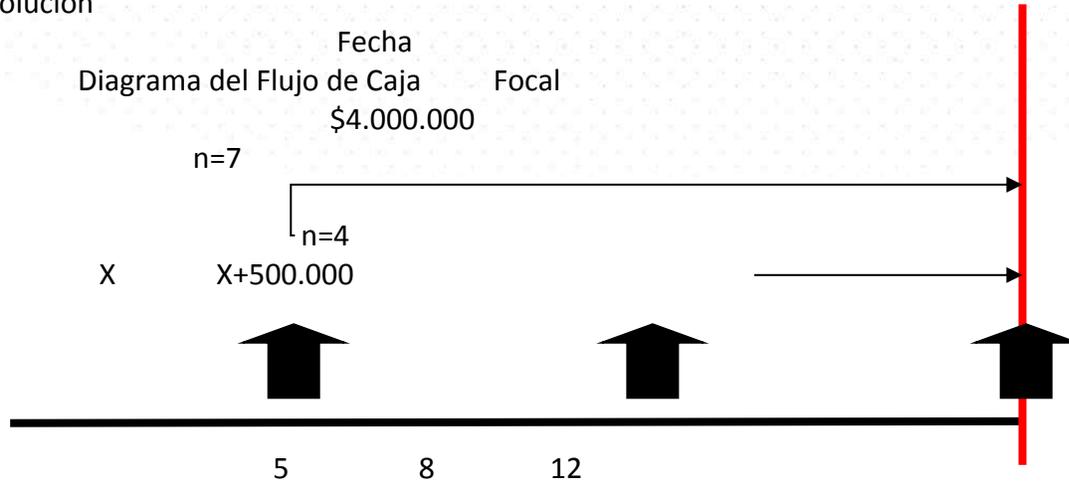
## Ejemplo 2

Una persona desea tener ahorrados \$4.000.000 para dentro de un año. Con tal fin, abre una cuenta de ahorro que le paga el 18% NMV y se compromete a realizar dos depósitos: en los meses 5 y 8, respectivamente.

El segundo depósito vale \$500.000 más que el primero.

Determinar el valor de cada uno de los depósitos

Solución



**Ecuación Fundamental:**

**Planteamiento de la ecuación:**

$$X(1+0,015)^7 + (X+500.00)(1+0,015)^4 = 4.000.000$$

**Desarrollo de la ecuación:**

$$1,1098449129X + 1,06136355062X + 530.682 = 4.000.000$$

$$2,17120846352X = 3.469.318$$

**De donde se obtiene que**

$$X1=1.597.874 \quad \text{Valor primer deposito}$$

$$X2=1.597.874+500.000=2.097.874 \quad \text{Valor segundo depósito}$$

**Comprobación:**

$$1.597.874(1+0,015)^7 + 2.097.874(1+0,015)^4 = 4.000.000$$

$$1.773.393 + 2.226.607 = 4.000.000$$

$$4.000.000 = 4.000.000$$

En pesos del mes 5, el primer depósito corresponde al valor de \$ 1.597.874.

En pesos del mes 8, el segundo depósito corresponde al valor de \$ 2.097.874

### Ejemplo

Un activo vale de contado \$ 7.000.000

A crédito ofrecen el siguiente plan:

Cuota inicial del 20 por ciento

Tres pagos a 4, 8 y 12 meses respectivamente

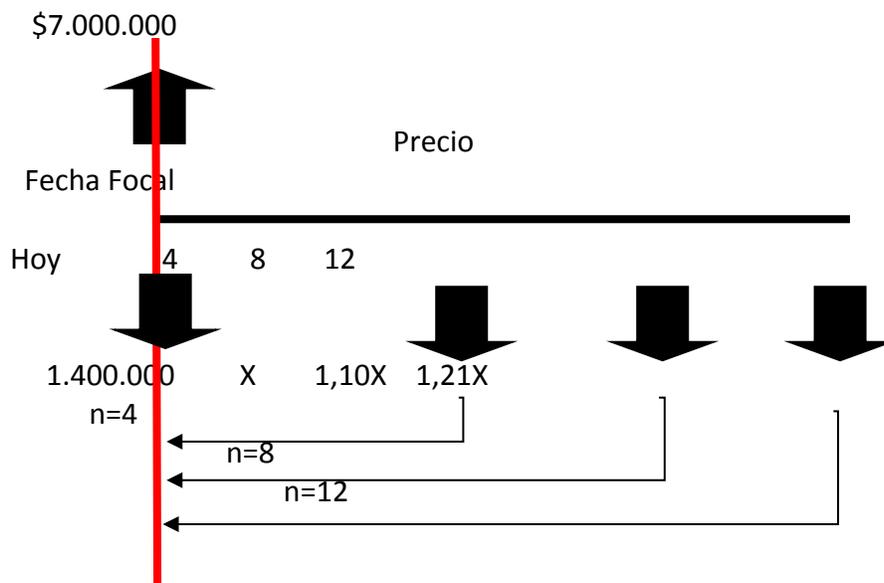
Tasa de financiación del 2% p.m.

Si cada pago es del 10% más que el anterior, determinar el valor de cada cuota.

### Solución:

#### Ecuación Fundamental:

#### Diagrama del Flujo de Caja



Valor de la cuota inicial =  $\$7.000.000 \times 20\% = \$1400.000$

Valor del primer pago = X

Valor del segundo pago =  $X + 10\% = 1X + 0,01 = 1,10X$

Valor del tercer pago =  $1,10X + 10\% = 1,21X$

Planteamiento de la ecuación:

$$7.000.000 = 1.400.000 + x(1+0,02)^{-4} + 1,10X(1+0,02)^{-8} + 1,21X(1+0,02)^{-12}$$

**Desarrollo de la ecuación:**

$$7.000.000=1.400.000+0,923845426027X + 0,938839408309X + \\ + 0,954076742454X$$

$$5.600.000 = 2,81676157679X$$

**Luego:**

$$X1= 1.988.099 \quad \text{valor del primer pago}$$

$$X2= 1.988.099 * 1,10 = 2.186.909 \quad \text{valor del segundo pago}$$

$$X3= 2.186.909 * 1,10 = 2.405.600 \quad \text{valor del tercer pago}$$

**Comprobación:**

$$7.000.000=1.400.000+1.988.099(1+0,02)^{-4}+2.186.909(1+0,02)^{-8}+ \\ -12 \\ +2.405.600(1+0,02)^{-12}$$

$$7.000.000=1.400.000 + 1.836.696 + 1.866.505 + 1.896.799$$

$$7.000.000=7.000.000$$

En pesos del mes 4, el primer pago corresponde al valor de \$ 1.988.099

En pesos del mes 8, el segundo pago corresponde al valor de \$ 2.186.909

En pesos del mes 12, el tercer pago corresponde al valor de \$ 2.405.600

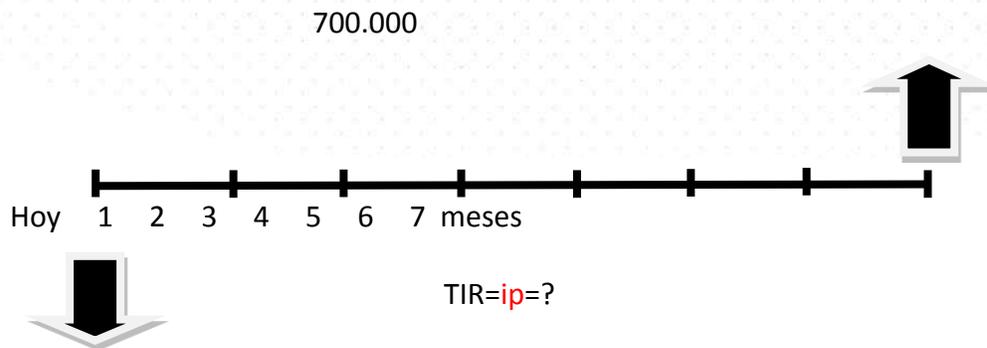
## CALCULO DE LA TASA INTERNA DE RETORNO –TIR-

### Ejemplo

Un inversionista depositó hoy \$550.000 y luego de transcurridos 7 meses le devolvieron \$700.000

¿Qué tasa de rentabilidad obtuvo? (Calcular la TIR)

Solución



550.000

VP=550.000

VF=700.000

N=7 meses

ip=?

$$\left( \frac{700.000}{550.000} \right)^{1/7} - 1 \quad ip=3,5052\% \text{ p.m.}$$

Cada mes ganó intereses a la tasa del 3,5052% p.m.

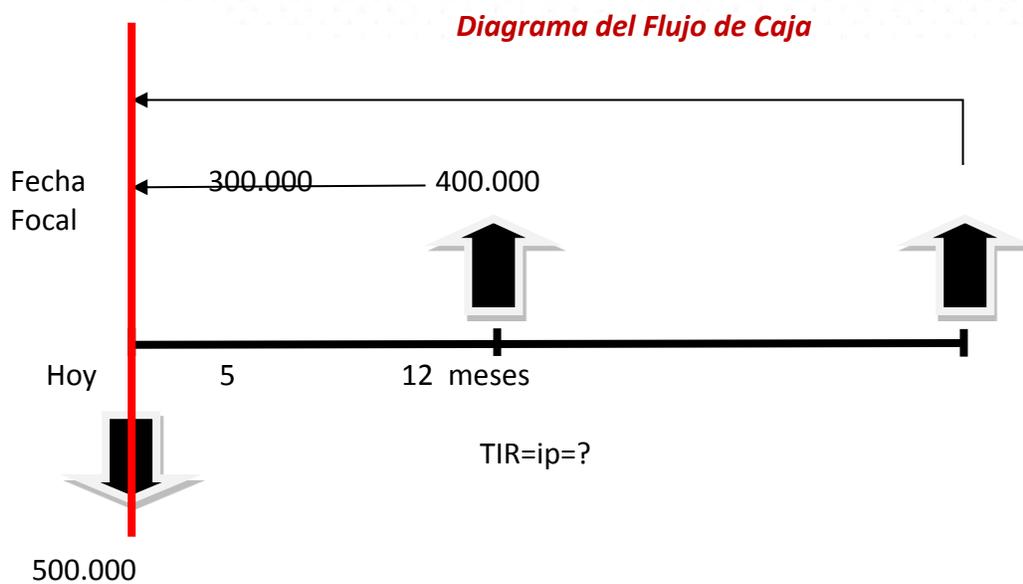
**Comprobación:**

$$VF = 550.000(1 + 0,035052)^7$$
$$VF = 700.000$$

**Ejemplo**

Una persona invirtió hoy \$500.000 y obtuvo los siguientes ingresos: \$300.000 en el mes 5 y \$400.000 en el mes doce.

¿Qué tasa de rendimiento obtuvo? (Calcular la TIR)



## Solución

### Ecuación Fundamental:



### Planteamiento de la ecuación:

$$500.000 = 300.000(1+ip)^{-5} + 400.000(1+ip)^{-12}$$

### La ecuación se iguala a cero:

$$0 = 300.000(1+ip)^{-5} + 400.000(1+ip)^{-12} - 500.000$$

### Esta ecuación plantea que:

$$\sum \text{Ingresos} - \sum \text{Egresos} = \text{Valor Presente Neto}$$

Precisamente, la TIR (ip) hace que el Valor Presente Neto (VPN) igual a cero.

Para encontrar la TIR (ip) se utiliza el Método de Ensayo y Error.

Como no se conoce la tasa, entonces se hacen supuestos hasta que el VPN sea igual a cero

### Primer supuesto:

Sea ip=1% y se reemplaza en la ecuación

$$0 = 300.000(1+0,01)^{-5} + 400.000(1+0,01)^{-12} - 500.000$$

Se obtiene que el VPN = + \$140.419,40

El VPN no es igual a cero

### Segundo supuesto:

Sea ip=2% y se reemplaza en la ecuación

$$0 = 300.000(1+0,02)^{-5} + 400.000(1+0,02)^{-12} - 500.000$$

Se obtiene que el VPN = + \$87.116,51  
El VPN no es igual a cero

**Tercer supuesto:**

Sea ip=3% y se reemplaza en la ecuación

$$0 = 300.000(1+0,03)^{-5} + 400.000(1+0,03)^{-12} - 500.000$$

Se obtiene que el VPN = + \$39.334,59  
El VPN no es igual a cero

**Cuarto supuesto:**

Sea ip=4% y se reemplaza en la ecuación

$$0 = 300.000(1+0,04)^{-5} + 400.000(1+0,04)^{-12} - 500.000$$

Se obtiene que el VPN = - \$3.583,05  
El VPN no es igual a cero

De esta manera se hacen tantos supuestos como sean necesarios, hasta cuando el valor del flujo de caja cambia de signo.

En este caso, cuando ip asumió el valor de 4%, el Valor Presente Neto (VPN) cambió de signo. Solo en este momento se suspenden los supuestos

Supuestos		
ip	Valor Presente Neto	
1%	+ \$ 140.419,40	
2%	+ \$ 87.116,51	
3%	+ \$ 39.334,59	⇒ VPN 1
4%	- \$ 3.583,05	⇒ VPN 2

Ip1 ←  
Ip2 ←

Se encuentra que el valor del flujo de caja cambia de signo cuando ip asume el valor del 4 por ciento

Por lo tanto, la respuesta correcta está entre 3% y 4%

Fórmula para encontrar la TIR

$$ip=TIR= ip1 - \frac{VPN1*(ip2-ip1)}{VPN2 - VPN1}$$

$$ip=TIR= 0,03 - \frac{39.334,59 (0,04-0,03)}{-3.583,05 - 39.334,59}$$

$$ip=TIR= 0,03 - \frac{393,3459}{-42.917,64}$$

$$ip=TIR= 0,03 - (-0,00916513349755)$$

$$ip=TIR= 0,03916513349755$$

$$ip=TIR= 3,916513349755\% \text{ p.m}$$

La tasa que hace que el VPN=0 es la TIR y vale 3,916% p.m.

Comprobación:

$$0=300.000(1+0,03916513349755)^{-5}+400.000(1+0,03916513349755)^{-12}-500.000$$

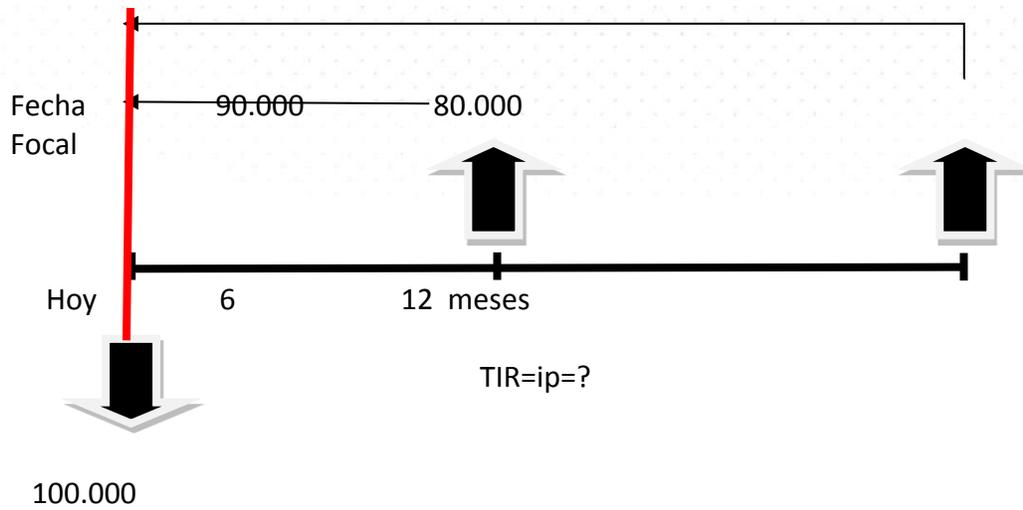
$$0 = 247.570,24 + 252.429,86 - 500.000$$

$$0 = 0$$

### Ejemplo

Un empresario invirtió hoy \$100.00 y recibió \$90.000 a los seis meses y \$80.000 al final del año.  
Calcular la TIR

#### Diagrama del Flujo de Caja



**Planteamiento de la ecuación:**

$$100.000 = 90.000(1+ip)^{-6} + 80.000(1+ip)^{-12}$$

**La ecuación se iguala a cero:**

$$0 = 90.000(1+ip)^{-6} + 80.000(1+ip)^{-12} - 100.000$$

Se hacen supuestos variando ip hasta cuando el VPN cambie de signo.

Supuestos	
ip	VPN
1%	\$55.780,00
2%	\$42.996,88
3%	\$31.483,97
4%	\$21.096,07
5%	\$11.706,38
6%	\$3.203,99
7%	-\$4.508,24

Diagrama de flujo: Un cuadro a la izquierda contiene 'Ip1 ←' y 'Ip2 ←'. Una línea horizontal conecta este cuadro con el cuadro de la tabla. Desde el cuadro de la tabla, una línea horizontal conecta con un cuadro a la derecha que contiene '⇒ VPN 1' y '⇒ VPN 2'.

**Fórmula para encontrar la TIR**

$$ip = TIR = ip1 - \frac{VPN1 * (ip2 - ip1)}{VPN2 - VPN1}$$

$$ip=TIR= 0,06 - \frac{3.203,99 (0,07-0,06)}{-4.508,24 - 3.203,99}$$

$$ip=TIR= 0,06 - \frac{32,0399}{-7.712,23}$$

$$ip=TIR= 0,06 - (-0,00415442744835)$$

$$ip=TIR= 0,0641544274484$$

$$ip=TIR= 6,4154\% \text{ p.m}$$

La tasa que hace que el VPN=0 es la TIR y ésta vale 6,4154% p.m.

Ejercicios tomados del libro  
"Matemáticas Financieras Aplicadas.  
Uso de las calculadoras financieras  
Prácticas en Excel"  
Jhonny de Jesús Meza Orozco  
Bogotá, Editorial ECOE, Tercera Edición, 2008

**OJO: Alguna o algunas de las respuestas pueden no ser exactas, debido a la cantidad de números decimales utilizados en la calculadora.**

### PROBLEMAS DE INTERÉS COMPUESTO

1. Calcule el monto o valor futuro a interés compuesto en que se convierten \$1,000 al cabo de ocho (8) años si el interés es del 36% anual y las capitalizaciones son: a- Anuales b- Trimestrales **Respuestas: 11,703.38 y 15,763.33**
2. Una persona recibe \$1,939,982.42 por haber invertido en un depósito a término fijo por nueve (9) meses. Si el banco le pagó una tasa del 18% anual capitalizado trimestralmente, ¿cuál es el valor de la inversión? **Respuesta: 1,700,000.01**
3. Usted quiere tener \$400,000 dentro de ocho (8) meses. Para invertir se le ofrece la posibilidad de hacerlo en una entidad que paga el 2% mensual capitalizado anticipadamente con la misma periodicidad. ¿Cuánto debe invertir hoy? **Respuesta: 340,305.21**
4. Si se invierten \$500,000 a interés del 40% nominal anual capitalizado trimestralmente, ¿cuánto se acumula al cabo de nueve (9) meses? **Respuesta: 665,500.00**
5. ¿Cuánto se debe invertir hoy para tener \$1,200,000 dentro de cinco (5) años, \$1,200,000 dentro de ocho (8) años y \$1,200,000 dentro de diez (10) años, si la tasa de interés es del 18% anual y se hacen capitalizaciones semestrales? **Respuesta: 975.402,52**
6. Una máquina llega al final de su vida dentro de un año y medio y para reemplazarla se comprará otra que cuesta \$800,000. La máquina vieja será recibida como parte de pago en \$150,000. ¿Qué depósito se debe hacer hoy en una cuenta que paga el 28% anual capitalizable trimestralmente, para poder hacer la compra en el momento oportuno? **Respuesta: 433,122.45**
7. Si un inversionista desea \$50,000 dentro de seis (6) meses, ¿cuánto deberá colocar hoy en una alternativa de inversión que le genera un rendimiento del 30% nominal anual, capitalizado trimestre vencido? **Respuesta: 43,266.63**
8. ¿A qué tipo de interés nominal anual capitalizado cada trimestre vencido se deben colocar hoy \$26,000.00 para obtener \$30,046.25 dentro de seis (6) meses? **Respuesta: 30.00%**
9. ¿Cuánto se debe depositar hoy en una entidad que reconoce el 31% anual convertido mensualmente, si se quiere tener \$500,000 al cabo de un (1) año? **Respuesta: 368,169.94**

- 10- Una persona debe pagar dentro de seis (6) meses una letra por \$50,000.00 más intereses del 30% anual capitalizados trimestralmente. Si la letra correspondiente es vendida dos (2) meses antes del vencimiento y el comprador desea ganar en la compra de la letra un interés del 36% capitalizado mensualmente sobre la inversión, ¿cuánto paga como precio de compra por la letra? **Respuesta: 54,464.37**
- 11- Una empresa tiene que cancelar dentro de 2 años una obligación de \$5.500.000 y desea liquidarla sustituyéndola por dos pagos iguales en los meses 10 y 22. Si la tasa de interés es del 3% mensual, ¿cuál es el valor de las cuotas? **Respuesta: \$2.137.175,81**
- 12-
- 13- ¿Cuánto tiempo debe esperar un inversionista para que una inversión de \$500.000 se convierta en \$1.631.018.89, si el rendimiento es del 3% mensual? **Respuesta: 40 meses**
- 14- Una persona debe \$10.000.000 pagaderos dentro de 2 años y \$20.000.000 dentro de 5 años. Pacta con su acreedor efectuar un pago único al final de 3 años a la tasa del 15% semestral. Calcular el valor único de pago. **Respuesta: \$24.660.064,91**
- 15- ¿Cuánto tiempo se debe esperar para que una inversión al 1.89% mensual se incremente en un 40%? **Respuesta: 18 meses**
- 16- ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse una inversión a una tasa de interés que la triplica en 24 meses? **Respuesta: 15.14 meses**
- 17- ¿Qué oferta es más conveniente para la venta de una propiedad?
- \$75.000.000 de contado.
  - \$ 30.000.000 de cuota inicial y el saldo en tres pagarés iguales de \$45.000.000 cada uno a 1 año, 2 años y 3 años, si el rendimiento del dinero es del 3.5% mensual.
  - Dos pagarés por valor de \$65.000.000 cada uno a 1.5 años y 2.5 años respectivamente a una tasa del 4% mensual. **Respuesta: segunda oferta**
18. Una persona debe pagar \$5.000.000 dentro de 2 años. El acreedor acepta un pago hoy de \$2.000.000 y un nuevo pagaré a 3 años. Hallar el valor del nuevo pagaré con la tasa de interés del 2% mensual. **Respuesta: \$2.261.434.29**
19. Un televisor tiene un valor de contado de \$1.300.000 y se debe financiar en tres pagos así: \$500.000 dentro de tres meses y los otros dos pagos iguales a 8 y 12 meses. Hallar el valor de estos pagos si la tasa de interés que se paga por la financiación es del 4% mensual. **Respuesta: \$631.231.56 cada pago**
20. Usted tiene 2 alternativas para cancelar una deuda:
- Mediante dos pagos iguales de \$130.000 a tres y ocho meses con una tasa de interés del 3.5% mensual.
  - Mediante dos pagos, uno por \$150.000 dentro de cuatro meses y otro por \$110.000 dentro de ocho meses con una tasa de interés del 3.8% mensual.
- ¿Cuál de estas dos alternativas escogería usted? **Respuesta: segunda alternativa**
21. Un electrodoméstico que tiene un valor de contado de \$2,410.000, se desea financiar en tres pagos a seis, diez y quince meses, de tal manera que cada pago sea igual a los 3/4 del pago anterior. Hallar el valor de cada pago sabiendo que se cobra un interés del 2.8% mensual. **Respuesta: mes 6: \$1.347.830.65, mes 10: \$1.010.872.99, mes 15: \$758.154.74**
22. Sustituir dos pagarés, uno de \$380.000 y otro de \$220.000 con vencimientos a tres y cinco meses, respectivamente, por dos pagos iguales para los meses 4 y 6, suponiendo una tasa de interés del 3% mensual. **Respuesta: \$311.435.17**

23. Para usted como deudor, ¿cuál de las dos alternativas siguientes prefiere para cancelar la misma deuda? La primera alternativa es pagar hoy \$ 150.000, dentro de siete meses pagar \$83.000 y dentro de un año pagar \$115.000, con una tasa de interés del 7% trimestral. La segunda alternativa consiste en cancelar tres pagos iguales de \$95.000 en los meses seis, nueve y catorce con una tasa del 2.5% mensual. **Respuesta: segunda alternativa**
24. ¿Cuánto se debe depositar hoy en una cuenta de ahorros que paga un interés del 2.9% mensual para poder retirar, \$75.000 dentro de seis meses, \$42.000 dentro de 8 meses, la tercera parte de lo depositado dentro de 10 meses, la mitad de lo depositado dentro de 1 año y que aún se tenga un saldo de \$320.000 en la cuenta dentro de 15 meses? **Respuesta: \$772.608.53**
25. Al señor Pérez le financiaron una deuda con una tasa de interés del 3.3% mensual mediante tres pagos así: \$550.000 dentro de tres meses, \$700.000 dentro de ocho meses y \$1.280.000 dentro de un año. El acreedor acepta que la deuda de hoy se cancele con un único pago dentro de 15 meses y con una tasa de interés del 11% trimestral. Hallar el valor de este pago único. **Respuesta: \$3.101.586**
26. Se estima que una casa que vale hoy \$70.000.000 incrementa su valor así: el primer año un 20%; el segundo año un 18% y el tercer año un 22%. ¿Cuál es el valor de la casa después de 3 años? **Respuesta: \$120.926.400**
27. Un inversionista inicia una cuenta de ahorros hoy con \$500.000, dentro de 3 meses deposita \$1.000.000 y dentro de 6 meses deposita \$2.000.000. ¿En cuánto tiempo tendrá disponible \$6.000.000, si la tasa de interés que le reconocen es del 2% mensual? **Respuesta: 31.5 meses**
28. Los gastos anuales de una empresa tienen la siguiente variación:  
Primer año = \$300.000 Segundo año = \$360.000  
Tercer año = \$432.000 Cuarto año = \$518.400  
¿Cuál fue la variación promedio anual de los gastos de la empresa?  
**Respuesta: 20%**
29. Determinar el valor de contado de un artículo sabiendo que financiado se adquiere con el siguiente plan: una cuota inicial de \$50.000, tres pagos de \$60.000, \$80.000 y \$ 90.000 a cinco, diez y doce meses respectivamente. La tasa de interés es del 2.8% mensual. **Respuesta: \$227.571.56**
30. Una obligación financiera que consta de tres pagarés así: \$100 000 para dentro de cuatro meses, \$250.000 para dentro de un año y \$300.000 para dentro de 15 meses, se debe sustituir por un sólo pagaré para dentro de diez meses Si el interés es del 3% mensual, hallar el valor del nuevo pagaré. **Respuesta: \$613.836.84**
31. A usted como deudor le presenta su acreedor tres alternativas para cancelar una obligación, en la que le están cobrando un interés del 3% mensual. Determinar la mejor alternativa para usted. Un pago único de \$850.000 dentro de ocho meses. Dos pagos de \$400.000 cada uno a tres y seis meses respectivamente. Tres pagos así: \$300.000, \$400.000 y \$200.000 a dos, cuatro y doce meses respectivamente. **Respuesta: primera alternativa**
32. Cuando usted adquirió un producto a crédito, se convino el siguiente plan: una cuota inicial de \$125.000 y tres pagos de \$85.000, \$100.000 y \$150.000 a tres, cinco y ocho meses respectivamente con una tasa de interés del 3.5% mensual. Transcurridos cuatro meses el deudor cancela la mitad del saldo a esa fecha y el resto lo cancela dos meses más tarde. Determinar el valor del último pago. **Respuesta: \$121.763.31**
33. Una persona debía cancelar una deuda mediante tres pagos así: \$150.000 dentro de tres meses,

\$210.000 dentro de ocho meses y \$255.000 dentro de un año, todos con un interés del 2.4% mensual. El deudor solicita cancelar la deuda mediante dos pagos iguales a diez y quince meses respectivamente, con un interés del 3.5% mensual. Se pide hallar el valor de estos pagos. **Respuesta: \$386.922.28**

34. Una obligación que consta de tres pagos así: \$100.000 para hoy, \$250.000 para dentro de cinco meses y \$300.000 para dentro de un año, se debe sustituir por su equivalente en un pago dentro de 18 meses. Si la tasa de interés es del 6% trimestral hallar el valor de este pago. **Respuesta: \$800.741.33**
35. Un ahorrador deposita hoy la suma de \$350.000 en una institución que interés del 2% mensual. Si retira \$130.000 al cabo de un año y \$190.000 un año más tarde, ¿Qué saldo tendrá en la cuenta de ahorros a los tres años. **Respuesta: \$263.897.79**
36. Una deuda de \$5.000.000 que se adquirió hoy se propone pagar de la siguiente forma: \$ 1.000.000 dentro de 4 meses, \$2.500.000 dentro de 6 meses y un último pago de \$2.800.000. Si la operación financiera se realiza con una tasa de interés del 3.6% mensual, calcular la fecha del último pago. **Respuesta: 8 meses contados desde el momento cero**
37. Un terreno comprado de contado cuesta \$4.500.000, pero se propone pagarlo así: cuota inicial de \$500.000, \$1.000.000 dentro de un año, \$2.000.000 dentro de 2 años y un último pago de \$ X dentro de 3 años. Si la tasa de interés cobrada es del 20% anual, calcular este último pago. **Respuesta: \$3.072.000**
38. Un concesionario de autos vende un motor de camión en \$12.000.000. Financiado exige una cuota inicial del 20% y el resto en 3 cuotas en los meses 4, 8 y 12, respectivamente, de tal forma que el segundo pago sea \$200.000 más que el primero y el tercer pago sea \$100.000 más que el segundo. Si se cobra una tasa de interés del 3% mensual, ¿cuál es el valor de los pagos? **Respuesta: Pago mes 4 = \$3.880.041; Pago mes 8 = \$4.080.041; Pago mes 12 = \$4.180.041**
39. Un inversionista deposita hoy en una cuenta de ahorros \$1.000.000. A los 3 meses retira \$500.000 y a los 5 meses deposita \$250.000. Calcular el saldo disponible dentro de 12 meses, si le reconocen una tasa de interés del 2% mensual. **Respuesta: \$957.866.93**
40. Qué tasa de interés le reconocen a un inversionista, si deposita hoy en una corporación financiera \$2.000.000, retira en cada uno de los 3 meses siguientes la cuarta parte de lo depositado y todavía en el mes 6 tiene un saldo de \$646.000? **Respuesta 2.25% mensual**

Ejercicios tomados del libro  
"Matemáticas Financieras Aplicadas.  
Uso de las calculadoras financieras  
Prácticas en Excel"  
Jhonny de Jesús Meza Orozco  
Bogotá, Editorial ECOE, Tercera Edición, 2008

**OJO: Alguna o algunas de las respuestas pueden no ser exactas, debido a la cantidad de números decimales utilizados en la calculadora.**

**PROBLEMAS DE TASAS DE INTERÉS**

- 1- A partir de una tasa de interés del 34% con capitalización mensual, calcular la tasa efectiva anual equivalente. **Respuesta: 39.83% EA**
2. Calcular la tasa efectiva anual partiendo de una tasa del 36% con capitalización trimestral. **Respuesta: 41.16% EA**
3. ¿Cuál es la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa del 35% capitalizable mensualmente? **Respuesta: 9%**
4. Conocida la tasa nominal del 45% con capitalización mensual, hallar:
  - a) La tasa efectiva trimestral. **Respuesta: 11.68%**
  - b) La tasa efectiva semestral. **Respuesta: 24.72%**
5. A partir de la tasa efectiva anual del 33%, hallar:
  - a) La tasa efectiva semestral. **Respuesta: 15.33%**
  - b) La tasa efectiva mensual. **Respuesta: 2.40%**
6. ¿Qué tasa de interés efectiva trimestral es equivalente a:
  - a) Tasa del 26% nominal anual con capitalización mensual? **Respuesta: 6.64%**
  - b) Tasa del 3.5% efectiva mensual? **Respuesta: 10.87%**
7. ¿Qué tasa de interés capitalizable semestralmente es equivalente a:
  - a) Una tasa del 18% capitalizable trimestralmente? **Respuesta: 18.40%**
  - b) Una tasa del 20% capitalizable mensualmente? **Respuesta: 20.85%**
8. Un capital de \$5.000.000 se invierte a una tasa de interés del 28% capitalizable mensualmente durante 2 años. Si la inflación permanece constante en un 1.23% mensual, calcular:
  - a. Valor futuro en términos nominales o corrientes. **Respuesta: \$8.697.228.94**
  - b. Valor futuro en términos reales o constantes **Respuesta: \$6.485.735.27**
9. El señor García invierte \$20.000.000 a una tasa de interés del 2% mensual durante un año. Durante el primer mes la inflación fue del 1.06%, para el segundo mes del 2,3% y de ahí en adelante la inflación se mantuvo constante en un 0.9%. Determinar si el señor García ganó o perdió dinero. ¿Por qué?  
**Respuesta: ganó dinero**

10. ¿Qué tasa de interés nominal anual capitalizable mensualmente equivale a:
- 33% efectiva anual? **Respuesta: 28.86% MV**
  - 18% semestral capitalizable mensualmente? **Respuesta: 36% MV**
11. Con base en las tasas efectivas, ¿qué es más conveniente?
- Invertir en una sociedad que garantiza duplicar el capital cada 36 meses,
  - Depositar el dinero en una cuenta que reconoce el 34% capitalizable trimestralmente
- Respuesta: opción b.**
12. Un inversionista realiza una inversión de \$20.000.000 durante 6 meses a una tasa de interés del 2% mensual. La inflación de los 3 primeros meses fue en promedio del 1.5% mensual y en los otros 3 meses del 2% mensual. Calcular:
- Rendimiento real
  - Qué sucedes si la tasa de inflación promedio mensual del último trimestre llegó al 3.5%
- Respuesta: a. 0.25% mensual, b, El inversionista pierde dinero.**
13. Usted tiene 3 opciones para aceptar un crédito bancario
- A una tasa del 36% trimestre anticipado
  - A una tasa del 38% trimestre vencido
  - A una tasa del 38.5% mes vencido.
- Cuál opción le conviene más? **Respuesta: segunda opción**
14. A partir de una tasa del 38%, calcular la tasa efectiva anual cuando:
- Las capitalizaciones son mensuales. **Respuesta: 45.37% EA**
  - Las capitalizaciones son trimestrales. **Respuesta: 43.77% EA**
15. A partir de una tasa nominal del 34% trimestre anticipado, calcular:
- Tasa nominal trimestre vencido **Respuesta: 37.16% TV**
  - Tasa nominal mes vencido **Respuesta: 36.06% MV**
18. El señor Pérez compró una casa en 1998 por \$100.000.000, después de 5 años la vende por \$180.000.000. Si la inflación promedio en los 5 años fue del 20% anual:
- ¿Cuánto ganó o perdió en el negocio en pesos corrientes?
  - ¿En cuánto debió vender la casa para recuperar su dinero?
  - Calcule en pesos de 1998 (pesos reales), el valor de venta de la casa.
- Respuesta: a. Perdió \$68.832.000, b. \$248.832.000, c. \$72.337.962.96**
19. Una entidad bancaria ofrece a sus clientes por utilizar su dinero una tasa del 25% nominal anual liquidada por trimestre vencido (25%TV). Si un inversionista hace un depósito a término y solicita le liquiden intereses por mes vencido, ¿qué tasa de interés mensual le deben pagar?
- Respuesta: 2.04%**
20. Un capital de \$100.000.000 está distribuido e invertido así: el 30% al 24% anual; el 40% al 27% anual; un 20% al 22% anual y el 10% al 20% anual. ¿Cuál es el rendimiento anual de ese capital?
- Respuesta: 24.40% EA**
21. Una empresa importa una maquinaria por 75.000 dólares con un año de plazo y un interés del 8.5% anual. Si la devaluación es del 15% anual, ¿cuál será el total a pagar en dólares y en pesos, y cuál es la tasa efectiva de esta importación? El dólar se cotiza hoy a \$1.030
- Respuesta: a. US \$81.375, b. \$96.388.687.50, c. 24.77% EA**
22. ¿Qué tasa nominal capitalizable mensualmente convertirá a \$450.000 de hoy en \$678.000 al cabo de dos años y medio? **Respuesta: 16.51% MV**

23. ¿Qué tasa efectiva mensual corresponde a una inversión de \$1.300.000 que produce un ingreso de \$2.205.000 dos años más tarde? **Respuesta: 2.22%**

24. Calcular de qué porcentaje fue la inflación en el primer semestre de 2002, si las inflaciones mensuales fueron las siguientes:

Mes	Inflación
Enero	2.37%
Febrero	1.09%
Marzo	2.34%
Abril	1.65%
Mayo	0.46%
Junio	3.21%

**Respuesta: 11.62% semestral.**

25. Adquirimos un préstamo en dólares a un interés del 12% anual, si el cambio de hoy es de \$950 por dólar y se estima que el cambio dentro de un año sea de \$1.178 por dólar. Se pregunta: ¿cuál es el costo efectivo en pesos del préstamo? **Respuesta: 38.88% EA**

26. Una corporación ofrece una tasa igual a la UVR + 4%, por sus depósitos en cuentas de ahorro. ¿Cuál es el rendimiento efectivo anual? Si la tasa de inflación anual es del 10%, ¿cuál es el interés real? **Respuesta: a. 14.40% EA, b. 4.00% EA**

27. El valor de la UVR el día 18 de junio es de \$104.48. Calcule el valor de la UVR, día a día, para dentro de 3 días, si la inflación del mes de mayo fue de del 0.6%. **Respuesta: primer día: \$104.5008, segundo día: \$104.5217, tercer día: \$104.5425**

28. ¿Qué tasa nominal mes anticipado equivale al 38% nominal trimestre vencido? **Respuesta: 35.76% MA**

29. ¿Qué tasa trimestral anticipada equivale al 2.5% mensual anticipada? **Respuesta: 7.31% Trimestral anticipada**

30. Si invierte hoy \$200.000 y después de 3 años recibe \$500.000. Calcular la tasa nominal mes anticipado que obtuvo como rendimiento. **Respuesta: 30.18% MA**

31. Un banco le concede un préstamo de \$100.000.000 con un plazo de un año a una tasa del 34% TA. Usted logra que el banco le cambie la tasa por una nominal mes vencido. Calcular esta tasa equivalente y los intereses del primer mes. **Respuesta: a. 36.06% MV, b. \$3.005.315.18**

32. Usted va a constituir un CDT por 90 días por valor de \$100.000.000 y el Banco Cafetero le ofrece una tasa del 20% TV. Si usted solicita recibir los intereses cada mes en forma anticipada, ¿cuál es el valor de los intereses mensuales? **Respuesta: \$1.610.000**

33. Usted tiene 2 opciones para depositar su dinero :  
Primera opción: Banco Ganadero le ofrece una tasa del 21% TV  
Segunda opción: Davivienda le ofrece UVR + 6%  
Escoja la mejor opción, si la inflación es del 17% EA.  
**Respuesta: segunda opción**

34. Las Villas le ofrece por sus ahorros la UVR + 3% anual. Si la inflación del 8,5% EA Calcular:  
• Tasa mensual anticipada equivalente **Respuesta: 0.92%**  
• Tasa trimestral **Respuesta: 2.82%**

35. Si una Corporación de Ahorro y Vivienda le ofrece por sus ahorros la UVR + 5%, calcular la tasa efectiva mensual equivalente si la inflación es del 9% e.a. **Respuesta: 1.13% mensual**

36. El señor Pedro Picapiedra necesita \$50.000.000 para realizar un ensanche en su planta de triturado. El Banco de Crédito se los presta a una tasa del 32% mes anticipado. ¿Cuál debe ser el valor del préstamo solicitado para que después de descontados los intereses del primer mes, realmente reciba los \$50.000.000? **Respuesta: \$51.369.863.01**
37. Si usted deposita en el día de hoy en el Banco Real \$20.000.000 y le reconocen una tasa de interés del 20% mes anticipado, ¿cuánto tendrá acumulado dentro de 3 meses? **Respuesta: \$21.036.422.18**
38. Una empresa proveedora de materia prima le ofrece el siguiente plan de pagos por la venta de sus productos: 10/10 neto 30. Calcular el costo efectivo, si usted no se acoge al descuento por pronto pago. **Respuesta: 566.13% EA**
39. Usted le presta a un amigo \$5.000.000 por 4 meses, sin cobrarle intereses. La inflación de los 4 meses fue: para el primer mes de 0.9%, para el segundo mes de 1.2%, para el tercer mes de 2.2% y para el cuarto mes de 1.5%. Calcular:
- a. Valor real pagado **Respuesta: \$4.720.428.11**  
b. Pérdida de dinero, expresada como tasa de interés. **Respuesta: 5.60% en 4 meses**
40. El Banco Ganadero le aprueba un crédito a la DTF + 6%, con intereses pagaderos trimestre vencido. Si la DTF el día del préstamo es del 20% E. A. Calcular el costo efectivo anual del préstamo. **Respuesta: 27.03% EA**
41. Usted deposita en el Banco Agrario \$2.000.000 a una tasa de interés del 18% TV durante 90 días. Sobre los intereses devengados se hace la retención en la fuente igual al 7%. La tasa de inflación del trimestre es igual al 4.5%. Calcular:
- Valor de los intereses trimestrales. **Respuesta: \$90.000**  
Valor de los intereses netos. **Respuesta: \$83.700**  
Rendimiento neto **Respuesta: 4.19% trimestral**  
Rendimiento real. **Respuesta: negativo**
42. ¿Cuánto tiempo debe esperar para que una inversión realizada hoy por \$15.000.000 se le conviertan en \$18.600.000, si le reconocen una tasa de interés del 29% TV? **Respuesta: 3 trimestres**
43. El señor Pedro Picapiedra desea constituir un CDT a un año por \$100.000.000 y explora diferentes alternativas en el mercado financiero local. Acude a 4 entidades bancarias y recibe las siguientes ofertas:  
Banco de Crédito: 3 1% MA  
Banco Real: tasa efectiva anual del 35%  
Banco Ganadero: rendimiento real del 6.0% anual, esperando una inflación del 28% anual.  
Banco Popular: constituir dos CDTs, uno por un valor de \$60.000.000 a una tasa del 32% TA y otro por \$40.000.000 a una tasa del 28% MA. ¿Qué oferta debe aceptar? **Respuesta: primera oferta**
44. Un fabricante de ropa femenina ofrece a sus clientes la siguiente escala de descuentos:  
De 0 a 30 días 12% De 30 a 60 días 8% De 60 a 90 días NETO  
¿Cuál es la opción más conveniente para el cliente? ¿Qué opina sobre el diseño de la tabla de descuentos?  
**Respuesta: segunda opción. La tabla está mal diseñada porque reconoce mayor descuento a quien se demore más en pagar.**
45. Una aceptación bancaria es una letra de cambio avalada por un banco, expedida a favor de un tercero por cuenta de un cliente, mediante la cual se pueden comprar bienes y servicios. El tercero puede hacerla efectiva en su fecha de vencimiento ante el mismo banco, o negociarla

antes en las bolsas de valores o en la mesa de dinero del mismo banco emisor. Usted tiene una aceptación bancaria por \$ 20.000.000 a 180 días y necesita negociarla faltando 72 días para su vencimiento, con un comisionista de bolsa que le cobra una tasa del 18% efectiva anual. ¿Cuánto recibiría usted? **Respuesta:**  $F = P(1+i)^{n/360} = \$ 19.348.780.33$

46. Demuestre que al hacerle un banco un préstamo al 24.30% EA y si la inflación es igual al 10% anual, la tasa real del crédito es del 13% y no del 14.30%. Después de calculada la tasa real del crédito, demuestre por medio de un ejercicio numérico que es equivalente aplicarle a un capital la tasa del 24.30% EA, que aplicarle al mismo capital la tasa de inflación y luego la tasa real.
47. Katya Elena necesita \$ 20.000.000 para comprar un vehículo. Va a un banco y le ofrecen su financiación al 26% MV. Acude a un amigo que se compromete a prestarle esa cantidad si le paga \$32.000.000 en un plazo de dos años. ¿Cuál de los dos préstamos le conviene? **Respuesta: el préstamo del amigo.**
48. Una comercializadora desea obtener una utilidad real del 7.0% sobre la venta de un producto que le cuesta \$ 20.000. Si la inflación es del 9.0%, ¿en cuánto debe venderlo? **Respuesta: \$ 23.326**

Ejercicios tomados del libro  
“Matemáticas Financieras Aplicadas.  
Uso de las calculadoras financieras  
Prácticas en Excel”  
Jhonny de Jesús Meza Orozco  
Bogotá, Editorial ECOE, Tercera Edición, 2008

**OJO: Alguna o algunas de las respuestas pueden no ser exactas, debido a la cantidad de números decimales utilizados en la calculadora.**

**PROBLEMAS DE TASAS DE INTERÉS**

- 1- A partir de una tasa de interés del 34% con capitalización mensual, calcular la tasa efectiva anual equivalente. **Respuesta: 39.83% EA**
2. Calcular la tasa efectiva anual partiendo de una tasa del 36% con capitalización trimestral. **Respuesta: 41.16% EA**
3. ¿Cuál es la tasa efectiva trimestral equivalente a una tasa del 35% capitalizable mensualmente? **Respuesta: 9%**
4. Conocida la tasa nominal del 45% con capitalización mensual, hallar:
  - a) La tasa efectiva trimestral. **Respuesta: 11.68%**
  - b) La tasa efectiva semestral. **Respuesta: 24.72%**
5. A partir de la tasa efectiva anual del 33%, hallar:
  - a) La tasa efectiva semestral. **Respuesta: 15.33%**
  - b) La tasa efectiva mensual. **Respuesta: 2.40%**
6. ¿Qué tasa de interés efectiva trimestral es equivalente a:
  - a) Tasa del 26% nominal anual con capitalización mensual? **Respuesta: 6.64%**
  - b) Tasa del 3.5% efectiva mensual? **Respuesta: 10.87%**
7. ¿Qué tasa de interés capitalizable semestralmente es equivalente a:
  - a) Una tasa del 18% capitalizable trimestralmente? **Respuesta: 18.40%**
  - b) Una tasa del 20% capitalizable mensualmente? **Respuesta: 20.85%**
8. Un capital de \$5.000.000 se invierte a una tasa de interés del 28% capitalizable mensualmente durante 2 años. Si la inflación permanece constante en un 1.23% mensual, calcular:
  - a. Valor futuro en términos nominales o corrientes. **Respuesta: \$8.697.228.94**
  - b. Valor futuro en términos reales o constantes **Respuesta: \$6.485.735.27**
9. El señor García invierte \$20.000.000 a una tasa de interés del 2% mensual durante un año. Durante el primer mes la inflación fue del 1.06%, para el segundo mes del 2,3% y de ahí en adelante la inflación se mantuvo constante en un 0.9%. Determinar si el señor García ganó o perdió dinero. ¿Por qué?  
**Respuesta: ganó dinero**

10. ¿Qué tasa de interés nominal anual capitalizable mensualmente equivale a:
- 33% efectiva anual? **Respuesta: 28.86% MV**
  - 18% semestral capitalizable mensualmente? **Respuesta: 36% MV**
11. Con base en las tasas efectivas, ¿qué es más conveniente?
- Invertir en una sociedad que garantiza duplicar el capital cada 36 meses,
  - Depositar el dinero en una cuenta que reconoce el 34% capitalizable trimestralmente
- Respuesta: opción b.**
12. Un inversionista realiza una inversión de \$20.000.000 durante 6 meses a una tasa de interés del 2% mensual. La inflación de los 3 primeros meses fue en promedio del 1.5% mensual y en los otros 3 meses del 2% mensual. Calcular:
- Rendimiento real
  - ¿Qué sucedería si la tasa de inflación promedio mensual del último trimestre llegó al 3.5%
- Respuesta: a. 0.25% mensual, b, El inversionista pierde dinero.**
13. Usted tiene 3 opciones para aceptar un crédito bancario
- A una tasa del 36% trimestre anticipado
  - A una tasa del 38% trimestre vencido
  - A una tasa del 38.5% mes vencido.
- ¿Cuál opción le conviene más? **Respuesta: segunda opción**
14. A partir de una tasa del 38%, calcular la tasa efectiva anual cuando:
- Las capitalizaciones son mensuales. **Respuesta: 45.37% EA**
  - Las capitalizaciones son trimestrales. **Respuesta: 43.77% EA**
15. A partir de una tasa nominal del 34% trimestre anticipado, calcular:
- Tasa nominal trimestre vencido **Respuesta: 37.16% TV**
  - Tasa nominal mes vencido **Respuesta: 36.06% MV**
18. El señor Pérez compró una casa en 1998 por \$100.000.000, después de 5 años la vende por \$180.000.000. Si la inflación promedio en los 5 años fue del 20% anual:
- ¿Cuánto ganó o perdió en el negocio en pesos corrientes?
  - ¿En cuánto debió vender la casa para recuperar su dinero?
  - Calcule en pesos de 1998 (pesos reales), el valor de venta de la casa.
- Respuesta: a. Perdió \$68.832.000, b. \$248.832.000, c. \$72.337.962.96**
19. Una entidad bancaria ofrece a sus clientes por utilizar su dinero una tasa del 25% nominal anual liquidada por trimestre vencido (25%TV). Si un inversionista hace un depósito a término y solicita le liquiden intereses por mes vencido, ¿qué tasa de interés mensual le deben pagar?
- Respuesta: 2.04%**
20. Un capital de \$100.000.000 está distribuido e invertido así: el 30% al 24% anual; el 40% al 27% anual; un 20% al 22% anual y el 10% al 20% anual. ¿Cuál es el rendimiento anual de ese capital?
- Respuesta: 24.40% EA**
21. Una empresa importa una maquinaria por 75.000 dólares con un año de plazo y un interés del 8.5% anual. Si la devaluación es del 15% anual, ¿cuál será el total a pagar en dólares y en pesos, y cuál es la tasa efectiva de esta importación? El dólar se cotiza hoy a \$1.030
- Respuesta: a. US \$81.375, b. \$96.388.687.50, c. 24.77% EA**
22. ¿Qué tasa nominal capitalizable mensualmente convertirá a \$450.000 de hoy en \$678.000 al cabo de dos años y medio? **Respuesta: 16.51% MV**

23. ¿Qué tasa efectiva mensual corresponde a una inversión de \$1.300.000 que produce un ingreso de \$2.205.000 dos años más tarde? **Respuesta: 2.22%**

24. Calcular de qué porcentaje fue la inflación en el primer semestre de 2002, si las inflaciones mensuales fueron las siguientes:

Mes	Inflación
Enero	2.37%
Febrero	1.09%
Marzo	2.34%
Abril	1.65%
Mayo	0.46%
Junio	3.21%

**Respuesta: 11.62% semestral.**

25. Adquirimos un préstamo en dólares a un interés del 12% anual, si el cambio de hoy es de \$950 por dólar y se estima que el cambio dentro de un año sea de \$1.178 por dólar. Se pregunta: ¿cuál es el costo efectivo en pesos del préstamo? **Respuesta: 38.88% EA**

26. Una corporación ofrece una tasa igual a la UVR + 4%, por sus depósitos en cuentas de ahorro. ¿Cuál es el rendimiento efectivo anual? Si la tasa de inflación anual es del 10%, ¿cuál es el interés real? **Respuesta: a. 14.40% EA, b. 4.00% EA**

27. El valor de la UVR el día 18 de junio es de \$104.48. Calcule el valor de la UVR, día a día, para dentro de 3 días, si la inflación del mes de mayo fue de del 0.6%. **Respuesta: primer día: \$104.5008, segundo día: \$104.5217, tercer día: \$104.5425**

28. ¿Qué tasa nominal mes anticipado equivale al 38% nominal trimestre vencido? **Respuesta: 35.76% MA**

29. ¿Qué tasa trimestral anticipada equivale al 2.5% mensual anticipada? **Respuesta: 7.31% Trimestral anticipada**

30. Si invierte hoy \$200.000 y después de 3 años recibe \$500.000. Calcular la tasa nominal mes anticipado que obtuvo como rendimiento. **Respuesta: 30.18% MA**

31. Un banco le concede un préstamo de \$100.000.000 con un plazo de un año a una tasa del 34% TA. Usted logra que el banco le cambie la tasa por una nominal mes vencido. Calcular esta tasa equivalente y los intereses del primer mes. **Respuesta: a. 36.06% MV, b. \$3.005.315.18**

32. Usted va a constituir un CDT por 90 días por valor de \$100.000.000 y el Banco Cafetero le ofrece una tasa del 20% TV. Si usted solicita recibir los intereses cada mes en forma anticipada, ¿cuál es el valor de los intereses mensuales? **Respuesta: \$1.610.000**

33. Usted tiene 2 opciones para depositar su dinero :  
Primera opción: Banco Ganadero le ofrece una tasa del 21% TV  
Segunda opción: Davivienda le ofrece UVR + 6%  
Escoja la mejor opción, si la inflación es del 17% EA.  
**Respuesta: segunda opción**

34. Las Villas le ofrece por sus ahorros la UVR + 3% anual. Si la inflación del 8,5% EA Calcular:  
• Tasa mensual anticipada equivalente **Respuesta: 0.92%**  
• Tasa trimestral **Respuesta: 2.82%**

35. Si una Corporación de Ahorro y Vivienda le ofrece por sus ahorros la UVR + 5%, calcular la tasa efectiva mensual equivalente si la inflación es del 9% e.a. **Respuesta: 1.13% mensual**

36. El señor Pedro Picapiedra necesita \$50.000.000 para realizar un ensanche en su planta de triturado. El Banco de Crédito se los presta a una tasa del 32% mes anticipado. ¿Cuál debe ser el valor del préstamo solicitado para que después de descontados los intereses del primer mes, realmente reciba los \$50.000.000? **Respuesta: \$51.369.863.01**
37. Si usted deposita en el día de hoy en el Banco Real \$20.000.000 y le reconocen una tasa de interés del 20% mes anticipado, ¿cuánto tendrá acumulado dentro de 3 meses? **Respuesta: \$21.036.422.18**
38. Una empresa proveedora de materia prima le ofrece el siguiente plan de pagos por la venta de sus productos: 10/10 neto 30. Calcular el costo efectivo, si usted no se acoge al descuento por pronto pago. **Respuesta: 566.13% EA**
39. Usted le presta a un amigo \$5.000.000 por 4 meses, sin cobrarle intereses. La inflación de los 4 meses fue: para el primer mes de 0.9%, para el segundo mes de 1.2%, para el tercer mes de 2.2% y para el cuarto mes de 1.5%. Calcular:
- a. Valor real pagado **Respuesta: \$4.720.428.11**  
b. Pérdida de dinero, expresada como tasa de interés. **Respuesta: 5.60% en 4 meses**
40. El Banco Ganadero le aprueba un crédito a la DTF + 6%, con intereses pagaderos trimestre vencido. Si la DTF el día del préstamo es del 20% E. A. Calcular el costo efectivo anual del préstamo. **Respuesta: 27.03% EA**
41. Usted deposita en el Banco Agrario \$2.000.000 a una tasa de interés del 18% TV durante 90 días. Sobre los intereses devengados se hace la retención en la fuente igual al 7%. La tasa de inflación del trimestre es igual al 4.5%. Calcular:
- Valor de los intereses trimestrales. **Respuesta: \$90.000**  
Valor de los intereses netos. **Respuesta: \$83.700**  
Rendimiento neto **Respuesta: 4.19% trimestral**  
Rendimiento real. **Respuesta: negativo**
42. ¿Cuánto tiempo debe esperar para que una inversión realizada hoy por \$15.000.000 se le conviertan en \$18.600.000, si le reconocen una tasa de interés del 29% TV? **Respuesta: 3 trimestres**
43. El señor Pedro Picapiedra desea constituir un CDT a un año por \$100.000.000 y explora diferentes alternativas en el mercado financiero local. Acude a 4 entidades bancarias y recibe las siguientes ofertas:
- Banco de Crédito: 3 1% MA  
Banco Real: tasa efectiva anual del 35%  
Banco Ganadero: rendimiento real del 6.0% anual, esperando una inflación del 28% anual.  
Banco Popular: constituir dos CDTs, uno por un valor de \$60.000.000 a una tasa del 32% TA y otro por \$40.000.000 a una tasa del 28% MA. ¿Qué oferta debe aceptar? **Respuesta: primera oferta**
44. Un fabricante de ropa femenina ofrece a sus clientes la siguiente escala de descuentos:  
De 0 a 30 días 12% De 30 a 60 días 8% De 60 a 90 días NETO  
¿Cuál es la opción más conveniente para el cliente? ¿Qué opina sobre el diseño de la tabla de descuentos?  
**Respuesta: segunda opción. La tabla está mal diseñada porque reconoce mayor descuento a quien se demore más en pagar.**
45. Una aceptación bancaria es una letra de cambio avalada por un banco, expedida a favor de un tercero por cuenta de un cliente, mediante la cual se pueden comprar bienes y servicios. El tercero puede hacerla efectiva en su fecha de vencimiento ante el mismo banco, o negociarla

antes en las bolsas de valores o en la mesa de dinero del mismo banco emisor. Usted tiene una aceptación bancaria por \$ 20.000.000 a 180 días y necesita negociarla faltando 72 días para su vencimiento, con un comisionista de bolsa que le cobra una tasa del 18% efectiva anual. ¿Cuánto recibiría usted? **Respuesta:**  $F = P(1+i)^{n/360} = \$ 19.348.780.33$

46. Demuestre que al hacerle un banco un préstamo al 24.30% EA y si la inflación es igual al 10% anual, la tasa real del crédito es del 13% y no del 14.30%. Después de calculada la tasa real del crédito, demuestre por medio de un ejercicio numérico que es equivalente aplicarle a un capital la tasa del 24.30% EA, que aplicarle al mismo capital la tasa de inflación y luego la tasa real.
47. Katya Elena necesita \$ 20.000.000 para comprar un vehículo. Va a un banco y le ofrecen su financiación al 26% MV. Acude a un amigo que se compromete a prestarle esa cantidad si le paga \$32.000.000 en un plazo de dos años. ¿Cuál de los dos préstamos le conviene? **Respuesta: el préstamo del amigo.**
48. Una comercializadora desea obtener una utilidad real del 7.0% sobre la venta de un producto que le cuesta \$ 20.000. Si la inflación es del 9.0%, ¿en cuánto debe venderlo? **Respuesta: \$ 23.326**

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS

2

Anualidades vencidas

# ● ANUALIDADES

## ANUALIDADES VENCIDAS

### 1. CALCULO DEL VALOR PRESENTE

Un crédito se pactó a 5 años de plazo, con cuotas fijas mensuales, iguales y vencidas de \$10.000 cada una y tasa de financiación del 18% NMV

Determinar la cuantía del préstamo original.

Solución

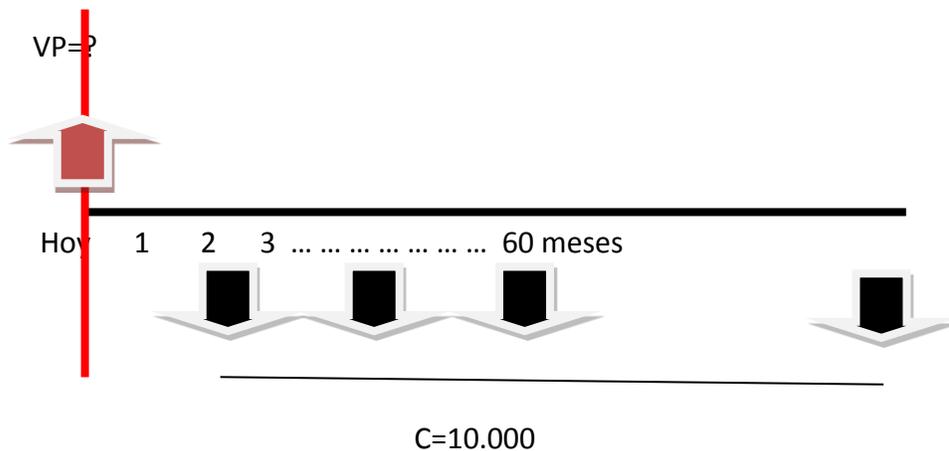
VP=?

n=5 años → n=5\*12=60 meses

C=\$10.000 mensuales

18% NMV → ip=18%/12 =1,5% p.m.

### Diagrama del Flujo de Caja



$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] \quad VP = 10.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,015)^{-60}}{0,015} \right] = \$393.802,69$$

## 2. CALCULO DEL VALOR FINAL

Un inversionista deposita al final de cada trimestre la suma de \$100.000, durante 10 años, en un fondo que le reconoce intereses del 16% NTV.

¿Cuánto dinero logra acumular?

Solución

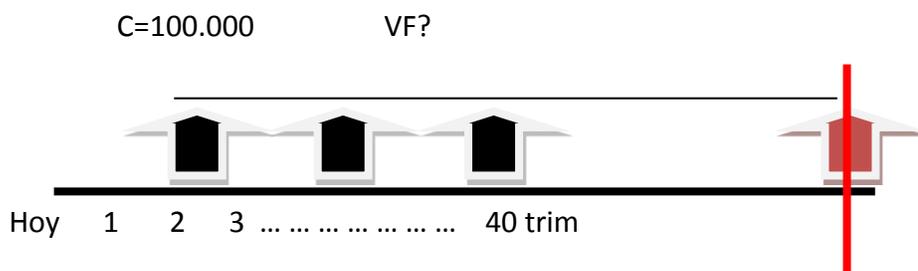
VF=?

C=100.000

n=10 años => n=10<sup>a</sup> ños\*4= 40 trimestres

16% NTV => ip=16/4 => ip=4% p. trimestral

### Diagrama del Flujo de Caja



$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] \quad VF = 100.00 \left[ \frac{(1 + 0,04)^{40} - 1}{0,04} \right] = \$9.502.551,57$$

### 3. CALCULO DE LA CUOTA EN FUNCION DEL VALOR PRESENTE

Un automóvil de contado cuesta \$30 millones.

A crédito otorgan 3 años de plazo, tasa de interés del 1% p.m. y cuota fija mensual vencida.

a) Hallar el valor del pago mensual

Solución

VP=30.000.000

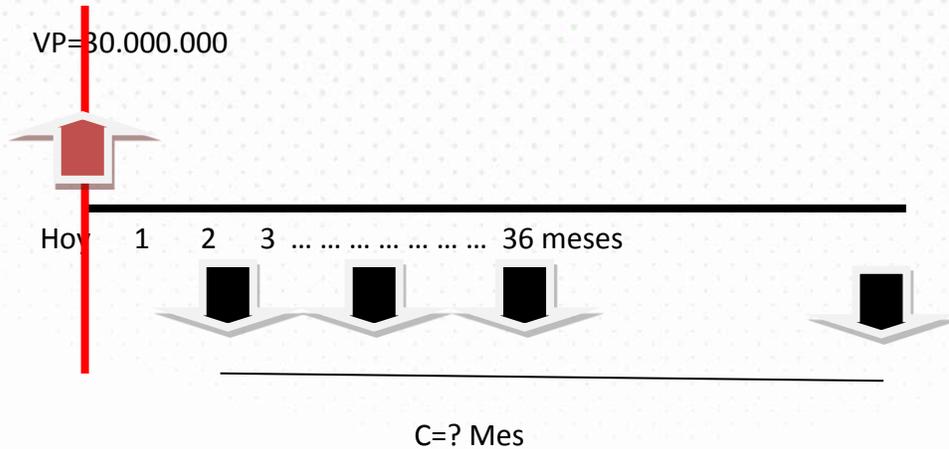
n=3 años => n=3\*12=36 meses

ip=1,0% p.m.

C=? mensual

### Solución

Diagrama del Flujo de Caja



$$C = \frac{VP}{\left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]}$$

$$C = \frac{30.000.000}{\left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-36}}{0,01} \right]} \quad C = \$996.429,29$$

- b) Cuando se pagó la cuota número 20, se preguntó el valor que se debía. Determinar el saldo de la deuda.

### Solución

De un total de 36 cuotas, se han cancelado 20, luego la deuda representa 16 pagos.

$$VP = 996.429,29 \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-16}}{0,01} \right]$$

$$VP = 14.665.320,52$$

### b. CALCULO DE LA CUOTA EN FUNCION DEL VALOR FINAL

Una persona desea acumular \$20.000.000 para dentro de año y medio, en una cuenta de ahorro que le paga intereses del 12% NMV.

¿Cuál es el valor del depósito fijo mensual que se debe efectuar al final de cada mes?

#### Solución

$$VF=20.000.000$$

$$n=1,5 \text{ años} \Rightarrow n=1,5 \text{ años} * 12=18 \text{ meses}$$

$$12\% \text{ NMV} \Rightarrow ip=12\%/12 \Rightarrow ip=1\% \text{ p. mensual}$$

$$C=? \text{ mensual}$$

$$C = \frac{VF}{\left[ \frac{(1+ip)^n - 1}{ip} \right]} \quad C = \frac{20.000.000}{\left[ \frac{(1+0,01)^{18} - 1}{0,01} \right]} \quad C=\$1.019.640,96$$

### CALCULO DEL TIEMPO EN FUNCION DEL VALOR PRESENTE

¿Cuántos pagos fijos, mensuales y vencidos de \$1.200.000 cada uno, se deben realizar para cancelar una deuda de \$12.309.317,52?

Considere una tasa de financiación del 30% NMV

#### Solución

$$C=1.200.000 \text{ mensuales}$$

$$VP=12.309.317,52$$

$$30\% \text{ NMV} \Rightarrow ip=30\%/12 \Rightarrow ip=2,5\% \text{ p. mensual}$$

$$n=? \text{ meses}$$

$$n = \frac{\log C - \log(C - VP * ip)}{\log(1 + ip)}$$

$$n = \frac{\log 1.200.000 - \log(1.200.000 - (12.309.317,52 * 0,025))}{\log(1 + 0,025)}$$

n=12 meses

### **CALCULO DEL TIEMPO EN FUNCION DEL VALOR FINAL**

Cuántos depósitos uniformes, semestrales y vencidos de \$50.000 cada uno se deben efectuar a fin de acumular un capital de \$151.740.819,77, en un fondo de capitalización que reconoce el 20% NSV?

Solución

n=? semestres

C=50.000 semestrales

VF=100.000.000

20% NSV => ip=20%/2 => ip=10% p. semestral

$$n = \frac{\log(VF * ip) - \log C}{\log(1 + ip)}$$

$$n = \frac{\log(151.740.819,77 * 0,10) - \log 50.000}{\log(1 + 0,10)}$$

n= 60 semestres aproximados

n= 60 depósitos semestrales

### **CALCULO DE LA TASA DE INTERES EN FUNCION DEL VALOR PRESENTE**

Un crédito hipotecario por valor de \$100 millones, se otorgó a 15 años de plazo y se acordaron cuotas fijas, mensuales y vencidas de \$1.610.000 cada una.

¿Qué tasa de financiación periódica mensual está operando en esta transacción?

#### **Solución**

$$VP=100.000.000$$

$$n=15 \text{ años} \Rightarrow n=15*12= 180 \text{ meses}$$

$$C=1.610.000 \text{ mensuales}$$

$$ip=? \text{ p. mensual}$$

Por el Método de Interpolación Lineal se busca la respuesta.

**Se plantea la ecuación:**

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]$$

$$100.000.000 = 1.610.000 \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-180}}{ip} \right]$$

**Luego la ecuación se iguala a cero**

$$0 = 1.610.000 \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-180}}{ip} \right] - 100.000.000$$

Se hacen supuestos, asignando a ip valores desde 1% hasta cuando el Valor Presente Neto (VPN) cambie de signo.

Supuestos		
ip	Valor Presente Neto	
1%	\$34.147.879,02	⇒ VPN 1
2%	- \$21.779.108,30	⇒ VPN 2

Ip 1 ←

Ip 2 ←

Fórmula para encontrar ip:

$$ip=TIR= ip1 - \frac{VPN1*(ip2-ip1)}{VPN2 - VPN1}$$

$$34.147.879,02 (0,02-0,01)$$

$$ip=TIR= 0,01 - \frac{-21.779.108,30 - 34.147.879,02}{-55.926.987,32}$$

$$341.478,7902$$

$$ip=TIR= 0,01 - \frac{-55.926.987,32}{-55.926.987,32}$$

$$ip=TIR= 0,01 - (-0,00610579626336)$$

$$ip=TIR= 0,01 + 0,00610579626336$$

$$ip=TIR= 1,61\% \text{ p. mensual.}$$

### CALCULO DE LA TASA DE INTERES EN FUNCION DEL VALOR FINAL

A que tasa periódica trimestral, se está capitalizando en un fondo la suma de \$20.000.000, con plazo de 3 años y depósitos uniformes, trimestrales y vencidas de \$ 1.200.000 cada uno?

#### Solución

$ip = ?$  p. trimestral

$VF = 20.000.000$

$n = 3$  años  $\Rightarrow n = 3 * 4 = 12$  trimestres

$C = 1.200.000$  trimestrales

Por el Método de Interpolación Lineal se busca la respuesta.

#### Se plantea la ecuación:

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right]$$

$$20.000.000 = 1.200.000 \left[ \frac{(1 + ip)^{12} - 1}{ip} \right]$$

#### Luego la ecuación se iguala a cero

$$0 = 1.200.000 \left[ \frac{(1 + ip)^{12} - 1}{ip} \right] - 20.000.000$$

Se hacen supuestos, asignando a ip valores desde 1% hasta cuando el Valor Presente Neto (VPN) cambie de signo.

Supuestos	
ip	Valor Presente Neto
1%	- \$ 4.780.996,38
2%	- \$ 3.905.492,33
3%	- \$ 2.969.564,53
4%	- \$ 1.969.033,44
5%	- \$ 899.448,18
6%	+ \$ 243.929,44

Ip 1 ←

Ip 2 ←

⇒ VPN 1

⇒ VPN 2

**Fórmula para encontrar ip:**

$$ip=TIR= ip1 - \frac{VPN1*(ip2-ip1)}{VPN2 - VPN1}$$

$$-899.448,18 (0,06-0,05)$$

$$ip=TIR= 0,05 - \frac{243.929,44 - (- 899.448,18)}{1.143.377,62}$$

$$-8.994,4818$$

$$ip=TIR= 0,05 - \frac{-8.994,4818}{1.143.377,62}$$

$$ip=TIR= 0,05 - (-0,00786658899271)$$

$$ip=TIR= 0,05 + 0,00786658899271$$

$$ip=TIR= 5,79\% \text{ p. trimestral}$$

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS

2

Anualidades vencidas II

# • ANUALIDADES

## 1. CALCULO DEL VALOR PRESENTE CON CUOTAS ANTICIPADAS

Ejemplo

El contrato de arrendamiento de un apartamento estipula que el canon sea de \$900.000 mensuales pagaderos por mes anticipado.

Si la tasa de rendimiento del dinero es del 12% NMV, y el inquilino ofrece cancelar hoy el equivalente a un año de arriendo ¿cuál es el valor a pagar?

Solución

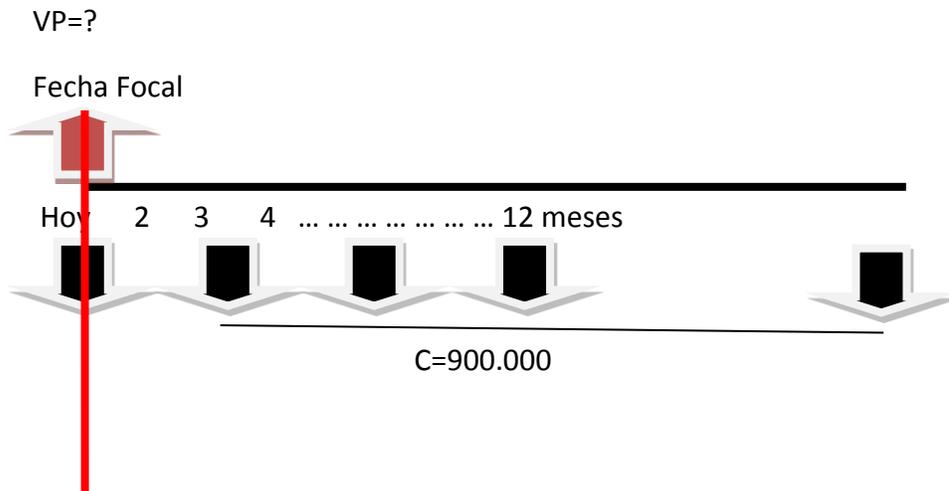
VP=?

C=900.000 Mes anticipado

18%NMV =>  $ip=18\%/12=1,5\%$  p. mensual

n=1 años =>  $n=1*12=12$  meses

### Diagrama de Flujo de Caja



$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)$$

$$VP = 900.00 \left[ \frac{1 - (1 + 0,015)^{-12}}{0,015} \right] (1 + 0,015)$$

VP=\$9.964.006

## 2. CALCULO DEL VALOR FUTURO CON CUOTA ANTICIPADA

Ejemplo

Al principio de cada trimestre, un inversionista deposita \$600.000, en un fondo que renta 20% NTV. ¿Cuánto dinero se logra acumular en 5 años?

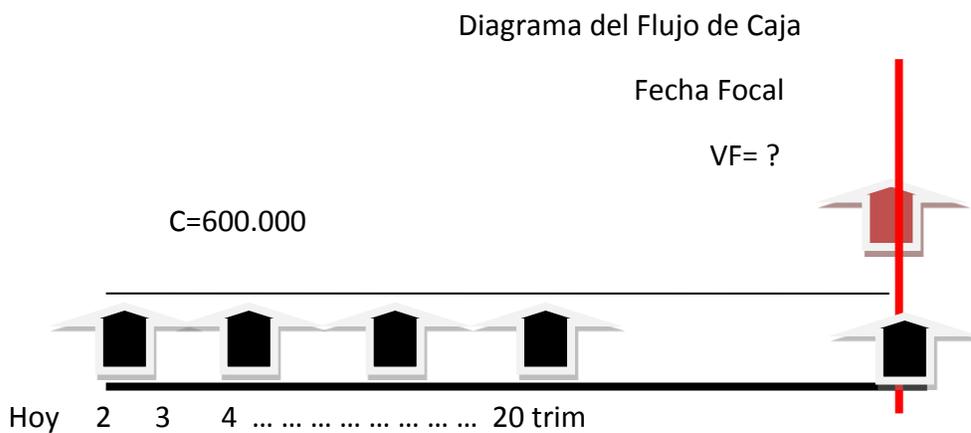
Solución

VF=?

C=600.000 trimestral anticipado

n=5 años => n=5\*4= 20 trimestre

24% NTV => ip=20%/4= 5% p. trimestral



$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] (1 + ip)$$

$$VF = 600.000 \left[ \frac{(1 + 0,05)^{20} - 1}{0,05} \right] (1 + 0,05)$$

VF=\$20.831.551

### 3. CALCULO DE LA CUOTA ANTICIPADA EN FUNCION DEL VALOR PRESENTE

Ejemplo

El precio de contado de un activo es de \$10.000.000

A crédito se adquiere así:

- Cuota inicial del 20%
- Tres años de plazo con cuotas mensuales, iguales y anticipadas.  
Tasa de financiación del 12% NMV.

Hallar el valor del pago fijo a efectuar cada mes.

Solución

VP=10.000.000

Cuota inicial= 10.000.000\*20%=2.000.000

Valor neto a financiar=10.000.000-2.000.000=8.000.000

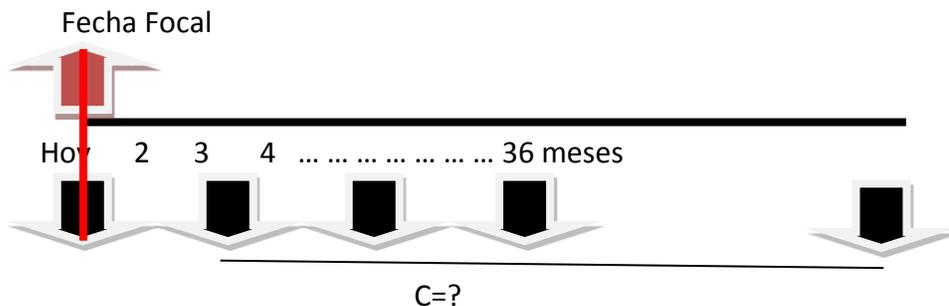
C=? mes anticipada

n=3 años => n=3\*12=36 meses

12% NMV => ip=12%/12=1% p. mes

#### Diagrama de Flujo de Caja

VP=8.000.000



$$C = \frac{VP}{\left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)} \quad C = \frac{8.000.000}{\left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-36}}{0,01} \right] (1 + 0,01)}$$

C=\$263.083,64

#### 4. CALCULO DE LA CUOTA ANTICIPADA EN FUNCION DEL VALOR FUTURO

Ejemplo

Determinar el valor del importe fijo semestral, igual y anticipado que al cabo de 5 años permite reunir un capital de \$100.000.000, con un rendimiento del 16% NSV

Solución

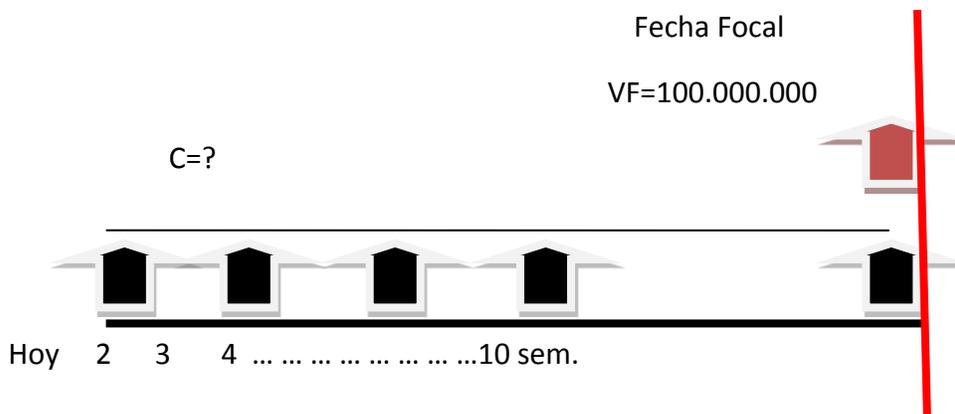
C=? semestral anticipada

n=5 años =>n=5\*2=10 semestres

VF=100.000.000

16%NSV => ip=16%/2=8% p. semestral

#### Diagrama del Flujo de Caja



$$C = \frac{VF}{\left[ \frac{(1+ip)^n + 1}{ip} \right] (1+ip)} \quad C = \frac{100.000.000}{\left[ \frac{(1+0,08)^{10} + 1}{0,08} \right] (1+0,08)}$$

$$C = \$6.391.619,32$$

## 5. CALCULO DEL TIEMPO EN FUNCION DEL VALOR PRESENTE

### Ejemplo

Cuántas cuotas mensuales, iguales y anticipadas de \$800.366 cada una, son necesarias para amortizar un crédito de \$20.000.000, a la tasa del 24% NMV?

Solución

n=? meses

C=800.366 mensual anticipada

VP=20.000.000

24%NMV => ip=24%/12=2% p. mensual

$$n = \frac{\text{Log} \left[ 1 - \frac{VP * ip}{C(1+ip)} \right]}{\text{Log}(1+ip)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[ 1 - \frac{20.000.000 * 0,02}{800.366(1+0,02)} \right]}{\text{Log}(1+0,02)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[ 1 - \frac{400000}{816373,32} \right]}{\text{Log} 1,02}$$

$$n = \frac{\text{Log} [1 - 0,489971916\text{B}]}{\text{Log} 1,02}$$

$$n = \frac{\text{Log}[0,51002808372]}{\text{Log } 1.02}$$

n=34 meses lo que equivale a decir:  
n=34 cuotas fijas mensuales y anticipadas

## 6. CALCULO DEL TIEMPO EN FUNCION DEL VALOR FUTURO

Ejemplo

Un fondo de pensiones informa que si se ahorra la suma de \$511.991 al principio de cada mes, es posible acumular \$50.000.000. Si la tasa de interés que garantiza es del 18% NMV ¿cuántos depósitos son necesarios efectuar para alcanzar ese objetivo?

Solución

C=511.991 mensuales anticipados  
VF=50.000.000  
18%NMV =>ip=18%/12= 1,5% p. mensual  
n=? meses

$$n = \frac{\text{Log} \left[ \frac{VF * ip}{C(1 + ip)} + 1 \right]}{\text{Log}(1 + ip)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[ \frac{50.000.000 * 0,015}{511.991(1 + 0,015)} + 1 \right]}{\text{Log}(1 + 0,015)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[ \frac{750000}{519670,86} + 1 \right]}{\text{Log}(1 + 0,015)}$$

$$n = \frac{\text{Log}[1,4432211958 + 1]}{\text{Log}(1 + 0,015)}$$

$$n = \frac{\text{Log}[2,4432211958]}{\text{Log}(1 + 0,015)}$$

n=60 meses, es decir  
n=60 depósitos mensuales, iguales y anticipados

## 7. CALCULO DE LA TASA DE INTERES EN FUNCION DEL VALOR PRESENTE

Ejemplo

Un TV HD vale de contado \$3 millones.

A crédito le ofrecen un plan que consiste en el pago de 6 cuotas fijas mensuales y anticipadas de \$600.000 cada una. ¿Qué tasa de financiación está cobrando el vendedor?

Solución

VP=3.000.000

N=6 meses

C=600.000 mensuales anticipadas

ip=? p. mensual

Como en los casos anteriores, la ip=TIR se encuentra por el Método de Ensayo y Error:

Se plantea la ecuación:

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)$$

$$3.000.000 = 600.000 \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-6}}{ip} \right] (1 + ip)$$

La ecuación se iguala a cero:

$$0 = 600.000 \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-6}}{ip} \right] (1 + ip) - 3.000.000$$

Se hacen supuestos, asignando a ip valores desde 1% hasta cuando el Valor Presente Neto cambie de signo:

Supuestos		
ip	Valor Presente Neto	
7%	+ \$60.118,46	⇒ VPN 1
8%	- \$-4.373,87	⇒ VPN 2

$$ip = TIR = ip1 - \frac{VPN1 * (ip2 - ip1)}{VPN2 - VPN1}$$

$$ip = TIR = 0,07 - \frac{60.118,46 * (0,08 - 0,07)}{-4.373,87 - 60.118,46}$$

$$ip = TIR = 0,07 - \frac{601,1846}{-64.492,33}$$

$$ip = TIR = 0,07 - (-0,00932179997218)$$

$$ip = TIR = 0,07 + 0,00932179997218$$

$$ip = TIR = 0,07932179997218$$

$$ip = TIR = 7,93\% \text{ periódico mensual}$$

Esta es la tasa de financiación que cobra el vendedor

¿Estaría usted dispuesto(a) a adquirir el electrodoméstico a crédito?

## 8. CALCULO DE LA TASA DE INTERES EN FUNCION DEL VALOR FUTURO

¿A que tasa de interés NTV, se está reuniendo un capital de \$70 millones, mediante depósitos trimestrales, iguales y anticipados de \$1.000.000 cada uno, durante 7 años?

Solución

VF=70.000.000

N=7 años => n=7\*4=28 trimestres

C=1.000.000 trimestral

ip=? p. trimestral

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] (1 + ip)$$

Como en los casos anteriores, la ip=TIR se encuentra por el Método de Ensayo y Error:

Se plantea la ecuación:

$$70.000.000 = 1.000.000 \left[ \frac{(1 + ip)^{28} - 1}{ip} \right] (1 + ip)$$

La ecuación se iguala a cero:

$$0 = 1.000.000 \left[ \frac{(1 + ip)^{28} - 1}{ip} \right] (1 + ip) - 70.000.000$$

Se hacen supuestos, asignando a ip valores desde 1% hasta cuando el Valor Final Neto cambie de signo:

Supuestos		
ip	Valor Final Neto	
5%	-\$8.677.288,09	
6%	\$2.639.798,32	

ip 1 ←

ip 2 ←

⇒ VPN 1

⇒ VPN 2

$$ip=TIR= ip1 - \frac{VPN1*(ip2-ip1)}{VPN2 - VPN1}$$

$$ip=TIR= 0,05 - \frac{-8.677.288,09*(0,06-0,05)}{2.639.798,32-(-8.677.288,09)}$$

$$ip=TIR= 0,05 - \frac{-86.772,8809}{11.317.086,41}$$

$$ip=TIR= 0,05 - (-0,0076674223167)$$

$$ip=TIR= 0,05 + 0,0076674223167$$

$$ip=TIR= 0,0576674223167$$

$$ip=TIR= 5,76\% \text{ periódico trimestral}$$

Finalmente:

$$5,76\% \text{ p.t. } * 4 = 23.04\% \text{ NTV}$$



# REPORTE ESPECIAL

**CORFINSURA**

## ¿Cómo se calcula la DTF?

Martes 04 de febrero de 2003

Por: Nicolás Acevedo V. Departamento de Investigaciones Económicas de CORFINSURA.

CORFINSURA realiza periódicamente una encuesta a los visitantes de su sitio en la Internet (<http://www.corfinsura.com>) sobre diversos temas económicos y financieros. En la última de éstas se preguntó: "¿Sabe usted cómo se calcula la DTF?". De las 609 personas que respondieron la encuesta, el 24,6% contestó "Sí", mientras el 73,6% dijo que desconocía su cálculo. Por tal motivo, el Departamento de Investigaciones Económicas de Corfinsura preparó el siguiente reporte con el fin de informar al lector sobre el tema.

### Historia

La tasa para los certificados de depósitos a término fijo (DTF) nació en 1982 después de la crisis de la deuda en América Latina que afectó a Colombia. El Gobierno la creó con el fin de permitir la colocación de préstamos para proyectos específicos para la pequeña y mediana empresa. Lo anterior se logró flexibilizando la tasa de captación de los certificados de depósito a término fijo (CDTs) de las corporaciones financieras y los bancos. La falta de recursos líquidos para la época, sumado al nerviosismo de los ahorradores que colocaban su dinero a corto plazo, impidió que las entidades pudieran colocar recursos a lapsos más largos, lo que llevó a las corporaciones financieras y bancos, a restringir el crédito de mediano plazo para el sector industrial. Por tal motivo, el Banco de la República intervino y determinó la creación de un indicador periódico semanal que midiera el monto y tasa promedio de captación de los depósitos a 90 días.

En julio de 1988 bajo la resolución 42, se determinó que la DTF sería calculada semanalmente por el Banco de la República. Asimismo, se estableció la TCC como el indicador que midiera la "tasa de captación de las corporaciones financieras". Con la resolución externa número 17 de 1993 se estableció que el cálculo de la DTF pasaría de ser un simple promedio a ser uno ponderado de la tasa y los montos captados a 90 días. De igual forma, el Emisor comenzó a calcular las tasas de captación ponderadas de los CDTs a 180 y 360 días de los intermediarios financieros con el fin de contar con información de las tasas de captación a plazos mayores.

### Definición y Cálculo

La DTF es una tasa de interés que resulta del promedio ponderado de las tasas y los montos diarios de las captaciones a 90 días de los CDTs de la mayoría de intermediarios financieros<sup>1</sup> durante una semana que va de viernes a jueves y tiene vigencia de lunes a domingo. Por ejemplo, para calcular la DTF vigente para el periodo comprendido entre el 27 de enero y 02 de febrero de 2003, se utilizaron los datos reportados las entidades financieras descritas entre el viernes 17 y el jueves 23 de enero de 2003.

Estas entidades financieras reportan a la Superintendencia Bancaria, por medio de la encuesta diaria de interés de captación, las tasas y los montos captados a 90 días. Luego, esta entidad transmite la información al Banco de la República que toma los resultados consolidados por entidad y lleva a cabo un promedio ponderado de las tasas y los montos captados durante una semana. A continuación se presenta el cálculo de la DTF vigente para la semana comprendida entre el 27 de enero y 02 de febrero de 2003.

#### Cálculo de la DTF vigente para la semana del 27 de enero al 02 de febrero

Fecha	Bancos		CF		CFC		Totales	
	Tasa	Monto	Tasa	Monto	Tasa	Monto	Tasa	Monto
17-Ene-03	7,33%	36.235	7,85%	3.237	8,33%	1.541	7,41%	41.013
20-Ene-03	7,31%	36.653	7,85%	5.583	8,38%	2.786	7,44%	45.022
21-Ene-03	7,45%	54.351	8,47%	14.384	8,58%	5.117	7,72%	73.852
22-Ene-03	7,69%	93.506	8,35%	8.090	8,46%	7.719	7,79%	109.315
23-Ene-03	7,51%	83.313	8,18%	5.894	8,91%	5.072	7,62%	94.279
<b>Tasa Ponderada por el Monto</b>							<b>7,65%</b>	

Fuente: Cálculos propios con base en el Banco de la República. Cifras en millones de pesos y tasas %E.A.

<sup>1</sup> Estos son: bancos, corporaciones financieras (CF) y compañías de financiamiento comercial (CFC).

Como se observa en el cuadro anterior la DTF se ubicó en 7,65%E.A. para dicha semana y los montos totales captados ascendieron a \$363 mil millones.

### Cálculo de los intereses de un CDT

Ahora bien, para hallar cuánto se recibiría si se invierte \$100 en un CDT a 90 días, se debe transformar esa tasa efectiva anual (E.A.) a una tasa nominal trimestre vencido (T.V.) y multiplicarla por el monto invertido<sup>2</sup>. Para esto se debe usar la siguiente fórmula:

$$\text{Intereses} = \left[ (1 + \%E.A.)^{1/n} - 1 \right] * 100 = \left[ (1 + 0,0765)^{1/4} - 1 \right] * 100 = 1,86$$

Donde n es el número de trimestres en un año, es decir, cuatro. Con lo anterior se encuentra que por \$100 de inversión en un CDT a 90 días, el inversionista recibiría al final del trimestre \$100 + \$1,86, es decir, \$101,86.

### Usos de la DTF

- Sirve como tasa de referencia del sistema financiero para definir sus tasas de captación a tres meses.
- Sirve para definir tasas variables de colocación de créditos.
- Se utiliza para indexar productos financieros derivados, como es el caso de los FRAs (*Forward Rate Agreement* o Acuerdo Futuro de Tasa de Interés)<sup>3</sup>.

### Factores que afectan la DTF

- La demanda de recursos de inversión por parte de la economía real que incentiva a las entidades financieras a captar a plazo (a mayor necesidad de captar recursos, mayor es la DTF).
- La disponibilidad de liquidez con la que cuentan las entidades financieras que captar por medio de CDTs (a mayor liquidez del sistema, menor es la necesidad de captar recursos y menor la DTF).
- La tasa de referencia del Banco de la República (a mayor tasa de referencia, mayor DTF).
- La inflación (a mayor inflación, mayor DTF).

### Datos de interés de la DTF

- La DTF fue creada en 1982 y alcanzó 7,60%E.A., su mínimo histórico en términos nominales, en la semana del 20 al 26 de enero de 2003. En contraste, su máximo histórico fue 39,60%E.A. y lo alcanzó en la semana del 7 al 13 de octubre de 1991, luego de que se le asignara constitucionalmente al Banco de la República la función de velar por mantenimiento de la capacidad adquisitiva de la moneda.
- El promedio diario captado de dinero por bancos, corporaciones financieras y compañías de financiamiento comercial en el 2002 fue de \$64 mil millones, mientras en lo que va corrido de 2003 este promedio alcanza \$76 mil millones. El máximo histórico de captación en un día desde junio de 1998 se alcanzó el 16 de abril de 2001 y llegó a \$159 mil millones.
- En el 2002, del total de dinero captado a 90 días los bancos representaron el 80,7%, las corporaciones financieras el 12,4% y las compañías de financiamiento comercial 6,8%.

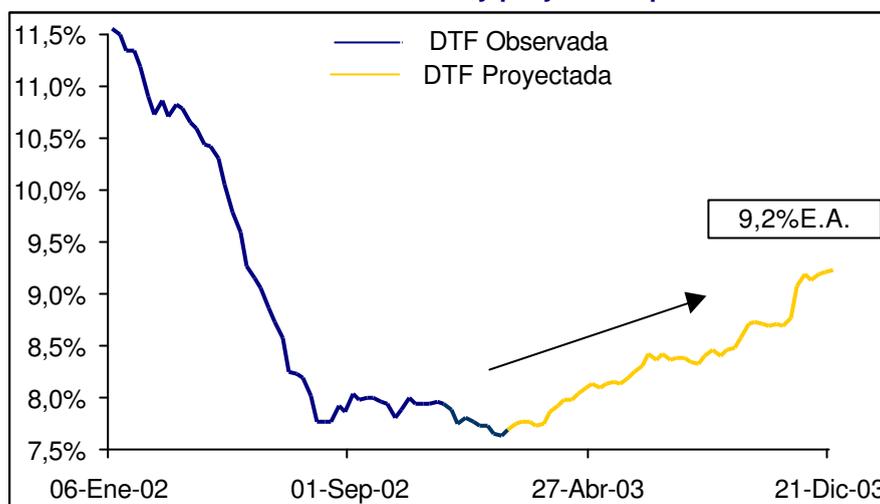
### Coyuntura de la DTF en 2003

La tasa de captación a 90 días comenzó el año en los niveles nominales más bajos de su historia. Sin embargo, el alza en las tasas de referencia del Emisor en 100 pb el pasado 17 de enero y el posible incremento de la demanda de créditos durante el año, hacen pensar que esta tasa de captación a tres meses tendrá una tendencia ascendente durante 2003 y cerrarán el año en 9,2%E.A. Asimismo, se nota un incremento en el volumen de dinero captado a 90 días, lo que podría sugerir las mayores necesidades de recursos del sistema financiero a este plazo o una expectativa de los agentes a nuevas subidas en la tasa de referencia en el semestre.

<sup>2</sup> Es importante anotar que cuando se definió la DTF, las entidades financieras debieron calcular la tasa en términos nominales, trimestre anticipado (T.A.).

<sup>3</sup> Para más información sobre este producto visite <http://www.corfinsura.com/espanol/histinfeco/dl/InfEspecial/Fras.pdf>

### Evolución reciente de la DTF y proyección para el 2003



Fuente: Proyección de Corfinsura y Suvalor con base en datos del Banco de la República.

### Conclusiones

- La DTF es una tasa de captación de recursos a 90 días por parte del sistema financiero.
- La DTF está influenciada por la demanda de crédito y por la política de tasas del Banco Central.
- En Colombia, la DTF se expresa en términos trimestre anticipado (T.A.) y efectivo anual (E.A.). Sin embargo, para calcular el retorno de un CDT es necesario transformar la tasa efectiva anual (E.A.) en trimestre vencida (T.V.), que es como usualmente se cancelan los intereses.

### Bibliografía

PORTAFOLIO. ¿Qué es la DTF? Lunes 26 de septiembre de 1994. Página 18.

ACEVEDO, Nicolás. La DTF: Una aproximación a su naturaleza. Reporte Especial Corfinsura, junio 12 de 2002. <http://www.corfinsura.com/espanol/histinfeco/dl/InfEspecial/DTFnaturaleza.pdf>.

**CORFINSURA**  
**Investigaciones Económicas**  
**(574) 319 6200**  
**Medellín, Colombia**

Alejandro Piedrahita B.  
 Nicolás Acevedo V.  
 Jesús M. Cadavid L.

Jefe de Investigaciones Económicas  
 Analista Económico  
 Analista Económico

alpiebra@corfinsura.com.co  
 niaceved@corfinsura.com.co  
 jecadavi@corfinsura.com.co

Este reporte fue elaborado con base en información que se presume proviene de fuente confiable. No nos hacemos responsables de otras interpretaciones o distorsiones que del mismo hagan terceras personas. No representa una oferta de títulos valores. Las cifras presentadas reflejan comportamientos históricos o información del mercado a la fecha del informe. Para una reseña exacta se recomienda acudir a un Asesor Financiero. Las inversiones en Colombia están sujetas a las leyes de este país y su cumplimiento es responsabilidad del inversionista. Las opiniones y recomendaciones podrán cambiar sin previo aviso por efecto de las condiciones del mercado. Quedan reservados todos los derechos sobre esta publicación y por ende se prohíbe su reproducción total o parcial mediante cualquier medio mecánico o electrónico sin autorización escrita.

Ejercicios tomados del libro  
“Matemáticas Financieras Aplicadas.  
Uso de las calculadoras financieras  
Prácticas en Excel”  
Jhonny de Jesús Meza Orozco  
Bogotá, Editorial ECOE, Tercera Edición, 2008

**OJO: alguna o algunas de las respuestas pueden no ser exactas, debido a la cantidad de números decimales utilizados en la calculadora.**

### PROBLEMAS DE ANUALIDADES

- 1- Un documento estipula pagos trimestrales de amortización gradual de \$80,000.00 durante seis (6) años. ¿Cuánto se paga si se cancela en un sólo pago al principio del período y los intereses son del 32% anual capitalizado trimestralmente vencido? ¿Cuánto se paga si se cancela al vencimiento del plazo? **Respuestas:** Pago al principio **\$842,300.66** Pago al vencimiento **\$5,341,180.74**
- 2- Una persona compra un automóvil en \$6,000,000 de los cuales paga el 40% como cuota inicial y el saldo es financiado en 36 cuotas mensuales iguales de amortización gradual, con intereses del 3.5% efectivo mensual. ¿De qué valor es la cuota? **Respuesta: \$177,422.98**
- 3- Si en la compra del automóvil del ejemplo anterior se ofrecen dos (2) cuotas extraordinarias, la primera de \$350,000.00 en el mes cinco (5) y la segunda de \$500,000.00 en el mes diez y ocho (18). ¿Cuál es el valor de la cuota ordinaria? **Respuesta: \$149,633.07**
- 4- La Compañía XYZ desea comprar una máquina cuyo costo será de \$800,000.00 el 1º de Diciembre de 1996. Con el objeto de disponer de esa suma futura comienza a hacer depósitos mensuales vencidos de \$x en un fondo que paga el 30% anual capitalizable mensualmente. Si el primer depósito lo hace el 1º de Febrero de 1995, ¿cuál es el valor del depósito mensual? **Respuesta: \$26,157.10**
- 5- Se necesitan \$1,000,000 para la compra de una máquina. El Banco A ofrece prestar el dinero pero exige que se le pague en sesenta (60) cuotas mensuales vencidas de amortización gradual de \$36,132.96 ¿Qué tasa efectiva mensual (mensual vencida) cobra el banco? **Respuesta: 3.0%**
- 6- Una deuda de \$800,000 será cancelada en pagos trimestrales de \$78,000 durante tanto tiempo como sea necesario. Si se supone una tasa del 30% capitalizable trimestralmente, ¿cuántos pagos de \$78,000 deben hacerse? ¿Cuál es el valor del pago final hecho tres (3) meses después del último pago de \$78,000 necesario para cancelar la deuda? **Respuestas: 20.27 o sea 20 pagos. Pago tres meses después: \$22,054.42**
- 7- Desean reunirse exactamente \$60,000 mediante depósitos mensuales de \$1,000 en un fondo que paga el 36% anual capitalizable mes vencido. Cuántos depósitos de \$1,000 deben hacerse? ¿Qué depósito adicional hecho conjuntamente con el último depósito de \$1,000 completará los \$60,000? **Respuestas: 34.83 o sea 34 depósitos. Depósito adicional: \$2,269.82**
- 8- Para cancelar una deuda de \$2,000,000 con intereses del 36% capitalizado mensualmente se hacen pagos mensuales de \$x durante quince (15) años. Calcular el valor de la deuda

inmediatamente después de haber hecho el pago # 110 **Respuesta: Pagos mensuales: \$60.295**  
**Saldo después cuota 110: \$1.755.997**

- 9- Se adeudan \$2.400.000 al 30% anual capitalizable mensualmente, los cuales deben ser cancelados en cuotas mensuales vencidas de \$135.000. ¿Cuál es el plazo máximo, en períodos enteros, de que se dispone? ¿De cuánto será la cuota final efectuada un mes después para saldar la cuenta? **Respuestas: 23 meses y \$108.822**
- 10- Una corporación ofrece un crédito para pagarlo con cuotas trimestrales de amortización gradual de \$300.000. Si cobra el 32% anual capitalizado trimestralmente y otorga un plazo de tres años con un semestre de período de gracia, ¿Cuál será el valor del crédito? **Respuesta: \$1.938.292**
- 11- Una persona deposita cada mes la suma de \$100.000 y adicionalmente deposita \$200.000 cada tres meses en un fondo que paga el 27% anual capitalizado mensualmente. ¿Cuánto habrá acumulado al final de 5 años? **Respuesta: \$20.537.832,37**
- 12- Si hoy se depositan \$2.000.000 en una corporación que reconoce el 28% anual con capitalización mensual vencida, cuánto se podrá retirar en cuotas uniformes mensuales desde el mes 12 hasta el final del mes 20 para dejar el saldo en cero. **Respuesta: \$320.842,24**
- 13- En el transcurso de tres años una persona hace depósitos mensuales vencidos de \$20.000 en una entidad que le reconoce un interés del 27.12% capitalizable cada trimestre. En los siguientes tres años retira \$43.500 al final de cada mes. ¿Qué suma podrá retirar al completar los seis años para saldar la cuenta? **Respuesta: \$24.096,53**
- 14- Se adquiere un bien financiado así: 18 cuotas mensuales de \$26.000 cada una siendo la primera dentro de 5 meses con tasa del 3,5% mensual. Al mes se opta por cancelar en un solo pago el valor de la deuda. ¿Cuál es el valor del pago único? **Respuesta: \$309.304.77**
- 15- Ud. tiene un contrato que estipula el pago de una deuda mediante 30 cuotas mensuales iguales de \$22.000 cada una y un interés sobre saldos del 30% efectivo anual durante el primer año y del 33% efectivo anual de allí en adelante. Si usted desea pagar hoy este contrato en un solo pago, ¿De cuánto es dicho pago? **Respuesta: \$474.584.31**
- 16- Ud. debe financiarle a una persona una deuda por valor de \$3 millones, de hoy a veinte meses con cuotas mensuales iguales y un interés del 29% nominal capitalizado trimestralmente durante el primer año y del 34,5% efectivo anual de allí en adelante. ¿De qué valor son las cuotas iguales? **Respuesta: \$190.306.83**
- 17- Financiar \$1.000.000 a un año con cuotas mensuales iguales debiendo cancelar la primera dentro de cinco meses, sabiendo que la tasa de interés será del 3,5% mensual durante los cuatro primeros meses y del 4% mensual de allí en adelante. ¿De cuánto es la cuota? **Respuesta: \$170.439**
- 18- Una persona depositó \$700.000 anuales durante 8 años. A partir del noveno año aumentó sus depósitos a \$1.200.000 anuales durante 5 años. ¿Cuánto dinero tenía en su cuenta inmediatamente después de que hizo su último depósito, si la tasa de interés era del 18% anual? **Respuesta: \$33.130.168,81**
- 19-
- 20- Una persona compra un bien mediante una cuota inicial de \$5.000.000 y pagos anuales diferidos de \$600.000 durante seis años, empezando dentro de tres años. Si la tasa de interés de financiación es del 28% anual durante los 4 primeros años y del 32% de ahí en adelante, ¿Cuál es el valor total de la inversión inicial? **Respuesta: \$5.978.038,64**

- 21- Se tiene una deuda de \$4.000.000 con tasa de interés del 3% mensual, que debe ser pagada en 18 cuotas de amortización gradual durante el plazo de tres años, en forma tal que durante el primer año se paguen 12 cuotas mensuales, durante el segundo año 4 cuotas trimestrales y durante el tercer año 2 cuotas semestrales. Las cuotas deben ser todas del mismo valor. ¿De cuánto son las cuotas? **Respuesta: \$308.409,65**
- 22- Se debe formar un fondo de \$ 3.000.000 para comprar maquinaria para lo cual se depositan durante 2 años cuotas mensuales que ganan un interés del 12 % anual con capitalización trimestral. Después de depositada la cuota 12 se recibe la información que el precio de la maquina sufrió un aumento del 25 %. Determine la nueva cuota del fondo durante el resto del plazo. **Respuesta: \$170.519,16**
- 23- Se tiene una deuda de \$4.000.000 la cual debe ser cancelada en cuotas de amortización gradual durante 36 meses. La tasa de interés aplicable al primer año es del 2% mensual, la aplicable al segundo año es del 2.5% mensual y la aplicable al tercer año es del 3% mensual. Indique el valor de las cuotas iguales. **Respuesta: \$163.269,04**
- 24- Se otorga un crédito para vehículo por la suma de \$10.000.000 con plazo de 30 meses e intereses mensuales vencidos equivalentes a una tasa efectiva anual del 34,4888824246% ¿Cuál es el valor de la cuota mensual vencida de amortización gradual? **Respuesta:\$477.776,41**
- 25- Al otorgar un crédito de amortización gradual por la suma de \$12.000.000 con plazo de 24 meses e intereses mensuales vencidos equivalentes a una tasa efectiva anual del 42% es necesario determinar el valor del saldo pendiente de pago después de haber cancelado la cuota # 20. Determinelo. **Respuesta: \$2.626.153,97**
- 26- Haga el cuadro de amortización de un crédito otorgado por \$15.000.000 con plazo de 3 años, de los cuales hay período de gracia de un año, si el sistema de pago es con cuotas trimestrales iguales de amortización gradual con interés compuesto y tasa trimestral vencida equivalente al 32% trimestre anticipado.
- 27- Haga el cuadro de amortización de un préstamo de \$12'000.000, con plazo de dos años, período de gracia de 9 meses, intereses del 30% anual pagaderos por trimestre anticipado y amortización trimestral con abonos iguales a capital.
- 28- Una corporación ofrece un crédito para pagarlo con cuotas trimestrales de amortización gradual de \$300.000. Si cobra el 32% anual capitalizado trimestralmente y otorga un plazo de tres años con un semestre de período de gracia, ¿Cuál será el valor del crédito? **Respuesta: \$2.013.024,42**
- 29- Calcular el valor de contado de una propiedad vendida en las siguientes condiciones: \$ 3.000.000 pagados en el día de hoy; \$ 150.000 por mensualidades vencidas durante 2 años, y un último pago por \$ 350.000 un mes después de pagada la última mensualidad. Para el cálculo, utilice el 36% con capitalización mensual. **Respuesta: \$ 5.707.493.27**
- 30- Un padre de familia debe reunir la suma de \$ 2.500.000 para dentro de 4 años. Con este fin, abre una cuenta de ahorros hoy con \$ 250.000, en una entidad que paga un interés del 32% con capitalización mensual. De este momento en adelante, cada mes deposita \$ A. Hallar el valor de A, de tal manera que el padre de familia cumpla con su objetivo. **Respuesta: \$16.984.90**
- 31- Una persona está pagando su vehículo con cuotas trimestrales de \$ 1.600.000 y un interés del 9% trimestral. En este momento le faltan 8 cuotas por pagar y desea abonar \$1.000.000, y seguir

- pagando cuotas mensuales iguales durante el tiempo que le resta. ¿Cuánto quedará pagando cada mes? **Respuesta: \$459.582.67**
- 32- Se adquiere un bien financiado así: 18 cuotas mensuales de \$26.000 cada una siendo la primera dentro de 5 meses con tasa del 3,5% mensual. Al mes se opta por cancelar en un solo pago el valor de la deuda. ¿Cuál es el valor del pago único? **Respuesta: \$309,304.77**
- 33- Ud. tiene un contrato que estipula el pago de una deuda mediante 30 cuotas mensuales iguales de \$22.000 cada una y un interés sobre saldos del 30% efectivo anual durante el primer año y del 33% efectivo anual de allí en adelante. Si usted desea pagar hoy este contrato en un solo pago, ¿De cuánto es dicho pago? **Respuesta: \$474,584.31**
- 34- Ud. debe financiarle a una persona una deuda por valor de \$3 millones, de hoy a veinte meses con cuotas mensuales iguales y un interés del 29% nominal capitalizado trimestralmente durante el primer año y del 34,5% efectivo anual de allí en adelante. ¿De qué valor son las cuotas iguales? **Respuesta: \$190,306.83**
- 35- Financiar \$1.000.000 a un año con cuotas mensuales iguales debiendo cancelar la primera dentro de cuatro meses, sabiendo que la tasa de interés será del 3,5% mensual durante los cuatro primeros meses y del 4% mensual de allí en adelante. ¿De cuánto es la cuota? **Respuesta: \$148,397.89**
- 36- Una empresa comercial vende equipos de sonido con una cuota inicial de \$500.000 y 24 cuotas mensuales de \$185.500. Si se carga el 30% con capitalización mensual hallar el valor de contado. **Respuesta: \$3.817.664.87**
- 37- Una persona debe pagar una cuota de \$60.000 trimestrales durante 5 años. Si no efectúa los 4 primeros pagos, ¿cuánto debe pagar al vencer la quinta cuota, para poner al día su deuda, si la tasa de operación es del 30% con capitalización trimestral? Asuma que los intereses de mora son iguales a los intereses corrientes **Respuesta: \$348.503.46**
- 38- Pedro Picapiedra debe pagar durante 10 años una cuota de \$100.000 semestrales pactados al 16% semestral. Al efectuar el noveno pago, desea liquidar su saldo con un pago único. ¿Cuánto debe pagar en ese momento para liquidar su deuda? **Respuesta: \$502.864.44**
- 39- Calcular el valor futuro y el valor presente de la siguiente serie de pagos: a)-12 pagos mensuales de \$100.000 cada uno a una tasa de interés del 36% MV. b)- 18 pagos trimestrales anticipados de \$200.000 cada uno a una tasa del 9.0% trimestral. **Respuesta: a. F = \$1.419.203 P = \$995.400 b. F = \$9.003.692 P = \$1.908.726**
- 40- Calcular el valor de contado de un equipo industrial comprado así: \$150.000 de cuota inicial y 12 pagos trimestrales de \$80.000, a una tasa de interés del 40% capitalizable trimestralmente. **Respuesta: \$695. 095.34**
- 41- Calcular el valor de los depósitos semestrales necesarios en una cuenta de ahorros que paga el 30% con capitalización semestral, para tener en 5 años un capital de \$19.560.000. **Respuesta: \$963.370.34**
- 42- Una obligación P se había pactado cancelar de la siguiente forma: una cuota inicial equivalente al 20% y dos pagos en los meses 6 y 12 de \$ 5.000.000 y \$ 10.000.000 respectivamente, con una tasa de interés del 3% mensual. Transcurridos 8 meses se resuelve cancelar el saldo en 12 cuotas mensuales iguales a una tasa de interés del 3.2% mensual. Calcular esos nuevos pagos. **Respuesta: \$903. 282.42**
- 43- Hallar el valor futuro equivalente de la siguiente combinación de pagos, utilizando la tasa de interés igual al 2% mensual: un pago de \$5.000 vencido el tercer mes, un pago de \$18.000 vencido el 5 mes, un pago de

- \$45.000 al principio del mes 7, y una anualidad de \$25.000 que se inicia al finalizar el período 9 y termina en el período 17. **Respuesta: \$329.243.30**
- 44- Una entidad financiera le ofrece un préstamo de \$1.000.000 a 3 años, a una tasa de interés del 34% capitalizable trimestralmente, y usted puede cancelarlo por medio de cuotas mensuales iguales. Halle el valor de cada cuota. Si después de pagar la cuota No 30, usted decide cancelar el saldo con un sólo pago único, ¿de cuánto debe ser ese pago? **Respuesta: a. \$44.155.88, b. \$241.142,27**
- 45- Un terreno que vale de contado \$25.000.000 se va a financiar de la siguiente forma: cuota inicial igual al 8%, 36 cuotas mensuales iguales pagaderas en forma anticipada, y una cuota extraordinaria al final del mes 18 de \$2.500.000. Si la tasa de interés que le cobran es del 26% capitalizable mensualmente, calcular el valor de las cuotas. **Respuesta: \$840.001,99**
- 46- El propietario de una casa tiene las siguientes alternativas: Venderla hoy de contado por \$44.500.000 o Arrendarla por \$400.000 mensuales vencidos durante 3 años, cuando la espera vender en \$ 36.800.000. Si la tasa de interés es del 48% capitalizable mensualmente, ¿cuál decisión debe tomar? **Respuesta: Aceptar la primera alternativa. b) 16.530.321,74**
- 47- Usted desea comprar un vehículo que vale de contado \$25.000.000. El concesionario acepta financiarlo con una cuota inicial y 36 cuotas mensuales iguales, cobrando una tasa de interés del 3.5% mensual, usted solamente dispone de \$600.000 mensuales. Calcule el valor de la cuota inicial. **Respuesta: \$12.825.703.71**
- 48- Calcular el valor de contado de un activo que financiado se puede adquirir así: cuota inicial equivalente al 20% del valor de contado y 24 cuotas mensuales de \$800.000, más una cuota extraordinaria de \$2.000.000 pagadera en el mes 6. La tasa de interés cobrada por la financiación es del 30% capitalizable mensualmente. **Respuesta: \$20.040.728**
- 49- Calcular el valor de contado de una propiedad vendida en las siguientes condiciones: \$3.000.000 pagados en el día de hoy; \$150.000 por mensualidades vencidas durante 2 años, y un último pago por \$350.000 un mes después de pagada la última mensualidad. Para el cálculo, utilice el 36% con capitalización mensual. **Respuesta: \$5.707.493.27**
- 50- Hoy adquiere un equipo de sonido y se compromete a cancelarlo con 18 cuotas mensuales anticipadas, cada una por valor de \$85.000. Si le cobran una tasa de interés del 3% mensual, ¿cuánto le cuesta el equipo de contado? **Respuesta: \$1.204.120.07**
- 51- Se desea comprar una nevera. El cliente se encuentra ante dos opciones: Compra a crédito bajo las siguientes condiciones: cuota inicial de \$350.000 más doce cuotas mensuales anticipadas de \$100.000. o Compra de contado por \$1.400.000. El rendimiento del dinero es del 4% mensual. ¿Cuál opción le conviene más al cliente? **Respuesta: primera opción**
- 52- Una compañía vende un juego de muebles que tiene un valor de contado de \$12.000.000. Se conviene en pagar cuotas mensuales iguales de \$847.091, pagaderas en forma anticipada. Si la tasa de financiación es del 36% capitalizable mensualmente, ¿con cuántas cuotas se cancela el crédito? **Respuesta: 18 cuotas**
- 53- El Banco Ganadero le concede un préstamo de \$10.000.000 a una tasa del 36% trimestre vencido. Usted consigue un período de gracia de un año, durante el cual, el banco le cobra el 2.5% mensual de intereses y los intereses no se pagan, sino que se capitalizan. El préstamo tiene un plazo de 3 años, incluido el período de gracia, y se va a cancelar en cuotas trimestrales iguales. Calcule el valor de cada cuota. **Respuesta: \$2.429.869.52**
- 54- Un electrodoméstico se financia de la siguiente forma: una cuota inicial de \$400.000 y 12 cuotas mensuales iguales de \$85.000, pagaderas en forma anticipada. Si la tasa de interés que le cobran es del 3.5% mensual, ¿cuál es el valor del electrodoméstico? **Respuesta: \$1.250.131.83**

- 55- Usted tiene un crédito de \$5.000.000 para pagarlo en 18 cuotas mensuales de \$50.000, más tres cuotas extras iguales, pagaderas en los meses 6, 12 y 18. Si la operación financiera se realiza con un interés del 2.5% mensual, ¿cuál es el valor de las tres cuotas? **Respuesta: \$1.897.508**
- 56- Una compañía debe comprar un terreno para la ampliación de su planta. Lo puede adquirir con una cuota inicial de \$15.000.000 y 8 pagos trimestrales de \$1.000.000 cada uno, haciendo el primer pago dentro de un año. Determinar el valor de contado del terreno, sabiendo que en la financiación se pactó un interés del 34% nominal con capitalización trimestral. **Respuesta: \$19.790.234**
- 57- Se está construyendo un negocio que estará en servicio dentro de un año. Suponga que las utilidades sean de \$650.000 mensuales y durante 4 años de servicio. Usted desea comprar este negocio ¿Cuál será el valor, en pesos de hoy, que debe ofrecer para que al final de los 5 años tenga una ganancia adicional de \$3.000.000, si su tasa de interés es del 3% mensual? **Respuesta: \$12.373.783**
- 58- Un electrodoméstico que tiene un valor de contado de \$3.000.000, lo compró financiado así: cuota inicial de \$250.000 y cuotas mensuales de \$194.125.16 pagaderas en forma anticipada. Si le cobran una tasa de interés del 3% mensual, ¿en cuánto tiempo termina de cancelar el electrodoméstico? **Respuesta: 18 meses**
- 59- Dos personas (Juan y Pedro) deciden ahorrar dinero durante 2 años. Juan hace depósitos mensuales de \$50.000 y le reconocen una tasa de interés del 30% capitalizable mensualmente. Pedro hace depósitos de \$95.000 trimestrales a una tasa de interés del 33% capitalizable trimestralmente. ¿Cuál de las dos personas tiene más dinero al final de los dos años? **Respuesta: Juan**
- 60- Un vehículo tiene un valor de contado de \$25.000.000 y se puede adquirir financiado de la siguiente forma: 30% de cuota inicial y el resto financiado con 24 cuotas mensuales iguales. Calcular el valor de las cuotas, si la primera se paga al final del sexto mes, y se cobra como tasa de financiación el 30% capitalizable mensualmente y si a). Los intereses durante el período de gracia se cancelan mensualmente., y b) No se cancelan los intereses durante el período de gracia. **Respuesta: a. \$1.321.836 b. \$ 1.168.311**
- 61- Un terreno que tiene un valor de contado de \$100.000.000 se puede adquirir financiado de la siguiente forma: cuota inicial de \$10.000.000 y 24 cuotas mensuales iguales, debiendo cancelar la primera dentro de 6 meses, y una cuota extraordinaria de \$20.000.000 dentro de 18 meses. Calcular el valor de las cuotas mensuales, si la tasa de interés de financiación que se cobra es del 32% MV. **Respuesta: \$5.037.154.48**
- 62- Una entidad bancaria concede un crédito a 2½ años a un cliente por valor de \$50.000.000 con las siguientes condiciones: período de gracia de 6 meses, cuota mensuales iguales, tasa de interés del 34% capitalizable mensualmente, y durante el período de gracia se cancelarán los intereses. Calcular el valor de las cuotas mensuales. **Respuesta: \$ 2.899.617.72**
- 63- Un concesionario le financió a un cliente un vehículo que tiene un precio de contado de \$42.000.000 por medio de una cuota inicial equivalente al 30% del valor c contado y 24 cuotas mensuales iguales de \$2.953.585.31. Después de canceladas las primeras 7 cuotas, éste solicita que le amplíen el plazo de la deuda a 48 cuotas mensuales iguales. Calcular: a. Tasa de interés mensual de financiación del primer plan de pagos. b. Valor de las nuevas cuotas mensuales. **Respuesta: a. 8.68% mensual b. \$ 2.278.027.60**
- 64- ¿A qué tasa nominal capitalizable mensualmente se está pagando una deuda de \$30.000.000, mediante pagos mensuales de \$1.374.113.82 durante 3 años? **Respuesta: 36% MV**
- 65- Le financian un electrodoméstico que tiene un valor de contado de \$3.500.000 a 12 cuotas mensuales iguales pagaderas en forma anticipada de \$332.882,87. Calcular la tasa nominal mes vencido que le están cobrando. **Respuesta: 30% MV**
- 66- Le arriendan un local comercial por dos años con pagos mensuales vencidos \$200.000. Usted ofrece un solo pago en el día de hoy. ¿Cuánto deberá pagar inicio del contrato si la tasa de interés del arrendador es

del 3% mensual? **Respuesta: \$3.387.108.42**

- 67- Usted acude a un crédito comercial de un electrodoméstico que tiene un precio contado de \$5.000.000. Se lo financian de la siguiente manera: cuota inicial 30% y 36 cuotas mensuales iguales de \$160.313.28. Si usted solo puede pagar \$150.000 mensuales, calcular el número de cuotas enteras necesarias para cancelar la deuda. La tasa de interés cobrada es del 3% mensual. **Respuesta: por redondeo, 41 pagos**
- 68- El señor Pérez compró un apartamento a una corporación que tiene un valor contado de \$150.000.000, de la siguiente forma: cuota inicial de \$40.000.000 cuotas mensuales iguales de \$4.409.748.34. Después de cancelar la cuota número 18, solicita el saldo de la deuda para hacer un solo pago y le informan que es \$96.286.338.22. Calcular la tasa de interés que le están cobrando. **Respuesta: 3.5% mensual**

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS

2

Anualidades Generalidades,  
Diferidas y Perpetuas

## • ANUALIDADES GENERALES, DIFERIDAS Y PERPETUAS

### ANUALIDADES GENERALES

Ejemplo

Un empresario se comprometió a realizar pagos uniformes, trimestrales y vencidos de \$100.000 cada uno durante 10 años, reconociendo intereses del 20% NSV.

Determinar el valor original del préstamo.

**Solución**

VP=?

C=100.000 trimestrales

n=10 años => n=10\*4=40 trimestres

20% NSV => ip=20%/2=10% p. semestral

2 4

$(1+0,10)^2=(1+ip)^4$  => ip=4,8808% p. trimestral

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]$$

$$VP = 100.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,048808)^{-40}}{0,048808} \right]$$

VP=1.829.422

### Ejemplo

Un banco otorga un crédito de \$10 millones, con plazo de 3 años, cuotas fijas, mensuales y vencidas con tasa de financiación del 25% efectivo anual. Hallar el valor de las cuotas mensual, igual y vencida.

Solución

$$VP=10.000.000$$

$$n=3\text{años} \Rightarrow n=3*12=36 \text{ meses}$$

C=? mensual

$$1 \quad 12$$

$$ip=25\% \Rightarrow (1+0,25)=(1+ip) \Rightarrow ip=1,8769\% \text{ p. mensual}$$

$$C = \left[ \frac{VP}{\frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip}} \right]$$

$$C = \left[ \frac{10.000.000}{\frac{1 - (1 + 0,018769)^{-36}}{0,018769}} \right]$$

De donde se obtiene que

$$C=\$384.614,44$$

## Ejemplo

Un préstamo de \$30 millones se pacta así:

Plazo 5 años

Cuotas fijas semestrales, iguales y anticipadas

DTF+3%

Asuma que DTF=8% EA

Determinar el valor de los pagos uniformes.

## Solución

VP=30.000.000

N=5 años => n=5\*2=10 semestres

ip= 8% EA + 2% EA = 10% EA

C=? semestrales anticipadas

1 2

$(1+0,10)=(1+ip) \Rightarrow ip=4,8809\%$  p. semestral

$$C = \frac{VP}{\left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)}$$

$$C = \frac{30.000.000}{\left[ \frac{1 - (1 + 0,048809)^{-10}}{0,048809} \right] (1 + 0,048809)}$$

C=\$3.682.937,71

## ANUALIDADES DIFERIDAS

### Ejemplo

Una corporación financiera otorgó un préstamo, en las siguientes condiciones:

- Periodo de gracia: 6 meses
- Cuotas fijas, mensuales y vencidas de \$200.000
- Plazo de un año
- Tasa de financiación:  
1% p.m. durante el periodo de gracia y  
2% p.m. de allí en adelante.

Determinar cuál fue el valor del préstamo que recibió el usuario.

## Solución

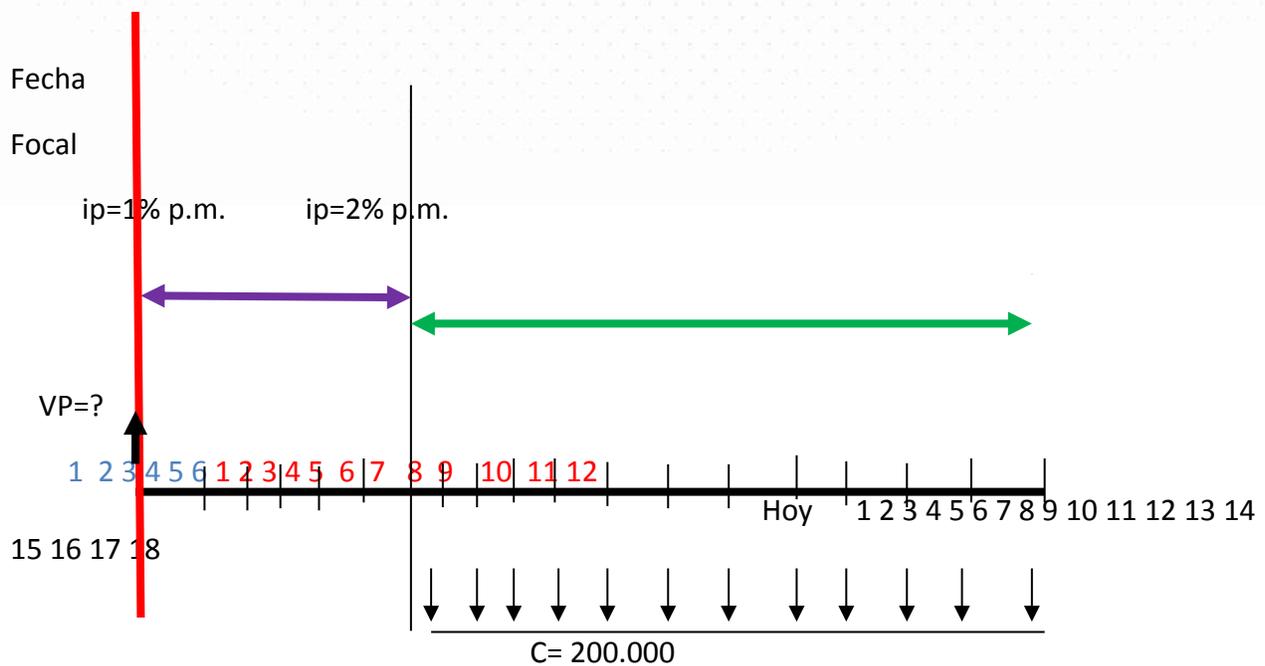
VP=15.000.000

PG=6 meses

n=1 año =>n=12 cuotas mensuales

ip=1% p.m. durante el periodo de gracia

ip=2% p.m. durante un año



Periodos de      Anualidad de 12 pagos

Gracia= 6

### Fórmula de la Anualidad Diferida

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)^{-PG}$$

$$VP = 200.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,02)^{-12}}{0,02} \right] (1 + 0,01)^{-6}$$

$$VP = \$1.992.490$$

### Ejemplo

Una persona adquirió mercancías por valor de \$10.000.000 y canceló con tarjeta de crédito.

Al momento de la elaboración del "voucher" indicó que requería 4 meses de plazo y que haría 6 pagos fijos, mensuales y vencidos.

Si la tasa de interés es del 32% EA, determinar el valor de las cuotas.

### Solución

$$VP = 10.000.000$$

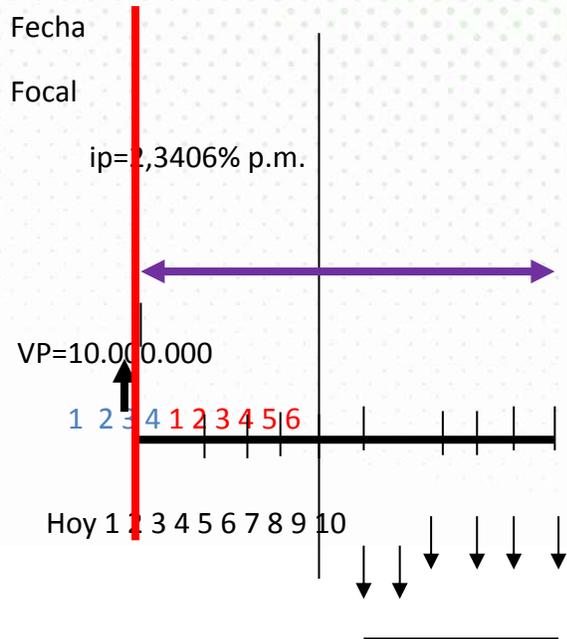
$$PG = 4 \text{ meses}$$

$$N = 6 \text{ meses}$$

$$C = ? \text{ mensual vencida}$$

$$1 \quad 12$$

$$ip = 32\% \text{ EA} \Rightarrow (1 + 0,32) = (1 + ip) \Rightarrow ip = 2,3406\% \text{ p.m.}$$



C=?

Periodos Anualidad

Gracia=4 de 6 pagos

$$C = \frac{VP}{\left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)^{-PG}}$$

$$C = \frac{10.000.000}{\left[ \frac{1 - (1 + 0,023406)^{-6}}{0,023406} \right] (1 + 0,023406)^{-4}}$$

$$C = \$1.980.931,57$$

## ANUALIDAD INDEFINIDA

### Ejemplo

Una mina de carbón, cuya vida útil se considera indefinida, produce una renta anual de \$20 millones. Si la tasa de interés es del 2% p.m., hallar el valor presente.

## Solución

VP=?

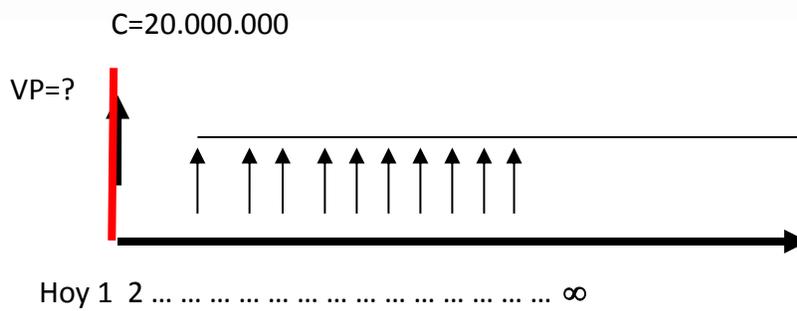
C=20.000.000 anuales y vencidos

ip=2% p. mensual

12 1

$(1+0,02)^{12} = (1+ip) \Rightarrow ip=26,8242\% \text{ EA}$

Fecha Focal



$$VP = \frac{C}{ip}$$

$$VP = \frac{20.000.000}{0,268242}$$

VP= \$74.559.539,52

### Ejemplo

Hallar la cuota periódica trimestral, uniforme y vencida de una serie indefinida de pagos cuyo valor presente es de \$200.000.000 y la tasa de interés es del 20% EA

### Solución

$$VP=200.000.00$$

C=? trimestral indefinida

$$ip=20\%$$

$$1 + \frac{0,2}{4}$$

$$(1+0,2)^{\frac{1}{4}}=(1+ip) \Rightarrow ip=4,6635\% \text{ p. trimestral}$$

$$C=VP*ip$$

$$C=200.000.000 * 0,046635$$

$$C=\$9.327.000$$

## Ejemplo

Se tiene una serie indeterminada de pagos mensuales uniformes de \$1.000.000 cada uno. Si el valor actual de la anualidad perpetua es de \$50 millones, determinar la tasa de interés.

## Solución

$$ip = \frac{C}{VP}$$

$$ip = \frac{1.000.000}{50.000.000}$$

$$ip = 50.000.000$$

$$ip = 2\% \text{ p. mensual}$$

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS

3

Gradiente Lineal o aritmético

## ● GRADIENTE LINEAL O ARITMÉTICO

### Ejemplo

Un crédito hipotecario se suscribe por valor de \$80 millones, con plazo de 10 años, cuotas mensuales crecientes en \$500 y tasa de financiación del 12% NMV

a) Hallar el valor de la primera cuota

Solución

$$VP=80.000.000$$

$$L=500$$

$$n=10 \text{ años} \Rightarrow n=10*12=120 \text{ meses}$$

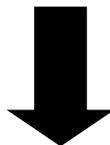
$$12\% \text{ NMV} \Rightarrow ip=12\%/12 = 1\% \text{ p.m.}$$

### Diagrama del flujo de caja

VP=80.000.000



Hoy 1 2 3 ... .. 120 mes



C1=?

$$C1 = \frac{VP - \frac{L}{ip} \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} - n(1 + ip)^{-n} \right]}{\left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]}$$

$$C1 = \frac{80.000.000 - \frac{500}{0,01} \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-120}}{0,01} - 120(1 + 0,01)^{-120} \right]}{\left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-120}}{0,01} \right]}$$

$$C1 = \$1.123.850,16$$

b) Hallar el valor de la cuota 60 y la cuota 120

Solución

$$Cn = C1 + (n - 1)L$$

$$C60 = 1.123.850,16 + (60 - 1)500 \Rightarrow C60 = \$1.153.350,16$$

$$C120 = 1.123.850,16 + (120 - 1)500 \Rightarrow C120 = \$1.183.350,16$$

### Ejemplo

El primer pago de un crédito es de \$ 20.000

El plazo acordado es de 5 años, con tasa de financiación del 18% NMV y crecimiento de la cuota en \$100 cada mes.

Determinar el valor del préstamo.

### Solución

VP=?

L=100

n=5 años => n=5\*12=60 meses

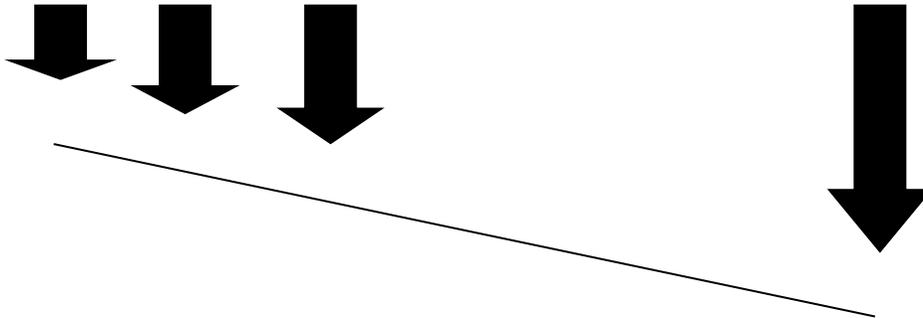
18% NMV => ip=18%/12 = 1,5% p.m.

### Diagrama del flujo de caja

VP=?



Hoy 1 2 3 ..... 60 mes



$$C1=20.000$$

$$VP = C1 \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] + \frac{L}{ip} \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} - n(1 + ip)^{-n} \right]$$

$$VP = 20.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,015)^{-60}}{0,015} \right] + \frac{100}{0,015} \left[ \frac{1 - (1 + 0,015)^{-60}}{0,015} - 60(1 + 0,015)^{-60} \right]$$

$$VP = \$886.422,12$$

### Ejemplo

Una persona ahorra se compromete a ahorrar \$30 millones en 4 años, haciendo depósitos trimestrales, vencidos y crecientes en \$50.000 cada uno. Si el fondo de capitalización le reconoce intereses del 16% NTV, determinar el valor del primer depósito

### Solución

$$VF=30.000.000$$

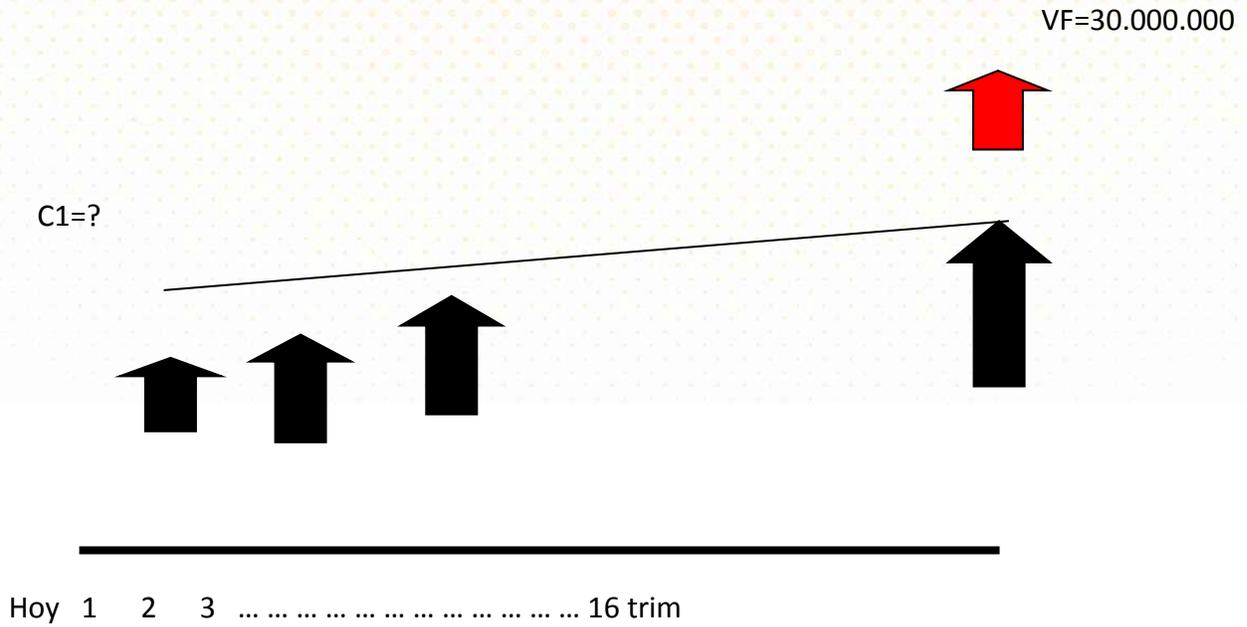
$$n=4 \text{ años} \Rightarrow n=4*4=16 \text{ trimestres}$$

$$L=50.000$$

$$16\% \text{ NTV} \Rightarrow ip=16\%/4 = 4\% \text{ p. trimestral}$$

$$C1=?$$

## Diagrama del Flujo de Caja



$$C1 = \frac{VF - \frac{L}{ip} \left[ \frac{(1+ip)^{-n} - 1}{ip} - n \right]}{\left[ \frac{(1+ip)^{-n} - 1}{ip} \right]}$$

$$C1 = \frac{30.000.000 - \frac{50.000}{0,04} \left[ \frac{(1 + 0,04)^{-16} - 1}{0,04} - 16 \right]}{\left[ \frac{(1 + 0,04)^{-16} - 1}{0,04} \right]}$$

C1=\$1.040.999,96

### Ejemplo

Un ahorrador deposita al final del primer semestre la suma de \$20.000 y cada semestre se compromete a incrementar el valor del depósito en \$10.000. Asuma que la cuenta de ahorro paga intereses del 20% NSV. Cuánto dinero se logra acumular en 10 años?

### Solución

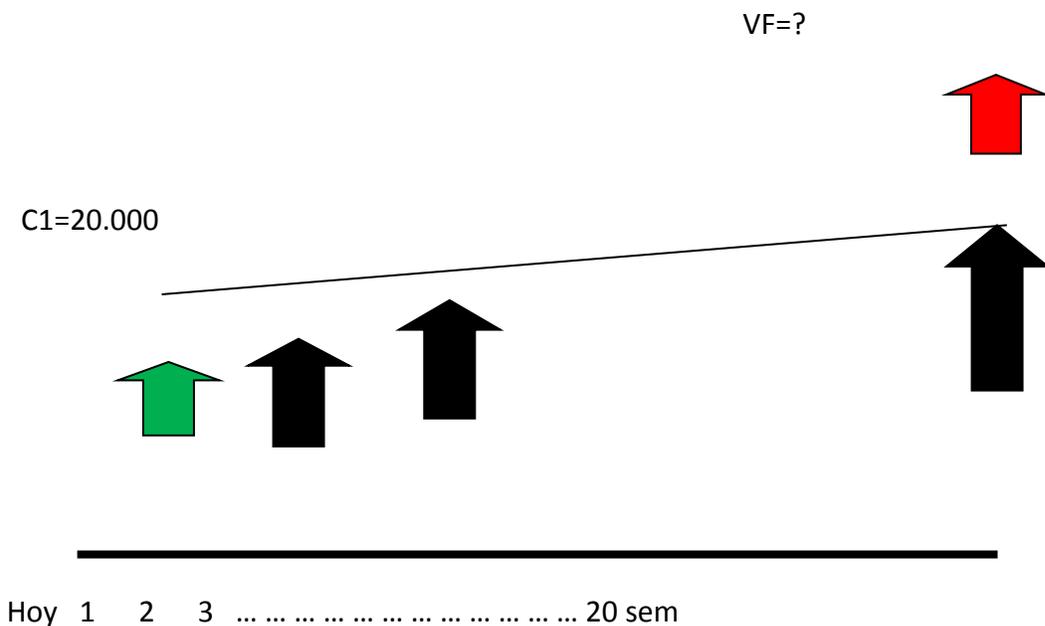
VF=?

C1=20.000

L=10.000

n=10 años => n=10\*2=20 semestres

20%NSV => ip=20%/2=10% p. semestral



$$VF = C1 \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] + \frac{L}{ip} \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} - n \right]$$

$$VF = 20.000 \left[ \frac{(1 + 0,1)^{16} - 1}{0,1} \right] + \frac{10.000}{0,1} \left[ \frac{(1 + 0,1)^{16} - 1}{0,1} - 16 \right]$$

$$VF = \$2.713.967,58$$

### Ejemplo

Se tiene una serie infinita, cuyo primer pago es de \$100.000 El valor del pago crece cada año en \$200.000 y la tasa de interés es del 15% efectivo anual.

Determinar el valor presente

Solución

$$n \Rightarrow \infty$$

$$C1 = 100.000$$

$$L = 200.000$$

$$ip = 15\%$$

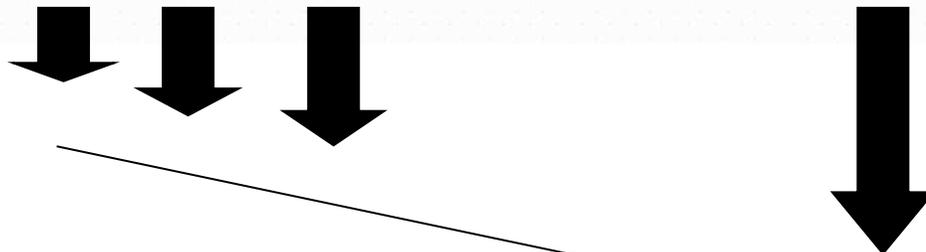
$$VP = ?$$

## Diagrama del Flujo de Caja

VP=?



Hoy 1 2 3 ..... ∞



C1=100.000

$$VP = \frac{C1}{ip} + \frac{L}{ip^2}$$

$$VP = \frac{100.000}{0,15} + \frac{200.000}{0,15^2}$$

$$VP = \$9.555.555,55$$

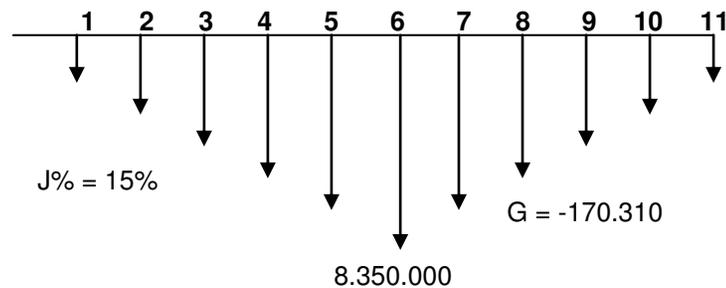
Ejercicios tomados del libro  
"Matemáticas Financieras Aplicadas.  
Uso de las calculadoras financieras  
Prácticas en Excel"  
Jhonny de Jesús Meza Orozco  
Bogotá, Editorial ECOE, Tercera Edición, 2008

**OJO: Alguna o algunas de las respuestas pueden no ser exactas, debido a la cantidad de números decimales utilizados en la calculadora.**

**PROBLEMAS DE GRADIENTES**

- 1- El señor Pérez debe cancelar un préstamo de \$ 50.000.000, a una tasa de interés efectiva anual del 35.12%, por medio de cuotas mensuales que aumentan cada mes en \$ 20.000. El pago del primer mes es de \$1.187.506,25. Después de cancelada la cuota No 18 se desea conocer el saldo para cancelarlo con un solo pago. Calcular el valor de este pago. **Respuesta: \$48.336.365,70**
- 2- Una deuda obtenida hoy al 6.1208% trimestral se debe cancelar en 36 pagos mensuales, el primero de \$30.000, el segundo de \$45.000, y así sucesivamente creciendo \$15.000 cada mes. Si el primer pago mensual se hace dentro de 5 meses, encontrar el valor de la deuda hoy. **Respuesta: \$6.139.204,21**
- 3- Un banco ofrece un crédito por \$36.000.000 con plazo a 36 meses a un interés compuesto del 1.3% mensual vencido, ¿cuál es el valor de la primera cuota en cada una de las siguientes alternativas:
  - a. Seis cuotas que se incrementan cada semestre en \$287.856,24. **Respuesta: \$125.289,56**
  - b. Treinta y seis cuotas que se incrementan en \$14.206,50 cada mes. **Respuesta: \$1.029.672,68**
- 4- ¿De qué valor es el monto de una obligación que se pactó cancelar con 48 cuotas mensuales que aumentan \$ 52.000 cada mes, comenzando a pagar una cuota de \$ 400.000, con tasa de interés del 1% mensual? **Respuesta: \$57.837.176,06**
- 5- Para cancelar un crédito de \$24.000.000 con tasa de interés del 2% mensual se acordaron 36 cuotas mensuales crecientes en un 1.0 % cada mes. Una vez pagada la cuota No 15 se hizo un abono y el saldo se canceló con 24 cuotas mensuales iguales de \$ 481.962,87. ¿De cuánto fue el abono? **Respuesta: \$8.323.926,91**
- 6- Se conviene en sustituir una obligación que consta de 24 pagos al final de cada mes, en la que el primer pago tiene un valor de \$150.000, y de ahí en adelante cada pago se aumenta en \$15.000 sobre el del mes inmediatamente anterior, por un pago único al final de 30 meses. Si la tasa de interés mensual es equivalente al 24.7510% efectivo anual, calcular el valor del pago único. **Respuesta: \$10.331.882,55**
- 7- Se ha otorgado un crédito de \$36.000.000 con plazo de 2 años, tasa de interés del 2% mensual y amortización mensual en cuotas iguales con intereses sobre saldos. El usuario del crédito solicita que se le cambie el sistema de amortización por 24 cuotas crecientes en forma aritmética en \$10.000. Determinar el valor de las cuotas iguales, y el valor tanto del primero como del último pago del gradiente aritmético. **Respuestas: cuotas iguales de \$1.903.359,50. Cuotas crecientes: la primera de \$1.779.812,67 y la última de \$2.027.812,67.**
- 8- Se deben \$2.600.000 con una tasa de interés del 27,50% nominal anual trimestre vencido, con cuotas trimestrales y plazo de tres (3) años. Determinar el valor de las primeras cuotas trimestrales sabiendo que deben ser iguales dentro del año pero que deben reflejar un crecimiento geométrico entre cada año y el anterior del 20%. **Respuesta: \$276.754,31**

- 9- Se recibe un préstamo de \$15.000.000 para la compra de una propiedad raíz, con plazo de 5 años. La tasa de interés es del 30% efectivo anual. Determine el valor de la primera cuota mensual, si los esquemas de pago propuestos son los siguientes:
- a- Cuota uniforme mensual vencida de amortización gradual. **Respuesta: \$453.783,98**
  - b- Cuota creciente mensualmente en el 5% **Respuesta: \$103.807,75**
  - c- Cuotas semestrales de \$1.000.000 y el resto del préstamo en cuotas mensuales iguales vencidas de amortización gradual. **Respuesta: \$296.092,64**
  - d- Cuotas mensuales iguales durante el año, pero crecientes año a año en el 12% **Respuesta: 378.680,88**
- 10- Se debe cancelar una deuda de \$7.000.000 en 24 pagos mensuales con tasa de interés del 18,64% trimestre vencido. Si el primer pago mensual se debe cancelar en el tercer mes y aumenta sucesivamente hasta el mes 18 en un 2%, y a partir de ese momento las cuotas permanecen constantes hasta el mes 24 en \$750.000, ¿cuál es el valor de la primera cuota? **Respuesta: 237.024,06**
- 11- Usted obtiene un crédito de un banco por valor de \$30.000.000 para ser cancelado en 18 cuotas mensuales que disminuyen cada mes en \$180.000 y un interés del 2,5% mensual. Al cabo de 10 meses usted hace un abono adicional de \$6.000.000 y solicita que el saldo sea refinanciado en el tiempo que falta en cuotas mensuales iguales. Si para la refinanciación la tasa de interés fijada es del 34% efectiva anual, hallar el valor de las cuotas uniformes. **Respuesta: 257.033,82**
- 12- Averiguar el valor presente de un préstamo amortizado según el siguiente flujo de caja, sabiendo que la tasa periódica de interés es del 10%



Indique el valor del préstamo y los saldos después de haber hecho tanto el primero como el segundo pago.

Respuestas: **Valor del préstamo: \$42.221.943,54. Saldo después del pago número 1: \$42.292.712,15. Saldo después del pago número 2: \$41.747.843,76**

## GRADIENTE GEOMETRICO

Caso

El tiempo del gradiente geométrico en indefinido (n tiende a infinito)

Ejemplo

Hallar el valor presente de una serie infinita de pagos que crece cada semestre en el 10%, si la tasa de interés es del 15%. Asuma que el primer pago vale \$1.000.000

Solución

VP=?

n =>  $\infty$

G=10%

ip=15%

C1=1.000.000

$$VP = \frac{C1}{ip - G}$$

$$VP = \frac{1.000.000}{0,15 - 0,10}$$

$$VP=20.000.000$$

Caso

La tasa de crecimiento de la cuota es igual a la tasa de interés (G=ip)

Ejemplo (con Valor presente)

Determinar el valor de la primera cuota de un crédito de \$20.000.000 suscrito a 10 años, mediante cuotas mensuales que crecen cada mes en el 2 por ciento. Asuma que la tasa de interés es del 24% NMV

Solución

$$VP=20.000.000$$

$$C1=?$$

$$n=10 \text{ años} \Rightarrow n=10*12=120 \text{ meses}$$

$$G=2\% \text{ mensual}$$

$$24\% \text{ NMV} \Rightarrow ip=24\%/12=2\% \text{ p. mensual}$$

$$VP = \frac{C1(n)}{1 + ip}$$

$$20.000.000 = \frac{C1(120)}{1 + 0,02}$$

$$C1=\$170.000$$

Ejemplo (con valor Final)

Una persona deposita al final de cada año la suma de \$600.000, durante 12 años, en una cuenta que le reconoce el 6% EA. Si cada año el valor del depósito crece en el 6 por ciento ¿Cuánto dinero se logra ahorrar?

Solución

$$VF=?$$

$$C1=600.000$$

$$n=12 \text{ años}$$

$$Ip=6\%$$

$$G=6\%$$

$$VF = C1(n)(1 + ip)^{n-1}$$

$$VF = 600.000(12)(1 + 0,06)^{6-1}$$

$$VF=\$9.635.224,16$$

## Caso

La tasa de crecimiento de la cuota es diferente a la tasa de interés ( $G \neq ip$ )

Ejemplo (con Valor Presente)

Calcular el valor de la primera cuota de un crédito otorgado por \$20.000.000, plazo de 6 años, cuotas mensuales crecientes en el 3% por ciento y tasa de interés del 1% periódico mensual.

Solución

$C_1 = ?$

$VP = 20.000.000$

$n = 6$  años  $\Rightarrow n = 6 * 12 = 72$  meses

$G = 3\%$  mensual

$ip = 1\%$  p. mensual

$$VP = C_1 \left[ \frac{(1 + G)^n (1 + ip)^{-n} - 1}{G - ip} \right]$$

$$20.000.000 = C_1 \left[ \frac{(1 + 0,03)^{72} (1 + 0,01)^{-72} - 1}{0,03 - 0,01} \right]$$

$$C_1 = \$128.891,91$$

b) Determinar el valor de la cuota 50 y de la cuota 72

Solución

$$C_n = C_1(1 + G)^{n-1}$$

$$C_{50} = 128.891,91(1 + 0,03)^{50-1} \quad C_{50} = \$548.592,25$$

$$C_{72} = 128.891,91(1 + 0,03)^{72-1} \quad C_{72} = \$1.051.159,48$$

### Ejemplo (con Valor Final)

Suponga que un inversionista deposita al final del primer mes la suma de \$400.000 y cada mes incrementa el valor del depósito en el 5 por ciento. La cuenta de ahorro le paga intereses del 2% p. mensual. ¿Cuánto dinero logra acumular en 3 años?

### Solución

$$C1=400.000$$

$$G=5\% \text{ mensual}$$

$$Ip=2\% \text{ p. mensual}$$

$$n=3 \text{ años} \Rightarrow n=3*12=36 \text{ meses}$$

$$VF=?$$

$$VF = C1 \left[ \frac{(1 + G)^n - (1 + ip)^n}{G - ip} \right]$$

$$VF = 400.000 \left[ \frac{(1 + 0,05)^{36} - (1 + 0,02)^{36}}{0,05 - 0,02} \right]$$

$$VF=\$50.025.717,23$$

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS



Gradiente Geométrico

## ● GRADIENTE GEOMETRICO

### Caso

El tiempo del gradiente geométrico en indefinido (n tiende a infinito)

### Ejemplo

Hallar el valor presente de una serie infinita de pagos que crece cada semestre en el 10%, si la tasa de interés es del 15%. Asuma que el primer pago vale \$1.000.000

### Solución

VP=?

$n \Rightarrow \infty$

G=10%

ip=15%

C1=1.000.000

$$VP = \frac{C1}{ip - G}$$

$$VP = \frac{1.000.000}{0,15 - 0,10}$$

VP=20.000.000

## Caso

La tasa de crecimiento de la cuota es igual a la tasa de interés ( $G=ip$ )

Ejemplo (con Valor presente)

Determinar el valor de la primera cuota de un crédito de \$20.000.000 suscrito a 10 años, mediante cuotas mensuales que crecen cada mes en el 2 por ciento. Asuma que la tasa de interés es del 24% NMV

## Solución

$$VP=20.000.000$$

$$C1=?$$

$$n=10 \text{ años} \Rightarrow n=10*12=120 \text{ meses}$$

$$G=2\% \text{ mensual}$$

$$24\% \text{ NMV} \Rightarrow ip=24\%/12=2\% \text{ p. mensual}$$

$$VP = \frac{C1(n)}{1 + ip}$$

$$20.000.000 = \frac{C1(120)}{1 + 0,02}$$

$$C1=\$170.000$$

Ejemplo (con valor Final)

Una persona deposita al final de cada año la suma de \$600.000, durante 12 años, en una cuenta que le reconoce el 6% EA. Si cada año el valor del depósito crece en el 6 por ciento ¿Cuánto dinero se logra ahorrar?

### Solución

VF=?

C1=600.000

n=12 años

ip=6%

G=6%

$$VF = C1(n)(1 + ip)^{n-1}$$

$$VF = 600.000(12)(1 + 0,06)^{6-1}$$

VF=\$9.635.224,16

### Caso

La tasa de crecimiento de la cuota es diferente a la tasa de interés ( $G \neq ip$ )

Ejemplo (con Valor Presente)

Calcular el valor de la primera cuota de un crédito otorgado por \$20.000.000, plazo de 6 años, cuotas mensuales crecientes en el 3% por ciento y tasa de interés del 1% periódico mensual.

### Solución

C1=?

VP=20.000.000

n=6 años => n=6\*12=72 meses

G=3% mensual

ip=1% p. mensual

$$VP = C1 \left[ \frac{(1 + G)^n (1 + ip)^{-n} - 1}{G - ip} \right]$$

$$20.000.000 = C1 \left[ \frac{(1 + 0,03)^{72} (1 + 0,01)^{-72} - 1}{0,03 - 0,01} \right]$$

$$C1 = \$128.891,91$$

b) Determinar el valor de la cuota 50 y de la cuota 72

**Solución**

$$Cn = C1(1 + G)^{n-1}$$

$$C50 = 128.891,91(1 + 0,03)^{50-1} \quad C50 = \$548.592,25$$

$$C72 = 128.891,91(1 + 0,03)^{72-1} \quad C72 = \$1.051.159,48$$

Ejemplo (con Valor Final)

Suponga que un inversionista deposita al final del primer mes la suma de \$400.000 y cada mes incrementa el valor del depósito en el 5 por ciento. La cuenta de ahorro le paga intereses del 2% p. mensual. ¿Cuánto dinero logra acumular en 3 años?

Solución

$$C1 = 400.000$$

G = 5% mensual

ip = 2% p. mensual

n = 3 años => n = 3 \* 12 = 36 meses

VF = ?

$$VF = C1 \left[ \frac{(1 + G)^n - (1 + ip)^n}{G - ip} \right]$$

$$VF = 400.000 \left[ \frac{(1 + 0,05)^{36} - (1 + 0,02)^{36}}{0,05 - 0,02} \right]$$

$$VF = \$50.025.717,23$$

# Alternativas de ahorro en Colombia

Todas las personas tienen ideales y prioridades diferentes en su vida y desean alcanzar objetivos y metas trazadas para lograr lo que siempre han soñado. Una de las formas más efectivas para conseguir estos objetivos, es mediante el ahorro.

Existen diferentes alternativas de ahorro según la necesidad y el perfil de cada persona. Algunos son a corto o largo plazo, y con rentabilidad fija o variable.

Las soluciones adecuadas de ahorro e inversión son diferentes para cada individuo y se ajustan a las metas y responsabilidades de cada persona.

En el caso de Colombia, hay que romper con mitos como que el ahorro es sólo para quienes tienen ingresos elevados o que se necesitan millones para invertir en el mercado de dinero. La clave del ahorro, no es guardar cada centavo, pero tampoco gastar sin sentido alguno, es sencillamente manejar bien el dinero, tomar decisiones entre lo que se necesita y lo que se desea, tener claras las prioridades y posponer gastos con el fin de ahorrar.

## **¿Cuál es la alternativa más adecuada de ahorro para un colombiano promedio?**

En Colombia contamos con una gran variedad de opciones a la hora de invertir. Existen alternativas de ahorro más tradicionales como las cuentas de ahorro, que en general, no son en sí una inversión, sino que deben entenderse como un mecanismo para manejar liquidez. La característica de las cuentas es tener una tasa de interés moderada, por lo cual el crecimiento del capital es muy pequeño. También están los CDT o los fondos de muy corto plazo y alta estabilidad que ofrecen entidades como las fiduciarias y los fondos voluntarios de pensiones, que muestran mejor desempeño y que son una alternativa para los inversionistas conservadores que buscan un crecimiento moderado del capital, pero con mucha estabilidad en los retornos, teniendo en cuenta que no toleran las fuertes fluctuaciones que presentan algunos activos como acciones.

## **¿Cómo puede una persona determinar un monto de ahorro adecuado?**

Determinar cuánto se recibe y en qué se gasta es definitivo para saber cuál es el excedente del que se puede disponer para ahorrar.

Para realizar este presupuesto, es necesario realizar una lista con el mayor nivel de detalle sobre los gastos que se tienen usualmente en un mes. Al comparar el total de gastos con los ingresos recibidos, se podrá determinar su disponibilidad de ahorro, esto revelará si está dentro de sus medios, un excedente para ahorrar e invertir, o si está gastando más de lo que genera.

Después de conocer el monto que se tiene disponible, se debe determinar cuál es el porcentaje de éste que se está dispuesto a ahorrar. Al tomar esta decisión, se debe adquirir una disciplina financiera y desarrollar hábitos de ahorro, los

cuales son claves en el logro del objetivo.

Con lo anterior, la persona se ha iniciado en el desarrollo de un Plan Financiero y ha dado pasos importantes en la construcción de un capital que garantizará su calidad de vida. Lo que garantiza la libertad financiera, lo opuesto de vivir al “debe”, consecuencia de ser organizado, de diseñar, planear el futuro y tener la disciplina para tomar las acciones y decisiones correctas.

### **¿Es más conveniente invertir el dinero en acciones de la bolsa o ponerlo en un plan de ahorro?**

Frente al ahorro no existe una recomendación universal y única, puesto que cada inversionista debe elegir su forma de inversión teniendo en cuenta el perfil de riesgo, la preferencia por activos y los objetivos que se haya trazado con la inversión.

Como se sabe, las acciones son instrumentos de renta variable, que básicamente significa tener una participación de la propiedad de la compañía. Así, el precio de las acciones dependen de una serie de factores, entre otras cosas, la perspectiva de desempeño de la empresa emisora y las condiciones de los mercados financieros. Por definición, las acciones son un activo volátil y no todos los inversionistas tienen un perfil de riesgo que se adecue a un activo con mucha fluctuación.

Los bonos por su parte son renta fija, esto significa que sus rendimientos son más estables y tienen una menor volatilidad en sus precios, por lo cual son recomendados para inversionistas que no están dispuestos a asumir un riesgo alto, porque lo que les interesa es la estabilidad del capital.

También existe la opción de los portafolios de inversión, estos puede ser con énfasis en acciones, bonos, inversiones alternativas o una combinación de todos estos activos.

### **¿Cuáles son las ventajas de un ahorro a largo plazo con respecto a uno de corto plazo?**

La inversión a largo plazo, es en la que el ahorrador no tiene la necesidad de estar pendiente a diario de las cotizaciones, porque su objetivo está puesto a varios años.

“En inversiones a largo plazo las fluctuaciones momentáneas siempre son corregidas por el tiempo. Las fluctuaciones son inevitables en los mercados financieros, pero la evidencia ha mostrado que las mismas tienden a corregirse en el largo plazo y que, en general, siempre hay ganancias”, comenta Manuel Garcia del Centro de Investigaciones Económicas y Asset Allocation de Skandia Colombia.

Esta es una opción idónea para un perfil de inversionista agresivo, que entiende que el plazo para medir el desempeño de su capital es en un período largo de tiempo.

Por último para balancear las inversiones en el largo plazo es importante buscar alternativas para el corto plazo, que permitan acceder a liquidez en caso de eventualidades.

### **¿Hay formas en que el gobierno colombiano incentive o apoye el ahorro de los colombianos?**

Existen varios mecanismos que el gobierno implementa para fomentar el ahorro. En primera instancia se encuentra el estímulo tributario al ahorro de largo plazo en los fondos de pensiones voluntarias con el criterio de complemento a la pensión básica. Otra forma de incentivar el ahorro por parte del gobierno está de forma implícita, como cuando el Banco Central eleva las tasas de interés, lo cual se traduce en mayores rendimientos de inversiones como los CDT. En términos sencillos, esto funciona de la siguiente manera: una mayor tasa de interés, motiva a ahorrar, mientras que una tasa baja de interés produce el efecto contrario.

Adicionalmente, el gobierno ha creado mecanismos de ahorro para sectores específicos, como el de vivienda, un fomento al ahorro limitado, por la restricción existente de administrar más de una vivienda. Comprar una propiedad también es para algunos una forma de inversión, y el gobierno fomentó las cuentas AFC, que tienen exenciones tributarias (como los fondos Voluntarios de Pensiones) y que fueron creadas para estimular la construcción. Recientemente, el gobierno está subsidiando la tasa de interés para compra de vivienda (con algunas condiciones), lo cual se constituye en otra forma de incentivo a invertir en vivienda.

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS

4

Sistemas de Amortización

## ● SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN

### ABONOS CONSTANTES A CAPITAL

#### Caso

### ABONO CONSTANTE A CAPITAL E INTERES VENCIDO

#### Ejemplo

Elaborar una tabla para amortizar un préstamo de \$1.000.000, en cinco cuotas mensuales y con tasa de interés del 15% NMV

El sistema de amortización es:

Abono constante a capital e Intereses Vencidos.

#### Solución

$$\text{Abono} = \frac{\text{Valor del Préstamo}}{\text{Número de Pagos}}$$

$$\text{Abono} = \frac{1.000.000}{5} = \$200.000$$

Interés a Pagar = Saldo Insoluto \* Tasa de Interés

Cuota Ordinaria = Abono a la Deuda + Interés a Pagar

Saldo Insoluto = Saldo anterior – Abono a la Deuda

Tabla de Amortización

Mes	Cuota Ordinaria	Interés a Pagar	Abono a la Deuda	Saldo Insoluto	Tasa Periódica
0				\$ 1.000.000	1,25%
1	\$ 212.500	\$ 12.500	\$ 200.000	\$ 800.000	1,25%
2	\$ 210.000	\$ 10.000	\$ 200.000	\$ 600.000	1,25%
3	\$ 207.500	\$ 7.500	\$ 200.000	\$ 400.000	1,25%
4	\$ 205.000	\$ 5.000	\$ 200.000	\$ 200.000	1,25%
5	\$ 202.500	\$ 2.500	\$ 200.000	\$ -	1,25%

$\Sigma$	\$ 1.037.500	\$ 37.500	\$ 1.000.000		
----------	--------------	-----------	--------------	--	--

## Caso

### ABONO CONSTANTE A CAPITAL E INTERES ANTICIPADO

#### Ejemplo

Elaborar una tabla para amortizar un préstamo de \$5.000.000, en cinco cuotas mensuales y con tasa de interés del 18% NM Anticipado

El sistema de amortización es:

Abono constante a capital e Intereses Anticipados.

#### Solución

$$\text{Abono} = \frac{\text{Valor del Préstamo}}{\text{Número de Pagos}}$$

$$\text{Abono} = \frac{5.000.000}{5} = \$1.000.000$$

Interés a Pagar = Saldo Insoluto \* Tasa de Interés

Cuota Ordinaria = Abono a la Deuda + Interés a Pagar

Saldo Insoluto = Saldo anterior – Abono a la Deuda

Tabla de Amortización

Mes	Cuota Ordinaria	Interés a Pagar	Abono a la Deuda	Saldo Insoluto	Tasa Periódica
0	\$ 75.000	\$ 75.000	\$ -	\$ 5.000.000	1,50%
1	\$ 1.060.000	\$ 60.000	\$ 1.000.000	\$ 4.000.000	1,50%
2	\$ 1.045.000	\$ 45.000	\$ 1.000.000	\$ 3.000.000	1,50%
3	\$ 1.030.000	\$ 30.000	\$ 1.000.000	\$ 2.000.000	1,50%
4	\$ 1.015.000	\$ 15.000	\$ 1.000.000	\$ 1.000.000	1,50%
5	\$ 1.000.000	\$ -	\$ 1.000.000	\$ -	1,50%

Σ	\$ 5.150.000	\$ 150.000	\$ 5.000.000		
---	--------------	------------	--------------	--	--

## PAGO UNICO AL FINAL

### Ejemplo

Elaborar una tabla para amortizar un préstamo de \$6.000.000, en un solo pago, al final de 5 meses y con tasa de interés del 12% NMV.

Solución

Abono = Cuota - Interés

Los intereses se causan mas no se pagan.

Los intereses causados y no pagados se acumulan a la deuda

**Tabla de Amortización**

Mes	Cuota Ordinaria	Interés a Pagar	Abono a la Deuda	Saldo Insoluto	Tasa Periódica
0	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 6.000.000	1,00%
1	\$ -	\$ 60.000	\$ -60.000	\$ 6.060.000	1,00%
2	\$ -	\$ 60.600	\$ -60.600	\$ 6.120.600	1,00%
3	\$ -	\$ 61.206	\$ -61.206	\$ 6.181.806	1,00%
4	\$ -	\$ 61.818	\$ -61.818	\$ 6.243.624	1,00%
5	\$ 6.306.060	\$ 62.436	\$ 6.243.624	\$ -	1,00%
$\Sigma$	\$ 6.306.060	\$ 306.060	\$ 6.000.000		

### Comprobación:

5

$$VF=6.000.000(1+0,01)^5 = \$6.306.060$$

### CUOTA FIJA

#### Ejemplo

Elaborar una tabla para amortizar un préstamo de \$10.000.000, en seis cuotas mensuales, iguales y vencidas. La tasa de financiación es del 1,35% periódico mensual.

#### Solución

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right]$$

$$10.000.000 = C \left[ \frac{1 - (1 + 0,0135)^{-6}}{0,0135} \right]$$

De donde

$$C = \$1.746.297$$

Interés a Pagar = Saldo Insoluto \* Tasa de Interés

Abono a la Deuda = Cuota Ordinaria - Interés a Pagar

Saldo Insoluto = Saldo anterior – Abono a la Deuda

Tabla de Amortización

Mes	Cuota Ordinaria	Interés a Pagar	Abono a la Deuda	Saldo Insoluto	Tasa Periódica
0				\$ 10.000.000	1,35%
1	\$ 1.746.297	\$ 135.000	\$ 1.611.297	\$ 8.388.703	1,35%
2	\$ 1.746.297	\$ 113.247	\$ 1.633.049	\$ 6.755.654	1,35%
3	\$ 1.746.297	\$ 91.201	\$ 1.655.095	\$ 5.100.559	1,35%
4	\$ 1.746.297	\$ 68.858	\$ 1.677.439	\$ 3.423.120	1,35%
5	\$ 1.746.297	\$ 46.212	\$ 1.700.084	\$ 1.723.036	1,35%
6	\$ 1.746.297	\$ 23.261	\$ 1.723.036	\$ -	1,35%

Σ	\$ 10.477.779	\$ 477.779	\$ 10.000.000
---	---------------	------------	---------------

### CUOTA FIJA Y CUOTA EXTRAORDINARIA

Elaborar una tabla para amortizar un préstamo de \$8.000.000, en seis cuotas mensuales, iguales y vencidas. En el mes 4 se hará el pago de una cuota extraordinaria por valor de \$500.000

La tasa de financiación es del 1,2% periódico mensual.

Solución

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] + C \text{ Extraordinaria } (1 + ip)^{-n}$$

$$8.000.000 = C \left[ \frac{1 - (1 + 0,012)^{-6}}{0,012} \right] + 500.000(1 + 0,012)^{-4}$$

**De donde:**

C=\$1.307.069

Interés a Pagar = Saldo Insoluto \* Tasa de Interés

Abono a la Deuda = Cuota Ordinaria - Interés a Pagar

Saldo Insoluto = Saldo anterior – Abono a la Deuda

**Tabla de Amortización**

Mes	Cuota Extra	Cuota Ordinaria	Interés a Pagar	Abono a la Deuda	Saldo Insoluto	Tasa Periódica
0					\$ 8.000.000	1,20%
1	\$ -	\$ 1.307.069	\$ 96.000	\$ 1.211.069	\$ 6.788.931	1,20%
2	\$ -	\$ 1.307.069	\$ 81.467	\$ 1.225.602	\$ 5.563.328	1,20%
3	\$ -	\$ 1.307.069	\$ 66.760	\$ 1.240.309	\$ 4.323.019	1,20%
4	\$ 500.000	\$ 1.307.069	\$ 51.876	\$ 1.755.193	\$ 2.567.826	1,20%
5	\$ -	\$ 1.307.069	\$ 30.814	\$ 1.276.255	\$ 1.291.571	1,20%
6	\$ -	\$ 1.307.069	\$ 15.499	\$ 1.291.571	\$ -	1,20%

Σ	\$ 500.000	\$ 7.842.416	\$ 342.416	\$ 8.000.000		
---	------------	--------------	------------	--------------	--	--

## CUOTA FIJA Y PERIODO DE GRACIA SIN PAGO DE INTERES

Elaborar una tabla para amortizar un préstamo de \$20.000.000, en seis cuotas mensuales, iguales y vencidas. Los dos primeros meses son Periodo de Gracia Sin pago de interés

La tasa de financiación es del 1,0% periódico mensual.

### Solución

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)^{-PG}$$

$$20.000.000 = C \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-6}}{0,01} \right] (1 + 0,01)^{-2}$$

### De donde

$$C = \$5.228.647$$

Interés a Pagar = Saldo Insoluto \* Tasa de Interés

Abono a la Deuda = Cuota Ordinaria - Interés a Pagar

Saldo Insoluto = Saldo anterior – Abono a la Deuda

Los intereses se causan mas no se pagan.

Los intereses causados y no pagados se acumulan a la deuda

Tabla de Amortización

Mes	Cuota Ordinaria	Interés a Pagar	Abono a la Deuda	Saldo Insoluto	Tasa Periódica
0				\$ 20.000.000	1,00%
1	\$ -	\$ 200.000	\$ -200.000	\$ 20.200.000	1,00%
2	\$ -	\$ 202.000	\$ -202.000	\$ 20.402.000	1,00%
3	\$ 5.228.647	\$ 204.020	\$ 5.024.627	\$ 15.377.373	1,00%
4	\$ 5.228.647	\$ 153.774	\$ 5.074.873	\$ 10.302.500	1,00%
5	\$ 5.228.647	\$ 103.025	\$ 5.125.622	\$ 5.176.878	1,00%
6	\$ 5.228.647	\$ 51.769	\$ 5.176.878	\$ -	1,00%

Σ	\$ 20.914.588	\$ 914.588	\$ 20.000.000
---	---------------	------------	---------------

### CUOTA FIJA Y PERIODO DE GRACIA CON PAGO DE INTERES

Elaborar una tabla para amortizar un préstamo de \$15.000.000, en seis cuotas mensuales, iguales y vencidas. Los dos primeros meses son Periodo de Gracia Con pago de interés

La tasa de financiación es del 1,7% periódico mensual.

### Solución

$$VP = C \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] (1 + ip)^{-PG} + Interés1(1 + ip)^{-1} + Interés2(1 + ip)^{-2}$$

$$\text{Interés Simple 1} = 15.000.000 * 1,7\% = 255.000$$

$$\text{Interés Simple 2} = 15.000.000 * 1,7\% = 255.000$$

$$15000000 = C \frac{1 - (1,017)^{-6}}{0,017} + 255000(1,017)^{-1} + 255000(1,017)^{-2}$$

De donde

$$C = \$3.910.718$$

Interés a Pagar = Saldo Insoluto \* Tasa de Interés

Abono a la Deuda = Cuota Ordinaria - Interés a Pagar

Saldo Insoluto = Saldo anterior – Abono a la Deuda

Los intereses causados se pagan en el mismo periodo

**Tabla de Amortización**

Mes	Cuota Ordinaria	Interés a Pagar	Abono a la Deuda	Saldo Insoluto	Tasa Periódica
0				\$ 15.000.000	1,70%
1	\$ 255.000	\$ 255.000	\$ -	\$ 15.000.000	1,70%
2	\$ 255.000	\$ 255.000	\$ -	\$ 15.000.000	1,70%
3	\$ 3.910.718	\$ 255.000	\$ 3.655.718	\$ 11.344.282	1,70%
4	\$ 3.910.718	\$ 192.853	\$ 3.717.865	\$ 7.626.416	1,70%
5	\$ 3.910.718	\$ 129.649	\$ 3.781.069	\$ 3.845.347	1,70%
6	\$ 3.910.718	\$ 65.371	\$ 3.845.347	\$ -	1,70%

Σ	\$ 16.152.873	\$ 1.152.873	\$ 15.000.000		
---	---------------	--------------	---------------	--	--

### CUOTA VARIABLE LINEAL

Elaborar una tabla para amortizar un préstamo de \$12.000.000, en seis cuotas mensuales, crecientes y vencidas. Cada mes el pago aumenta en \$ 100.000 y la tasa de financiación es del 1,1% periódico mensual.

### Solución

$$VP = C1 \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} \right] + \frac{L}{ip} \left[ \frac{1 - (1 + ip)^{-n}}{ip} - n(1 + ip)^{-n} \right]$$

$$12.000.00 = C1 \left[ \frac{1 - (1 + 0,011)^{-6}}{0,011} \right] + \frac{100000}{0,011} \left[ \frac{1 - (1 + 0,011)^{-6}}{0,011} - 6(1 + 0,011)^{-6} \right]$$

De donde:

$$C1 = \$1.830.893$$

$$C2 = \$1.830.893 + \$100.000 = \$1.930.893$$

$$C3 = \$1.930.893 + \$100.000 = \$2.030.893$$

$$C4 = \$2.030.893 + \$100.000 = \$2.130.893$$

$$C5 = \$2.130.893 + \$100.000 = \$2.230.893$$

$$C6 = \$2.230.893 + \$100.000 = \$2.330.893$$

Interés a Pagar = Saldo Insoluto \* Tasa de Interés

Abono a la Deuda = Cuota Ordinaria - Interés a Pagar

Saldo Insoluto = Saldo anterior – Abono a la Deuda

Tabla de Amortización

Mes	Cuota Ordinaria	Interés a Pagar	Abono a la Deuda	Saldo Insoluto	Tasa Periódica
0				\$ 12.000.000	1,10%
1	\$ 1.830.893	\$ 132.000	\$ 1.698.893	\$ 10.301.107	1,10%
2	\$ 1.930.893	\$ 113.312	\$ 1.817.580	\$ 8.483.527	1,10%
3	\$ 2.030.893	\$ 93.319	\$ 1.937.574	\$ 6.545.953	1,10%
4	\$ 2.130.893	\$ 72.005	\$ 2.058.887	\$ 4.487.066	1,10%
5	\$ 2.230.893	\$ 49.358	\$ 2.181.535	\$ 2.305.532	1,10%
6	\$ 2.330.893	\$ 25.361	\$ 2.305.532	\$ -	1,10%

$\Sigma$	\$ 12.485.355	\$ 485.355	\$ 12.000.000		
----------	---------------	------------	---------------	--	--

### CUOTA VARIABLE GEOMETRICA

Elaborar una tabla para amortizar un préstamo de \$7.000.000, en seis cuotas mensuales, crecientes y vencidas. Cada mes el pago aumenta en 1% y la tasa de financiación es del 1,3% periódico mensual.

Solución

$$VP = C1 \left[ \frac{(1+G)^n (1+ip)^{-n} - 1}{G - ip} \right]$$

$$7.000.000 = C1 \left[ \frac{(1+0,01)^6 (1+0,013)^{-6} - 1}{0,01 - 0,013} \right]$$

**De donde:**

$$C1 = \$1.190.614$$

$$C2 = \$1.190.614 + 1\% = \$1.202.520$$

$$C3 = \$1.202.520 + 1\% = \$1.214.545$$

$$C4 = \$1.212.545 + 1\% = \$1.226.690$$

$$C5 = \$1.226.690 + 1\% = \$1.238.957$$

$$C6 = \$1.238.957 + 1\% = \$1.251.347$$

Interés a Pagar = Saldo Insoluto \* Tasa de Interés

Abono a la Deuda = Cuota Ordinaria - Interés a Pagar

Saldo Insoluto = Saldo anterior – Abono a la Deuda

**Tabla de Amortización**

Mes	Cuota Ordinaria	Interés a Pagar	Abono a la Deuda	Saldo Insoluto	Tasa Periódica
0				\$ 7.000.000	1,30%
1	\$ 1.190.614	\$ 91.000	\$ 1.099.614	\$ 5.900.386	1,30%
2	\$ 1.202.520	\$ 76.705	\$ 1.125.815	\$ 4.774.572	1,30%
3	\$ 1.214.545	\$ 62.069	\$ 1.152.476	\$ 3.622.096	1,30%
4	\$ 1.226.690	\$ 47.087	\$ 1.179.603	\$ 2.442.493	1,30%
5	\$ 1.238.957	\$ 31.752	\$ 1.207.205	\$ 1.235.288	1,30%
6	\$ 1.251.347	\$ 16.059	\$ 1.235.288	\$ -0	1,30%

Σ	\$ 7.324.673	\$ 324.673	\$ 7.000.000		
---	--------------	------------	--------------	--	--

# Matemáticas FINANCIERAS

4

Sistemas de Capitalización

## ● SISTEMAS DE CAPITALIZACIÓN

### DEPOSITOS FIJOS

#### Ejemplo

Elaborar una tabla a fin de acumular \$600.000 en 6 meses, mediante depósitos mensuales, iguales y vencidos, en una compañía de capitalización que ofrece el 15% NMV.

Solución

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right]$$

$$600.000 = C \left[ \frac{(1 + 0,0125)^6 - 1}{0,0125} \right]$$

De donde:

$$C = \$96.920$$

Al final del primer depósito, no se ganan intereses.

Interés Ganado = Saldo Acumulado \* Tasa Periódica.

Incremento del fondo = Depósito ordinario + Interés Ganado.

Saldo Acum. = Saldo acumulado anterior + Incremento Fondo

**Tabla de Capitalización**

Mes	Depósito Ordinario	Interés Ganado	Incremento del Fondo	Saldo Acumulado	Tasa Periódica
1	\$ 96.920	\$ -	\$ 96.920	\$ 96.920	1,25%
2	\$ 96.920	\$ 1.212	\$ 98.132	\$ 195.052	1,25%
3	\$ 96.920	\$ 2.438	\$ 99.358	\$ 294.411	1,25%
4	\$ 96.920	\$ 3.680	\$ 100.600	\$ 395.011	1,25%
5	\$ 96.920	\$ 4.938	\$ 101.858	\$ 496.869	1,25%
6	\$ 96.920	\$ 6.211	\$ 103.131	\$ 600.000	1,25%

Σ	\$ 581.522	\$ 18.478	\$ 600.000		
---	------------	-----------	------------	--	--

## DEPOSITO FIJO MAS DEPOSITO EXTRAORDINARIO

### Ejemplo

Elaborar una tabla a fin de acumular \$1.000.000 en 6 meses, mediante depósitos mensuales, iguales y vencidos, en una cuenta de ahorro que reconoce 1,0% p. mensual.

Al final del cuarto mes se hará un depósito extraordinario por valor de \$200.000.

Solución

$$VF = C \left[ \frac{(1 + ip)^n - 1}{ip} \right] + \text{Dep Extraordinario} (1 + ip)^n$$

$$1.000.000 = C \left[ \frac{(1 + 0,01)^6 - 1}{0,01} \right] + 200.000(1 + 0,01)^2$$

**De donde:**

$$C = \$129.385$$

Al final del primer depósito, no se ganan intereses.

Interés Ganado = Saldo Acumulado \* Tasa Periódica.

Incremento del fondo = Depósito ordinario + Interés Ganado.

Saldo Acum. = Saldo acumulado anterior + Incremento Fondo

Tabla de Capitalización

Me s	Depósito Ordinario	Depósito Extra	Interés Ganado	Incremento del Fondo	Saldo Acumulado	Tasa Periódica
1	\$ 129.385	\$ -	\$ -	\$ 129.385	\$ 129.385	1,00%
2	\$ 129.385	\$ -	\$ 1.294	\$ 130.679	\$ 260.064	1,00%
3	\$ 129.385	\$ -	\$ 2.601	\$ 131.986	\$ 392.050	1,00%
4	\$ 129.385	\$ 200.000	\$ 3.921	\$ 333.306	\$ 725.356	1,00%
5	\$ 129.385	\$ -	\$ 7.254	\$ 136.639	\$ 861.995	1,00%
6	\$ 129.385	\$ -	\$ 8.620	\$ 138.005	\$ 1.000.000	1,00%

Σ	\$ 776.311	\$ 200.000	\$ 23.689	\$ 1.000.000		
---	------------	------------	-----------	--------------	--	--

## DEPOSITO FIJO Y PERIODO DE GRACIA

### Ejemplo

Elaborar una tabla a fin de acumular \$3.000.000 en 6 meses, mediante depósitos mensuales, iguales y vencidos, en una cuenta de ahorro que reconoce 1,24% p. mensual.

Solamente se harán depósitos en los primeros 4 meses

Solución

$$VF = C \left[ \frac{(1+ip)^n - 1}{ip} \right] (1+ip)^{PG}$$

$$3.000.000 = C \left[ \frac{(1+0,0124)^6 - 1}{0,0124} \right] (1+0,0124)^2$$

**De donde:**

$C = \$718.270$

Al final del primer depósito, no se ganan intereses.

Interés Ganado = Saldo Acumulado \* Tasa Periódica.

Incremento del fondo = Depósito ordinario + Interés Ganado.

Saldo Acum. = Saldo acumulado anterior + Incremento Fondo

### Tabla de Capitalización

Mes	Depósito Ordinario	Interés Ganado	Incremento del Fondo	Saldo Acumulado	Tasa Periódica
1	\$ 718.270	\$ -	\$ 718.270	\$ 718.270	1,24%
2	\$ 718.270	\$ 8.907	\$ 727.176	\$ 1.445.446	1,24%
3	\$ 718.270	\$ 17.924	\$ 736.193	\$ 2.181.639	1,24%
4	\$ 718.270	\$ 27.052	\$ 745.322	\$ 2.926.961	1,24%
5	\$ -	\$ 36.294	\$ 36.294	\$ 2.963.256	1,24%
6	\$ -	\$ 36.744	\$ 36.744	\$ 3.000.000	1,24%

$\Sigma$	\$ 2.873.079	\$ 126.921	\$ 3.000.000
----------	--------------	------------	--------------

#### NOTA:

En el proceso de Capitalización, el Periodo de Gracia siempre va al final de la tabla.

## DEPOSITO VARIABLE LINEAL

### Ejemplo

Elaborar una tabla a fin de acumular \$4.000.000 en 6 meses, mediante depósitos mensuales, crecientes y vencidos, en una cuenta de ahorro que reconoce 1,12% p. mensual. Cada mes el valor del depósito crece en \$100.000

### Solución

$$VF = C1 \left[ \frac{(1+ip)^n - 1}{ip} \right] + \frac{L}{ip} \left[ \frac{(1+ip)^n - 1}{ip} - n \right]$$

$$4.000.000 = C1 \left[ \frac{(1+0,0112)^6 - 1}{0,0112} \right] + \frac{100.000}{0,0112} \left[ \frac{(1+0,0112)^n - 1}{0,0112} - 6 \right]$$

### De donde:

$$C1 = \$401.491$$

$$C2 = \$401.491 + \$100.000 = \$501.491$$

$$C3 = \$501.491 + \$100.000 = \$601.491$$

$$C4 = \$601.491 + \$100.000 = \$701.491$$

$$C5 = \$701.491 + \$100.000 = \$801.491$$

$$C6 = \$801.491 + \$100.000 = \$901.491$$

Al final del primer depósito, no se ganan intereses.

Interés Ganado = Saldo Acumulado \* Tasa Periódica.

Incremento del fondo = Depósito ordinario + Interés Ganado.

Saldo Acum. = Saldo acumulado anterior + Incremento Fondo

### Tabla de Capitalización

Mes	Depósito Ordinario	Interés Ganado	Incremento del Fondo	Saldo Acumulado	Tasa Periódica
1	\$ 401.491	\$ -	\$ 401.491	\$ 401.491	1,12%
2	\$ 501.491	\$ 4.497	\$ 505.987	\$ 907.478	1,12%
3	\$ 601.491	\$ 10.164	\$ 611.655	\$ 1.519.133	1,12%
4	\$ 701.491	\$ 17.014	\$ 718.505	\$ 2.237.638	1,12%
5	\$ 801.491	\$ 25.062	\$ 826.552	\$ 3.064.190	1,12%
6	\$ 901.491	\$ 34.319	\$ 935.810	\$ 4.000.000	1,12%

Σ	\$ 3.908.945	\$ 91.055	\$ 4.000.000
---	--------------	-----------	--------------

### DEPOSITO VARIABLE GEOMETRICO

Ejemplo

Elaborar una tabla a fin de acumular \$6.000.000 en 6 meses, mediante depósitos mensuales, crecientes y vencidos, en una cuenta de ahorro que reconoce 1,2% p. mensual. Cada mes el valor del depósito crece en el uno por ciento.

Solución

$$VF = C1 \left[ \frac{(1+G)^n - (1+ip)^n}{G - ip} \right]$$

$$6.000.000 = C1 \left[ \frac{(1+0,01)^6 - (1+0,012)^6}{0,01 - 0,012} \right]$$

### De donde:

$$C1 = \$946.766$$

$$C2 = \$946.766 + 1\% = \$956.234$$

$$C3 = \$956.234 + 1\% = \$965.796$$

$$C4 = \$965.796 + 1\% = \$975.454$$

$$C5 = \$975.454 + 1\% = \$985.209$$

$$C6 = \$985.209 + 1\% = \$995.061$$

Al final del primer depósito, no se ganan intereses.

Interés Ganado = Saldo Acumulado \* Tasa Periódica.

Incremento del fondo = Depósito ordinario + Interés Ganado.

Saldo Acum. = Saldo acumulado anterior + Incremento Fondo

### Tabla de Capitalización

Mes	Depósito Ordinario	Interés Ganado	Incremento del Fondo	Saldo Acumulado	Tasa Periódica
1	\$ 946.766	\$ -	\$ 946.766	\$ 946.766	1,20%
2	\$ 956.234	\$ 11.361	\$ 967.595	\$ 1.914.362	1,20%
3	\$ 965.796	\$ 22.972	\$ 988.769	\$ 2.903.130	1,20%
4	\$ 975.454	\$ 34.838	\$ 1.010.292	\$ 3.913.422	1,20%
5	\$ 985.209	\$ 46.961	\$ 1.032.170	\$ 4.945.592	1,20%
6	\$ 995.061	\$ 59.347	\$ 1.054.408	\$ 6.000.000	1,20%

$\Sigma$	\$ 5.824.521	\$ 175.479	\$ 6.000.000
----------	--------------	------------	--------------