Manual de Matemáticas Financieras para Técnicos y Tecnólogos

MANUAL DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS PARA TÉCNICOS INSTUTO TECNOLÓGICO DE SOLEDAD ATLÁNTICO - ITSA ISBN 978-958-57393-1-4

Autor: Ladys Esther Viaña Fernández

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE SOLEDAD ATLÁNTICO - ITSA

INDICE

INDICE

INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA FINANCIERAS

La Matemáticas Financieras es una derivación de la matemática aplicada que estudia el valor del dinero en el tiempo, combinando el capital, la tasa y el tiempo para obtener un rendimiento o interés, através de métodos de evaluación que permiten tomar decisiones de inversión. Llamada también análisis de inversiones, administración de inversiones o ingeniería económica.

La matemática financiera se relaciona con la contabilidad, con el derecho, con la economía, con la ciencia política con la ingeniería, con la informática, con la sociología y con las finanzas.

Por tanto la matemática financiera son de aplicación práctica, mediante la resolución de problemas y ejercicios semejantes a los de la vida cotidiana, en el mundo de los negocios.

El objetivo financiero de toda organización es la maximización del valor de la riqueza de los accionistas, es decir, del valor de la empresa, por lo tanto para estimar dicho valor, se ha de seguir ciertos criterios que permitan evaluar las decisiones adoptadas por la empresa y asegurar que están alineadas con este objetivo. De ahí que la matemática financiera proporciona los instrumentos precisos para valorar operaciones en las que concurren dos o más capitales situados en diferentes instantes de tiempo. La matemática financiera permite comparar operaciones de inversión o de financiación en terminos temporales, conocer su impacto en el precio de la empresa.

Ahora para adentrarnos al módulo en cuestión es necesario partir de la base del mismo, el cual es el dinero.

¿QUÉ ES EL DINERO?

Existen varias definiciones de dinero, sin embargo en este módulo vamos a tomar solo dos (2) definiciones a saber:

Dinero es cualquier cosa que los miembros de una comunidad estén dispuestos a aceptar como pago de bienes y deudas.

El dinero **es un medio de intercambio**, por lo general en forma de billetes y monedas, que es aceptado por una sociedad para el pago de bienes, servicios y todo tipo de obligaciones.

Todas las personas de nuestro entorno, incluyéndonos a nosotros, estamos unánimemente de acuerdo en desear ganar dinero, mucho dinero, conseguir dinero, obtener dinero, que nos presten dinero o que nos devuelvan el dinero que hemos prestado.

ACTIVIDAD 1 - DE INVESTIGACIÓN

- En que se relaciona las matemáticas fnancieras y las decisiones adoptadas por la empresa?
- Con qué tema específico (s) es visible la finalidad de las matemáticas financieras en la empresa?
- Cuáles son las operaciones e instrumentos financieros utilizados en Colombia?

UNIDAD 1

En esta unidad estudiaremos los conceptos fundamentales de las matemáticas financieras :

- El valor del dinero
- Interés
- Equivalencia

1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES EN LA MATEMÁTICAS FINANCIERAS.

INTRODUCCION

El propósito de este capítulo es el estudio y análisis de los conceptos sobre los cuales se apoyan las Matemáticas Financieras. Su comprensión es de trascendental importancia para el dominio de la materia. Es una costumbre entre los estudiantes de matemáticas, ante la formulación de cualquier ejercicio, aplicar en forma mecánica las fórmulas diseñadas para su solución sin antes realizar un análisis de la información dada. Los problemas que se estudian en este manual tienen una secuencia lógica y una aplicación práctica inmediata: son adaptaciones de la teoria a la realidad con soluciones factibles. Por lo tanto, cuando se plantee un problema, la información suministrada se debe analizar a la luz de los principios que rigen las Matemáticas Financieras.

Los conceptos **fundamentales son** en su orden:

- Valor del dinero en el tiempo
- Interés
- Equivalencia.

Pero antes de ver estos aspectos retomemos nuestras clases del colegio y valoremos su importancia en cuanto a los temas:

- Razones Aritméticas y Geométricas
- Proporciones
- Regla de tres simple
- Tanto por ciento

1.1. RAZONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

Una RAZON es una comparación entre dos cantidades y puede ser:

ARITMETICA: cuando es simplemente la diferencia entre dos cantidades de la misma especie, y es con el fin de saber en cuanto excede una de la otra.

$$Ra=a-b \Rightarrow 300-200=100$$

GEOMETRICA: Es el cociente entre dos cantidades de la misma especie. Y es con el fin de establecer las veces que la una contiene a la otra

$$Rg= a/b \Rightarrow 300/200 = 1,5$$

1.2. PROPORCIONES

Una proporción es una igualdad entre dos razones, y aparece frecuentemente en notación fraccionaria.

Por ejemplo:

$$\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$$

Para resolver una proporción, debemos multiplicar cruzado para formar una ecuación.

Por ejemplo:

$$\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$$

$2 * 15 = 6 * 5$;

$30 = 30$

Las proporciones expresan igualdades.

Ejemplo:

$$\frac{2}{x}=\frac{8}{16}$$

Ahora, se multiplica cruzado. $2 * 16 = 8 * x$

$$\frac{32}{8} = x$$

$4 = x$ El valor que hace cierta la proporción es 4 es decir: $\frac{2}{4}=\frac{8}{16}$

Intentalo tú!

Si una docena de huevos cuesta 3.000 pesos, ¿Cuánto cuestan 100 huevos?

RECUERDA:

Se llama **razón** al cociente entre dos números y se llama **proporción** a la igualdad de dos razones.

1.3. REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

La regla de tres es un procedimiento para calcular el valor de una cantidad comparándola con otras tres o más cantidades conocidas.

Ejemplo 1: Si un vendedor de verduras vende 12 kilos de tomate a $3.600. ¿A qué precio venderá 15 kilos de tomate?

La **regla de tres directa** la aplicaremos cuando entre las magnitudes se establecen las relaciones:

A más $\longrightarrow$ más.

A menos $\longrightarrow$ menos.

Ejemplo 1: Si un vendedor de verduras vende 12 kilos de tomate a $3.600. ¿A qué precio venderá 15 kilos de tomate?

Kilos	Precio
12	$3.600
15	?

Representamos así:

12 kilos $\longrightarrow$ $3.600

15 kilos $\longrightarrow$ X entonces,

$$\boxed{X = \frac{15 * \$3600}{12} = \$4.500}$$

Ejemplo 2: Un automóvil recorre 240 Km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas?.

Son magnitudes directamente proporcionales, ya que a menos horas recorrerá menos kilómetros.

D

240 km $\longrightarrow$ 3h

X km $\longrightarrow$ 2h

$$\frac{240}{x} = \frac{3}{2} \quad \text{entonces} \quad x = \frac{240 * 2}{3} = 160 \text{ km}$$

1.4. TANTO POR CIENTO

Es el número de partes que se tomaron de un entero que se dividió en 100 partes. El símbolo es %. Por ejemplo: 30% representan = 30/100 = 0.30

5 % significa 5 unidades de cada 100

25 % significa 25 unidades de cada 100

Para obtener el % de una cantidad esta se multiplicara por la forma decimal del tanto por ciento para obtener el porcentaje. Veamos el siguiente ejemplo

60% de 900 900(0,60) = 540

¿Cómo calcular porcentajes?

Hay varias formas de calcularlos:

1.- Dado un porcentaje respecto de una unidad. Ejemplo: el 20% de 3.000, será?

Respuesta: 3.000 * 0,20 = 600

2.-Dada la cantidad resultante. Ejemplo. Que porcentaje de 5.000 es 1.000?

Respuesta: 1.000/5.000 = 0,2 multiplicado por 100 = 20% (0,2 *100= 20%)

Podemos representar el tanto por ciento en forma fraccionaria y en forma decimal, o de decimal a forma fraccionaria o de decimal a tanto por ciento. Veamos:

Forma fraccionaria Forma decimal.

3.2% → 3.2/100 = 0.032

0.42% → 0,42/100 = 0.0042

Conversión de decimal a tanto por ciento.

0.75 → 0,75 *100 = 75%

0.32 → 0,32 * 100 = 32%

ACTIVIDAD 2 – DE APLICACIÓN

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. Regla de tres.

   Ana compra 5 kg de papa, si 2 kg cuestan 1.150 pesos, ¿cuánto pagará Ana?

2. Indica el valor:

   ¿Cuánto es el 18% de 50.000?

   ¿Que porcentaje de 132.000 es 10.000?

3. Convierte a tanto por ciento (%)

   a. 0.82

   b. 0.042

   c. 0.0345

   d. 1.25

1.5. VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

Para entender este concepto, considerado el más importante en las Matemáticas Financieras, podemos hacernos la siguiente pregunta: ¿Es lo mismo recibir $1.000.000 dentro de un año que recibirlos hoy?. Logicamente que no, por las siguientes razones:

- La inflación. Este fenómeno económico hace que el dinero día a día pierda poder adquisitivo, es decir, que el dinero se desvalorice. Dentro de un año se recibirá el mismo $ 1.000.000 pero con un menor poder de compra de bienes y servicios. Analizando desde un punto de vista más sencillo, con el $1.000.000 que se recibirá dentro de un año se comprará una cantidad menor de bienes y servicios que la que podemos comprar hoy, porque la inflación le ha quitado una buena parte de su poder de compra.
- Se pierde la oportunidad de invertir el $1.000.000 en alguna actividad, logrando que no sólo se proteja de la inflación sino que también produzca una utilidad adicional. Este concepto es fundamental en finanzas y se conoce como *costo de oportunidad*.

El **costo de oportunidad** es aquello que sacrificamos cuando tomamos una decisión. Cualquier persona, por ejemplo, puede optar por descansar en lugar de trabajar.

No se tiene que pagar por ello, pero en realidad si tiene un costo, que llamamos costo de oportunidad. Descansar significa emplear un tiempo que podría utilizarse en hacer otra cosa. El costo verdadero de este descanso será el valor que represente para esta persona las otras cosas que podría haber producido durante el tiempo que estuvo descansado. Por eso, cuando se toman decisiones cotidianas, **es necesario pensar** en los **costos de oportunidad**. ¿Debería ir al cine?

En **primer lugar** cuesta $5.000 la entrada y con este dinero se pueden comprar otras cosas. En **segundo lugar**, cuesta dos o tres horas que las puedo emplear en otra actividad productiva. La decisión de entrar al cine, además del precio de la entrada tiene, entonces , un costo de oportunidad.

Existe, también, un costo de oportunidad asociado al costo del dinero. Vélez (1999), lo define como el costo de la mejor alternativa que se desecha. Como todo recurso apreciable, el dinero tiene un costo de oportunidad. **Este es** el máximo interés que puede obtener una persona dentro del mercado en que se desenvuelve. Si una persona tiene su dinero depositado en una cuenta de ahorros que le paga el 1% mensual y le proponen un negocio; cuando decide retirarlo para invertirlo en el negocio que le han propuesto, **esta incurriendo en un costo de oportunidad** al desprenderse del rendimiento que está obteniendo, con la esperanza de recibir unos mayores beneficios en el futuro, o por lo menos iguales, a los que ya recibía. Se dice, entonces, que el costo de oportunidad para esa persona es del 1% mensual.

- Se asume el riesgo que quien deba entregar el $1.000.000 hoy, ya no éste en condiciones de hacerlo dentro de un año. En todas las actividades económicas en las que el hombre realiza inversiones está implicito el riesgo y aunque se ha comprobado sociológicamente que las personas tienden a pensar que deben asumir riesgos, porque de lo contrario se sentirían cobardes ante la vida, es necesario pesar en él y entender que tiene su costo. **El riesgo de pérdida** influye notoriamente en el costo del dinero.

- El dinero es un bien económico que tiene la capacidad intrínsica de generar más dinero. Este hecho lo puede constatar cualqueir persona, por ejemplo, cuando deposita algun dinero en una cuenta de ahorros de una entidad financiera y después de algún tiempo al ir a retirarlo se encuentra con que sus ahorros han crecido, en forma mágica, al recibir una cantidad de dinero mayor.

Por ese poder mágico de crecer **que el tiempo** le proporciona al dinero, debemos pensar permanentemente que el tiempo es dinero.

Ahora, si la opción que se tiene es recibir el $ 1.000.000 dentro de un año, se aceptaría solamente *si se entregara una cantidad adicional que compense las razones anteriores*. **Este cambio en la cantidad de dinero en un tiempo** determinado es lo que se llama valor del dinero en el tiempo y se manifiesta a través del interés.

Como coclusión y por las implicaciones económicas que éste representa, el financiero debe tener presente el momento en que suceden los hechos económicos ya que una misma unidad monetaria colocada en diferentes fechas, desde el punto de vista financiero, es un valor diferente. Así, cuando decimos que hoy cancelamos $500.000 y dentro de 3 meses cancelamos otros $500.000, no podemos decir que hemos cancelado $1.000.000. Con frecuencia se observa el error de cálculo en los montos de dinero que se pagan, por ejemplo, en un crédito comercial cuando personas desprevenidas y sin ninguna formación financiera afirman que al cancelar 12 cuotas mensuales de $100.000 cada una, por el electrodoméstico que adquirieron a crédito, están pagando $ 1.200.000, que es la suma aritmética de las 12 cuotas. Al hacer esta consideración se viola el principio del valor del dinero en el tiempo, ya que no se pueden sumar valores ubicados en diferentes fechas.

Una cantidad de dinero en el presente vale más que la misma cantidad en el futuro.

1.6. INTERÉS[1]

Al analizar el concepto del valor del dinero en el tiempo se llega a la conclusión de que el uso del dinero, por las razones expuestas, no puede ser gratuito. Si aceptamos la opción de recibir \$1.000.000 dentro de un año a no recibirlos en el día de hoy, estamos aceptando que se use nuestro dinero y, por tal razón, se debe reconocer una cantidad adicional que llamamos valor del dinero en el tiempo. La medida de ese incremento del dinero en un tiempo determinado se llama interés. Es decir, que el interés es la medida o manifestación del valor del dinero en el tiempo. Así como no puede ser gratuito el uso de una máquina, de una casa tomada en arriendo, o de un vehículo utilizado por un corto periodo de tiempo, tampoco puede ser gratuito el uso del dinero. De serlo estaríamos aceptando que el dinero no tiene ningun valor para su dueño. En conclusión, el interés es simplemente un arriendo pagado por un dinero tomado en préstamo durante un tiempo determinado.

Si se presta hoy una cantidad de dinero (Co) y después de un tiempo determinado se recibe una cantidad mayor (VF), la variación del valor del dinero de Co a VF se llama valor del dinero en el tiempo, y la diferencia entre VF y Co es el interés (**I**). La operación se representa mediante la siguiente expresión:

I= VF – Co (1.1)

Para algunos autores, las expresiones: interés, utilidad, variación del dinero en el tiempo, rentabilidad, valor del dinero en el tiempo, son comunes. En este manual, de aquí en adelante, llamaremos a la diferencia entre el valor futuro y el valor presente, simplemente ***interés***, entendido como la medida del valor del dinero en el tiempo.

Ejemplo 1. Si se depositan en una cuenta de ahorros \$500.000 y después de 6 meses se tiene un saldo de \$580.000, calcular el valor de los intereses.

I= VF – Co; I= \$580.000 - \$500.000; **I**= \$80.000

[1] **Jhonny de Jesús Meza Orozco. Matemáticas Financieras Aplicadas. Pág 28.**

Explicación:

El dinero depositado sufrio una variación al cabo de 6 meses de $80.000. La variación en el valor del dinero después de 6 meses se llama valor del dinero en el tiempo y su medida, o sea, los $80.000 son los intereses.

ACTIVIDAD 3 – DE APLICACIÓN

1. Natalia prestó a un amigo $1.250.000, por un mes. Al final del mes Natalia recibió $1.380.000. Cual fue el interés que ganó Natalia?
2. Si se consignó en una cuenta de ahorros $2.820.600 y al final de 3 meses el saldo de la cuenta era de $ 3.315.400. De cuanto fueron los intereses durante los tres meses? ¿Cuánto ganó de interés por cada mes?.

1.7. EQUIVALENCIA

En una operación financiera no tiene sentido hablar de capitales iguales (aquellos en los que coinciden cuantías y vencimientos), sino que siempre estaremos refiriéndonos a capitales equivalentes.

Hay equivalencia entre dos capitales cuando a su propietario le resulta indiferente una situación u otra. Es decir, si a usted le resulta indiferente cobrar hoy 10.000 pesos a cobrar 11.500 pesos dentro de un año, entonces diremos que ambos capitales (10.000; 0) y (11.500; 1) son equivalentes.

De una manera más general, dos capitales cualesquiera, C1 con vencimiento en t1 y C2 con vencimiento en t2, son equivalentes cuando se está de acuerdo en intercambiar uno por otro.

UNIDAD 2

- El concepto de interes simple: interés, capital, porcentaje, monto y tiempo.
- El concepto de Interés compuesto: valor presente, valor futuro,tasas efectivas, tasas nominales, tasas anticipadas vs vencidas.

INTRODUCCIÓN

En toda operación financiera básica interviene un sujeto (acreedor) que pone a disposición de otra (deudor) uno o más capitales y que posteriormente recuperará, incrementados en el importe (valor) de los intereses.

2. INTERÉS SIMPLE E INTERES COMPUESTO: CONCEPTOS BÁSICOS

2.1. INTERES SIMPLE

Se dice que una operación financiera se maneja bajo el concepto de interés simple cuando el capital inicial permanece invariable en el tiempo que dura la operación ya que lo ganado periódicamente no se suma o no se computa al capital inicial, es decir, los intereses no generan intereses.

Este régimen financiero es propio de operaciones a corto plazo (menos de un año).

El interés simple se caracteriza por:

- La tasa de interés se aplica únicamente sobre el capital inicial invertido
- El capital inicial permanece invariable durante el tiempo que dura la operación
- El interés es igual para cada uno de los periodos del plazo de la operación.

Formula del Interés simple:

Se calcula multiplicando las siguientes cantidades:

- Principal
- Tasa de interés
- Tiempo de duración del período

$$I = Co.\ i\ .\ t \text{ o } I = VP\ .\ i\ .\ t$$

Conceptos Básicos:

- **Valor presente o Capital Inicial:** Se simboliza con (VP) o (Co). Es la cantidad de dinero que se invierte o se toma en préstamo.

  Ejemplo: Si se toma un crédito de $2.000.000 por un mes y al concluir este se pagan

$2.060.000 En el anterior ejemplo el VP es $2.000.000

- **Interés:** se simboliza con la letra I. Es el precio que se paga por el uso del dinero durante un periodo de tiempo.

  En el ejemplo el valor del interés es de $60.000

- **Tasa de interés:** Se simboliza con i. Es la relación entre el interés y el valor presente (capital inicial o principal) por unidad de tiempo, generalmente se expresa como porcentaje %. Mientras no se diga lo contrario la tasa es anual por periodo.

  Por ejemplo i=0,03 mensual i= 3% mensual

- **Tiempo:** Se simboliza con t. Es la duración a la que se somete un capital.

- **Periodo de liquidación del interés:** Simboliza con la letra m. Es el intervalo de tiempo durante el cual el capital inicial o principal gana interés. Los periodos pueden ser diario, mensual, bimestral, trimestral, semestral, anual.

  m=1mes.

IMPORTANTE:

El primer paso del proceso de solución de todos los problemas de matemáticas financieras, debe ser, poner en concordancia el periodo de aplicación de la tasa de interés i con el número de periodos m en que se halla dividido el tiempo total de la operación financiera. Es decir, que si la tasa es anual y el periodo es meses se debe transformar la tasa de años a tasa de meses.

¡Apliquemos lo que hemos aprendido!

Ejemplos de cálculo de interés simple:

- **Ejemplo 1**

  Pedro invierte $720.000 en un certificado de depósito que paga al 7.5% anual de interés simple por 4 años. ¿Cuánto dinero ganará en intereses?

  Primero identificamos los valores correspondientes a C, r, t.

Co= 720.000 r = 7.5% = 0.075 t = 4 años

Luego usamos la fórmula.

Interés ganado = C. r. t

= 720.00(0.075)(4) = $216.000

En total recibe por los 4 años $216.000, lo que significa que son los 720.000 pesos del valor del depósito más los 216.000 pesos de interes.

- **Ejemplo 2**

Hoy vendemos a crédito una mercancía por valor de $150.000, con el compromiso de cancelarla en un solo pago dentro de 5 meses. Si cobramos una tasa de interés simple de 25% anual, cuánto dinero recibiremos de interés al momento de hacer el cobró?

I = Co . i . t

I= ?

Co= $150,000

i= 25% anual = (0,25/12) = 0,0208 mensual

t = 5 meses

entonces, I= 150.000 . 0,0208 . 5 = $15.600

I=$15.600

En total recibe al 5to mes $165.600, lo que significa que son los 150.000 pesos del valor de la mercancía más los 15.600 pesos de interes.

A la suma del capital mas el interés se le conoce como monto (M) o valor futuro (VF).

Monto: (M) Es la suma del capital inicial más el interés ganado. En el ejemplo de Pedro, el monto es de $936.000

M= Co + I

M= $720.000 + $216.000

M= $936.000

Valor Futuro: (VF) Es el valor presente más interés.

Para hallar el Valor Futuro o Monto utilizamos la siguiente fórmula:

$$VF = VP + I$$

En el ejemplo anterior el Monto o valor que recibiremos al final del 5to mes es :

VF= \$150.000 + \$15.600

VF= \$165.600

IMPORTANTE:

Si lo que se requiere es el cálculo directo del monto o valor futuro de una suma en el cual no se conoce el interés, la fórmula a utilizar en el interés simple, es la siguiente:

$$VF= Co\ (1+ i.\ t)$$

Haciendo uso del ejemplo anterior, procederiamos así:

VF= 150.000 (1 + (0,0208 . 5))

VF= 150.000 (1 + (0,104));

VF = 150.000 (1,104)

VF = \$165.600

- **Ejemplo 3.**

Juan obtiene un préstamo de \$2.400.000 con vencimiento en 4 meses y \$3.000.000 con vencimiento en 8 meses. Acuerda con su acreedor pagar las deudas mediante un pago hoy de \$1.000.000 y el saldo con dos pagos iguales al final de 5 y 10 meses. Si la tasa de interés pactada es del 18% anual. Determine el valor de cada uno de los pagos iguales que debe hacer?

Solución:	C1= \$2.400.000	C2= \$3.000.000
	t= 4 meses	t= 8 meses
	i= (0,18/12)= 0,015 mensual	i= (0,18/12)= 0,015 mensual
	Pago inicial \$1.000.000	
	Pago en 5 meses?	
	Pago en 10 meses?	

Ahorra procedemos a determinar el valor futuro (VF) de cada préstamo.

VF1= \$2.400.000[1+ (0,015.4)]	VF2=\$3.000.000 [1+(0,015.8)]
VF1=\$2.400.000 (1+0,6)	VF2=\$3.000.000[1+ 0,12]
VF1=\$2.400.000(1,06)	VF2=\$3.000.000(1,12)
VF1=\$2.544.000	VF2=\$3.360.000

Si sumamos VF1+ VF2 tenemos:

VFT= \$2.544.000+3.360.000=\$5.904.000

A ese valor de restamos el pago inicial de \$1.000.000, y entonces de nuestra deuda nos queda un valor a pagar de \$4.904.000 (\$5.904.000 - \$1.000.000), lo dividimos en dos pagos iguales y nos da como resultado el valor a cancelar a los 5 meses: \$2.452.000, y a los 10 meses: \$2.452.000.

ACTIVIDAD 4 – DE APLICACIÓN

1. Cristina tomó prestado \$2.000.000. Los va a pagar en 18 meses. Le cobran 8% anual de interés simple. ¿Cuánto dinero tiene que pagar en intereses?
2. Qué cantidad de dinero invertido al 30% anual durante 18 meses se convierte en \$870.000?
3. En cuanto meses \$720.000 al 20% anual se convertiran \$900.000?
4. A cuanto se convertirán \$1.200.000 al 16% anual durante 8 meses?.
5. Un inversionista estima que un edificio puede ser negociado dentro de 3 años por \$25.000.000. ¿Cuánto será lo máximo que él esta dispuesto a pagar hoy por el edificio, si desea obtener una tasa de interés del 10% simple anual?
6. En cuanto tiempo se duplicará un capital invertido al 22%?

2.2. INTERÉS COMPUESTO

El Interés compuesto es aquel interés que se cobra o paga por un crédito o un ahorro y al ser liquidado se acumula al capital (Capitalización del interés), por lo que en la siguiente liquidación de intereses, el interés anterior forma parte del capital o base del cálculo del nuevo interés.

Este sistema, al capitalizar los intereses, hace que el valor que se paga por concepto de intereses se incremente mes a mes, puesto que la base para el cálculo del interés se incrementa cada vez que se liquidan los respectivos intereses.

Este sistema es ampliamente aplicado en el sistema financiero. En todos los créditos y ahorros que hacen o se dejan en los bancos sin importar su modalidad, se utiliza el interese compuesto.

Los períodos (llamados períodos de conversión o de capitalización), por lo general, son anuales, semestrales, trimestrales o diarios.

Para determinar el Interés Compuesto utilizamos la siguiente formula: I= Co[(1+i)n -1]

Donde:

I= interes compuesto a determinar

Co= Capital inicial o Principal o Valor presente.

i= tasa periódica (i/m)

n= número de periodos en conversión o capitalización (t.m)

El nuevo principal de cada período es la suma del interés generado en el período anterior más el valor que tenía el principal en ese momento.

Entonces el valor futuro se determina por :

$$\mathbf{VF} = Co\ (1 + i)^n$$

- **Ejemplo 1**

Mónica deposita $1.200.000 en una entidad financiera que reconoce intereses del 12% anual capitalizable trimestralmente. Cuánto tendra acumulado en la cuenta al finalizar el tercer año?. ¿Cuál es el interés generado en el primer trimestre?

Antes de dar la solución al ejercicio comprendamos algunos conceptos básicos del interes compuesto:

Frecuencia de capitalización

Es el intervalo de tiempo convenido para capitalizar los intereses. Se identifica con m y expresa el número de capitalizaciones en un año. Así por ejemplo si se dice que la tasa de interés es del 12% capitalizable o convertible trimestralmente, esto quiere decir, aque en el año hay 4 capitalizaciones. Osea m= 4

Número de periodos. (n)

Representa el número total de periodos en los cuales se producen las capitalizaciones. En el ejemplo presentado anteriormente n=12. Este valor sale de multiplicar m.t, donde m=4 y t=3.

Tasa de interés nominal. (j)

Es la tasa que se enuncia generalmente, pero que no actúa para calcular de forma directa los intereses ganados. En el ejemplo anterior es de 12%.

Tasa de interés por periodo. (i)

Es el interés fijado por periodos de capitalización. En el ejemplo anterior la tasa de interés por periodo es 3% trimestral. Este valor sale de dividir la tasa nominal (j)= 24% y (m)= 4 trimestres.

Valor futuro. (VF)

Es el valor acumulado al final después de sucesivas adiciones de intereses.

Valor presente. (VP)

Representa el valor al inicio de un periodo, es el dinero inicial con el cual se parte para calcular los intereses.

Solución al problema:

Co= \$1.200.000 ; j= 0,12 anual ; ip= j/m; m= capitalización trimestral; n= 3 años.

VF?

Lo primero que hay que hacer es utilizar los periodos de capitalización y hacer que corresponda con la tasa en periodos de capitalización. Cómo así?

Nos dice que los intereses se generan cada tres meses, y esos intereses, cada tres meses se convierten en capital, y sobre ese nuevo capital se calculan los nuevos intereses hasta llegar a los tres años.

La tasa que nos dan el problema es nominal anual; y el periodo de pago de intereses es trimestral. Luego en un año existen cuatro (4) trimestres. Por ello dividimos la tasa convertida en decimal entre el número de periodos trimestrales al año. Es decir, (0,12/4) esto nos da como resultado una tasa de interés de 0,03 trimestral. (j/m).

Luego el tiempo esta en año, tambien debemos pasarlo a trimestre. En tres años cuántos trimestres hay?. Hay 12 trimestres [(m=4)(n=3)]=12.

Ahora en la formula reemplazamos:

$$\mathbf{VF} = Co\,(1 + i)^{n}$$

Co= \$1.200.000 ; i= 0,03 trimestral ; m= 4 trimestres en un año; n= 12 trimestre en los 3 años.

VF? →

$$\mathbf{VF} = \$1.200.000\,(1 + 0{,}03)^{12}$$

$$VF = \$1.200.000\,(1{,}03)^{12}$$

$$VF = \$1.200.000(1{,}425760887)$$

$$VF = \$1.710.913{,}06$$

Podemos decir, que Mónica tendrá acumulado en la cuenta al tercer año la suma de \$1.710.913,06.

Ahora para dar solución al segundo interrogante ¿cuál es el interés generado en el primer trimestre?, utilizamos la formula de interes compuesto:

Solución

Co= $1.200.000 ;   i= 0,03 trimestral ;   m= 4 trimestres en un año;   n= 1 trimestre de los 12 trimestres.

$$I= Co[(1+i)^{n} -1]$$

$$I= \$1.200.000[(1 +0,03)^{1} - 1]$$

$$I= \$1.200.000[(1,03)^{1} - 1]$$

$$I=\$1.200.000(1,03 - 1)]$$

$$I=\$1.200.000(0,03)$$

$$I=\$36.000$$

¡ Intentalo Tú!

¿Cuánto de interés se ha generado en la cuenta de mónica al 5 trimestre?

ACTIVIDAD 5 – DE APLICACIÓN

1. Se colocan $350.000 en una cuenta de ahorros que da el 8% anual con capitalizaciones mensuales. ¿Cuánto habrá en la libreta al pasar 2 años y 8 meses? ¿Cuánto se ganó por concepto de intereses?
2. Pedí un préstamo por $8.000.000 el 5 de Junio al 26% anual, capitalizable bimensualmente. ¿Cuánto me corresponde pagar para liquidar la deuda el 5 de Diciembre del mismo año?
3. Una empresa coloca todo su capital de $120 millones en bonos del estado que garantizan el 6,4% anual capitalizable trimestralmente. ¿Cuánto habrá para repartir entre sus socios por concepto de intereses al pasar un año?
4. Se sabe que hace 15 años una propiedad costaba $900.000. Si se considera una tasa de inflación promedio del 13% anual capitalizable semestralmente, ¿Cuánto vale hoy? . Cuanto valdrá dentro de 10 años?
5. Un señor desea tener dentro de 20 años un capital de $100 millones en el banco, para lo cual debe depositar hoy cierta cantidad y dejarla ganando intereses. Si el banco le ofrece un 12% anual convertible semestral.

¿Cuánto debe depositar hoy? ¿Cuánto gana de intereses en los últimos 5 años?

2.3. TASAS DE INTERÉS : NOMINAL Y EFECTIVAS

2.3.1. INTERÉS NOMINAL

La tasa de interés nominal es la tasa de interés que usted deberá pagar al finalizar un periodo, generalmente un año, si el tipo de interés cobrado es simple.

2.3.2. INTERÉS EFECTIVO

La tasa de interés efectivo es la tasa de interés que usted deberá pagar al finalizar un periodo (generalmente un año), si el tipo de interés cobrado es compuesto.

¡IMPORTANTE!

La tasa efectiva anual, **constituye el criterio para tomar decisiones**, para **invertir** lógicamente escoger aquella entidad que ofrezca la tasa mas alta (sin consideraciones por ahora del riego) y para **endeudarse** elegir aquella tasa que términos efectivos sea la menor.

Para pasar de una tasa nominal a una efectiva utilizamos la siguiente formula:

$$\textbf{iea} = [(1 + i/m)^{m} - 1].100$$

iea= interes efectivo anual

i= interes nominal

m= periodos de capitalización al año

- **Ejemplo 1:**

Un préstamo de $ 2.000.000 con un único vencimiento de capital al cabo de un año, es otorgado a una tasa del 24% anual, liquidables, semestralmente en forma vencida, la evolución de las cifras más importantes de este préstamo se muestran a continuación:

Periodo (Semestre)	Saldo Inicial	Interes del Período	Saldo Final
0			2.000.000
1	2.000.000	240.000	2.240.000
2	2.240.000	268.800	2.508.800

El prestatario debe pagar en total $2.508.800, por lo tanto el valor de los intereses de un año fue de $508.800, cifra que comparada con el capital inicial de $2.000.000 representa un 25,44% (508.800/2.000.000).

De los anteriores cálculos se concluye que por un préstamo pactado a una tasa nominal del 24% anual, con liquidación de intereses compuestos semestralmente, realmente se paga una tasa efectiva del 25,44% por año vencido.

Si utilizamos la formula para hallar el interés efectivo obtendríamos:

$iea=[(1 + i/m)^m - 1].100$

$iea= [(1 + 0,24/2)^2 - 1].100$

$iea= [(1 + 0,12)^2 - 1].100$

$iea= [(1,12)^2 - 1].100$

$iea= [(1,2544) - 1].100$

$iea= 0,2544.100$

tiea=25,44% anual

Si el mismo crédito se hubiese concertado a la misma tasa nominal del 24% anual, pero liquidable por trimestre vencido obtendríamos el siguiente comportamiento:

Periodo (Trimestre)	Saldo Inicial	Interes del Período	Saldo Final
0			2.000.000
1	2.000.000	120.000	2.120.000
2	2.120.000	127.200	2.247.200
3	2.247.200	134.832	2.382.032
4	2.382.032	142.921	2.524.953

En este caso el prestatario debe pagar en total $2.524.953 por lo tanto el valor de los intereses de un año fueron de $524.953, cifra que comparada con el capital inicial de $2.000.000 representa un 26,24%: (524.953/2.000.000), de tasa efectiva anual.

Comprobando con nuestra fórmula tendríamos:

$iea=[(1 + i/m)^m - 1].100$

$iea=[(1 + 0,24/4)^4 - 1].100$

$iea=[(1 + 0,06)^4 - 1].100$

iea=[(1,06)4 - 1].100

iea=[1,26247696 - 1].100

iea=0,26247696 . 100

iea= 26,24% anual

- **Ejemplo 2:**

Juan decide invertir $105.000, al 32% anual compuesto con pago de interéres diario. Determinar la tasa efectiva anual, si la capitalización fuera bimestral y/o trimestral.

Rta 1: $i=0{,}32/6$ $m=12/2=6$

→ $iea= [(1+0{,}05333333333)^6 – 1] . 100$

$iea= [(1{,}05333333333)^6 – 1] . 100$

$iea= [(1{,}365824716 – 1)] . 100$

$iea= (0{,}365824716) . 100$

→ iea= 36,58% efectivo anual con capitalización bimestral

Rta 2:

→ iea= [(1+0,08)4 – 1]. 100

iea = 0,3604 . 100

iea= 36,04% efectivo anual con capitalización trimestral.

Cuál es la mejor opción para Juan?

Para **invertir** Juan **debe escoger** la tasa 36,58% efectivo anual con capitalización de interés bimestral.

Para pasar de tasa efectiva a tasas nominales utilizaremos la siguiente fórmula:

$ina= [(1+ie)^{1/m} – 1] m . 100$

ina= interés nominal anual

ie= interes efectivo

m= periodo de capitalización

- **Ejemplo:**

Cual es la tasa de interes nominal de una tasa efectiva del 16% que capitaliza semestralmente los intereses?.

$ina= [(1+ie)^{1/m} – 1]\ m\ .\ 100$

ie= 0,16

m= 12/6 = 2

Reemplazando en la formula tenemos:

ina= $[(1+ie)^{1/m} – 1]\ m\ .\ 100$

ina=$[(1+0,16)^{1/2} – 1]\ 2\ .\ 100$

Resolvemos el parentesis y nos queda:

ina=$[(1,016)^{1/2} – 1]\ 2\ .\ 100$

ina=[(1,077032961 – 1] 2 . 100

ina=(0,077032961) 2 . 100

ina= 0,154065228 . 100

ina= 15,40%

Luego el interes nominal anual capitalizable semestralmente de una tasa efetiva del 16% es 15,40%

ACTIVIDAD 6 – DE APLICACIÓN

1. Elabore una tabla que muestre la evolución de una cuenta de ahorros que rinde el 12% mes vencido en la misma se depositan $4.000.000 que permanecen durante 6 meses.
   a. Con intereses simples
   b. tCon intereses compuestos
2. Convertir la tasa 25% efectiva anual a tasa nominal anual con capitalización semestral y trimestral. Rta: 23,60% S ; 22,94% T
3. Convertir la tasa del 10% capitalizable trimestralmente a tasa efectiva anual. Rta: 10,38%
4. Calcular la tasa de interés que efectivamente se cobra en un préstamo otorgado al 36% anual mes vencido. Rta: 42,57%
5. Si se desea obtener una tasa efectiva anual del 35%, qué tasas mensuales y trimestrales vencidas deben cobrar?. Rta: 30,38% mensual; 31,16% trimestral (ambas nominales anua les).
6. Con base en tasas efectivas, ¿Qué es más conveniente invertir en una sociedad que garan tiza duplicar el capital cada 36 meses o depositar en una cuenta que reconoce el 30% anual capitalizable mensual?.
7. Investiga en el diario el portafolio las tasas de los operaciones de captación y colocación de los bancos. Trae el recorte.

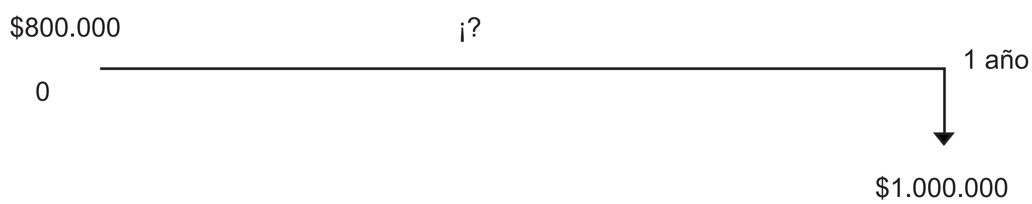
2.4. TASAS DE INTERES ANTICIPADA

Lo que hasta el momento hemos trabajado son tasas de interés vencidas, es decir, que los intereses se han recibido al final del periodo de inversión o de financiación. Ahora vamos a trabajar las tasas anticipadas, esto es que los intereses se cancelan al inicio del periodo y no al final. Veamos un ejemplo para ser más claros.

- **Ejemplo.**

José obtiene un préstamo de \$1.000.000 a una tasa de 20% anticipado. Qué tasa equivalente de interés efectiva anual pagó José?

En el ejemplo estamos ante la situación que por cada \$100 de préstamo, se debe reconocer \$20 por concepto de interés, o sea que José recibe solamente \$800.000 del \$1000.000 y al final del año debe pagar el \$1.000.000 completo.



Donde:

VP= 800.000

VF= 1.000.000

n= 1 año

i= ?

$VF= VP\ (1 + i)^n$

Al reemplazar en la fórmula anterior nos queda:

$1.000.000= 800.000\ (1 + i)^1$

$1.000.000/800.000= (1 + i)^1$

Luego 1,25 = 1+i

Entonces i=1,25 -1 → i =25% anual

Hemos llegado a la siguiente conclusión: Una tasa del 20% anual anticipada, es equivalente a una tasa del 25% efectiva anual vencida.

Ahora si, podemos decir cuál es la fórmula para obtener la tasa de interés vencida, a partir de una tasa de interés anticipada:

$$iv = \frac{ia}{1-ia}$$

Esta expresión nos permite hallar la tasa de interés vencida, a partir de la tasa anticipada, teniendo en cuenta que las obtenemos en el mismo periodo, así si la tasa de interés anticipada es mensual, al reemplazarla en la formula anterior, obtenermos la tasa de interés vencida mensual.

Realicemos el **ejemplo de José** con la fórmula dada:

$$iv = \frac{0{,}20}{1-0{,}20} = 0{,}20 / 0{,}80 \; ; \; \rightarrow iv = 0{,}25 \text{ anual}$$

Por tanto para hallar una tasa efectiva anual equivalente a una tasa de interés nominal anticipada, en primer instancia resolvemos hallando la tasa de anticipada a vencida y luego aplicaremos la fórmula de interes efectivo anual, que ya vimos anteriormente:

(**iea =** $[(1 + i/m)^m - 1].100$)

- **Ejemplo 2**

El banco Bogotá cobra una tasa del 30% nominal anual mes anticipado y deseamos conocer la tasa efetiva anual.

Solución:

ia = 0,30 anual

m = 12 (número de meses en un año)

Pasos:

Se halla la tasa de interés mes anticipado. Tenemos que la tasa es 0,30 anual y el año tiene 12 meses. Nos queda:

ia= 0,30/12 entonces, ia = 0,025 mes anticipadado

Se halla la tasa de interés vencida mediante la expresió

$$iv = \frac{0{,}025}{1-0{,}025} \; \text{-}\!\!\rightarrow 0{,}975 \quad iv = 0{,}025/\,0{,}975$$

$$iv = 0{,}02564 \text{ mes vencido}$$

O sea que una tasa de interés del 0,025 mes anticipadao es igual a una tasa del 0,02564 mes vencido.

Ahora aplicamos el procedimiento ya conocido para la tasa vencidas:

$$\textbf{iea} = [(1 + 0{,}02564)^{12} - 1].100$$

$$\textbf{iea} = 1{,}355158871 - 1\ .\ 100$$

$$\textbf{iea} = 0{,}3551588709\ .100$$

$$\textbf{iea} = 35{,}51\%$$

ACTIVIDAD 7 – DE APLICACIÓN

1. Para una tasa efectiva anual del 40% encuentre la tasa equivalente:

- **a.** Mensual vencida
- **b.** Nominal anual Semestre anticipado
- **c.** Diario (año = 365 días)
- **d.** Nominal anual
- **e.** Trimestre anticipado

2. El banco Davivienda tienen una línea de crédito para estudiantes, cobra una tasa del 12% semestre anticipado. Un estudiante tiene planeado utilizar un crédito y desea saber el costo anual del mismo.

3. ¿Qué tasa efectiva anual es equivalente al 22% anual trimestre anticipado?

4. ¿Qué es más conveniente para un inversionista?

- Invertir en una sociedad que garantiza triplicar su dinero cada 42 meses.
- Dsepositar su dinero en una entidad que reconoce intereses del 30% anual trimestre anticipado.

5. Investiga las tasas de interes que se cobra sobre los préstamos de tarjetas de crédito.

6. Investiga las tasas de interés que ganan los depósitos de cuentas corrientes y de cuentas de ahorro en tu ciudad. (Dos entidades bancarias).

UNIDAD 3

En esta unidad estudiaremos los conceptos correspondientes a Rentas Anualidades e Imposiciones o pagos :

- Rentas uniforme vencidas y anticipadas
- Rentas diferidas
- Rentas perpetuas

INTRODUCCIÓN

Constantemente en nuestra vida diaria escuchamos o somos participes de actividades en las cuales debemos pagar a alguien sumas constantes de dinero por periodos determinados, como el arriendo (alquiler) de una vivienda, o el pago de cuotas por concepto de capitales que hemos recibido en préstamo (hipotecas o compra de activos fijos) y que debemos amortizar mensualmente. O que decir que aquellas personas que han tomado una póliza o seguro de vida, deben efectuar mensualmente un pago al cual se conoce como prima. O en el caso de nuestros familiares o padres que después de haber cumplido con el tiempo de servicio en una empresa, llegan a la edad de jubilación y empiezan a recibir del estado lo que llamamos pensión.

3. ANUALIDADES, RENTAS E IMPOSICIONES, CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Una **anualidad**[2] es un conjunto de flujos de efectivo periódicos e iguales durante un periodo específico. (Sucesión de pagos, depósitos o retiros). El nombre de anualidad no implica que las rentas tengan que ser necesariamente anuales, sino que la secuencia de pagos puede ocurrir en diferentes intervalos de tiempo, como mensuales (renta, pagos del automóvil).

Generalmente las anualidades son iguales, pero pueden aumentar o disminuir de valor en determinadas condiciones.

Las anualidades también reciben el nombre de **Rentas**. Cada anualidad se llama término de la renta.

[2] Principios de administración financiera. Lawrence J. Gitman. 11 Edición. Página 149.Editorial Pearson.

Los flujos de efectivo de una anualidad pueden ser **entradas** (los $700.000 recibidos al final de cada uno de los próximos 10 años) o **salidas** (los $500.000 invertidos al final de cada uno de los próximos 5 años).

Las anualidades reciben el nombre de **Imposiciones**[3], cuando las cuotas que se entregan son para formar un capital, es decir, las imposiciones son un caso particular de renta que constituye un subconjunto del conjunto de las rentas, en el cual cada término devenga interés (simple o compuesto) desde la fecha de su abono hasta la fecha final.

3.1. TIPOS DE ANUALIDADES

Existen dos tipos básicos de anualidades.

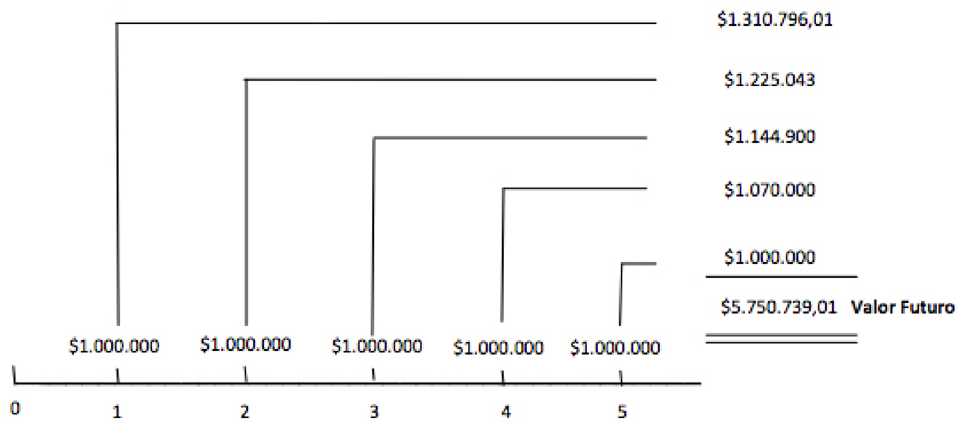
- **Anualidades Ordinarias o vencidas**, el flujo de efectivo ocurre al final de cada periodo.
- **Anualidades anticipadas**, el flujo de efectivo ocurre al inicio de cada periodo. Por ejemplo el pago del arriendo de una casa, primero se paga el arriendo y luego se habita el inmueble.

Ambos tipos de anualidades pueden aplicarse en un contexto de certeza, en cuyo caso se les llama **anualidades ciertas** o en situaciones caracterizadas por la incertidumbre, en cuyo caso se les conoce como **anualidades contingentes.**

[3] **Cálculo Mercantil a su alcance. José Nivey Orego. Página 40. Editorial Norma**

3.1.1. CALCULO DEL VALOR FUTURO DE UNA ANUALIDAD ORDINARIA O VENCIDA

Francisco desea determinar cuánto dinero tendrá al término de 5 años si elige la anualidad ordinaria. Esta consiste en depósitos de $1000.000 anuales, al final de cada uno de los próximos cinco años, en una cuenta de ahorros que paga el 7% de interés anual. Esta situación se ilustra en la siguiente línea de tiempo:



Como muestra la figura, al término de cinco años, Francisco tendrá $5.750.739,01 en su cuenta. Observe que como los depósitos se realizan a fin de año, el primer depósito ganará intereses durante 4 años, el segundo durante 3 años, etcétera.

La fórmula para determinar el valor futuro de la anualidad es la siguiente:

$$VFA = R \frac{[(1+i)^n - 1]}{i}$$

Donde:

VFA= valor futuro o monto de la anualidad, en el momento de su vencimiento, es el valor de todos los pagos al final de las operaciones.

R= renta o pago por periodo

n = numero de anualidades o pagos.

i = la tasa de interés que se reconoce por cada uno de los intervalos de tiempo.

Comprobando lo anteriormente expuesto utilizando la fórmula nos queda:

$$VFA = \frac{1.000.000\ [(1+0,07)5 - 1]}{0,07}$$

$$\mathbf{VFA} = \frac{1.000.000\ [1,402551731 - 1]}{0,07}$$

$$\mathbf{VFA} = \frac{1.000.000\ [0,402551731]}{0,07}$$

$$\mathbf{VFA} = \frac{402.551,7307}{0,07}$$

$$\mathbf{VFA = \$\ 5.750.739,01}$$

¡Ahora Inténtalo Tú!

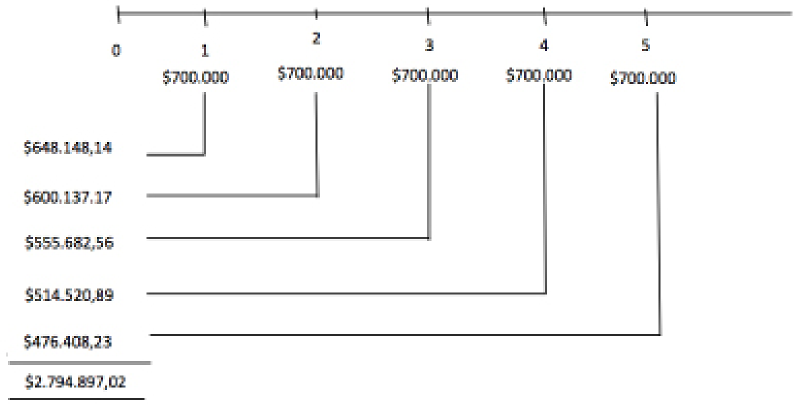
Una persona se ha propuesto depositar $ 320 mensualmente durante 2 años (24 meses) en una cuenta bancaria que paga el 18 % anual de interés (1.5 % mensual). ¿Cuál será la cantidad acumulada al final de los dos años considerando que el banco capitaliza mensualmente los intereses?.

Rta. $9.162, 72

3.1.2. CÁLCULO DEL VALOR PRESENTE DE UNA ANUALIDAD ORDINARIA

Responde a la pregunta ¿cuánto vale hoy un conjunto de pagos iguales a realizar a intervalos regulares en el futuro?.

Una pequeña empresa fabricante de juguetes de plástico, desea determinar la cantidad máxima que debe pagar para comprar una anualidad ordinaria específica. La anualidad consiste en flujos de efectivo de $700.000 al final de cada año, durante 5 años. La empresa requiere que la anualidad le proporciones un rendimiento mínimo del 8%. Veamos la línea del tiempo:



La fórmula que responde a la pregunta es:

$$\textbf{VPA} = \frac{R\,[\,1-(1+i)^{-n}]}{i}$$

Donde:

VPA= indica Valor Presente de una Anualidad

Si reemplazamos los valores en la fórmula anterior tenemos el siguiente paso a paso:

$$VPA = \frac{700.000\,[1-(1+0{,}08)^{-5}]}{0{,}08}$$

$$VPA = \frac{700.000\,[1-(1{,}08)^{-5}]}{0{,}08}$$

$$VPA = \frac{700.000\,[1-(0{,}680583197)]}{0{,}08}$$

$$VPA = \frac{700.000\,[0{,}319416803]}{0{,}08}$$

$$VPA = \frac{223.591{,}7621}{0{,}08}$$

$$\textbf{VPA} = \textbf{\$2.794.897,02}$$

¡Ahora Inténtalo Tú!

Una empresa tiene en su cartera de activos 10 pagarés de $200 cada uno y con vencimientos mensuales consecutivos. El primero de ellos vence dentro de un mes. La empresa necesita liquidez y planea venderlos a un banco, el cual ha aceptado la transacción considerando una tasa de interés de referencia de 24% anual (2% mensual). ¿Qué cantidad recibirá la empresa si se realiza la operación?. En otras palabras, ¿cuál es el valor presente de estos pagares?

Rta: $1.796,51

3.1.3. CALCULO DEL VALOR PRESENTE DE UNA ANUALIDAD ANTICIPADA

¿Cuál es la renta semestral adelantada equivalente a una renta mensual adelantada de $660.000, si el interés es de 36.% anual convertible mensualmente?

$$VP\ S1 = R\left[1+\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right]$$

Donde:

VPS1=valor presente o actual de una anualidad anticipada.

Apliquemos la fórmula y nos queda:

Veamos: i = 0,36/12 = 0,03 mensual

$$VPS1 = 660.000\left[1+\frac{1-(1+0{,}03)^{-6+1}}{0{,}03}\right]$$

$$VPS1 = 660.000\left[1+\frac{1-(1{,}03)^{-6+1}}{0{,}03}\right]$$

$$VPS1 = 660.000\left[1+\frac{1-(1{,}03)^{-5}}{0{,}03}\right]$$

$$VP\ S1= 660.000\left[1+\frac{1-0{,}8626087844}{0{,}03}\right]$$

$$VPS1 = 660.000[1+ 4{,}579707187]$$

$$VP\ S1= 660.000\ [5{,}579707187]$$

VPS1 = $3.682.606,74

Existe otra fórmula[4] que también nos permite hallar el valor presente de una anualidad anticipada:

$$\textbf{VPS1} = R\,(1+i)\left[\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right]$$

3.1.4. CALCULO DEL VALOR FUTURO DE UNA ANUALIDAD ANTICIPADA

Cada 2 meses, el día 25, se depositan \$100.000 en un fondo de inversión que paga 6% anual convertible bimestralmente. ¿Cuánto se habrá acumulado en el fondo un instante antes de realizar el vigésimo cuarto depósito?

Se considera una anualidad anticipada de 23 depósitos bimestrales de \$100.000 cada uno. Se desea calcular la cantidad que se puede acumular en 23 bimestres, es decir, el **monto.**

Formula:

$$\textbf{MS1} = R\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} - 1\right]$$

Donde:

i = 0,06/6 =0,01 bimestral n= 23

R= 100.000

Te propongo realices el siguiente ejercicio para demostrar tus habilidades.

Una persona arrienda una casa en \$50.000 pagaderos por mes anticipado. Sí tan pronto como recibe el arriendo lo invierte en un fondo que le paga el 2% efectivo mensual. ¿Cuál será el monto de sus ahorros al final del año?

Rta: VF de S1= 684.016.58

3.2. Anualidades diferidas

Son aquellas que comienzan después de que transcurre un intervalo de tiempo. El lapso que transcurre entre la fecha inicial o fecha de valoración de la anualidad y la del primer pago, se llama intervalo de desplazamiento. Estas anualidades se analizan como anualidades vencidas.

[4]Jhonny de Jesús Meza Orozco. Matemáticas Financiera Aplicadas. Página 277.

3.3. Rentas perpetuas

Se presenta una perpetuidad o anualidad perpetua, cuando se hacen pagos constantes indefinidamente sin límite de tiempo.

Estrictamente hablando, esta clase de anualidad no se presenta en la realidad, por la sencilla razón de que a causa de lo cambiante de las tasas que manejan y ofrecen las instituciones financieras y crediticias también las rentas resultan variables a pesar de que el capital invertido permanezca fijo.

ACTIVIDAD 8 – DE APLICACIÓN

1. ¿En cuánto se convierte una anualidad ordinaria de 500.000 pesos anuales, durante 6 años, al 4 %? Rta: $3.316.487,73
2. Al final de cada año se depositan en el banco 250.000 pesos. Si el banco paga el 7% anual, ¿cuánto dinero habría después del 5to año? ¿Y después del 7mo año? RTA:$1,437.684,75; $2.163,505,27
3. Determine el valor futuro (monto) al cual equivalen 6 pagos anticipados semestrales de $140.000, si el interés es del 19% anual capitalizable semestralmente. RTA: $1.167.970,70
4. Un trabajador deposita $50.000, en su cuenta de ahorros al inicio de cada mes, si la cuenta paga una tasa de interés del 1,3% mensual, capitalizable mensualmente. ¿Cuánto habrá ahorrado al pasar un año? RTA: $653.197,11
5. Un comerciante5 alquila un local para su negocio y acuerda pagar $2.750.000 de renta por anticipado. El comerciante desea librarse de pagar mensualmente, por lo que decide proponer una renta anual anticipada. Si los intereses son del 12% anual, convertible mensualmente. ¿De cuánto debería ser la renta anual anticipada? RTA: $35.225.652,12
6. Carolina desea obtener $5.000.000 mediante depósitos mensuales de $100.000 en una cuenta bancaria que paga 1.25% mensual; ¿Cuántos pagos o periodos mensuales se requieren para alcanzar dicha suma si el primer depósito lo hace el día de hoy?RTA:38,69

7. ¿Cuánto se acumula en una cuenta de ahorros si se realizan 20 depósitos quincenales vencidos de $50.000 y la tasa de interés es del 2.5% quincenal? RTA: $1.277.238,88
8. ¿Cuánto debe depositar una persona al inicio de cada mes durante 20 meses para que se disponga de $18.000.000 al final del plazo, suponiendo que se gana una tasa de interés del 22% anual capitalizable trimestralmente? RTA: $2.187.651,70

UNIDAD 4

En esta unidad estudiaremos los conceptos correspondientes a las Amortizaciones:

- Amortizacion significado
- Tipos de amortizaciones

4. LAS AMORTIZACIONES Y LOS SISTEMAS DE AMORTIZACIONES MÁS UTILIZADOS

INTRODUCCIÓN

Es frecuente de los estados, las compañías o cualquier persona tenga que procurarse una suma de dinero, y para pagarla se comprometa hacerlo mediante un número de cuotas (pesos) pagaderas al final de cada periodo (generalmente mensual) con una tasa de interés **i**.

4.1. AMORTIZACIONES

Podemos considerar que el termino amortizar es la extinción gradual de una deuda mediante pagos "R" periódicos.

Amortizar en matemáticas financieras significa pagar una deuda y sus intereses mediante pagos parciales o abonos, los que pueden ser iguales en valor o variables, efectuados a intervalos de tiempo iguales o diferentes.

Recordemos que la parte de la deuda no pagada en cierta fecha, se le conoce como capital insoluto. Dicho capital al inicio del plazo es la deuda original.

Ahora bien, para poder llevar un registro que indique tanto el capital pagado, como los intereses y el saldo al principio de cada periodo, formularemos una tabla llamada; *Tabla de amortización*.

Dicha tabla se podrá llenar de la siguiente manera:

a. Se encuentra el número de pagos necesarios para amortizar la deuda.

b. Se calcula el valor de los pagos "R", que constituyen una anualidad cuyo valor presente es el capital insoluto al inicio del plazo.

c. Obtener el interés sobre saldos ó capital insoluto.

La diferencia de los pagos "R" con el interés vencido será el capital pagado al final del periodo, que en consecuencia disminuirán tanto la deuda como el interés, y por ende, la cantidad destinada para disminuir la deuda aumenta en cada periodo.

4.2. TIPOS DE AMORTIZACIÓN.

4.2.1. AMORTIZACIÓN GRADUAL DE UNA DEUDA[6]

Es cuando el pago de una deuda se lleva a cabo de tal manera que la cantidad destinada a reducir el capital aumenta gradualmente, es decir, el abono se calcula mediante la fórmula del valor presente de una anualidad vencida. Cada abono efectuado se divide en dos partes: en primer lugar se pagan los intereses adeudados al momento en que se efectúa el pago y el resto se aplica a disminuir capital. Como cada pago reduce el capital, los intereses que se pagan en cada periodo van disminuyendo; por tanto, resulta evidente que la amortización gradual de una deuda se lleva a cabo calculando los intereses sobre el saldo.

Veamos un ejemplo para saber de que estamos hablando:

Juan Manuel realizó un préstamo por $6.000.000, y se va a realizar la amortización en 6 meses. La tasa de interés aplicada al préstamo es del 33% anual capitalizable mensualmente.

[6] Aguirre Héctor Manuel Vidaurri. Matemáticas Financieras. Página 324.

Solución:

Datos:

Valor del préstamo= $6.000.000, es decir el principal o valor presente.

Tasa nominal anual= 0,33

Capitalización = mensual, luego m = 12

Tiempo = 6 periodos de un mes, luego n= 6

Primer Paso:

Realizamos el cálculo del pago anual, para ello utilizaremos la formula de la anualidad vencida:

$$VPA = \frac{P.\ i}{1-(1+i)^{-n}}$$

Segundo paso:

Realizar la tabla de amortización donde se refleje los intereses pagados así, como el valor abonado al capital, periodo a periodo.

Realicemos estos pasos entonces:

$$VPA = \frac{\$6.000.000 * (0{,}33/12)}{1-(1+0{,}33/12)^{-6}}$$

$$VPA = \frac{\$6.000.000 * (0{,}0275)}{1-(1{,}0275)^{-6}}$$

$$VPA = \frac{\$165000}{1-(0.8497849136)}$$

$$VPA = \frac{\$165000}{0{,}1502150864}$$

$$VPA = \mathbf{\$1.098.424{,}95}$$

Lo anterior nos indica que mensualmente durante 6 meses, realizaremos un pago de $1.098.424,95.

En la tabla de amortización nos queda:

I 0,0275

Mes	Amortización	Intereses	Pago /cuota	Saldo Deuda
0				6.000.000,00
1	933.424,96	165.000,00	**1.098.424,96**	5.066.575,04
2	959.094,15	139.330,81	**1.098.424,96**	4.107.480,89
3	985.469,24	112.955,72	**1.098.424,96**	3.122.011,66
4	1.012.569,64	85.855,32	**1.098.424,96**	2.109.442,02
5	1.040.415,30	58.009,66	**1.098.424,96**	1.069.026,71
6	1.069.026,73	29.398,23	**1.098.424,96**	(0,01)

Lo anterior nos quiere decir que al mes 0, o al principio el saldo de la deuda es de $6.000.000, que es el valor prestado. En el mes 1, el valor de la cuota a pagar es de $1.098.424,96. El valor de los intereses resulta de multiplicar (interés simple) la tasa de interés mensual por el capital (préstamo), esto nos da un valor de $165.000. Este valor de los intereses se lo restamos al valor de la cuota a pagar y entonces dicha diferencia es el valor que amortizamos del capital: $933.424,96. Luego restamos al saldo de la deuda el valor amortizado y el resultante es el nuevo saldo insoluto o adeudado para el segundo mes: $5.066.575,04.

Este proceso se repite hasta cancelar (amortizar) el total de la deuda, que se hace al mes 6.

El sistema de amortización es gradual, porque el valor de los intereses disminuye mes a mes y la amortización al préstamo aumenta mes a mes. (Ver tabla del ejemplo).

Ahora inténtalo tú:

Susana pequeña empresaria contrae una deuda de $12.000.000 que debe amortizar en un año y medio, con pagos trimestrales iguales vencidos. Si la tasa de interés es del 16,4% anual capitalizable trimestralmente. Encuentre el valor del pago trimestral y elabore la tabla de amortización para Susana.

4.2.2. AMORTIZACIÓN CONSTANTE DE UNA DEUDA.

En este tipo de préstamos, el prestatario (deudor) se compromete a devolver todos los períodos la misma cantidad de capital, esto es, la cuota de amortización (A) se mantiene constante durante todo el préstamo.

Considerando que el importe del préstamo es Co (capital prestado), con un tipo de interés constante i, y amortizable en n períodos, en este caso debe cumplirse que:

A1 = A2 = A3 = ... = An = A

Es decir, en primer lugar se calcula todo lo que tenga que ver con las cuotas de amortización (abono a capital), a continuación los intereses y,

finalmente, los demás términos amortizativos. Veamos un ejemplo para comprender esto:

Cirilo ha realizado un préstamo en el Banco de su confianza por valor de \$21.000.000, a una tasa de interés del 11,3% anual, con pago de intereses trimestrales vencidos. El tiempo del préstamo es por 3 años.

Valor préstamo (Co) = \$21.000.000; Tasa anual = 11,3 %

Plazo del préstamo para devolverlo: 3 años.

Primer paso: determino el valor a amortizar del capital, y esto se realiza dividiendo el capital prestado entre el número de pagos a realizar en el total del tiempo del préstamo. (Tres años divididos en trimestres, son 12 trimestres en total, para nuestro ejemplo)

$$\text{Entonces Amortización(A)} = \frac{\text{Valor prestado}}{n}$$

$$\text{Amortización(A)} = \frac{\$21.000.000}{12}$$

$$\text{Amortización(A)} = \$1.750.000$$

Ahora calculamos los intereses y demás aspectos de amortización según muestra la siguiente tabla:

Préstamo	**$ 21.000.000,00**
Tasa anual	11,3%
Tasa trimestral	2,83%
Tiempo	3 años

Pagos Trimestrales

# de Pagos	Amortización	Intereses	Valor Cuota	Saldo Deuda
0				**$ 21.000.000,00**
1	$ 1.750.000,00	$ 593.250,00	$ 2.343.250,00	$ 19.250.000,00
2	$ 1.750.000,00	$ 543.812,50	$ 2.293.812,50	$ 17.500.000,00
3	$ 1.750.000,00	$ 494.375,00	$ 2.244.375,00	$ 15.750.000,00
4	$ 1.750.000,00	$ 444.937,50	$ 2.194.937,50	$ 14.000.000,00
5	$ 1.750.000,00	$ 395.500,00	$ 2.145.500,00	$ 12.250.000,00
6	$ 1.750.000,00	$ 346.062,50	$ 2.096.062,50	$ 10.500.000,00
7	$ 1.750.000,00	$ 296.625,00	$ 2.046.625,00	$ 8.750.000,00
8	$ 1.750.000,00	$ 247.187,50	$ 1.997.187,50	$ 7.000.000,00
9	$ 1.750.000,00	$ 197.750,00	$ 1.947.750,00	$ 5.250.000,00
10	$ 1.750.000,00	$ 148.312,50	$ 1.898.312,50	$ 3.500.000,00
11	$ 1.750.000,00	$ 98.875,00	$ 1.848.875,00	$ 1.750.000,00
12	$ 1.750.000,00	$ 49.437,50	$ 1.799.437,50	$ -

Para hallar los primeros intereses, multiplicamos el valor de la deuda por la tasa de interés periódica, en este caso por la tasa trimestral: (21.000.000 * 0,02825).

El valor de la cuota a pagar en el primer trimestre resulta de sumar al valor de la amortización los intereses ($1.750.000 + $593.250 = $2.343.250).

El saldo de la deuda resulta de restarle al valor inicial, la cantidad amortizada o pagada del capital prestado. Para el primer trimestre es: ($21.000.000 - $1.750.000= $19.250.000).

De la misma forma que se realizó el procedimiento anterior procedemos a calcular el resto de valores de la tabla.

ACTIVIDAD 9 – DE APLICACIÓN

Para realizar esta actividad te invito a que consultes primero en las entidades bancarias de tu localidad ¿cuales son los sistemas de amortización que utilizan?

1. Visitar el siguiente link: https://portalempresas.davivienda.com/, ingresa a simuladores, haz clic luego en simulador de crédito corporativo. Haz el cálculo con los datos que desees y verifica que tipo de amortización se ha realizado acorde a los conocimientos recientemente adquiridos.
2. Un padre preocupado por la seguridad de su familia, acude a un banco con el propósito de conseguir un préstamo para vivienda. La suma a la que aspira es de 75.000.000 de pesos. El banco de su confianza le realiza el préstamo por el 70% del valor solicitado. A una tasa del 13,6% efectivo anual. El plazo del préstamo queda a 10 años, con pagos iguales de amortización. El abono a capital e intereses del préstamo debe realizarse mensualmente. Indique:

- Tasa nominal anual y periódica.
- Valor de amortización mensual.
- Realice la tabla de amortización o simulación del préstamo.
- Cuál es el valor de la deuda al 3 año de haber efectuado el préstamo.

3. Patricia ha adquirido una deuda con el banco Davivienda para la compra de una camioneta último modelo. El valor del préstamo es de $65.000.000, la tasa fija durante el tiempo de cancelación de la deuda es de 13,8% anual. La amortización y los intereses se deben pagar cada dos meses (bimestralmente). El tiempo de duración de la deuda es de 5 años. Determine:
    1. El valor de la cuota por el método gradual de amortización
    2. Realice la tabla de amortización del préstamo.

UNIDAD 5:

- Valor presente neto.
- Tasa Interna de Retorno.

5. INTRODUCCIÓN EN LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN: VALOR PRESENTE NETO, TASA INTERNA DE RETORNO.

INTRODUCCIÓN

Al decidir realizar una inversión en la empresa se debe contar con la mayor cantidad de información para poder hacerlo minimizando los riesgos. Para decidir realizar una inversión, casi siempre pensamos en términos de análisis de la rentabilidad de las inversiones.

En las empresas, decidir si se realiza una inversión no es una decisión que se tome todos los días, no es algo tan cotidiano como facturar o comprar. Por eso, muchas empresas medianas suelen carecer de procedimientos de evaluación de las inversiones, lo que queda reservado para grandes empresas.

La evaluación de un proyecto de inversión, tiene por objeto conocer su rentabilidad económica financiera y social, de manera que resuelva una necesidad humana en forma eficiente, segura y rentable, asignando los recursos económicos con que se cuenta, a la mejor alternativa.

La evaluación de **proyectos**[7], se ha transformado en un instrumento prioritario, entre los agentes económicos que participan en la asignación de recursos, para implementar iniciativas de inversión; esta técnica, debe ser tomada como una posibilidad de proporcionar más información a quien debe decidir, así será posible rechazar un proyecto no rentable y aceptar uno rentable. La realización de proyectos de inversión es importante para el trabajo multidisciplinario de administradores, contadores, economistas, ingenieros, psicólogos, etc., con el objeto de introducir una nueva iniciativa de inversión, y elevar las posibilidades del éxito.

La evaluación de proyectos por medio de métodos matemáticos- Financieros es una herramienta de gran utilidad para la toma de decisiones por parte de los administradores financie-

[7] http://www.econlink.com.ar/proyectos-de-inversion

ros, ya que un análisis que se anticipe al futuro puede evitar posibles desviaciones y problemas en el largo plazo. Las técnicas de evaluación económica sonherramientasde uso general. Pueden aplicarse a inversiones industriales, de hotelería, de servicios, que a inversiones en informática.

Los métodos más utilizados para evaluar la viabilidad de una inversión son: el V.A.N. (Valor Actual Neto) y el T.I.R. (Tasa Interna de Rentabilidad). En los análisis de viabilidad también se incorporan otros indicadores como:

- I.R. (Índice de Rentabilidad). También llamado ratio ganancia coste que es el cociente entre el valor actualizado de los flujos netos de caja y la inversión realizada.
- Payback (Plazo de Recuperación). Que es el tiempo que tarda en recuperarse la inversión realizada

5.1. VALOR ACTUAL NETO.(VAN)[8]

Consiste en actualizar a valor presente los flujos de caja futuros, que va a generar el proyecto, descontados a un cierto tipo de interés (la tasa de descuento), y compararlos con el importe (valor) inicial de la inversión.

Para una tasa de actualización (r) constante, y una inversión a (n) años, siendo C el valor de la inversión y F los distintos flujos anuales se puede escribir así:

$$+ - VAN = \frac{F1}{(1+r)} + \frac{F2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{Fn}{(1+r)^n} - C$$

Para restablecer los signos en términos de igual consideramos que los que los desembolsos que señalan una salida de capital les aplicamos el signo negativo y los que constituyen ingresos o entradas tendrás signo positivo.

[8] **Tomado de http://webs.ono.com/martinpascual/pp6052_vantir.pdf**

Si obtenemos un VAN positivo, el análisis nos indicará que el valor actualizado de las entradas y salidas de la inversión proporciona beneficio, expresado por dicho importe a la fecha inicial por encima del que obtendríamos considerando esa inversión a un coste o rendimiento mínimo exigido (coste de oportunidad).

Sin embargo, si el VAN resulta negativo, indicará que a esa tasa de actualización se produce una pérdida en la cuantía que exprese el VAN.

Es decir, las inversiones con VAN positivo serían interesantes y aquellas en las que el valor fuera negativo serían rechazables. Además, será útil para clasificar las interesantes en función del mayor o menor valor neto, lo que nos proporcionaría su grado de interés.

La tasa de descuento aplicado para el cálculo del VAN tiene su importancia, ya que ***aumentará el valor*** del VAN **si reducimos el tipo de descuento** y lo **disminuirá si lo aumentamos**, aunque estas tendencias también dependerán de los vencimientos y los signos de los flujos de caja. Por ejemplo, una inversión que requiera un fuerte desembolso inicial y beneficios tardíos tendrá una estructura inversa a otra que obtenga beneficios en los primeros ejercicios y desembolsos posteriores.

IMPORTANTE:

Si VAN> 0: El proyecto es rentable, se acepta. Si VAN< 0: El proyecto no es rentable, se rechaza. A la hora de elegir entre dos proyectos, elegiremos aquel que tenga el mayor VAN.

La fórmula la podemos sintetizar en:

Dado que las tasas de descuento son distintas para cada año se aplica la siguiente formula:

VAN = - Inv. Inicial **+** + F1/(1+i)1 + F2/(1+i)2 + F3/(1+i)3 + Fn/(1+i)n

$$VAN = -A + \sum_{t=1}^{n} \frac{Qt}{(1+k)^t}$$

Donde:

A = desembolso inicial

Qt = flujo de tesorería en el período t

k = costo de capital

n = vida útil estimada para la inversión.

5.2. TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)

Es la tasa de retorno o tipo de rendimiento interno de una inversión; es decir, es aquel tipo de actualización que hace igual a cero el valor del capital.

Para la TIR, se aceptan los proyectos que permitan obtener una rentabilidad interna, superior a la tasa de descuento apropiada para la empresa, es decir, a su costo de capital. Este método suele usarse como complementario al VAN.

El VAN nos informa del beneficio absoluto que se va a obtener del proyecto de inversión. Así, entre varias opciones escogeremos aquélla cuyo VAN sea más alto, porque será la que nos proporcionará un beneficio más elevado.

En cambio, el T.I.R. nos informa de la rentabilidad de la inversión, por lo tanto, es un indicador relativo al capital invertido. Al escoger, lo haremos de aquella opción que nos producirá mayor beneficio por cada peso invertido.

IMPORTANTE:

Si TIR> a la tasa de descuento (r): El proyecto es aceptable. Si TIR< a la tasa de descuento (r): El proyecto no es aceptable. Es la tasa de descuento capaz de dar al proyecto un VAN que sea cero.

Formula de la TIR

Un proyecto de una inversión de 12.000:

	año 1	año 2	año 3	año 4	año 5
Flujo de caja neto	4.000	4.000	4.000	4.000	5.000

Para hallar la TIR hacemos uso de la fórmula del VAN, sólo que en vez de hallar el VAN (el cual reemplazamos por 0), estaríamos hallando la tasa de descuento.

Veamos:

VAN = BNA – Inversión

$0=4.000/(1+i)^1 +4.000/(1+i)^2 +4.000/(1+i)^3 +4.000/(1+i)^4 + 5.000 / (1 + i)^5 – 12.000$

i = 21%

TIR = 21%

Ahora Veamos un ejemplo sencillo de aplicación de VAN y TIR.

Una sociedad con una tesorería saneada se plantea la adquisición de un local comercial por $5.700.000,00. La sociedad ve la posibilidad de alquilar ese local a otras empresas por $370.000,00 anuales y crecerán en $20.000 por año hasta el quinto año. Se toma como tasa de descuento el I.P.C. (supuesto 3%); en el que la sociedad tiene pensado vender el local por $6.000.000,00.

Tasa de descuento	3%

Años	Pagos	Cobros	Resultado	Valor Actual
0	5.700.000,00		(5.700.000,00)	(5.700.000,00)
1		370.000,00	370.000,00	359.223,30
2		390.000,00	390.000,00	367.612,40
3		410.000,00	410.000,00	375.208,08
4		430.000,00	420.000,00	373.164,56
5		6.000.000,00	6.000.000,00	5.175.652,71
Totales	5.700.000,00	7.600.000,00	1.890.000,00	950.861,05
			T.I.R.	6,65%

Aplicando las fórmulas correspondientes, tendremos que:

La V.A.N. = $950.861,05

La T.I.R. = 6,65%

Otro ejemplo más realista:

La inversión que se va a realizar tiene una vida útil de 10 años y el desembolso inicial asciende a $4.000.000,00.

El Plan de Marketing realizado determina que los cobros que podrá conseguir la sociedad al finalizar el primer año serán de $1.000.000,00 y los pagos del mismo periodo ascenderán a $400.000,00.

Se estima una inflación anual (crecimiento anual) del 3,00% para cobros, mientras los pagos crecerán un 4,0% anual. La tasa de actualización anual considerada es del 6,00% anual.

Capital	4.000.000,00	**Tasa descuento**	6%	
Cobro inicial	1.000.000,00	**Tasa de pagos**	4%	
Pago inicial	400.000,00	**tasa de cobros**	3,00%	
		Tiempo	10	Años

Tasa de descuento		**6%**			
Años	**Capital**	**Pagos**	**Cobros**	**Resultado**	**Valor Actual**
0	**4.000.000,00**			(4.000.000,00)	(4.000.000,00)
1		400.000,00	1.000.000,00	600.000,00	566.037,74
2		416.000,00	1.030.000,00	614.000,00	546.457,81
3		432.640,00	1.060.900,00	628.260,00	527.499,21
4		449.945,60	1.092.727,00	642.781,40	509.143,07
5		467.943,42	1.125.508,81	657.565,39	491.371,11
6		486.661,16	1.159.274,07	672.612,91	474.165,56

ACTIVIDAD 10 – DE APLICACIÓN

Como práctica a estas nuevas competencias realiza los siguientes ejercicios:

1. Una Maquina tiene un costo inicial de $11.000.000 y una vida útil de 6 años, al cabo de los cuales su valor de salvamento es de $1000.000 Los costos de operación y mantenimiento son de $300.000 al año y se espera que los ingresos por el aprovechamiento de la maquina asciendan a $ 3.000.000 al año ¿Cuál es la TIR de este proyecto de inversión?
2. El Sr. Mario está evaluando la alternativa de instalarse con una fuente de soda. La inversión inicial que se requiere es de $ 5.000 y los beneficios netos durante 5 años sería de $ 2.000. El Sr. Mario piensa financiar este negocio con 60% de deuda que puede contratar al 20%; el resto lo financia con capital propio, cuyo costo alternativo es de 15% ¿Cuál es la tasa de descuento relevante para este señor?.
3. La compra de un camión para el transporte de minerales representa una inversión de $ 10.000. Al cabo de dos años el vehículo ya no sirve para esta tarea, pero puede liquidarse en $ 1.000. No obstante, la ley sólo permite depreciar $ 4.000 por año. Los costos de operar el camión son de $ 3.000 el primer año y $ 4.000 el segundo. Los ingresos por flete son de $ 11.000 cada año. La tasa de impuestos a las utilidades es de un 50%. El inversionista dispone de $ 6.000 para este negocio, pero no se decide porque tiene otro que le daría un 20% de rentabilidad anual. Los $ 4.000 restantes se pueden obtener a través de un crédito bancario al 15% anual. ¿qué recomendaría usted a este inversionista?. Considere que los intereses se pagan anualmente, pero el crédito se amortiza en una sola cuota al final del segundo año.

BIBLIOGRAFIA

- Alvarez Arango, A. & Ruíz R., H. (1999). Matemáticas financieras (2a ed.). Santafé de Bogotá: McGraw-Hill.
- Villalobos, J. & I.Pérez Huerta, M. (2007). Matemáticas financieras (3a ed.). México: Pearson.
- Principios de administración financiera. Lawrence J. Gitman. 11 Edición. Página 149.Editorial Pearson
- Cálculo Mercantil a su alcance. José Nivey Orego. Página 40. Editorial Norma Jhonny de Jesús Meza Orozco. Matemáticas Financiera Aplicadas. Página 277.
- http://www.econlink.com.ar/proyectos-de-inversion
- http://webs.ono.com/martinpascual/pp6052_vantir.pdf