Guía de Problemas Prácticos y Casos

de Matemática Financiera Aplicada

Orientación metodológica, solución de problemas con
su fundamentación conceptual, desarrollo de casos
y cuestionarios de autoevaluación.

Prof. Eliseo Jesús Rodríguez
Prof. Carlos María Legón
Prof. Felipe Carlos Gilabert

Buenos Aires
2005

PROPÓSITO DEL TRABAJO

El objeto de este trabajo es poner a disposición del alumno un material de cátedra que abarque la totalidad del programa de “Matemática Financiera Aplicada” y contribuya a mejorar los resultados del proceso enseñanza-aprendizaje. El trabajo ayudará también a reforzar la necesaria integración del conocimiento teórico-conceptual con la aplicación práctica, el desarrollo y discusión de casos reales y orientará también para avanzar ordenada y metódicamente en el desarrollo temático de la asignatura.

El estudio de la Matemática Financiera introduce a los alumnos en el análisis de los problemas financieros y su técnica de cálculo. De esta forma, la asignatura no agrega conceptos matemáticos nuevos sino que utiliza y aplica el conocimiento matemático adquirido en cursos anteriores.

El referido conocimiento previo requiere también una sistematización y ordenamiento metodológico ensamblados con las bases económicas subyacentes en las operaciones financieras. Así quedará construida la base conceptual imprescindible para la correcta interpretación, análisis, planteo y solución de los problemas propios de la actividad financiera. Sólo después de cumplir la etapa conceptual básica podrán aplicarse las técnicas de cálculo apropiadas para alcanzar la solución, que finalmente deberá ser objeto del análisis crítico de razonabilidad del resultado obtenido.

La inclusión de ejercitación con aplicación de las funciones financieras de Excel de Windows será útil como introducción al empleo de las modernas herramientas informáticas.

Se indica también la bibliografía en la que podrán encontrarse los fundamentos teóricos que harán posible una mejor comprensión de los ejercicios y casos. Presentamos la bibliografía en forma general y también con la indicación temática específica para cada capítulo del trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

En cada caso se señala la identificación asignada en la Biblioteca Central

Levenfeld, Gustavo y de la Maza, Sofía – Matemáticas de las operaciones financieras y de inversión. McGraw Hill, Madrid 1998
Biblioteca: 51:332 L657

Fabozzi, Frank J. – Fixed Income Mathematics. Mc Graw Hill, 1997
Biblioteca: 51:332 F 112

Murioni O. y Trossero A. – Manual de Cálculo Financiero. Ediciones Macchi, Buenos Aires 1993
Biblioteca: 332 M 977

González Galé, José – Intereses y anualidades ciertas. Ediciones Macchi, Buenos Aires 1979
Biblioteca: 51:332 G 643

Cissell, Robert y Cissell, Helen - Matemáticas Financieras**.** Compañía Editorial Continental S.A. México, 1978
Biblioteca 51: 332 C 579

Botbol, José – Curso General de Matemática Financiera. Ed. Ergon, Buenos Aires 1965
Biblioteca: 51:332 B 748

Casparri, María Teresa; Bernardello, Alicia y otros - Matemática Financiera utilizando Microsoft Excel, Omicron System. Buenos Aires 2005

Rosiello, Juan C. y Ciuffo, Néstor – Cálculo Financiero. Temas Grupo Editorial. Buenos Aires 2004

López Dumrauf, Guillermo – Cálculo Financiero Aplicado. Editorial La Ley. Buenos Aires 2003

Terceño A. , Sáenz J. , Barberá MG. , Ortí F. , de Andrés J. y Belvis C. – Matemática Financiera. Editorial Pirámide España, 1997

Roca, Raúl José – Matemática Financiera. Editorial El Coloquio, Buenos Aires 1975

CONTENIDO

1 – Introducción

1.1. Repaso de temas de álgebra. Potenciación. Radicación. Logaritmos. Progresiones. Introducción a la Teoría Matemática del Interés.

Tal como se dijo, en esta asignatura se utilizan los conceptos matemáticos estudiados en todos los cursos anteriores y en consecuencia es necesario tener un buen manejo de esos conceptos. Esa es la razón de la inclusión del presente punto en este trabajo ya que consideramos que contribuirá a un mejor desarrollo de Matemática Financiera Aplicada.

Potenciación

Potenciación	**Radicación** conocida la potencia y el exponente se calcula la base de la Potencia
	Radicación y logaritmos son operaciones inversas de la potenciación
	Logaritmos conocida la potencia y la base de la misma se calcula el exponente al que hay que elevar la base para llegar a la potencia conocida

$$a^n = a.\ a.\ a.\ \ldots\ a.\ a$$

en esta expresión el segundo miembro expresa un producto (*n* veces *a*). El número de veces que se aplica el factor es la base *(n)*

Propiedades de la potenciación

1. Potencia de un producto

$(a\ .\ b\ )^n = a.\ b.\ a.\ b.\ a.b.\ \ldots\ a.\ b.a.b. = a.a.a.\ .\ \ldots\ a.a.\ .\ b.b.b.\ \ldots b.b = \mathbf{a^n .\ b^n}$

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores

2. Potencia de un cociente

$(a\ /\ b\ )^n = (a\ /\ b)\ .(a\ /\ b)\ .(a\ /\ b) \ldots\ (a\ /\ b) = \mathbf{a^n\ /\ b^n}$

La potencia de un cociente es igual al cociente de la potencia del dividendo sobre la potencia del divisor.

3. Producto de potencias de igual base

$(a^m\ .\ a^n) = a.\ a.\ a.(m\ veces)\ .\ a.a.a\ (n\ veces). = \mathbf{a^{m+n}}$

El producto de potencias de igual base es igual a la base, elevada a la sumatoria de los exponentes

4. Cociente de potencias de igual base

$(a^m / a^n) = a. a. a. ... (m\ veces) / a. a. a. ... (n\ veces). = \boldsymbol{a}^{\boldsymbol{m - n}}$

El cociente de potencias de igual base es igual a la base elevada a la diferencia del exponente de la potencia del dividendo menos el exponente de la potencia del divisor.

5. Potencia de potencia

$(a^m)^n = b^n$ donde $b = a^m$

La potencia de potencia es igual a la base elevada al producto de los exponentes $\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{(m . n)}}$

Convenciones en la potenciación

- $a^0 = 1$ siempre que a sea distinto de cero ya que 0^0 no está definido para nuestros fines
- $a^{-n} = 1 / a^n$ porque $a^{-n} = a^0 / a^n = a^{(0 - n)} = a^{-n} = 1 / a^n$ siempre que $a \neq 0$
- $a^{(p / q)} =$ *Raíz* q-ésima de (a^p) siendo $\boldsymbol{p}$ y $\boldsymbol{q}$ números enteros cada uno de ellos

Radicación

Implica calcular la base de una potencia conocida cuando también se conoce el exponente al que hay que elevar la base (que se quiere calcular) para alcanzar la potencia dada. Es decir que se conocen la potencia y el exponente y se trata de hallar la base de esa potencia.

Dado la raíz enésima de a, si n es:

- impar , la raíz es un número real y tiene igual signo que la cantidad “subradical” (a)
- par , hay dos resultados opuestos siempre que a sea distinto de cero:
  1. la raíz es un número real si a es mayor que cero
  2. la raíz es un número imaginario si a es menor que cero

Logaritmos

Es la segunda operación inversa a la potenciación. El objetivo es calcular el exponente al que hay que elevar la base (conocida) para llegar a la potencia (también conocida)

$$log_b\ a = n \quad \text{implica} \quad b^n = a$$

Base de los logaritmos:

- distinta de 1
- si es mayor que 1 implica que la función $log_b\ x$ será creciente cuando x crece
- si b mayor que cero; en el campo real, únicamente tienen logaritmo los números positivos

Características y aplicaciones de los logaritmos:

- $\log_b 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad b^0 = 1$
- $\log_b b = 1 \quad \Rightarrow \quad b^1 = b$
- Si $b > 1$, como $\log_b 1 = 0 \;\Rightarrow\; \log_b x$ será:

  > 0 si $x > 1$

  < 0 si $x < 1$
- Las expresiones son calculables por logaritmos <u>únicamente</u> cuando hay

  Productos y cocientes

  Potencias y raíces

Propiedades de los logaritmos

1. <u>Logaritmo de un producto</u>

$$\log_b (a_1 \,.\, a_2) = \log_b a_1 + \log_b a_2$$

El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de cada uno de los factores

2. <u>Logaritmo de un cociente</u>

$$\log_b (a_1 \,/\, a_2) = \log_b a_1 - \log_b a_2$$

El logaritmo de un cociente es igual a la diferencia del logaritmo del dividendo y el logaritmo del divisor

3. <u>Logaritmo de una potencia</u>

$$\log_b (a^n) = \log_b a.\, a.\, a \ldots (n \text{ veces})$$

$$= \log_b a + \log_b a + \log_b a + \ldots (n \text{ veces})$$

$$= n \,.\log_b a$$

El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo del número

4. <u>Logaritmo de una raíz</u>

El logaritmo de la raíz enésima de a es $\log_b [(a)^{1/n}] = 1/n \,.\, \log_b a = \log_b a / n$

El logaritmo de una raíz es igual al cociente del logaritmo del número sobre el índice de la raíz.

Aplicación de la ley distributiva a distintas operaciones

Multiplicación y división	Son distributivas con respecto a:	Suma y resta
Potenciación y radicación	Son distributivas con respecto a:	Multiplicación y división

Importante: NI LA POTENCIACIÓN NI LA RADICACIÓN SON DISTRIBUTIVAS CON RESPECTO A LA SUMA Y A LA RESTA

Progresiones

1. Aritméticas

Sucesión de números (términos de la progresión) donde cada uno de ellos es igual al anterior más un incremento Δ (mayor o menor que cero), donde Δ es constante

2. Geométricas

Sucesión de números (términos de la progresión) donde cada uno de ellos es igual al anterior multiplicado por una razón constante (r)

Cálculo del término "n"

- Progresión aritmética

$$a_1 \;;\; a_2 \;;\; a_3 \;;\; \ldots \;;\; a_n$$

$$a_1 \;;\; a_1 + \Delta \;;\; a_2+\Delta = a_1+\Delta+\Delta = a_1+2\Delta \;;\; \ldots \;;\; a_1 + (n-1)\Delta$$

entonces $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)\Delta}$

- Progresión geométrica

$$a_1 \;;\; a_2 \;;\; a_3 \;;\; \ldots \;;\; a_n$$

$$a_1 \;;\; a_1 \,.\, r \;;\; a_2 \,.\, r = a_1 \,.\, r \,.\, r = a_1 \,.\, r^2 \;;\; \ldots \;;\; a_1 \,.\, r^{(n-1)}$$

entonces $\boxed{a_n = a_1 \,.\, r^{(n-1)}}$

Suma de “n” términos consecutivos de una progresión finita

- Progresión aritmética

  Dado que $a_{(1+p)} + a_{(n-p)}$ donde $a_{(1+p)}$ y $a_{(n-p)}$ son términos equidistantes de los extremos a_1 y a_n será:

  $$S = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$$

  $$S = a_n + a_{(n-1)} + a_{(n-2)} + \ldots + a_1 \quad \text{sumamos:}$$

  $2\,S = (a_1+a_n) + (a_2+a_{(n-1)}) + \ldots + \ldots$ esto es la suma de “n” pares de términos equidistantes, en consecuencia:

  $$2\,S = n\,(a_1+a_n) \Rightarrow \boxed{S = n\,.\,[(a_1+a_n)/2}$$

- Progresión geométrica

  $$S = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$$

  Expresamos esta suma en función de a_1 :

  $$S = a_1 + a_1\,.\,r + a_1\,.\,r^2 + \ldots + a_1\,.\,r^{(n-1)}$$

  Multiplicamos ambos miembros por la razón (r)

  $$S\,.\,r = a_1\,.\,r + a_1\,.\,r^2 + \ldots + a_1\,.\,r^{(n-1)} + a_1\,.\,r^n$$

  Restando:

  $S - S.\,r = a_1 - a_1\,.\,r^n$ aplicamos factor común:

  $S\,(1-r) = a_1\,(1 - r^n)$ en consecuencia:

  $$\mathbf{S = a_1 \frac{(1 - r^n)}{(1-r)}}$$

Introducción a la Teoría Matemática del Interés.

El interés I (o, n) es función de tres variables: tiempo, tasa y capital

El interés se devenga continuamente independientemente que la capitalización sea:

a) discreta: transcurrido el lapso fijado se capitalizan
b) continua: la capitalización se produce instantáneamente

Representando en el eje de tiempo

- n	0	n
C(-n)	C (o)	C(n)

←----------------------------------- -----------------------------------→

C(-n) = C(o) – D (o, n)

C(n) = C(o) + I (o, n)
C(n) : Monto

Actualización
para llevar C(o) a C(-n)

Acumulación ó Capitalización
para llevar C(o) a C(n)

1.2 <u>Metodología recomendada. Eje de tiempo. Factores. La tasa como medida de la variación relativa de capitales. Aplicaciones de la Ley de Fisher</u>

La solución de los ejercicios debe ser la consecuencia de un trabajo metódico y ordenado, y por esa razón consideramos recomendable cumplir los siguientes pasos :

a) Leer cuidadosa y minuciosamente los enunciados del ejercicio.
b) Interpretar la naturaleza económica de la operación implícita en el ejercicio.
c) Identificar claramente los datos e incógnita del problema.
d) Establecer si los datos pueden utilizarse tal como están expresados en el enunciado o si requieren algún tipo de ajuste.
e) Determinar el procedimiento y fórmulas aplicables.
f) Resolver el ejercicio.
g) Comprobar la exactitud del resultado obtenido y hacer la crítica de razonabilidad del resultado.

Eje de tiempo. Factores.

En el planteo de los problemas financieros, es útil emplear la herramienta conocida como Eje de Tiempo o Diagrama de Tiempo, línea horizontal sobre la cual se señalan los momentos, períodos y valores representativos de los ingresos y egresos de fondos de la operación que se analiza. Sobre la misma, cada punto es representativo de un <u>*momento*</u>; si se quiere representar un <u>*período*</u> se lo hace con un segmento. Con el empleo de esta herramienta se podrá visualizar gráficamente el problema que analizamos y nos facilitará el correcto planteo de la operación

Cuando debemos conocer el valor futuro de un capital, en el eje de tiempo nos vamos desplazando hacia la derecha y así decimos que estamos ante un proceso de acumulación. Analíticamente lo expresamos con la aplicación del llamado **factor de capitalización** $(1+i)^n$

$$\begin{array}{ccc} C_o & & C_n \\ \hline o & & n \end{array}$$

$$\text{-------------------}\longrightarrow \quad C_n = C_o\,(1+i)^n$$

En esas expresiones es:

C_o : Capital en el momento 0
C_n : Capital en el momento n (monto)
i : Tasa unitaria de interés (interés de \$ 1 en un período)
n : Plazo (número de períodos)

Si queremos conocer el valor actual de un capital del cual conocemos su valor en el momento "n" (valor futuro), nos desplazaremos en sentido inverso (en sentido negativo); en ese caso aplicamos el **factor de actualización** $(1+i)^{-n}$ ó $(1-d)^n$ ó v^n

$$Co = Cn\,(1+i)^{-n} \quad \longleftarrow\text{-------------------}$$

Medidas de la variación de capitales (absoluta y relativa)

Entendemos por <u>variación absoluta</u> de un capital la diferencia entre el capital final o monto obtenido al final de un período determinado y el capital inicial o inversión realizada al comienzo de ese mismo período.

Esta variación absoluta no brinda información financiera útil sobre el rendimiento obtenido. Así, una variación absoluta de \$ 300 responde tanto a un capital inicial de \$ 200 convertido en un capital final de \$ 500 , como a un capital inicial de \$ 80.000 que produjo un capital final de \$ 80.300

Cuando establecemos una relación entre los resultados obtenidos (variación absoluta) y el capital, obtenemos una <u>variación relativa</u> o <u>tasa</u>. Ésta sí nos brinda información financiera útil acerca del rendimiento

Habitualmente las tasas de interés se expresan en relación a un capital de \$ 1.- y se habla de **tasas unitarias** para diferenciarlas de las expresadas en porcentajes o sea en relación a \$ 100.-

<u>Relación de la variación absoluta con el capital inicial o con el capital final</u>

Una misma operación financiera tiene un resultado único, que será un costo o un beneficio, según se analice desde el lugar del tomador de fondos o del colocador de fondos. En otras palabras, la variación absoluta será la misma. Sin embargo, esa variación absoluta puede expresarse:

a) respecto del capital final (mediante una <u>tasa de interés adelantada o tasa de descuento</u>) ó

b) respecto del capital inicial (mediante una tasa de interés vencida o tasa de interés)

Cada una de estas distintas formas de expresión determinan variaciones relativas distintas, o sea valores de tasa diferentes.

Aplicaciones de la Ley de Fisher

La Ley de Fisher se enuncia : $1 + i_a = (1 + i_r)(1 + \pi)$ fórmula en la que i_a es la tasa de interés aparente; i_r es la tasa de interés real y π es la tasa de inflación.

La fórmula expresa que la tasa de interés aparente contiene un componente de tasa real y otro de inflación.

Sobre esa base, conociendo una estimación de inflación y el rendimiento real que deseamos obtener podemos determinar la tasa efectiva que nos permitirá cumplir nuestro propósito.

La condición necesaria a cumplir es que los valores de i_a , i_r , y π estén expresados para el mismo plazo.

1.3. Bibliografía específica

Biblioteca Central	AUTORES	CAPITULOS
51:332 L 657	*Levenfeld y de la Maza*	*Introducción. Cap. 1 y 2*
51:332 F 112	*Fabozzi, F*	*Cap. 2 y 4*
51:332 M 977	*Murioni y Trossero*	*Cap. 1 y 2*
51:332 G 643	*González Galé, J.*	*Cap. 1*
51:332 C 579	*Cissell, R . y H.*	*Cap. 1 y 3*
51:332 B 748	*Botbol, J*	*Cap. Repaso General*
	Rosiello, J. y Ciuffo, N.	*Cap.1*
	López Dumrauf, G.	*Cap. 1 y 4*
	Roca, R.J.	*Conceptos preliminares y Cap. 3*

2 - Operaciones financieras simples

2.1. Operaciones de inversión y de financiación a interés simple

2.1.1. Inversión – Monto a interés simple

Calcule el interés ganado por un capital de $ 50.000.- colocado al 3% nominal anual al cabo de 3 meses

Solución: puesto que en el planteo la tasa de interés es nominal (o contractual, es decir que surge del contrato entre las partes) **anual** y el plazo de la operación es en meses, lo que debemos hacer es “homogeneizar” ambas dimensiones temporales. Es decir la dimensión temporal debe ser la misma para la tasa de interés y para el plazo. Por lo expuesto, hay dos posibilidades o criterios:

a) se transforma la tasa nominal anual en una **<u>tasa efectiva mensual</u>** (es la tasa que **efectivamente** rige para cada mes) y el plazo queda expresado en meses o

b) el plazo en meses se convierte a **año** y se trabaja con la tasa nominal anual

A continuación, trabajamos con la opción a) anterior

a) de tasa nominal (o contractual) anual a tasa efectiva mensual

Antes de hacer la "transformación" de la tasa de interés, nos parece importante aclarar el concepto de nominal o contractual. Es la tasa (de interés) o de descuento (adelantada) que surge del contrato o de la documentación de la operación celebrada entre las partes . La tomamos como una tasa de referencia. En la mayoría de los casos la dimensión temporal es anual pero nada obsta a que las partes involucradas acuerden o pacten tasas nominales para otros períodos (por ejemplo: trimestrales, semestrales, bianuales, quinquenales o para cualquier otro período que acuerden las partes).

Por su parte, la tasa efectiva es la que "efectivamente rige". En el caso del ejercicio, puesto que el plazo es de 3 meses y estamos en **Interés Simple**, la tasa **<u>efectiva es mensual.</u>** Es decir que transcurrido cada mes, se devenga el interés correspondiente.

Puesto que en el año hay 12 meses, la tasa nominal anual rige para los 12 meses. Por lo tanto, **para cada uno de ellos**, la tasa efectiva mensual es TNA /12 = TEM es decir, la doceava parte de la anual

En nuestro problema entonces tenemos: TNA: 3% en tanto por uno: 0,03. Por lo tanto, la Tasa Efectiva Mensual (T.E.M) = 0,03 / 12 = 0,0025 mensual

Luego, el interés ganado al cabo de tres meses será:

$$I(0;3) = 50.000 \text{ x} 0{,}0025 \text{ x } 3 \quad \text{, luego será} \quad I(0{,}3) = \boxed{\$\ 375}$$

b) <u>Si optamos por el segundo criterio, o sea el plazo en meses se convierte a año:</u>

Dado que el año tiene 12 meses, cada uno de éstos es la doceava parte del año. Por lo tanto:

$$3 \text{ meses} = 3/12 \text{ año} \quad \text{o sea} \quad 3 \text{ meses} = 0{,}25 \text{ año}$$

Por lo tanto, el interés ganado al cabo de los tres meses será:

$$I(0{,}3) = 50.000 \text{ x } 0{,}03 \text{ x } 0{,}25 \text{ y por lo tanto } I(0{,}3) = \boxed{\$\ 375}$$

Como se observa, aplicando cualquiera de los dos criterios obtenemos el mismo resultado, transformando la tasa de interés anual en mensual o el plazo de 3 meses en fracción de año

<u>*¿ y si el capital fuera de $ 25.000 colocado al 3% nominal anual al cabo de 3meses?*</u>

<u>Solución</u>: en esta segunda pregunta, el único cambio es que el nuevo capital guarda relación con el anterior. Es decir C´ = k x C(0) donde k es mayor a 0, en este caso es igual a 0,5.

Por lo tanto, si de acuerdo a la pregunta anterior, $ 50.000.-colocados al 3% nominal anual, al cabo de tres meses generaron un interés de **$ 375**, la mitad del capital colocado en idénticas condiciones generará la mitad de intereses.

De tal forma, será $I(0,3) = 0,5 \times 375$ y en consecuencia : $I(0,3) = \boxed{\$\ 187,50}$

Podemos comprobar este resultado aplicando los criterios expuestos en la pregunta anterior:

Según el criterio a) será : $I(0,3) = 25.000 \times 0,0025 \times 3 = \boxed{\$\ 187,50}$

Y según el criterio b) será: $I(0,3) = 25.000 \times 0,03 \times 0,25 = \boxed{\$\ 187,50}$

¿y si los $ 50.000.- fueran colocados al 6% nominal anual al cabo de 3 meses?

Solución: aquí, el razonamiento es similar al realizado para responder la pregunta anterior. Ahora, la tasa nominal de interés es "k" veces la T.N.A de la primera pregunta ("k" = 2). En consecuencia el Interés será $\boxed{\$\ 750.-}$

¿y si los $ 50.000.- fueron colocados al 3% nominal anual al cabo de 1,5 mes?

Solución: la variable que cambia de valor es el plazo y observamos que el nuevo valor es "k" veces el primero ("k" = 0,5) , por lo tanto el Interés será $\boxed{\$\ 187.50}$

Comentario: de las soluciones a las cuatro sub-preguntas anteriores surge que podemos resolverlas de dos formas:

1) *utilizando la expresión matemática de Interés Simple y*
2) *estableciendo proporciones entre las variables*

Otros Ejercicios

¿Cuál será el interés producido por un capital de $ 1.000.000.- colocado al 7% nominal anual al cabo de 10 meses?

Respuesta: $ 58.333,33

Explique cómo homogeneizó la dimensión temporal de la tasa de interés y el plazo.

Relativo al ejercicio anterior responda para cada una de las siguientes alternativas:

- *si supiera que un capital de $ 500.000.- colocado en las mismas condiciones que el anterior generó un interés de $ 29.166,67.- ¿cómo calcularía el interés sobre el capital de $ 1.000.000.-?*
- *si supiera que un capital de $ 1.000.000.-, colocado al 21% nominal anual al cabo de 10 meses generó un interés de $ 175.000.- ¿cómo calcularía el interés sobre $ 1.0000.000- colocado por igual plazo pero al 7% nominal anual?*

- *si supiera que un capital de $ 1.000.000.- colocado al 7% nominal anual durante 40 meses generó un interés de $ 233.333,33.- ¿cómo calcularía el interés sobre $ 1.000.000.- colocado a la misma tasa nominal anula de interés pero por un plazo de 10 meses?*

En los tres casos puede aplicarse el procedimiento de proporcionalización

Calcule los intereses totales generados por un capital de $ 7.000.- depositados por 10 meses en una caja de ahorros en pesos que paga intereses mensualmente a la tasa del 7% nominal anual. Los intereses mensuales Ud los retira en la fecha de acreditación (a fin de cada mes).

Solución:

$$I(0,10) = C(0) \times j / 12 \times n$$

$$I(0,10) = 7.000 \times 0{,}07/12 \times 10$$

$$I(0,10) = 408{,}33$$

Respuesta: $\boxed{\$\ 408{,}33}$

Determine el monto al cabo de ese plazo;

Solución

$$C(10) = C(0) + I(0,10)$$

$$C(10) = 7.000 + 408{,}33$$

$$C(10) = \boxed{\$\ 7.408{,}33}$$

Respuesta: $ 7.408,33

¿cuál es el interés obtenido en el 4° y en el 7° mes?

Solución: $I(p-1;p) = C(0) \times i$ En este caso $i = j/12$ $i = 0{,}07/12$

$$I(3;4) = C(0) xi = I(6;7)$$

$$I(3;4) = 7.000 \times 0{,}07/12 = I(6;7) = 40{,}833$$

Respuesta: $\boxed{\$\ 40{,}833}$

¿cómo se comporta el interés mensual sobre el monto al inicio de cada mes?

Solución: Financieramente el monto al inicio de cada mes es igual al capital original más los intereses acumulados al inicio del mes en cuestión. Puesto que los intereses mensuales son constantes (porque se calculan sobre el mismo capital original y con la misma tasa de interés) mientras que el monto al inicio de cada mes es creciente, la relación interés mensual / monto al incio del mes, es decreciente.

Si una entidad financiera ha captado el 31/3/02 los siguientes capitales por un plazo de un mes ¿cuál es la tasa de interés media de captación?

Fecha de imposición	*Capitales*	*TNA*	*Capital x tasa efectiva mensual*
31/3/02	*$1.000.000.-*	*10%*	*0,00833333x1.000.000 =* 8.333,33
31/3/02	*$ 200.000.-*	*6%*	*0,005x200.000 =* 1.000,00
31/3/02	*$ 300.000.-*	*6,5 %*	*0,005416667x300.000 =* 1.625,00
31/3/02	*$ 500.000.-*	*8%*	*0,0066666667x500.000 =* 3.333,33
31/3/02	*$ 750.000.-*	*9 %*	*0,0075x750.000 =* 5.625,00
TOTALES	**$ 2.750.000.-**		**19.916.66**

<u>Solución:</u> en la tabla anterior, las tasas de interés son T.N.A mientras que el plazo de la operación es de un mes. Por lo tanto, primero se calculan las correspondientes tasas efectivas mensuales de interés y luego, cada una de ellas es multiplicada por el correspondiente capital. Se suman estos productos y ese total es dividido por la suma de los capitales. De tal forma, se encuentra una tasa efectiva mensual promedio ponderada por los capitales. Es decir, no es un promedio aritmético simple de las tasas de interés porque a cada tasa efectiva mensual se la pondera , es decir "está afectada" por la cuantía del capital correspondiente.

Por lo tanto, la tasa efectiva mensual promedio ponderada es:

i = 19.916,66 / 2.750.000 = 0,007242422 mensual.

Puesto que las tasas de interés son nominales anuales, se multiplica la "i" obtenida por 12. Entonces, la $\boxed{\text{TNA promedio ponderada es 0,0869090 nominal anual}}$

En porcentaje $\boxed{\text{8.69090 \% nominal anual}}$

<u>Con los mismos datos del cuadro anterior se solicita que responda ¿cuál sería esa tasa media de interés si los capitales fueran todos de igual cuantía?</u>

<u>Solución:</u> en este caso, al ser todos los capitales de igual cuantía, la tasa media se convierte en una media aritmética simple. Por lo tanto la"i" media mensual es igual a la suma de las tasas de interés efectivas mensuales dividida por la cantidad de tasas efectivas mensuales. Por lo tanto, i = 0,006583333 mensual.

Para encontrar la TNA media, se multiplica esa "i" por 12 y se obtiene $\boxed{\text{TNA media = 0,0790}}$

Expresado en porcentaje : $\boxed{\text{la tasa media es 7,90\% nominal anual}}$

<u>Fundamente la diferencia entre ambas tasas de interés</u>

<u>Respuesta:</u> La diferencia entre ambas TNA medias, radica en que la promedio ponderada es afectada por la cuantía de los capitales. Por lo tanto, si las tasas de interés más altas están ponderadas por los mayores capitales, la tasa media "estará" más cerca de los mayores valores

de las tasas. Por el contrario, cuando todos los capitales tienen la misma cuantía, éstos no afectan a la tasa promedio y por lo tanto, la tasa media será una “medida central” de los valores de las tasas de interés.

¿Cuál fue el interés ganado por un capital colocado al 58 % mensual al cabo de 5 meses, si el monto retirado fue de $ 7.500.-

Respuesta: $ 5.576,92

¿A cuántos días se depositaron $ 10.000.- al 10% nominal anual si generaron $ 200.- de intereses? (Considerar año civil)

Respuesta: 73 días

¿En cuánto tiempo un determinado capital debe depositarse al 7% nominal anual para que genere un monto igual a su doble?. (Utilice todos los decimales)

Respuesta: 14,28571428 años

Calcule el interés generado, en una Caja de Ahorro, al 31/3/02 que tuvo el siguiente extracto y que devenga intereses al 7% nominal anual: (considere el año civil)

Fecha	Débitos	Créditos	Saldo
1/3/02	*7.000*		*7.000.-*
4/3/02		*300*	*6.700*
5/3/02	*500*		*7.200*
8/3/02		*100*	*7.100*
12/3/02	*200*		*7.300*
31/3/02 Intereses			

Realice el cálculo de intereses utilizando numerales

Respuesta: $

La entidad financiera “B” toma un préstamo interfinanciero (“call”) de otra entidad financiera “A”por un importe de $ 10.000.000.- por 3 días al 10% nominal anual. Simultáneamente presta ese capital por igual plazo y al 10,5 % nominal anual a una entidad “C”. (Considere el año civil) calcule los intereses a pagar y a cobrar mediante el uso de numerales;

Solución: cuando el plazo de la operación está dado en días, al producto del capital o capitales por el plazo o los plazos se lo conoce con el nombre de **numerales**.

Por lo tanto, en este caso tenemos: numerales = 10.000.000 x 3

Los intereses se calcularán haciendo: Ip(0;3) = numerales x tasa diaria donde Ip: son intereses pasivos ; Ip(0;3) = 30.000.000 x 0,10/365

Ip(0;3) = $\boxed{\$ 8.219,18}$

Los intereses activos resultarán de Ia(0;3) = 30.000.000 x 0,105/365

Ia (0;3) = $\boxed{\$ 8.630,14}$

<u>Respuesta</u>: intereses a pagar: $ 8.219,18 ; intereses a cobrar: $ 8.630,14;

<u>calcule el monto a pagar y a cobrar</u>.

<u>Respuesta</u>: monto a pagar: $ 10.008.219,18 ; monto a cobrar: $ 10.008.630,14

<u>Calcule el monto alcanzado por un capital de $ 5.000.- depositado el 31/12/02 en una caja de ahorros del Banco de la Nación Argentina y retirado el 31/12/07 si las tasas de interés son las siguientes</u>:

Año	T.N.A.
2003 y 2004	10%
2005	8%
2006 y 2007	15%

Los intereses generados se acreditan en una cuenta corriente (que NO devenga interés) en el mismo banco.

<u>Solución:</u> En este caso tenemos que hay distintas tasas de interés para los distintos años que conforman el plazo. Puesto que estamos ante un problema de monto en el régimen de interés simple, tenemos en general:

C(n) = C(o) (1 + i(1) x n(1) + i(2) x n(2)…..) donde i(1) e i(2)... simbolizan las distintas tasas efectivas de interés mientras que n(1), n(2) ... , representan los distintos plazos para los que rigen las tasas.

Para nuestro caso: C(5) = 5.000 (1 + 0,1 x 2 + 0,08 + 0,15 x 2)

C(5) = 5.000 x 1,58 = 7.900

<u>Respuesta</u>: El monto será de $\boxed{\$ 7.900.-}$

<u>¿Cómo llamaría a la relación entre el monto y el capital original?</u>

<u>Respuesta</u>: Esa relación es un factor de capitalización.

<u>¿qué valores no podría tomar dicha relación?</u>

<u>Respuesta</u>: <u>No puede ser</u> menor o igual a uno. <u>Siempre debe ser</u> mayor a uno.

<u>¿Cuál habrá sido el capital original si después de 10 meses se obtuvo un monto de $ 10.000.- en una cuenta de caja de ahorros que devengó en ese lapso un interés del 5% nominal anual?</u>

Respuesta: $ 9.599,99

¿Cuál habrá sido la tasa de interés efectiva anual que devengó un capital de $ 500.000.- que estuvo depositado, en una cuenta de caja de ahorros abierta en el Banco de la Nación Argentina, por 5 años y generó un interés total de $ 25.000.-. Los intereses anuales fueron retirados por el ahorrista en las fechas de acreditación.

Respuesta: 1% anual

¿qué tasa efectiva generaría esos intereses totales si el capital hubiera estado depositado solamente por 10 meses?

Respuesta: 5% efectiva para 10 meses

2.1.2. Financiación a interés simple – Descuento comercial y racional

¿Cuál será el descuento comercial que sufrirá una empresa que descuenta un pagaré de $ 10.000.000.- que vence al cabo de un año si la T.N.A.A (Tasa Nominal Anual Adelantada f) que le aplica su entidad financiera es del 40%?

Solución

En este ejercicio, tenemos que el plazo al vencimiento del pagaré y el correspondiente a la tasa nominal adelantada están expresados en la misma unidad temporal (año). Por lo tanto, lo único que debemos hacer es reemplazar en la expresión matemática del descuento comercial:

$D(1;0) = C(1) \times d \times n$ $\quad$ $D(1;0) = 10.000.000 \times 0,4$ $\quad$ $D(1;0) = 4.000.000$

Respuesta: El descuento será de $\boxed{\$ 4.000.000}$

¿Cuál será el valor actual que recibirá la empresa en su cuenta corriente?

Solución: Dado que el valor actual V(o) es igual al valor nominal (N) menos el descuento comercial (D(1;0)) que sufre por disponer ahora (en el momento 0) del dinero, tenemos que:

$V(0) = N - D(n;0)$ $\quad$ $V(0) = 10.000.000 - 4.000.000$ $\quad$ $V(0) = 6.000.000$

Respuesta: El valor actual será $\boxed{\$ 6.000.000.-}$

A una empresa el Banco CONFIE EN NOSOTROS S.A., le acreditó en su cuenta corriente la suma de $2.000.000.- como Valor Actual (V(0)) de un pagaré que vence al cabo de 2 años. La T.N.A.A (Tasa Nominal Anual Adelantada) aplicada por el Banco fue del 30%. Se solicita que calcule el Valor nominal del pagaré

Solución: Al igual que en el ejercicio anterior, el plazo del descuento y el correspondiente a la tasa nominal adelantada están expresados en la misma unidad temporal (año). Por lo tanto, lo único que debemos hacer es reemplazar en la expresión matemática del valor actual:

$N(1-d.n) = V(0)$ $N(1-0{,}3.2) = 2.000.000$ $N = 2.000.000 / 0{,}4$ $N= 5.000.000.-$

Respuesta: El valor nominal es $\boxed{\$\ 5.000.000.-}$

¿cuál es el descuento que sufrió el pagaré?

Solución: Podemos aplicar dos procedimientos:

a) una forma de calcularlo es: restar el valor actual del valor nominal:

$D(2;0) = N – V(0)$ $D(2;0) = 5.000.000 – 2.000.000.-$ $D(2;0) = 3.000.000.-$

b) otra forma es: aplicar la expresión matemática del descuento comercial:

$D(2;0) = N.d.n$ $D(2;0) = 5.000.000\ .\ 0{,}3.2$ $D(2;0) = 3.000.000.-$

Respuesta: El descuento que sufrió el pagaré es $\boxed{\$\ 3.000.000.-}$

¿cuál fue la tasa de descuento por los 2 años?

Solución: Se divide el descuento por el valor nominal. Ese cociente da el valor de la tasa de descuento o adelantada. Al tenerse en cuenta el plazo en que se adelantó el cobro del pagaré, se le da una dimensión temporal al valor obtenido con el cociente. En nuestro problema, puesto que se adelantó 2 años el cobro del pagaré, dicha tasa es efectiva bianual.

$d = D(2;0) / N$ $d= 3.000.000 / 5.000.000$ $d = 0{,}6$ efectiva bianual

como se observa de las expresiones anteriores, la "d" surge de la expresión del descuento comercial:

$D(2;0) = N.d.$ donde d es la tasa efectiva bianual

Respuesta: $\boxed{\text{60\% adelantada bianual}}$

En relación al ejercicio anterior, donde el Valor Actual (V(0)) es de \$ 2.000.000.- y el Valor Nominal (N) es de \$ 5.000.000.-. establezca, en términos generales y con símbolos, la relación V / N. ¿Cómo se denomina? Financieramente ¿qué valores debería tomar?

Solución. Partiendo de la expresión de $V(0) = N .(1-d.n)$, hacemos un pasaje de términos para llegar a: $V(0) / N = 1-d.n$ Al segundo miembro de esta igualdad lo llamamos "factor de actualización".

Financieramente los valores que puede tomar este factor de actualización son:

$0 < \text{factor actualización} < 1$

Ello se corresponde con el hecho que V(o) / N debe ser mayor o, a lo sumo igual a cero y menor que 1 por el concepto de "valor tiempo" del dinero.

Cuando decimos financieramente estamos estableciendo límites que no se corresponden con los puramente matemáticos. Ello es así porque nada impide que el producto "d.n" sea mayor que 1 y que aún tienda a infinito. Si así fuera, el factor de actualización sería negativo y tendería a "menos infinito" respectivamente.

Como se comprenderá estos resultados son ilógicos en términos financieros porque implicarían que el V(o) sería negativo (la persona física o ideal que intentara descontar un pagaré en esas condiciones, no solamente no obtendría ningún importe sino que además debería pagar a la entidad financiera que descuenta el pagaré) y en el límite tendería a ser "menos infinito". Cabe añadir que ya es un valor extremo el que el factor de actualización sea "0" con lo que el V(o) también es "0".

<u>Respuesta</u>: V / N = 1 –d.n ; se denomina factor de actualización y financieramente, los valores que puede tomar son: mayor o igual a cero y menor que 1

<u>*Calcule el valor de dicha relación para este problema*</u>

<u>Solución</u>: Conocemos que: V(o)= 2.000.000.- y N= 5.000.000

Luego será: V(o)/N = 1-d.n 2.000.000 / 5.000.000 = 1-d.n 0,4 =1-d.n

Respuesta: $\boxed{\text{El valor del factor de actualización es 0,4}}$

<u>*¿cuáles son las variables que afectan al "factor de actualización"?*</u>

<u>Solución:</u>

Como se observa de la expresión matemática del "factor de actualización", las variables que determinan su valor son "d" y "n".

<u>Respuesta</u>: "d" y "n"

<u>*Si el factor de actualización fuera igual a cero, ¿qué relaciones causales entre "d" y "n" se pueden establecer?*</u>

<u>Solución:</u> Para que el factor de actualización sea igual a cero debe darse 0 = 1-d.n de aquí que, haciendo pasaje de términos tenemos: d.n = 1 y por lo tanto d = 1/n y n = 1/d

<u>Respuesta</u>: d = 1/n ; n = 1/d

<u>*Se solicita que establezca, en términos generales y con símbolos, la relación N / V. ¿Cómo se denomina? ; ¿a qué valor debe ser **siempre mayor en términos financieros**? y ¿qué relación existe entre el factor de actualización y el de capitalización?*</u>

<u>Solución:</u> De la expresión matemática del V(o) tenemos: N(1-d.n) = V(o); haciendo los pasajes de términos nos queda:

N / V(o) = 1 / (1-d.n) que denominamos "factor de capitalización".

Es importante detenernos en el denominador del segundo miembro de la expresión anterior: **1-d.n** . Nuevamente nos encontramos con el "factor de actualización". Nosotros hemos dicho que el factor de actualización podía ser igual o mayor a cero y menor que uno. Si fuera igual a cero, el factor de capitalización no tendría valor alguno porque sabemos que por “cero” el cociente no está definido. Por lo tanto, en este caso, el factor de actualización debe ser mayor a “0” y menor a “1”. Cuanto más se acerque a “0” el denominador, el “factor de capitalización” será mayor y tenderá a infinito cuando aquél (el factor de actualización) tienda o se aproxime a “0” . Por el contrario, si el denominador se aproxima a “1”, el “factor de capitalización” será menor y tenderá también a “1”.

Por lo expuesto, en términos financieros, el “factor de capitalización” siempre debe ser mayor a “1” por el “valor tiempo del dinero” que implica que el valor nominal (N) que estará <u>disponible en el futuro debe ser mayor que el valor actual V(o) que está disponible ahora (en el momento “0”)</u>

Por último, dado que el “factor de actualización” es: **1-d.n** y el “de capitalización” es **1 / (1-d.n**), se establece entre ellos esta relación: **(1-d.n) . 1/(1-d.n) = 1** que es de reciprocidad. Es decir el factor de actualización es el “recíproco” del de capitalización y viceversa.

<u>Respuesta</u>: N/V(o) = 1/(1 – d.n) se denomina factor de capitalización; debe ser mayor que 1 en términos financieros y el factor de capitalización es el recíproco del factor de actualización y viceversa.

<u>*Calcule el valor de dicha relación para este problema*</u>

<u>Solución:</u>

N/V(o) = 1/(1-d.n)   5.000.000/2.000.000 = 1/(1-d.n)   2,5 = 1/(1-d.n)

<u>Respuesta</u>: N/V=2,5 = 1/(1-d.n)

<u>*Otros Ejercicios*</u>

<u>*¿Cuál será el Valor Actual (V(o)) de un pagaré de $ 50.000.000.- que vence al cabo de dos años si la T.N.A.A (Tasa Nominal Anual Adelantada; f) es del 50% fijada por un prestamista?*</u>

Respuesta: V(0): $ 0

<u>*¿cuál fue el Dc (0;2) (el descuento total aplicado)?*</u>

Respuesta: D(0;2): $ 50.000.000.-

<u>*¿tiene sentido comercial / financiero esta operación para quien necesita descontar el pagaré?*</u>

Respuesta: no

<u>*¿qué condición debe darse para que el Valor Actual (V(0)) sea positivo?*</u>

Respuesta: que el producto de “d” por “n” sea menor que 1

<u>*¿qué ocurriría si “d” x “n” es mayor que 1?*</u>

Respuesta: V(o) sería negativo; D(0;n) sería mayor que N (v.nominal); lo que constituye una irracionalidad financiera.

.

¿Qué condición debe darse para que, en descuento comercial, el valor actual (V(o)), de un capital futuro (N), sea cero?

Respuesta: “d” x “n” = 1

¿qué implicancias tiene para las variables “n” y “d”?

Respuesta: d=1/n; n=1/d

¿qué ocurriría financieramente si no se cumplieran las relaciones entre esas variables?

Respuesta: si d.n es mayor a 1, V(0) sería negativo. Sin sentido financiero

Un comerciante descuenta ante el Banco de la Nación Argentina un pagaré de$ 400.000:- que vence dentro de 6 meses. El banco cobra una T.N.A.A (Tasa Nominal Anual Adelantada: f) del 4%. calcule el descuento que sufrirá el comerciante;

Respuesta: D(6;0): $ 8.000.-

¿cuánto recibirá hoy por ese pagaré? Respuesta: V(0): $ 392.000-

¿cuál es la tasa efectiva de descuento para el semestre?

Respuesta: d(6;0): 0,02 ; 2% semestral

¿Cuál es el importe de un pagaré que vence dentro de 15 días si la entidad financiera acreditó en la fecha la suma de $ 5.000.- en la cuenta de ARCOR S.A. y aplicó el 20% nominal anual adelantado. (Utilice el año civil)

Respuesta: El valor nominal es $\boxed{\$\ 5.041{,}44}$

¿cuál es la tasa efectiva de descuento? Respuesta: d(15;0): 0,8219874 % para 15 días

¿cuál es la tasa diaria de descuento? Respuesta: d: 0,0547945%

Una empresa transfirió a otra un contrato por el cual tenía que cobrar una determinada suma de dinero al cabo de 2 años.¿Cuál será ese importe futuro si se sabe que hubo un descuento de $ 2.000.000.- y que en la transferencia del contrato se aplicó el 30% nominal anual adelantado?

Respuesta: N = $ 3.333.333,33

¿cuál fue el precio (V(o)) de la transferencia?

Respuesta: V(0) = $ 1.333.333,33

¿Cuál será el valor actual de un pagaré que vence en 6 meses si el descuento fue de $ 10.000.- y se aplicó el 10% mensual adelantado? Respuesta: V(o): $ 6.666,67

¿cuál es el importe del pagaré? Respuesta N: $ 16.666,67

¿tendría sentido financiero si el plazo a vencer fuera de 11 meses?

Respuesta: no porque el V(o) sería negativo

Ud tiene un pagaré a cobrar por $ 50.000.- que vence transcurridos 6 meses a partir de la fecha. Si la T.N.A.A (Tasa Nominal Anual Adelantada: f) es del 12%. En la siguiente tabla, complete el descuento mensual, el descuento total acumulado y el valor actual (V(p)) para cada uno de los meses

Períodos antes del vto.	Se valúa en ("p")	**Valor Nom inal "N"**	Descto por mes D(n ; n-1)	Desc Tot acum. D(n;p)	Valor Actual en "p"
1 mes	Fin del 5° mes	50.000.-	500	500	49.500
2 meses	Fin del 4° mes	50.000.-	500	1.000	49.000
3 meses	Fin del 3° mes	50.000.-	500	1.500	48.500
4 meses	Fin del 2° mes	50.000.-	500	2.000	48.000
5 meses	Fin del 1° mes	50.000.-	500	2.500	47.500
6 meses	En "0" momento actual	50.000.-	500	3.000	47.000

¿cuál es el descuento mensual?

Solución: Aquí tenemos que la tasa nominal adelantada es anual y se solicita el descuento mensual. Por lo tanto, tenemos que homogeneizar las dimensiones temporales de ambas variables. Lo que hacemos es calcular la tasa de descuento o adelantada efectiva mensual a partir de la nominal anual d = TNAA/12; se divide por 12 porque en el año hay 12 meses y necesitamos conocer la tasa adelantada que corresponde a cada mes (efectiva mensual). En este caso esa tasa es:

d = 0,12/12 y en consecuencia d = 0,01.

Una vez que tenemos la tasa de descuento mensual, la aplicamos al Valor Nominal (N) y tenemos: D(p; p-1)=0,01x50.000; D(p;p-1) = 500

Respuesta: El descuento mensual es de $\boxed{\$\ 500.-}$

¿cuál es la tasa de descuento mensual?

Solución: Por lo expresado en la respuesta anterior, la tasa de descuento efectiva mensual es 0.12/12 = 0,01 (en tanto por uno) o del $\boxed{1\%}$

¿y la tasa de descuento semestral?

Solución: Como se expresó anteriormente, para calcular la tasa efectiva de descuento para el semestre lo que debemos hacer es D(6;0) / N . Este cociente nos da el valor de la tasa adelantada semestral. En nuestro caso es: 3.000/50.000 = d = 0,06 (en tanto por uno) o 6%

semestral. También lo podemos calcular como el producto entre la “tasa de descuento mensual” y la cantidad de meses que se anticipa el cobro del pagaré.
En este caso tenemos: tasa de descuento mensual: 0,01 y cantidad de meses: 6 ; por lo tanto, la tasa de descuento semestral es del 0,06 (en tanto por uno) o del 6%.

¿cuántos meses habría que anticipar el vencimiento del pagaré para que el Total de descuento (D(n;0)) sea igual al valor nominal “N” del pagaré. Es decir para que V(0) = 0?

Solución: En la expresión V(0) = N (1-d.n), para que V(0) = 0 debe darse que N o (1-d.n) sea igual a “0”. Puesto que no tiene sentido que N=0, el que debe tomar ese valor es 1-d.n
Entonces: 0=1-d.n haciendo un pasaje de términos tenemos: d.n = 1 y dado el valor de “d”, obtenemos el de “n” para responder la pregunta n = 1/d ; cabe aclarar que si “d” viene expresada como tasa mensual, la dimensión temporal de “n” es también “meses”. En nuestro caso tenemos n = 1/0,01 lo que resulta que n = 100 meses.
Respuesta: Habría que anticipar el vencimiento 100 meses

En relación a la subpregunta anterior, si la T.N.A..A. fuera del 40%, ¿cuántos meses sería necesario anticipar el cobro del pagaré para que V(o) = 0?

Solución: Nuevamente aquí tenemos que las dimensiones temporales de la tasa nominal adelantada y del período que se adelanta el cobro del pagaré son distintas. Por lo tanto, calculamos la tasa adelantada mensual:
d = 0,4/12 ; d= 0,033333333 mensual ; luego volvemos a plantear 0=1-d.n y tenemos: d.n = 1 ; por lo tanto n = 1/0,033333333 ; n= 30 meses.
Respuesta: Habrá que anticiparlo 30 meses

¿y si la T.N.A.A fuera del 8%, ¿cuántos meses serían necesarios anticipar el cobro del pagaré para cumplir con V(o) = 0?

Solución: Puesto que se plantea la misma situación que en la sub-pregunta anterior, reiteramos el procedimiento de calcular la tasa adelantada mensual para homogeneizar las dimensiones temporales de tasa y plazo
Por lo tanto: d = 0,08/12 ; d= 0,006666667 mensual.
Entonces 0 = 1- d.n ; d.n = 1 y n = 1/0,006666667 y por lo tanto n = 150 meses.
Respuesta: n = 150 meses

¿podría establecer una relación causal entre los planteos de las tres sub-preguntas anteriores y sus respectivas respuestas? En caso afirmativo, explicítela

Solución

En los tres casos anteriores, planteamos la condición que el V(0) fuera igual a "0" por lo que se estableció que 0 =1-d.n y por lo tanto d.n= 1 y n = 1/d

de tal forma queda establecida una relación inversa entre "n" y "d" tal que, cuanto mayor sea "d" menor será "n" y viceversa cuanto menor sea "d" mayor será "n" para que se cumpla con la condición 0 = 1-d.n que es la que hace que V(0) sea = 0

Respuesta: "n" y "d" son inversamente proporcionales para que "n" x "d" = 1 y así será V(o)=0

Un pagaré de valor nominal ("N") de $ 1.000.000.-, que vence transcurridos 8 meses a partir de la fecha, se descuenta a una T.N.A.A (Tasa Nominal Anual Adelantada: f) del 140%. Calcular el descuento total

Respuesta: D(8;0) = $ 933.333,33

¿cuál es el valor actual ("V(0)")? Respuesta: V(0): $ 66.666,67

¿cuál es la tasa de descuento mensual? Respuesta: d: 0,116666 u 11,6666667 % mensual

¿cuál es la tasa de descuento p/los 8 meses?

Respuesta: d(8;0) = 0,933333333 o sea 93,3333333% para el plazo de 8 meses

Desarrolle en un cuadro como el siguiente, la marcha periódica del descuento:

Períodos antes del vto	Se valúa en ("p")	Valor Nom "N"	Descto por mes D(n ; n-1)	Desc Tot acum. D(n;p)	Valor Actual en "p"

¿cuántos meses se deben anticipar para que V(o) = 0? Respuesta: 8,571428571 meses

Otros ejercicios de descuento.

Calcular el Valor Actual de un pagaré de $ 1.000.000 que vence transcurridos 2 años a partir de la fecha si la Tasa Nominal Anual de Interés es del 12%

Solución: el problema nos pide que calculemos el valor actual de un capital futuro. Por ende, este valor actual debe ser inferior al valor futuro (nominal) del pagaré, que es de $ 1.000.000.-

En el planteo del ejercicio observamos que las dimensiones temporales del plazo y de la tasa de interés coinciden ya que en ambos casos estamos hablando de años. Por lo tanto lo único que tenemos que aplicar es la expresión matemática del valor actual (C(0))

$$C(0) = C(n) / (1 + i \times n)$$

$$C(0) = 1.000.000/(1 + 0,12 \times 2)$$

Respuesta: $ 806.451,61

Calcular el Valor Actual de un pagaré de $ 10.000.- que vence al cabo de 10 días si la Tasa Nominal Anual de Interés es del 12%. (Utilice el año civil de 365 días)

Solución: igual que en el problema anterior debemos calcular el valor actual de un capital futuro. Pero ahora, el plazo está en días y la tasa de interés es anual. En este caso, debemos "homogeneizar" ambos datos en una única dimensión temporal. Ello lo podemos hacer:

a) expresando la Tasa Nominal Anual como una tasa efectiva diaria (dejando el plazo en "días"). Para ello es importante saber si el año es civil (365 días) o comercial (360 días). En el primer caso la tasa efectiva diaria es: T.N.A. / 365 y en el segundo, T.N.A. / 360 o
b) el plazo de días transformarlo en años (dejando la tasa de interés en "años"). Aquí también es importante definir si es año civil o comercial. En el primer caso, sería cantidad de días / 365 y en el segundo, cantidad de días /360.

De cualquiera de las dos formas anteriores que elijamos, estamos cumpliendo con la "homogeneización" de las dimensiones temporales.

Una vez realizado lo anterior, podemos aplicar la expresión matemática del valor actual

$C(0) = C(n) / (1+TNA/365 \times n)$ (transformamos la Tasa Nom Anual en tasa efectiva diaria) ó

$C(0) = C(n) / (1+ i \times n/365)$ (expresamos el plazo de días en fracción de año civil)

En nuestro caso: $C(0) = 10.000 / (1+0,12/365 \times 10)$ o

$$C(0) = 10.000 /(1+ 0,12 \times 10/365)$$

Respuesta: el valor actual es de $\boxed{\$\ 9.967,23}$

¿Cómo establecería la relación para que el valor actual de un determinado capital sea el mismo, en el mismo plazo, tanto utilizando tasa de interés (descuento racional) como tasa de descuento (comercial)?

Solución: el planteo del ejercicio nos da una pauta de la relación que nos pide ya que solicita el valor actual de un determinado capital en el mismo plazo. Lo más simple es suponer que la cuantía de dicho capital es de $1 disponible en un determinado momento.

Por lo tanto, tendríamos el siguiente planteo:

0 ________________________________ n

C(0) $1

Sabemos que $C(0) = 1 / (1+i.n)$ es el valor actual de $1 utilizando la tasa de interés "i".

Por otra parte, del Descuento Comercial o Bancario, sabemos que C(0) = (1 – dn) donde “d” es la tasa de descuento o adelantada que se calcula sobre el capital futuro (en este caso $1).

Cabe aclarar que tanto “i” como “d” son tasas efectivas que, rigen para cada uno de los períodos de “n”. Por lo tanto, si $1 estuviera disponible dentro de 10 días (n = 10) tanto la “i” como la “d” son tasas efectivas diarias; si por el contrario el capital estuviera disponible dentro de 5 meses (n = 5), la “i” y la “d” son tasas efectivas mensuales, etc.

Una vez establecidos los valores actuales (C(0)) tanto con la tasa de interés como con la de descuento, establecemos la siguiente condición:

ambos valores actuales deben ser iguales.

Entonces será:

$$C(0) = C(0)$$

$$1 / (1+i.n) = (1-d.n)$$

De esta última igualdad surgen:

“i” = d / (1-d.n) y

“d” = i / (1+i.n)

De las igualdades anteriores podemos decir que:

- la tasa de interés efectiva (“i”) para cada uno de los “n” períodos es igual a la tasa efectiva de descuento (“d”) para cada uno de esos “n” períodos multiplicada por el factor de capitalización 1 / (1-d.n). En otras palabras: la tasa de interés es la tasa de descuento capitalizada;
- la tasa efectiva de descuento (“d”) es la tasa efectiva de interés (“i”) multiplicada por el factor de actualización 1 / (1+i.n). De similar forma: la tasa de descuento es el valor actual de la tasa de interés

Por último, podemos resumir lo anterior diciendo que la tasa efectiva de interés es la tasa efectiva de descuento capitalizada o que la tasa efectiva de descuento es el valor actual de la tasa efectiva de interés. La razón de esta conclusión es que la tasa de descuento se aplica al inicio del período mientras que la tasa de interés lo hace al final del período.

Estas relaciones entre las tasas de interés y de descuento se dan cuando queremos tener el mismo valor actual de un capital futuro tan to usando el descuento racional como el comercial o bancario.

¿qué significan los productos ***i.n*** *o* ***d.n*** *que aparecen en cada factor?*

Dichos productos son las tasas efectivas – de interés y de descuento – ***para todo el plazo****. Es decir tasas efectivas para los "n" períodos y NO para cada uno de ellos como son las "i" y "d" respectivamente.*

¿Cuál es el Valor Actual de un pagaré de $ 30.000.- que vence al cabo de 4 meses si la Tasa Nominal Anual de Interés es del 24%

Respuesta: $ 27.777,78

2.2. Interés compuesto. Comparación con el interés simple.

Dado un capital de $ 1.000.- que fue depositado a Plazo Fijo a 30 días, con la modalidad de renovación automática (vencidos los primeros 30 días se renueva el monto por otro período de 30 días y así sucesivamente), calcular el monto obtenido al cabo de 365 días si la tasa de interés fue del 5% para 30 días y se mantuvo fija en cada una de las renovaciones. (Utilice año civil: 365 días)

Solución

En el planteo del problema observamos que el período de capitalización es de 30 días mientras que el plazo de la operación es de 365 días y la tasa de interés es efectiva para 30 días (que es el período de capitalización. Es decir cuando los intereses se acumulan al capital). En interés compuesto el criterio de homogeneización temporal de la tasa de interés y el plazo es el período de capitalización. Puesto que la tasa de interés es la que corresponde al período de capitalización, con el único que debemos trabajar es con el plazo. A éste lo debemos transformar en períodos de capitalización de 30 días. Por lo tanto:

30d ---------------------- capitaliza 1 vez

1d----------------------- capitaliza 1/30 vez

365d---------------------- capitaliza 365x1/30 veces o365/30 =12,16666666 veces

ello implica que el plazo de 365 días se transformó en 12,1666666 períodos de capitalización de 30 días. En consecuencia, ya tenemos todas las dimensiones temporales homogeneizadas en función del período de capitalización.

Entonces tenemos C(365) = 1000.(1,05)*(12,16666666) donde (1,05)*(12,16666666) significa 1,05 elevado a 12,16666666

Por lo tanto C(365) = 1.810,52 ; que es lo mismo que decir que luego de 12,16666666 períodos de capitalización de 30 días, el monto es de 1.810,52.-   Respuesta:$ 1.810,52

calcule dicho monto, al cabo de 365 días, si la tasa de interés para 30 días- manteniéndose constante en cada una de las renovaciones- fuera del 10%

Solución

En este caso, lo único que cambia es el valor de la tasa efectiva de interés para 30 días. Por lo tanto, C(365) = C(12,1666666) = 1.000(1,1)*12,16666666 = 3.188,68

Respuesta: $ 3.188,68

calcule dicho monto con las condiciones iniciales excepto que el capital original es de $500

Solución

C(365) = C(12,16666666) = 500(1,05)*12,16666666 = 905,26   Respuesta: $ 905,26

el cálculo de la sub pregunta anterior,¿podría haberlo realizado de otra forma?

Solución:

Sí. Dado que el nuevo capital es la mitad del original, directamente podríamos aplicar esa proporción al monto obtenido originalmente. Por lo tanto C(365) = C(12,16666666) = 0,5.C(0)(1,05)*12,1666666 = 0,5x1.810.52 = 905,26. De aquí se desprende que el mismo razonamiento podemos hacer cuando la proporción entre el nuevo capital inicial y el original es distinta de la mitad. Es decir cuando dicha proporción toma cualquier valor.

calcule la cantidad de períodos de capitalización de 30 días necesarios para que un capital de $1000 se convierta en el monto de $ 3.188,68 si la tasa de interés para 30 días es del 5% y se mantiene constante en cada una de las renovaciones

Solución

El planteo del problema es C(0)(1+i)*n = C(n) donde (1+i)*n significa "1+i" elevado a la n y debemos calcular el valor de n. En este caso debemos aplicar logaritmos en ambos miembros una vez que hayamos sumado la tasa de interés a la unidad (es decir cuando hayamos calculado 1+i). En consecuencia, tenemos: (1+i)*n = C(n)/C(0) y aplicando logaritmos tendremos n.ln(1+i) = ln (C(n)/C(0)) y de allí despejamos n= ln(C(n)/C(0))/ln(1+i). Así como usamos logaritmos naturales, podríamos haber usado los decimales.

En respuesta a la pregunta n = ln 3,18868/ln 1,05   ; n = 23,76722976 períodos de capitalización de 30 días

Respuesta:23,76722976 períodos de capitalización de 30 días

Observando los resultados de la pregunta principal y de las sub-preguntas anteriores, explique brevemente las relaciones causales que Ud. deduce de los mismos

Si Ud conoce que el monto de un capital original de $ 10.000.- es de 50.000.- colocados al 10% periódico ¿cuántos períodos de capitalización hubo?

Respuesta: 16,88631708 períodos de capitalización

Si Ud conoce que $ 5.000.000.- al cabo de 10 períodos de capitalización se convirtieron en un monto de $ 25.000.000.- ¿cuál fue la tasa de interés que rigió para cada uno (tasa efectiva periódica) de esos 10 períodos de capitalización?

Solución

Nosotros partimos de C(0)(1+i)*n = C(n) donde (1+i)*n significa (1+i) elevado a la "n" y nos piden que calculemos la tasa "i" periódica que corresponde a cada uno de los "n" períodos de capitalización. Los datos que tenemos son el C(0), el C(n) y n. Por lo tanto, conocemos la potencia y el exponente al que hay que elevar la base para llegar a aquella potencia. Por lo tanto, desconocemos la base de la misma. En estos casos, debemos calcular la raíz "n-ésima" de (1+i) – que es la base de la potencia - y, para mantener la igualdad de los dos miembros, calculamos la raíz "n-ésima" del cociente C(n)/C(0). Sabemos que la raíz "n-ésima" de un cantidad subradical es igual a la potencia "1/n" de esa cantidad. Por lo tanto, aplicando al problema tenemos: 1+i = (C(10)/C(0))*(1/10) ; reemplazando por los correspondientes valores y haciendo los pasajes de términos llegamos a: i =0,174618943 periódica.

Respuesta: 0,174618943 periódica o sea 17,4618943 % periódica

Relacionado con el ejercicio anterior, sabiendo que C(0) = 5.000.000 y C(n) = 25.000.000, si los períodos de capitalización fueron 3, ¿cuál sería esa tasa efectiva de interés?

Respuesta: 0,709975946 periódica o sea 70,9975946 % periódica

y si los períodos de capitalización fueron 25, ¿cuál sería esta tas efectiva de interés?

Respuesta: 0,066494942 periódica o sea 6,6494942% periódica

Calcule el monto de un C(0) de $ 1 colocado a plazo fijo, con capitalización mensual, al cabo de 3 meses si las tasas mensuales que rigieron fueron: para el primer mes: 6%; en el segundo mes: 4% y en el tercer mes: 2%

Respuesta: $ 1,124448

¿cuál fue el interés total obtenido al cabo de los tres meses?

Respuesta: $ 0,124448

¿cuál fue la tasa de interés efectiva trimestral?

Respuesta:0,124448 trimestral o 12,4448% trimestral

En el siguiente cuadro, tanto bajo el régimen de interés simple como de interés compuesto, calcule el interés, el monto y la tasa de rendimiento mensual, obtenidos por una persona que hizo un depósito de $1.000 en una entidad financiera por el plazo de 3 meses al 10% mensual. La entidad acredita los intereses a fin de cada mes.

	INTERES SIMPLE				INTERES COMPUESTO			
Mes	**Cap al inicio**	**Interés del mes**	**Monto a fin de mes**	**Tasa de rendimiento mensual**	**Cap al inicio**	**Interés del mes**	**Monto a fin de mes**	**Tasa de rendimiento mensual**
1	*1.000*	*100*	*1.100*	*10 %*	*1.000*	*100*	*1.100*	*10 %*
2	*1.000*	*100*	*1.200*	*9,09 %*	*1.100*	*110*	*1.210*	*10 %*
3	*1.000*	*100*	*1.300*	*8,33 %*	*1.210*	*121*	*1.331*	*10 %*

Solución

a) Régimen de interés simple:

Para el régimen de interés simple, “la persona retira los intereses mensuales en la fecha que la entidad financiera los acredita”. De tal forma, el capital - sobre el que se devenga intereses mensuales - al inicio de cada mes subsiguiente es el capital original. No obstante, si bien no se capitalizan los intereses mensuales, por el valor tiempo del dinero, el capital original se transforma en monto al cabo de cada uno de los meses.

Por lo expuesto, tenemos que el interés mensual es el mismo para cada uno de los tres meses y asciende a $I(p;p+1) = C(0).i$; $I(p;p+1) = 1.000x0,1 = 100$

El monto a fin de cada mes es igual al capital original más los intereses acumulados hasta ese fin de mes.

Por lo expresado anteriormente, la tasa de rendimiento mensual – $I(p;p+1)/C(p)$ - es decreciente porque mientras $I(p;p+1)$ es constante, $C(p)$ – monto al cabo del período “p” - crece en la medida que “p” aumenta.

b) Régimen de interés compuesto:

Los intereses mensuales se capitalizan a fin de cada mes. Por lo tanto son crecientes ya que ahora se devengan intereses sobre los intereses anteriores. Por esta razón, la tasa de rendimiento mensual es constante e igual a la tasa de interés periódica (en nuestro caso, mensual)

2.3. Interés compuesto. Frecuencia de capitalización. Tasas de interés, capitalización periódica, subperiódica y contínua

En el siguiente cuadro, dado un depósito inicial de $1, calcule los montos obtenidos al cabo de un año de acuerdo a las condiciones establecidas en el mismo: (Nota: para los períodos de capitalización dados en días, tomar el año civil de 365 días)

T.N.A	Capitaliza	Tasa efectiva para el período de capitalización	Períodos de capitalización en el año	Monto al cabo de un año
12%	Anualmente	*0,12*	*1*	*1,12*
12%	Semestralmente	*0,06*	*2*	*1,1236*
12%	Cuatrimestralmente	*0,04*	*3*	*1,124864*
12%	Trimestralmente	*0,03*	*4*	*1,12550881*
12%	Bimestralmente	*0,02*	*6*	*1,126162419*
12%	Mensualmente	*0,01*	*12*	*1,126825030*
12%	Cada 15 días	*0,004931507*	*24,33333333*	*1,127164378*
12%	Diariamente	*0,000328767*	*365*	*1,127474614*
12%	A cada hora	*0,000013699*	*8760*	*1,127495924*
12%	A cada minuto	*0,000000228*	*525600*	*1,127496538*

Solución:

En este caso tenemos que el plazo de la operación y la tasa nominal o contractual están expresados en la misma unidad temporal (año). Sin embargo, con excepción del primer caso, los períodos de capitalización son inferiores al año. Por lo tanto debemos:

a) encontrar las tasas de interés que correspondan a cada período de capitalización –tasas efectivas para cada uno de ellos- a partir de una tasa nominal o contractual que rige para un período distinto a aquéllos. Ello significa que trabajaremos con tasas proporcionales y

b) transformar el plazo de un año en períodos de capitalización (de acuerdo a la extensión de cada uno de ellos) que hay en aquél período. Ello implica utilizar capitalizaciones subperiódicas (si entendemos por período al año).

Una vez que hayamos cumplido los pasos anteriores estaremos en condiciones de aplicar la expresión $C(n) = C(0)(1+i)^n$

a)Cálculo de la tasa efectiva a partir de la Tasa Nominal

La tasa efectiva para cada período de capitalización se calcula como el cociente entre la Tasa Nominal y la cantidad de periodos de capitalización (llamada "frecuencia de capitalización") que hay en el plazo para el cual rige dicha Tasa Nominal. Este procedimiento implica razonar: si para "m"_períodos de capitalización, rige la Tasa Nominal, para cada uno de los " m" períodos la tasa efectiva será TN / m.

En el primer caso, el período de capitalización es anual y el plazo para el cual rige la Tasa Nominal también es anual. Por lo tanto, en el año hay un único período de capitalización. Entonces, la T.N.A. y la tasa efectiva anual son iguales ya que: i(1) = TNA/1 ; i(1) =TNA. El paréntesis que acompaña a la tasa efectiva "i" representa la "frecuencia de capitalización". Dicho paréntesis comúnmente también acompaña a la Tasa Nominal.

En nuestro problema, dicha "i(1) anual" = 0,12. Esta característica se cumple siempre que el plazo para el cual rige la tasa nominal sea igual al período de capitalización (por ejemplo: tasa nominal semestral con capitalización semestral: TNS/1 = i(1) semestral, etc).

En el segundo caso, tenemos que el período de capitalización es semestral y la Tasa nominal es anual. Por lo tanto, en el año tenemos 2 períodos de capitalización semestrales. Como consecuencia, la tasa efectiva semestral es: i(2) = TNA / 2. En nuestro ejemplo i(2) = 0,06.

Si aplicamos el mismo procedimiento que usamos para calcular i(1) e i(2), podremos calcular las restantes tasas efectivas que nos pide el problema

b)Transformar el plazo en períodos de capitalización

Dado el plazo de la operación y el período de capitalización, debemos transformar el primero en cantidad de períodos del segundo. La pregunta a responder es: ¿cuántos períodos de capitalización hay en el plazo?

En nuestro problema, sería: capitalización anual: transcurrido el año se produce la capitalización, por lo tanto, en el año hay un único período de capitalización; capitalización semestral: 6 meses------------------ capitaliza 1 vez

1 mes--------------------- capitaliza 1/6 vez

12 meses ------------------ capitaliza 12x1/6 veces = 2veces;

capitalización cuatrimestral: 4 meses--------------------- capitaliza 1 vez

1 mes------------------------ capitaliza ¼ vez

12 meses--------------------- capitaliza 12x 1/4 veces = 3 veces

Las "2 veces" o "3 veces" de los resultados anteriores representan las "frecuencias de capitalización" y significan que hay 2 o tres períodos de capitalización semestrales o cuatrimestrales en el año.

Continuando con el mismo razonamiento, se calculan las restantes frecuencias del ejercicio.

Comentario

Es importante notar que, las tasas efectivas del cuadro surgieron de una T.N.A. que se mantuvo constante al igual que el plazo de la operación. En virtud de ello, si miramos la columna encabezada “Monto al cabo de un año” observaremos que el mismo **aumenta** si bien lo hace en forma decreciente. En la última fila del cuadro tenemos que el período de capitalización es un minuto y que hay 525.600 minutos al cabo de un año civil (60x24x365). Entonces tenemos 525.600 períodos de capitalización en el año y el monto, por cada $1 de capital original, es de 1,127496538. Si miramos la fila anterior (capitaliza a cada hora) concluiremos que no hay una diferencia significativa entre ambos montos (capitalizando a cada minuto versus a cada hora). Por lo tanto, por más que el período de capitalización sea cada vez más pequeño –tienda a cero-, el monto a interés compuesto alcanzado al cabo de un período dado tiene un valor máximo.

En teoría, cuando la capitalización es instantánea decimos que es un régimen de capitalización continua, es decir que continuamente se van sumando al capital los intereses que se devengan continuamente. Como consecuencia, la frecuencia de capitalización es infinita), dicho monto máximo es:

$$C(n) = C(o)\, e^{(\delta.n)}$$

donde e = 2,71828182818281 y δ es la “Tasa Nominal Instantánea” que rige para cada uno de los *n* períodos.

En nuestro problema: C(o) = $1 ; n = 1 ; δ =0,12

por lo tanto $C(1) = (2{,}71828182818281)^{0{,}12} =$ **1,127496852**. Este sería el monto máximo al cabo de un año con capitalización continua a la Tasa Nominal Instantánea del 12%

Ejercicios: ***En la siguiente tabla, para las condiciones establecidas, calcular las tasas efectivas (adelantadas o vencidas) para cada período de capitalización o actualización.***

Nota: las filas en blanco son para que Ud establezca las condiciones y realice los respectivos cálculos

TASA NOMINAL			TASA EFECTIVA		
Tasa	*Rige para*	***Se llama***	***Período de capitalización / actualización***	***%***	***Se denomina***
6% vencida	360 días	Tasa nominal de interés de 360 días	*20 días*	*0,3333333 %*	Tasa efectiva vencida o de interés de 20 días
10% adelantada	180 días	Tasa nominal adelantada o de descuento para 180 días	*30 días*	*1,666666667 %*	Tasa efectiva adelantada o de descuento de 30 días

Solución

El procedimiento descripto en el ejercicio anterior para el cálculo de la tasa efectiva a partir de la tasa nominal es aplicable tanto para tasa de interés o vencida como para tasa de descuento o adelantada. Además, normalmente el plazo para el cual rige la tasa nominal (de interés o de descuento) es anual pero nada impide que se pueda fijar otro plazo. Por lo tanto habrá que calcular los períodos de capitalización o actualización que hay en el plazo para el cual rige la tasa nominal. Una vez calculada la frecuencia de capitalización o actualización, se aplica el mismo razonamiento del ejercicio anterior.

Solución de los dos primeros casos:

En el primer caso tenemos: TN de interés para 360 días y debemos calcular la tasa efectiva para períodos de capitalización de 20 días. Por lo tanto tenemos J(360/20) y calcularemos i(360/20) donde el cociente 360/20 implica la frecuencia de capitalización de períodos de 20 días en 360 días. También podemos interpretar dicho cociente como "tasa nominal de interés que rige para 360 días y capitaliza cada 20 días".

Entonces:

J(360/20) = 0,06 ; m = 360/20 = 18 ; i(360/20) o i(18) = 0,06 /18 = 0,003333333 ; i(18)=0,3333333 %.

Al dividir 0,06/18 = 0,06x20/360 = Tasa efectiva diaria x 20 días ya que tasa efectiva diaria = 0,06/360.

En el segundo caso tenemos: TN de descuento para 180 días y nos piden calcular la efectiva de descuento para períodos de actualización de 30 días

Entonces: F(180/30)= F(6)= 0,1 y debemos calcular d(6).

Por lo tanto, d(6)= 0,1/6 =0,016666667 ; d(6) = 0,1x30/180 = Tasa adelantada diaria x 30 donde tasa adelantada diaria = 0,1/180

Un capital inicial de $ 16.000 es colocado, en un activo financiero que devenga al 60% nominal anual instantáneo por un plazo de 3 años. Calcular el monto alcanzado en ese plazo.

Respuesta C(3) = $ 96.794,36

Calcular la tasa efectiva semestral equivalente al 12% nominal semestral instantáneo. Respuesta: i = 12,7496852% semestral

En el siguiente cuadro, realice la siguiente tarea:

a) en aquellos casos que están dados los datos, calcule las tasas efectivas equivalentes solicitadas y

b) en las filas en blanco, establezca los datos, las incógnitas y las calcule.

Nota: observe que para cada dato hay un par de incógnitas a resolver

Datos		**Incógnita**		**Incógnita**	
Tasa efectiva	**Para (plazo)**	**Tasa efectiva equivalente**	**Para (plazo)**	**Tasa efectiva equivalente**	**Para (plazo)**
5% vencida	Mes	vencida: *10,25 %*	Bimestre	vencida: *34,00956406 %*	Semestre
10% adelantada	Cuatrimestre	adelantada: *2,5996254 %*	Mes	adelantada: *5,1316702 %*	Bimestre
2% vencida	5 días	adelantada: *0,3952693 %*	Diaria	vencida: *6,9647262 %*	17 días

Solución Es importante resaltar que la equivalencia entre tasas, con períodos de capitalización o actualización discretos, **se establece entre tasas efectivas**

En el siguiente cuadro se detallan las particularidades de estas relaciones de equivalencia.

Equivalencia entre tasas efectivas	*Planteo para la resolución*	*Implicancias*
vencidas o de interés.	Igualdad de: a) montos ; b) capital original: c) plazo. Las tasas vencidas son distintas entre sí y tienen distintas períodos de capitalización.	Si el monto es el mismo, partiendo del mismo capital original en el mismo plazo: los intereses monetarios son de igual cuantía Por lo tanto, es "indiferente" colocar a una tasa que es mayor o menor y capitaliza en forma distinta a la otra.
adelantadas o de descuento	Igualdad de: a) valores actuales b) valores nominales o capitales futuros y c) plazo que se anticipa	Si los valores actuales son iguales, calculados sobre los mismos valores nominales y el plazo que se anticipa es el mismo: el descuento monetario es el mismo. Por lo tanto, es "indiferente" descontar a una tasa u otra no obstante que tanto las tasas

		como los períodos de actualización sean distintos.
adelantada y vencida	Igual planteo que para la equivalencia entre tasas de descuento Los valores actuales son iguales tanto utilizando tasa de interés como tasa de descuento	Aquí la equivalencia se da entre tasa de interés y de descuento efectivas para el mismo período. Siempre la tasa de descuento es **MENOR** a la equivalente vencida

Aplicando lo expresado anteriormente al problema tenemos:

entre tasas vencidas:

$$1+i(12/2)=(1{,}05)^2 ;i(12/2)=1{,}1025 \ -1 ; \ i(12/2)= 0{,}1025 \text{ bimestral}$$

entre tasas adelantadas:

$$1-0{,}10 = (1-d(12/1))^4 ; d(12/1) =0{,}025996254 \text{ mensual}$$

entre tasas vencida y adelantada: planteo general

$1/(1+i) = 1-d$ donde i y d son tasas efectivas para el mismo período

Comentario general :

Cabe aclarar que una vez calculada una de las "incógnitas", se la puede utilizar para calcular la otra "incógnita".

2.4 Bibliografía específica

Biblioteca Central	AUTORES	CAPITULOS
51:332 L 657	*Levenfeld y de la Maza*	*Cap.3, 4 y 5.*
51:332 F 112	*Fabozzi, F*	*Cap.2, 3 y 4*
51:332 M 977	*Murioni y Trossero*	*Cap.2*
51:332 G 643	*González Galé, J.*	*Cap.1, 2 y 3*
51:332 C 579	*Cissell, R . y H.*	*Cap.1, 2, 3 y 12*
51:332 B 748	*Botbol, J*	*1ª parte*
	Rosiello, J. y Ciuffo, N.	*Cap.2 y 3*
	López Dumrauf, G.	*Cap.3 y 4*
	Roca, R. J.	*Cap.3 y 4*

3 - Operaciones financieras complejas

3.1. Rentas. Valor actual de una renta

La determinación del valor actual de una renta a una fecha determinada, consiste en establecer la suma del valor de cada uno de las pagos, cuotas, términos o servicios de la renta a esa fecha. Podría sintetizarse expresando que se trata de una "suma financiera" entendida como suma de capitales financieros correspondientes a una misma fecha de liquidez o disponibilidad.

El ejercicio que aquí presentamos plantea una operación de préstamo. Un préstamo como tal es una operación en que se intercambian capitales financieros equivalentes, en otras palabras, el importe que entrega en efectivo el prestamista, es equivalente al valor actual de los pagos futuros que el deudor se compromete a realizar para reembolsar ese préstamo con más el interés pactado. El ejercicio plantea también una diversidad de situaciones posibles.

Un analista de crédito de una entidad financiera debe evaluar el importe del préstamo que le puede otorgar a una persona cuyo ingreso neto es de $ 1.000.- pudiendo afectar al pago del préstamo $300 mensuales a fin de cada mes. La T.N.A. que cobra la entidad financiera es del 24% y el plazo del préstamo es de 1 año. Nota: en cada una de las siguientes sub-preguntas calcule el total pagado por el deudor codeudor suponiendo que pagó la última cuota del préstamo.

Respuesta: V(o) = $ 3.172,60

*a) calcule el importe del préstamo, manteniendo las condiciones iniciales, con el único cambio que la tasa de **interés efectiva mensual** es del 0,5%*

Respuesta: V(o) =$ 3.485,68

b) ¿cuál sería el importe del préstamo si la tasa efectiva mensual de interés es del 6%

Respuesta: V(o) = $ 2.515,15

*c) ¿cuál será el importe de cada una de las 12 cuotas mensuales vencidas que el deudor deberá pagar, **si la tasa efectiva mensual de interés es del 0,5%,** para cancelar un préstamo de $3.172,60?.Compare con la situación inicial y explique brevemente el resultado de esa comparación*

Respuesta: C = $ 273,05 mensuales

d) siguiendo el enunciado de la sub-pregunta anterior, ¿y si la tasa efectiva mensual de interés es del 6%?.Compare con la situación inicial y explique brevemente el resultado de esa comparación

Respuesta: C = $ 378,42 mensuales

e) suponga ahora que el deudor planea cancelar el préstamo de $ 3.172,60 al cabo de 24 cuotas mensuales vencidas si la tasa efectiva mensual de interés es del 0,5%, ¿cuál será el importe de cada una de esas 24 cuotas mensuales vencidas?

Respuesta: C = $ 140,61 mensuales

f) siguiendo el mismo enunciado que la anterior, con el único cambio que el préstamo se reembolsa con el pago de 6 cuotas mensuales vencidas

Respuesta: C =$ 538,06 mensuales

g) el mismo enunciado que la sub-pregunta e) pero ahora ***la tasa efectiva mensual de interés es del 6%***

Respuesta: C = $ 252,79 mensuales

h) el mismo enunciado que la sub-pregunta f) pero ahora la tasa efectiva mensual de interés es del 6%

Respuesta: C = $ 645,19 mensuales

Con los datos y resultados obtenidos de cada una de las preguntas anteriores, complete un cuadro cuyas columnas sean: "i" ; "n"; "C"; "V(o)" y "Tot pagado".

Observe los datos de ese cuadro y comente brevemente sus conclusiones.

3.2. Valor final de una renta. Imposiciones. VAN y TIR

Las imposiciones son operaciones de capitalización o acumulación de capitales múltiples (flujos de fondos).

Siguiendo la línea de expresión del punto anterior, nos referiremos a las imposiciones (Valor final de una renta) identificándola como la "suma financiera" de todos los términos de la renta valuados a una misma fecha, que puede ser el momento final de la operación o cualquier otra fecha posterior a las fechas de los flujos de fondos que integran la renta.

Sabemos que la expresión matemática del valor final obtenido por la colocación repetida de ***n*** pagos vencidos un capital unitario, a la tasa ***i*** es***:***

$$[\,(1 + i)^{n} - 1]\,/\,i$$

Ejemplo: *Se realizan depósitos mensuales vencidos de $ 1000 c/u desde marzo 1997 hasta agosto 1999. Sabiendo que el interés efectivo mensual es el 2%, se pide:*

a) *el saldo de la cuenta al 31/8/99*
b) *en cuánto se incrementa el saldo anterior si además se depositan refuerzos de 10.000 c/u el 1/3/97, 1/3/98 y 1/3/99*
c) *En cuánto se debe aumentar la cuota mensual para obtener igual saldo sin refuerzos.*

Este ejercicio consiste en determinar el monto acumulado por una serie de pagos a intervalos regulares y presenta luego dos cuestiones alternativas.

a) Sustituyendo los valores en la expresión matemática, tenemos:

$$[\,(1 + 0.02)^{30} - 1]\,/\,0.02 = 40{,}568079$$

dado que los pagos son de $ 1.000 cada uno, será:

$$\mathbf{C}_{30} = 1.000 \times 40.568079 = \boxed{\$\ 40.568.-}$$

b) Para determinar el incremento deberá calcularse la sumatoria de los montos obtenidos por cada uno de los tres refuerzos, a la misma tasa. El primer refuerzo estuvo colocado 30 meses, el segundo 18 y el tercero 6 meses, entonces

$$\mathbf{C}_{30} = 10.000\ (1+0.02)^{30} = 18.113$$

$$\mathbf{C}_{18} = 10.000\ (1+0.02)^{18} = 14.282$$

$$\mathbf{C}_{6} = 10.000\ (1+0.02)^{6} = 11.262$$

El incremento asciende entonces a $\boxed{\$\ 43.657.-}$

c) La tercera pregunta plantea cómo puede llegarse al mismo monto total sin pago de refuerzos. Siendo el monto total 40.568 + 43657 = 84.225.-, tendremos que calcular con qué valor de cuota llegaremos en el mismo plazo y tasa a constituir el mismo monto. Dado que conocemos el valor que obtuvimos en a), del cociente entre el monto total y el referido valor resulta: 84.225.- / 40.568079 = $ 2.076.-

Siendo la cuota mensual de $ 2.076.-, el aumento será de $\boxed{\$\ 1.076.-}$

VAN – Valor Actual Neto

Caso SERVICIOS TURISTICOS

Una empresa analiza tres proyectos relacionados con distintos destinos turísticos, que son mutuamente excluyentes. Concluida la etapa de relevamiento de información, costos y estudios de mercado, las estimaciones de ingresos y costos de cada proyecto son las siguientes:

Proyecto		*Punta*	*Caribe*	*Buzios*
Costos fijos trimestrales		*850000*	*1350000*	*1000000*
Costos variables	*1er.trim.*	*260000*	*480000*	*390000*
	2º.trim	*390000*	*770000*	*510000*
	3er.trim.	*460000*	*840000*	*650000*
	4º.trim	*315000*	*600000*	*420000*
Ingresos	*1er.trim.*	*1250000*	*1600000*	*1200000*
	2º.trim	*1300000*	*2350000*	*1600000*
	3er.trim.	*1350000*	*2800000*	*2350000*
	4º.trim	*1300000*	*1750000*	*1200000*

La tasa de oportunidad se fijó en el 7 % trimestral. Determinar el VAN de cada proyecto. Ordenarlos conforme al criterio de selección y señalar qué proyecto elegiría y porqué.

Solución.

En primer lugar debemos conocer el flujo de fondos neto de cada período trimestral, para lo cual reordenamos los datos de la planilla anterior

Punta	1er.trim.	2º.trim	3er.trim.	4º.trim
Ingresos	1250000	1300000	1350000	1300000
Costos fijos	850000	850000	850000	850000
variables	260000	390000	460000	315000
	140000	**60000**	**40000**	**135000**

Caribe	1er.trim.	2º.trim	3er.trim.	4º.trim
Ingresos	1600000	2350000	2800000	1750000
Costos fijos	1350000	1350000	1350000	1350000
variables	480000	770000	840000	600000
	-230000	**230000**	**610000**	**-200000**

Buzios	1er.trim.	2º.trim	3er.trim.	4º.trim
Ingresos	1200000	1600000	2350000	1200000
Costos fijos	1000000	1000000	1000000	1000000
variables	390000	510000	650000	420000
	-190000	**90000**	**700000**	**-220000**

Los flujos netos trimestrales deben luego descontarse a la tasa del 7 % trimestral, así se obtendrá el Valor Actual Neto de cada flujo; sumando los valores de cada trimestre resultará el Valor Actual Neto de cada proyecto:

VAN Punta	130841,116	52406,322	32651,916	102990,852	318890,206
VAN Caribe	-214953,262	200890,901	497941,719	-152579,04	331300,318
VAN Buzios	-177570,086	78609,483	571408,53	-167836,944	304610,983

Se observa que todos los proyectos arrojan VAN positivo, con lo cual todos serían elegibles; en situaciones así, corresponde continuar el análisis para establecer cuál de los proyectos satisface mejor los objetivos y las políticas de la organización.

Las diferencias no son significativas, sin embargo, respondiendo al criterio de selección, el orden es:

1º Caribe $ 331.300,30

2º Punta $ 318.890,21

3º Buzios $ 304.610,96

Si observamos detenidamente los flujos netos trimestrales vemos que Punta tiene todos sus flujos positivos, en tanto que los demás registran algún trimestre negativo, lo cual obligaría a conseguir financiamiento externo para cubrir esos baches. Si la organización tuviera una política de no aumentar su endeudamiento, seguramente adoptaría la decisión coherente con esa política.

TIR – Tasa interna de Retorno

Ejercicio 1. *Una persona que había realizado un depósito en una entidad financiera cobra el monto del mismo que es de $ 1.245.177,38 y le solicita su opinión profesional acerca de invertir ese importe en un proyecto que le generaría 5 flujos anuales (al final de cada año). Los dos primeros años cada flujo es de $ 300.000.- cada uno y los tres restantes ascienden a $ 380.000.- cada uno.*

a) *calcule el V.A.N. utilizando para actualizar el flujo de fondos la T.E.A del 8%*

Respuesta: VAN: $ 129.391,25

b) *en función de su respuesta anterior, ¿qué opinión profesional le daría a la persona? Cualquiera sea su respuesta, fundaméntela brevemente*

c) *calcule la tasa interna de retorno (T.I.R).*

Respuesta: TIR: 11,6736 %

Ejercicio 2. *Una empresa emitió una Obligación Negociable por $ 100.000.000.- con pago de intereses anuales al 6% anual durante 5 años y cancelación del capital al finalizar el quinto año.*

Sabiendo que el día de su emisión el mercado valuó esa ON en $ 100.000.000.-:

a) calcule la T.I.R. implícita en esa valuación

Respuesta: 6% anual

b) si el precio de la emisión hubiera sido de $ 108.900.000.- ¿cuál sería la TIR y cómo cotizaría la ON?

Respuesta: TIR: 4% anual ; cotizaría sobre la par

c) si el precio de la emisión hubiera sido de $ 92.010.000.- ¿cuál sería la TIR y cómo cotizaría la ON?

Respuesta: TIR: 8% anual ; cotizaría bajo la par

3.3. Bonos. Enfoque como flujo de fondos. Precios. Tasas de rendimiento. Precios con premio y con descuento.

Dado un bono con las siguientes características: Valor Nominal: 100; Tasa de interés: 10% anual; plazo: 5 años; amortización del valor nominal: al cabo de los 5 años; pago de renta:

anual, calcule el <u>*precio*</u> *del mismo si el rendimiento requerido en el mercado, para bonos de similares características y calificación crediticia, pudiera tomar los siguientes valores: a) 10% anual ; b) 13% anual y c) 6% anual.*

Solución

El precio del bono es el valor actual del flujo de caja esperado. Ello implica la estimación de la tasa o tasas de interés que se utilizarán para calcular el valor actual de cada cupón (flujo de fondos) y conocer el flujo que dicho bono tendrá de acuerdo a las condiciones de emisión.

En nuestro problema, la tasa de interés por la que se actualiza el flujo de fondos –tasa de rendimiento requerida en el mercado- puede tomar tres valores anuales: 10% , 13% o 6% . Por ello, tendremos tres precios en función de la tasa de interés que utilicemos. Además, el flujo de fondos es conocido porque el bono paga el 10% anual <u>fijo, (surge de las condiciones de emisión)</u> por toda la "vida" del mismo, sobre el valor nominal que se amortiza o reembolsa al vencimiento del plazo por el que fue emitido.

Por lo tanto, tenemos: VN: 100 ; i = 0,1 anual; Interés anual: 0,10x100 = 10; n= 5 flujos anuales de \$10 y el último tiene además \$100 del reembolso del valor nominal. Este planteo implica que el precio del bono es igual al valor actual de una renta vencida inmediata de cuotas constantes más el valor actual (en 5 períodos) del VN de \$100.

En símbolos: $P = V(1;5;0,1) + VN/(1,1)^5$ donde V(1;5;0,1) es el valor actual de una renta inmediata de 5 cuotas constantes vencidas (cada una igual a 10) actualizada al 0,1 (en tanto por uno).

$$P = 10\,[(1,1)^5-1]/0,1x\ 1/(1,1)^5 + 100/(1,1)^5\ ;\ P = 37,91 + 62,09\ ;\ P = 100$$

Siguiendo el mismo razonamiento, calculamos los precios para cada uno de los dos valores restantes de la tasa de rendimiento requerida en el mercado. En el siguiente cuadro detallamos esos precios o cotizaciones y cómo se las denomina en el mercado de capitales

	10 %	13 %	6 %
Precio	100	89,45	116,85
Cotiza	A la par	Bajo la par o con descuento	Sobre la par o con prima o premio

Del cuadro anterior, podemos concluir que si la tasa de rendimiento requerida o tasa de interés por la que se actualiza el flujo de fondos es igual a la "tasa de cupón", el precio del bono es igual al valor nominal y se dice que "cotiza a la par". Si la tasa de rendimiento requerida es mayor o menor que la de cupón, el bono cotizará "bajo la par o con descuento" y "sobre la par o con premio o prima" respectivamente.

En relación al ejercicio anterior, calcule el <u>*precio*</u> *de dicho bono con las mismas tasas de rendimiento requeridas pero suponiendo que ha transcurrido un año y que el emisor pagó la renta del primer año.*

Solución

Por lo expuesto anteriormente, tenemos que calcular el valor actual de una renta cuyo único cambio es que ahora son cuatro cuotas constantes y el valor nominal se actualiza en cuatro períodos. En el siguiente cuadro se detallan los resultados

	10 %	13 %	6 %
Precio	100	91,08	113,86

Si se comparan estos resultados con los del ejercicio anterior, observaremos que los precios del bono, si se usa el 13 % o el 6 % como tasa de rendimiento requerida, son distintos. Si bien continúa cotizando "bajo la par o con descuento" y "sobre la par o con prima o premio" respectivamente - porque la tasa de rendimiento es distinta a la del cupón- , ambos precios están más próximos al valor nominal (100) que en el ejercicio anterior.

En consecuencia, en términos generales, sin cambiar la tasa de rendimiento requerida, por el mero transcurso del tiempo, el bono que cotiza con descuento y el que cotiza con prima se aproximan al valor nominal a medida que se acercan sus respectivos vencimientos.

De los dos ejercicios anteriores, calcule el rendimiento corriente suponiendo que el cálculo se realiza cuando se emite y coloca en el mercado el bono y cuando transcurrió exactamente un año de aquella fecha.

Solución

El rendimiento corriente es una medida de rentabilidad que tiene en cuenta únicamente el interés periódico y lo relaciona con el precio del bono.

En nuestro problema, el interés periódico es anual y alcanza a $10 para cada año. Por lo tanto, debemos dividir ese importe por cada uno de los precios (según la tasa de rendimiento requerida) tanto en el momento "0" (fecha de emisión y colocación) como en el momento "1" cuando transcurrió el primer año. En el momento "0" estamos midiendo el rendimiento corriente para el primer año y en el momento "1" lo hacemos para el segundo año (suponemos que el interés del primero fue pagado un instante antes al de nuestro cálculo).

En el siguiente cuadro se detallan los resultados

Momento	**Precio**	**Interés Periódico**	**Tasa de rendimiento corriente**
0	100	10	10/100 = 0,1 ; **10 %**
0	89,45	10	0/89,45= 0,111796 ; **11,1796 %**
0	116,85	10	10/116,85= 0,08558; **8,558 %**

1	100	10	10/100 = 0,1 ; **10 %**
1	91,08	10	10/91,08 = 0,109798; **10,9798 %**
1	113,86	10	10/113,86=0,087827; **8,7827%**

En relación al bono del primer ejercicio, suponga que ya transcurrió el primer año, restan 4 años y en el mercado de capitales el precio es de $ 90. Ud está analizando la compra de este bono (para mantenerlo en su portafolio) hasta el vencimiento del mismo. Además, de comprarlo, Ud espera colocar los cupones de renta al 15% anual hasta que venza el bono. Calcule la tasa de rendimiento al vencimiento implícita en la cotización del bono, la de retorno total que Ud espera lograr si el emisor cumple con el pago del flujo de fondos y sus expectativas de la tasa de reinversión de aquéllos se concretan y la de rendimiento corriente para el segundo año.

Solución:

La tasa de rendimiento al vencimiento es la tasa de interés que iguala el valor actual del flujo de caja esperado con el precio del bono. O sea, es la tasa de interés que se utiliza para actualizar cada cupón y hace que la suma de esos valores actuales sea igual al precio del bono. La forma de calcularla es: a) plantear el flujo de fondos y b) actualizar cada uno de esos cupones a la misma tasa de interés hasta que la suma de los valores actuales sea igual al precio. Para nuestro problema, esa tasa es de:13,3892 % anual.

Por su parte, la tasa de retorno total es la que hace que el precio pagado, capitalizado en forma compuesta en la cantidad de períodos que restan hasta el vencimiento del bono (o del período por el cual se lo tiene en el portafolio), iguale al monto acumulado a esa fecha. Para ello, el monto acumulado surge de la imposición de los cupones cobrados hasta ese momento.

En síntesis, es la tasa de interés periódica que hace que un capital original (en este caso el precio del bono) capitalizado en "n" períodos iguale al monto acumulado.

En símbolos:

$P(1+i_{tr})^n = C(n)$ donde P: precio del bono ; i_{tr}: tasa de retorno total ; C(n): monto acumulado

Por pasaje de términos llegamos a: $i_{tr} = (C(n)/P)^{(1/n)} - 1$; para nosotros C(n) =149,93375 ;

P = 90 y n= 4. Entonces: $i_{tr} =$ 0,136093888 anual o 13,6094 % anual

La tasa de rendimiento corriente (para el segundo año) será: 10/90 = 11,1111 % anual

Con el ***mismo planteo e incógnitas que el ejercicio anterior, considere que el único cambio es la cotización de $ 105 transcurrido el primer año y resuelva***

Respuesta: rendimiento al vto:8,4744 % anual; retorno total: 9,3144 % anual y rendimiento corriente: 9,5238% anual

En virtud de la variabilidad de las cotizaciones del bono ("volatilidad") se solicita que calcule la duración. Además, a efectos de mejorar la estimación del efecto en el precio de variaciones en la tasa de rendimiento requerida, calcule la convexidad del mismo. Ambas medidas deben calcularse cuando el bono cotiza a la par.

Solución

La duración (conocida también como duración de Macaulay) de un bono (a tasa fija) es una medida de sensibilidad del precio del mismo a variaciones en la tasa de interés (tasa de rendimiento requerida). A partir de ella, se calcula la **duración modificada** que se utiliza juntamente con la convexidad para "mejorar"la estimación del cambio porcentual (y/o absoluto) en el precio del bono ante variaciones en la tasa de rendimiento requerida en el mercado de capitales.

Conceptualmente la duración es un promedio ponderado de los períodos que faltan hasta el vencimiento del bono. Por ser un promedio ponderado su valor expresa la cantidad media de períodos que restan hasta el vencimiento. La ponderación es la importancia relativa del valor actual de cada cupón en el precio (valor actual del cupón / precio). Por lo tanto en el cálculo de la misma tienen importancia los siguientes factores: cuantía de los cupones; precio del bono, tasa de rendimiento implícita en el precio, cantidad de períodos que restan hasta el *vencimiento del bono.*

La duración modificada y la convexidad están más ligadas a las características matemáticas de la función precio-tasa de rendimiento requerida.

A los efectos de responder la pregunta, en el siguiente cuadro se dan los valores solicitados calculados cuando el precio del bono es 100.

Precio	Duración	Convexidad
100	4,1699 años	19,36834238

En virtud de todo lo expresado hasta el momento, elija las características de un bono a tasa fija de forma tal que pueda calcular:

a) su precio;

b) tasas de rendimiento (corriente, al vencimiento, total) y la duración de Macaulay del mismo.

3.4. Sistemas de amortización. Ejercitación comparativa. Comprobación de la igualdad de costo entre los distintos sistemas.

Luego de enunciar las características particulares de cada uno de los sistemas de amortización que calculan intereses sobre saldos, comprobaremos la igualdad de costo

SISTEMA AMERICANO SIMPLE

Se abonan cuotas periódicas de interés sobre saldos, o sea, se paga el costo del dinero sin amortizaciones periódicas. Al vencimiento del plazo se paga la totalidad de la deuda.
La cuota de servicio entonces no varía y está integrada sólo por el interés, salvo la última en que se devuelve el capital.
El saldo inicial no varía, por lo tanto todas las cuotas son iguales.

$$\text{cuota} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{i}_{(n)}$$

<u>*EJEMPLO*</u> *Se pide un préstamo de $ 10.000 a devolver mediante sistema americano sin fondo amortizante, por 5 años, a una tasa efectiva anual del 10 %. Realizar el cuadro de marcha de la amortización.*
Aplicando las recomendaciones metodológicas, comenzamos graficando la operación en el eje de tiempo y luego completamos el cuadro

Momento	0	1	2	3	4	5
	i	i	i	i	i	i
Flujo de fondos	-10.000	1.000	1.000	1.000	1.000	11.000

Período	Saldo inicial	Interés	Amortización	Cuota de Servicio	Saldo final
1	10000	1000	0	1000	10000
2	10000	1000	0	1000	10000
3	10000	1000	0	1000	10000
4	10000	1000	0	1000	10000
5	10000	1000	10000	11000	0
TOTALES		5000	10000	15000	

SISTEMA AMERICANO DOBLE

El deudor abona al acreedor cuotas periódicas de interés sobre saldos, o sea, paga el costo del dinero sin amortizaciones periódicas.
Simultáneamente realiza depósitos periódicos a interés compuesto, destinados a acumular al final de la operación un monto igual a la deuda que se debe cancelar.
Al vencimiento del plazo se paga la totalidad de la deuda.

La cuota de servicio obligatoria, está integrada sólo por el interés, salvo la última en que se devuelve el capital. El saldo no varía, por lo tanto todas las cuotas son iguales.

$$\text{cuota} = \mathbf{V} \,.\, \mathbf{i}_{(n)}$$

La cuota voluntaria u optativa, destinada a constituir un monto igual al valor del préstamo también es constante. Se las denomina “fondo amortizante”, “fondo de acumulación” o “sinking fund”.

Estos fondos de acumulación son en rigor una operación de imposiciones (ver punto 3.2) que puede efectuarse a la misma tasa del préstamo o a una tasa distinta.

SISTEMA ALEMÁN

Se abonan cuotas periódicas integradas por una parte de interés calculado sobre saldos de deuda y otra parte de amortización periódica. La cuota de servicio es decreciente

El componente de interés es <u>decreciente</u> en la medida de la disminución periódica de los saldos de deuda

La amortización periódica es <u>constante</u> y resulta de dividir el valor original de la deuda por la cantidad de cuotas.

<u>EJEMPLO</u> Se pide un préstamo de $ 10.000 a devolver en 5 cuotas anuales, vencidas y consecutivas con intereses sobre saldo y cuota de amortización de capital constante, a una tasa efectiva anual del 10 %. Realizar el cuadro de marcha de la amortización.

Aplicando las recomendaciones metodológicas, comenzamos graficando la operación en el eje de tiempo y luego completamos el cuadro

Momento	0	1	2	3	4	5
	i	i	i	i	i	i
Flujo de fondos	-10.000	3.000	2.800	2.600	2.400	2.200

Período	Saldo inicial	Interés	Amortización	Cuota de Servicio	Saldo final
1	10000	1000	2000	3000	8000
2	8000	800	2000	2800	6000
3	6000	600	2000	2600	4000
4	4000	400	2000	2400	2000
5	2000	200	2000	2200	0
TOTALES		3000	10000	13000	

SISTEMA FRANCES

Se abonan cuotas periódicas integradas por una parte de interés calculado sobre saldos de deuda y otra parte de amortización periódica. La cuota de servicio es constante

El componente de interés es <u>decreciente</u> en función de la disminución periódica de los saldos

La amortización periódica es creciente en la misma medida de la disminución del componente de interés.

EJEMPLO Se pide un préstamo de $ 10.000 a devolver en 5 cuotas anuales, iguales, vencidas y consecutivas con intereses sobre saldos a una tasa efectiva anual del 10 %. Realizar el cuadro de marcha de la amortización

Aplicando las recomendaciones metodológicas, comenzamos graficando la operación en el eje de tiempo, determinamos la cuota constante y luego completamos el cuadro

Momento	0	1	2	3	4	5
Flujo de fondos	-10.000	2.638	2.638	2.638	2.638	2.638

Período	Saldo inicial	Interés	Amortización	Cuota de Servicio	Saldo final
1	10000	1000	1638	2638	8362
2	8362	836	1802	2638	6560
3	6560	656	1982	2638	4578
4	4578	458	2180	2638	2398
5	2398	240	2398	2638	0
TOTALES		3190	10000	13190	

Comprobación de igualdad de costo

Observando los ejercicios anteriores se aprecia que los "intereses nominales" son distintos. Eso no significa que los costos sean diferentes, ya que la tasa efectiva de interés es la misma, siendo entonces el costo también el mismo, dado que la tasa es el precio del dinero.

Para comprobar que los sistemas tienen el mismo rendimiento (costo) deben compararse las dos deudas, y si a una misma fecha tienen el mismo VALOR ACTUAL, entonces los rendimientos (costos) **son iguales**.

Esta afirmación puede comprobarse fácilmente actualizando los flujos de fondos de cada uno de los sistemas presentados.

3.5. Sistemas de amortización. Sistema Francés. Valuación de saldos en distintos momentos y en función de distintas variables. Métodos prospectivo y retrospectivo. Operaciones de Leasing.

Tomando como base el ejercicio de Sistema Francés del punto anterior, podemos calcular distintos valores del cuadro de marcha progresiva, en forma directa con aplicación de las siguientes fórmulas:

Fondo Amortizante $\boldsymbol{t(1) = c - V \cdot i} =$ 2638 – 10000 x 0.1 = $\boxed{\$ 1.638}$

<u>Amortización del tercer período</u> $\boldsymbol{t\,(3) = t(1)\ \ (1 + i)^{3-1}}$

$t\,(3) = 1638\ (1{,}1\ )^{3-1} = \boxed{\$\ 1.982}$

<u>Total amortizado al final del cuarto período</u> $\boldsymbol{T\,(4) = t(1)\ \ x\ \ [(1 + i)^4 -1\ ] / i}$

$T\,(4) = 1638\ \ x\ \ [(1{,}1)^4 -1\ ] / 0.10 = \boxed{\$\ 7.602}$

Métodos prospectivo y retrospectivo

Se aplican para resolver un problema muy frecuente en la operatoria financiera como es calcular el saldo del préstamo en un momento determinado.

El prospectivo consiste en actualizar las cuotas aún no pagadas aplicando la tasa de interés del préstamo.

El retrospectivo determina el saldo del préstamo restando el total amortizado al valor original del préstamo. Tal como se vio en el punto anterior, el total amortizado resulta de una imposición del fondo amortizante por el número de períodos que corresponda.

En la práctica es recomendable calcular el saldo por un procedimiento y luego controlarlo por el otro.

Caso Leasing

Desarrollaremos el caso particular de una operación de Leasing en la que debemos determinar el importe del canon semestral vencido para una operación de leasing con los siguientes datos:

Valor del bien objeto de leasing: $ 50.000.-; el valor residual (opción de compra) se fijó en $ 3.500 estimando su pago al finalizar el contrato; tasa de interés efectiva semestral: 24 %; cantidad de cánones semestrales: 8

Solución:

Sabemos que la operación se extiende por ocho semestres. Para calcular el importe de cada canon semestral vencido debemos tener en cuenta el valor residual fijado en el contrato.

Estableceremos entonces el importe de la cuota que cancela un préstamo de $ 50.000.-, con un valor final de $ 3.500.- , amortizable en ocho pagos semestrales vencidos con una tasa semestral del 24 %. Obtenemos así el importe del canon semestral: **$ 14.431.63**

A partir de dicho valor desarrollamos el cuadro de marcha progresiva de la operación:

Canon Número (semestral)	Capital Adeudado al inicio	Canon	Interés	Capital Amortizado	Capital adeudado al cierre	Valor Residual
1	50.000,00	**14.431,63**	12.000,00	2.431,63	47.568,37	0,00
2	47.568,37	**14.431,63**	11.416,41	3.015,23	44.553,14	0,00
3	44.553,14	**14.431,63**	10.692,75	3.738,88	40.814,26	0,00
4	40.814,26	**14.431,63**	9.795,42	4.636,21	36.178,05	0,00
5	36.178,05	**14.431,63**	8.682,73	5.748,90	30.429,15	0,00
6	30.429,15	**14.431,63**	7.303,00	7.128,64	23.300,51	0,00
7	23.300,51	**14.431,63**	5.592,12	8.839,51	14.461,00	0,00
8	14.461,00	**14.431,63**	3.470,64	10.961,00	3.500,00	3.500,00

3.6. Sistemas de amortización. Renegociación de operaciones. Cambios en las condiciones originales.

En los siguientes casos, analizaremos una circunstancia frecuente en las operaciones financieras como son los cambios en las condiciones originalmente pactadas para la operación.

Casos Renegociación

Caso 1: Consideramos una deuda que en un momento determinado registra un saldo de $ 45.532.56 y se refinancia mediante un sistema de amortización francés, en 24 cuotas mensuales de pago vencido con TNA 11 %.

Planteo: Corresponde calcular el importe de la cuota mensual vencida que en 24 meses cancele dicho saldo.

En primer lugar debemos determinar la tasa efectiva mensual aplicable:

$$i\ 30 = TNA / 365 * 30 = 0.11 / 365 * 30 = 0.0090411$$

Luego, considerando V(o) = 45.532.56

$i\ 30 = 0.0090411$ efectiva mensual

n = 24 meses

aplicando la fórmula correspondiente obtenemos el importe de la cuota de servicio mensual vencida de **$ 2.118.99**

<u>Caso 2</u>: Hoy deberá abonarse la cuota <u>trimestral</u> de un préstamo por $ 100.000 acordado hace 9 meses, pagadero en 12 cuotas trimestrales mediante sistema francés con TNA 12 % (30/360)

<u>cuál es el importe a pagar?</u>

En primer lugar determinamos la tasa efectiva trimestral en la forma descripta en el Caso 1, entonces

$$i\ 90 = TNA / 360 * 90 = 0.03 \text{ efectivo trimestral}$$

Con ese valor de tasa y la aplicación de la fórmula

Cuota = $V(o)\ [\,i\ .\ (1+i)^n\ / (1+i)^n - 1]$ donde V (o) = 100.000; y n= 12,

obtenemos el valor de **$ 10.046.21**

El cuadro de marcha progresiva ilustrará

1	100000,00	3000,00	7046,21	10046,21	92953,79
2	92953,79	2788,61	7257,60	10046,21	85696,19
3	*85696,19*	*2570,89*	*7475,32*	*10046,21*	***78220,87***
4	**78220,87**	2346,63	7699,58	10046,21	70521,29
5	70521,29	2115,64	7930,57	10046,21	62590,71
6	62590,71	1877,72	8168,49	10046,21	54422,23
7	54422,23	1632,67	8413,54	10046,21	46008,68
8	46008,68	1380,26	8665,95	10046,21	37342,73
9	37342,73	1120,28	8925,93	10046,21	28416,80
10	28416,80	852,50	9193,71	10046,21	19223,10
11	19223,10	576,69	9469,52	10046,21	9753,58
12	9753,58	292,61	9753,60	10046,21	-0,02

Abonada dicha cuota, en el mismo momento se decide pasar a un sistema alemán y se reduce la tasa activa en dos puntos porcentuales nominales anuales, manteniéndose la misma frecuencia y cantidad de pagos pactados en el origen

<u>cuál será el importe de la primera cuota del sistema alemán?</u>

En el cuadro de marcha vemos que después de abonada la tercera cuota, el saldo de deuda es de $ **78.220.87**. Hay que tener en cuenta también que bajó la tasa de interés, en consecuencia.

$$i\ 90 = TNA / 360 * 90 = \boxed{0{,}025}$$

La cuota correspondiente al sistema alemán será el saldo de deuda dividido por la cantidad de cuotas restantes más el interés sobre el saldo, o sea: **$ 10.646.73**

Si desea cancelar el préstamo faltando dos trimestres para el vencimiento, habiendo pagado la cuota correspondiente a ese momento:

<u>cuánto deberá desembolsar?</u>

Cuando faltan dos trimestres para el vencimiento debemos 2/9 de la deuda original, en consecuencia deberemos desembolsar **$ 17.382.42**

3.7 Bibliografía específica

Biblioteca Central	AUTORES	CAPITULOS
51:332 L 657	*Levenfeld y de la Maza*	*Cap.6,7,8,10,11,12,13 y 14*
51:332 F 112	*Fabozzi, F*	*Cap.4 y 5*
51:332 M 977	*Murioni y Trossero*	*Cap.3, 4 y 5*
51:332 G 643	*González Galé, J.*	*Cap.4,6, 7, 8 y9*
51:332 C 579	*Cissell, R . y H.*	*Cap.4, 6, 7 y 15*
51:332 B 748	*Botbol, J*	*2ª y 3ª partes*
	Casparri, M. T y otros	*Cap.9, 10, 12 y 15*
	Rosiello, J. y Ciuffo, N.	*Cap.5, 6, 7 y 8*
	López Dumrauf, G.	*Cap.6 , 8, 9, 10 y 11*
	Roca, R.J.	*Cap.7*

4. APÉNDICE

4.1. Cuestionario de autoevaluación

Operaciones de inversión y de financiación a interés simple

- Señale las razones que fundamentan la existencia de interés en las operaciones financieras
- En qué consisten los procedimientos abreviados para el cálculo a Interés Simple? En qué principios se basan esos procedimientos abreviados?
- El descuento comercial es una operación no reversible. Explique porqué.

Operaciones de inversión y de financiación a interés compuesto. Capitalización periódica y subperiódica

- En igualdad de condiciones de plazo y tasa el Interés compuesto será mayor que el Simple. Indique si la afirmación es verdadera o falsa y fundaméntelo.
- Explique la influencia del concepto de "productividad" en relación al Interés simple y al Interés compuesto.
- Cuando existe un único período de capitalización no hay interés compuesto. Indique si la afirmación es verdadera o falsa y fundaméntelo.
- Para que un mismo capital, colocado a igual TNA produzca un monto mayor, qué condición debe cumplirse?
- En un contexto inflacionario las tasas sólo son aparentes. Indique si la afirmación es verdadera o falsa y fundaméntelo.
- Establezca las relaciones de equivalencia entre distintas tasas (vencida/adelantada, nominal/efectiva, y otras)
- Defina el concepto de capital financiero
- Porqué un Valor Actual será siempre menor al Valor Futuro correspondiente?
- Señale todas las relaciones que existen entre *i* y *d*
- Explique el concepto de "capitales financieros equivalentes"

Rentas. VAN y TIR

- Desarrolle el concepto de "suma financiera" en cualquier punto temporal
- Defina los conceptos " momento de iniciación de los pagos" y "momento de valuación" u distinga los tipos de renta en función de la ubicación de esos momentos.
- Señale aplicaciones posibles de los distintos tipos de renta

- Una imposición es una renta temporaria anticipada. Indique si la afirmación es verdadera o falsa y fundaméntelo.
- Cuál es el significado económico de VAN ?
- Cuál es el significado económico de TIR ?
- Señale semejanzas y diferencias entre VAN y TIR

Bonos

- Explique porqué el precio de un instrumento financiero es el valor actual del Flujo futuro de fondos esperado
- Señale los pasos a seguir para el cálculo de la tasa de rendimiento.
- En qué forma se ve afectada la tasa de rendimiento frente a precios con premio y con descuento?
- Mencione y describa las fuentes de rendimiento de un bono
- Establezca las relaciones de valor cupón, rendimiento corriente y rendimiento al vencimiento con bonos vendidos a la par, con descuento y con premio

Sistemas de amortización

- Comente las diferencias en el ritmo de amortización en cada uno de los sistemas sobre saldos
- Compare los costos de operaciones de igual capital, tasa y plazo en los distintos sistemas sobre saldos y en el de tasa directa.
- Explique en qué consisten los métodos prospectivo y retrospectivo para determinar el saldo de un préstamo en un momento determinado.
- Indique el principio en el que se sustenta la renegociación de operaciones financieras

4.2 Aplicaciones con las funciones financieras de Excel de Windows

Las planillas de cálculo del programa Excel son un recurso que posibilita desarrollar cuadros de marcha de las operaciones financieras en forma rápida y eficiente. Pero además de esa utilidad, el referido programa contiene funciones financieras que permiten resolver en forma directa una muy amplia gama de las incógnitas que plantean los problemas financieros.

Sin embargo, debemos advertir que para alcanzar el máximo provecho de esas importantes herramientas será condición necesaria haber alcanzado el conocimiento conceptual básico que

hará posible el adecuado planteo de los problemas para llegar posteriormente a la correcta solución.
Desarrollaremos esta parte del trabajo exponiendo en primer lugar algunas cuestiones de índole general y luego algunos ejercicios de aplicación concreta.

CUESTIONES GENERALES

1.Acceso a Funciones Financieras

Una vez abierto el Excel, con el icono $\boldsymbol{f_x}$ se ingresa a un cuadro de diálogo que presenta dos partes:

1.1.Categoría de la función . Aquí seleccionamos "financieras"

1.2.Nombre de la función. Este cuadro presenta todas las funciones que ofrece el sistema

2.Sintaxis

Cada una de las funciones adopta la forma: FUNCION (argumento 1; argumento 2; …) Los argumentos son cada uno de los parámetros de cálculo referidos al problema. A título de ejemplo incluimos una descripción de algunos argumentos.

TASA Tasa efectiva empleada, sincrónica con el período de capitalización o pago.

NPER Número de períodos comprendidos en el plazo total de una operación

PAGO Es el importe de la cuota de servicio constante (Sistema Francés)

Vf Valor futuro después de pagada la última cuota. En los préstamos es 0

Va Valor presente de una serie de pagos futuros (constantes y a tasa constante)

Tipo Forma de pago (vencido o adelantado)

PAGOINT Importe del interés contenido en una cuota determinada

PAGOPRIN Importe de la amortización correspondiente a un período determinado

3.Descripción de la función

Elegida una función determinada, al pié del cuadro señalado en el punto 1 aparece una descripción que explica brevemente el objeto de la función seleccionada

4.Selección de la función.

Aceptando la función seleccionada se abre una Paleta de argumentos (datos o parámetros) donde deberán ingresarse los datos correspondientes

Es importante tener en cuenta las siguientes advertencias:

4.1. Uso de signos. Los argumentos expresados en valores monetarios deben ingresarse con signo positivo o negativo según corresponda

4.2. Valores de tasa. El ingreso de valores de tasas unitarias podrá hacerse directamente o agregando el símbolo **%.** Ejemplo: 18 por ciento anual podrá ingresarse 0.18 ó 18% y ajustando luego a la unidad de tiempo.

4.3. Excel denomina <u>anualidad</u> a toda serie de pagos constantes que se realiza durante un plazo determinado.

4.4. Excel resuelve un argumento financiero en función de los otros, siempre que el argumento tasa tenga un valor distinto de cero

FUNCIONES EN PARTICULAR. EJERCICIOS DE APLICACIÓN

VA Ejercicio: C*alcular el importe de la deuda que se cancela con el sistema francés de amortización en 24 cuotas mensuales de pago vencido, al 11 % TNA (A/365) de $ 2.119 c/u.*

El problema consiste en establecer el valor actual de una deuda amortizable en la forma y condiciones descripta en el enunciado.

Nos ubicamos en una celda de la hoja de cálculo de Excel y seleccionamos la función VA (Valor actual) que es la que nos permitirá resolver el problema. Al aceptar la función se abre una nueva pantalla en la que ingresamos los datos del problema:

<u>Tasa:</u>	0.11 / 365 * 30	así queda ingresada la tasa aplicable al período mensual
<u>Nper:</u>	24	correspondiente a las 24 cuotas <u>mensuales</u>
<u>Pago:</u>	-2119	importe de la cuota (con signo negativo)
<u>Tipo:</u>	0	para indicar que es pago vencido

Habiendo ingresado estos datos, en pantalla aparece el importe de **$ 45.532,77**. Nótese que este importe aparece con signo contrario al que indicamos en el parámetro Pago.

Dicho importe es el valor del préstamo que se amortiza en las condiciones del enunciado.

Con los mismos datos de este problema calcular:

Tasa:

Número de períodos o cuotas:

Importe de la cuota mensual

VF Ejercicio: *Calcular el monto producido por el depósito de 12 cuotas mensuales vencidas de $ 400.- c/u., siendo la TNA 24 % (A/365).*

En este problema debemos conocer el valor futuro que se constituirá en la forma que detalla el enunciado.

Ubicados en una celda de la hoja de cálculo, seleccionamos la función VF (Valor futuro) . Cuando aceptamos la función se abre una nueva pantalla en la que ingresamos los datos correspondientes:

<u>Tasa:</u> 0.24 / 365 * 30 para indicar así la tasa mensual

<u>Nper:</u> 12 correspondiente a las 12 cuotas <u>mensuales</u>

<u>Pago:</u> -400 importe de la cuota (con signo negativo)

<u>Tipo:</u> 0 para indicar que es pago vencido

Habiendo ingresado estos datos, en pantalla aparece el importe de **$ 5.356,58** (de signo contrario al indicado en el parámetro Pago). Dicho importe es el valor acumulado luego del pago de las 12 cuotas, que incluye los correspondientes intereses.

Si el importe de la cuota mensual se hubiera ingresado con signo positivo, el total acumulado aparecería con signo negativo.

Con los mismos datos calcular:

Tasa:

Número de períodos o cuotas:

Importe de la cuota mensual

VNA Ejercicio: *Calcular VAN de un proyecto cuyo flujo de fondos tiene una Inversión inicial de $ 1.000 y tres flujos anuales de 500, 500 y 800 cada uno, la tasa aplicable es el 10 % anual.*

Se trata en este problema de establecer el valor actual neto de un flujo de fondos futuro

Seleccionamos la función VNA (Valor futuro) . Cuando aceptamos la función se abre una nueva pantalla en la que ingresamos los datos correspondientes:

<u>Tasa:</u> 0.10 la tasa del problema es anual

<u>Valor 1:</u> 500 Flujo al final del primer año

<u>Valor 2:</u> 500 Flujo al final del segundo año

<u>Valor 3:</u> 800 Flujo al final del tercer año

Ingresados estos datos, aparece en pantalla el importe de $ 1.468.82 importe del valor actual de los tres flujos futuros. Si a este importe le restamos el flujo del momento cero (inversión inicial) de $ 1.000.- la diferencia de **$ 468.82** es el VAN que pide el problema.

TIR Ejercicio*: Calcular la tasa interna de retorno del proyecto anterior*

Debemos calcular la tasa interna de retorno del proyecto visto en el ejercicio anterior

Seleccionamos la función TIR. Tasa interna de retorno de un flujo de fondos periódico

Aceptamos la función y se abre la pantalla que nos pide los valores en referencia a las celdas de la hoja de cálculo que los contienen.

De esta forma, en la hoja de cálculo tendríamos una serie de celdas en las que están los importes de los flujos de fondos, o sea -1000, 500, 500, 800. Seleccionando esas celdas con el cursor, los valores se transfieren automáticamente a la función TIR y así llegamos al resultado del problema: **32,908248%** que es la Tasa del proyecto anterior.

OTRAS FUNCIONES

Dependiendo de la versión instalada de Excel, pueden calcularse otras funciones financieras, entre ellas:

TIRM TIR modificada (los flujos positivos y negativos se financian con diferentes tasas de interés)

DURATION Vida promedio de un bono con pago de intereses periódicos