

UNIVERSIDAD EMPRESARIAL SIGLO 21



# MATEMÁTICA FINANCIERA

*“Apuntes de Clase”*

*Autores:*

- **Julio Tortone.**
- **Gonzalo Murillo.**
- **Marcelo Filippo**

Año: 2004



**INDICE:**

**UNIDAD N° 1 La función financiera..... 3**

**UNIDAD N° 2 Operaciones Financieras. Interés y Descuento..7**

**UNIDAD N° 3 Anualidades. Valores Actuales y Finales.....52**

**UNIDAD N° 4 Sistemas de Amortización de Deudas.....78**

**UNIDAD N° 5 Herramientas para evaluar proyectos.....99**



# MATEMÁTICA FINANCIERA

## “ UNIDAD Nº 1 ”

### LA FUNCIÓN FINANCIERA

*Autores:*

- Julio Tortone.
- Gonzalo Murillo.
- Marcelo Filippo

Año: 2004

UNIDAD 1:

**PRIMERA APROXIMACIÓN A LA MATERIA:**

¿ Qué son las finanzas corporativas?: Si ustedes inician su propio negocio tendrán que responder a las siguientes preguntas:



- a) ¿Qué inversiones a largo plazo deberé emprender?, es decir, ¿ en que línea de negocios estará usted y qué tipos de edificios, maquinarias y equipos necesitará? **PRESUPUESTO DE CAPITAL**
- b) ¿ Dónde obtendrá usted el financiamiento a largo plazo que necesita para pagar la inversión?. ¿ Traerá a otros propietarios a la empresa o solicitará en préstamo los fondos necesarios? **ESTRUCTURA DE CAPITAL**
- c) ¿ Cómo administrará sus actividades financieras diarias, tales como las cobranzas a los clientes y los pagos a los proveedores? **ADMINISTRACIÓN DEL CAPITAL DE TRABAJO**

Estas no son las únicas preguntas que deberá responder pero están entre las más importantes. Podemos decir que las Finanzas Corporativas son el estudio de las formas en que se debe responder a estas tres preguntas. De aquí deducimos a la Matemática Financiera como una herramienta de las Finanzas Corporativas para la toma de decisiones en función a dar respuestas a estas tres grandes preguntas.

### **GERENTE FINANCIERO**

Es común en las grandes empresas que los accionistas no participen de manera directa en la toma de decisiones del negocio, particularmente en lo que se refiere a las decisiones diarias. En lugar de ello, la empresa emplea administradores, quienes tendrán como misión representar a los propietarios y tomar decisiones en función a sus intereses. En estos casos, el gerente financiero se encargará de responder las tres preguntas de las que se plantearon anteriormente.

La función de la administración financiera se asocia por lo general con un funcionario de nivel superior dentro de la empresa.

En función de las tres preguntas anteriores podemos decir que:

#### **Presupuesto de Capital:**

Es el proceso que se sigue para la planeación y administración de las inversiones a largo plazo de las empresas.



Con este presupuesto de capital, el administrador financiero trata de identificar las oportunidades de inversión que valen la pena para la empresa más que lo que representó su costo de adquisición.

**Estructura de Capital:** Es la mezcla de deuda a largo plazo y capital contable que mantiene una empresa para financiar sus operaciones. El gerente financiero tiene dos puntos de interés en esta área:

- ¿ Qué cantidad de dinero deberá solicitar la empresa en préstamo?. La mezcla de deuda y capital contable que se decida tener afectará tanto el riesgo como el valor de la empresa.
- ¿ Cuales serán las fuentes de fondos menos costosas para la empresa?

### **Administración del capital de trabajo:**

Es una actividad cotidiana que le asegura suficientes recursos para continuar sus operaciones o evita costosas interrupciones. Es el Activo corriente – Pasivo Corriente.

Algunas de las preguntas acerca del capital de trabajo que debemos responder son:

- ¿ Qué cantidad de efectivo o de inventarios requerimos tener a la mano?
- ¿ Nos conviene hacer ventas a créditos?, si es sí, ¿ a qué plazos?
- ¿ Cómo obtendremos cualquier financiamiento a corto plazo que necesitemos?, ¿ Compraremos a crédito o solicitaremos fondos en préstamo a corto plazo para pagar al contado?. ¿ Si solicitamos créditos a corto plazo, en donde lo realizaremos?.

### **METAS DEL GERENTE FINANCIERO**

Si suponemos que nos movemos dentro de las empresas con fines lucrativos, la meta del gerente financiero es ganar dinero o añadir valor a la empresa para los propietarios. Existen muchas metas posibles:

- Supervivencia de la empresa
- Evitar la quiebra
- Derrotar a la competencia
- Maximizar las ventas o la participación en el mercado
- Minimizar los costos
- Maximizar las utilidades
- Mantener un crecimiento uniforme de las utilidades.



Podemos decir que el gerente financiero toma decisiones para los accionistas de la empresa, para ello es más conveniente preguntarle a los accionistas ¿ cuál sería una buena decisión del gerente financiero?

De esta manera podemos decir que **la meta del gerente financiero es maximizar el valor actual por acción del capital existente.**

Pero siempre el gerente financiero actuará en función de los intereses de los accionistas, la relación que existe entre los accionistas y el administrador financiero se lo denomina **relación de agencia**. Y aquí surgen algunos conflictos, como por ejemplo si un proyecto nuevo es muy arriesgado pero nos otorgaría un gran valor a la empresa, los accionistas estarían muy interesados en realizarlo porque sus acciones aumentarían de valor, pero el gerente financiero no se verá muy entusiasmado debido a que el riesgo de que salga mal es alto y pone en riesgo su trabajo.

### **Objetivo de la empresa**

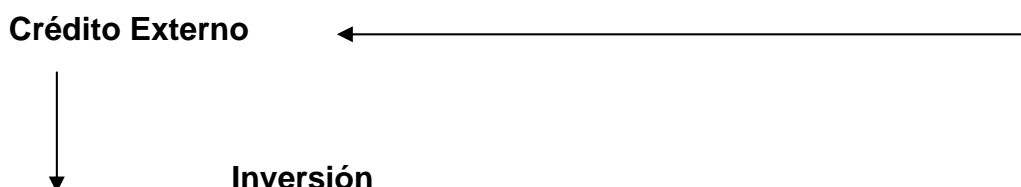
Toda empresa persigue el lucro como fin último, de lo contrario no sería empresa. Por supuesto que existen otros objetivos que hacen al funcionamiento de la empresa, tales como: tener excelencia en calidad, lo que puede generar grandes costos adicionales pero cuya finalidad, a la larga, es posicionarse en el mercado con esa excelencia, y de ese modo vender más, lo que en definitiva otorga mayor ganancia.

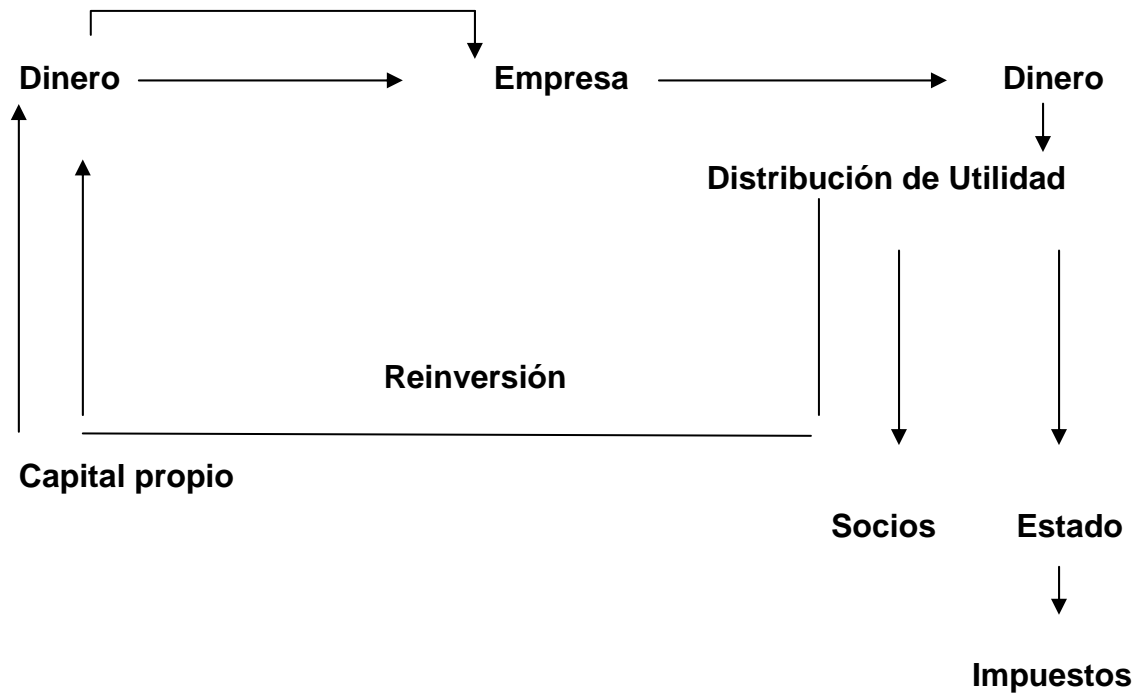
Del próximo gráfico podremos observar que el área de trabajo del gerente financiero es:

- Aplicación de los fondos: Inversión
- Obtención de los fondos: financiación
- Distribución de los fondos: distribución de utilidades.

### **Circuito financiero de la empresa**

Podemos decir que el ámbito de trabajo de la gestión financiera se encuentra en la empresa, y al circuito financiero podemos verlo gráficamente así:





## MATEMÁTICA FINANCIERA

### “ UNIDAD Nº 2 ”



# **OPERACIONES FINANCIERAS:** **INTERÉS Y DESCUENTO**

*Autores:*

- **Julio Tortone.**
- **Gonzalo Murillo.**
- **Marcelo Filippo**

**Año: 2004**

## **UNIDAD Nº 2: OPERACIONES DE INTERÉS**

### **CAPITALIZACIÓN**

Cuando una persona posee un excedente de dinero, lo invierte en alguna alternativa financiera con el objetivo, muchas veces, de obtener una rentabilidad. Surgen entonces dos conceptos bien definidos:

- 1) Valor presente
- 2) Valor Futuro

El primero de ellos hace referencia a la suma de dinero que la persona deposita, por ejemplo en un plazo fijo. Este concepto se conoce como CAPITAL.

El segundo, el valor en el futuro o también MONTO, se corresponde al importe que la persona recibirá luego de adicionarle la rentabilidad obtenida durante un período determinado.





Esa rentabilidad se denomina, en el terreno de las matemáticas financieras, INTERÉS. Cuando ese rendimiento hace referencia a la ganancia obtenida por una unidad de capital en una unidad de tiempo considerada, estamos frente a una TASA DE INTERÉS.

**Ejemplo:**

Un banco le ofrece como alternativa de inversión, depositar \$ 15000 a un rendimiento mensual de 1%. Esto le permitirá a Ud. Acumular al cabo de 6 meses \$ 450 de ganancias.

Ante este ejemplo, el importe de \$ 15000 es capital, el rendimiento mensual del 1% se conoce como razón. La tasa de interés es del 0,01. El interés es el rendimiento obtenido por el capital, es decir \$ 450.

Bajo este concepto de capitalización, nos encontraremos con dos leyes financieras:

- Capitalización Simple
- Capitalización Compuesta

**Capitalización Simple**

Es la ley financiera mediante la cual los intereses de cada período de capitalización no se agregan al capital a la hora de calcular los intereses del período siguiente, por lo que siempre el interés se calcula sobre el valor capital depositado en el primer momento.

Podemos representar gráficamente la capitalización simple a partir de la siguiente forma:

Co: Capital Inicial

n = Duración de la operación ( número de períodos)

i = Tipo de interés en tanto por 1, que representa la cantidad de dinero que se obtiene por cada peso invertido en un período.

I = Interés para un período, que para el caso de la capitalización simple, es constante para cada período, siendo su valor igual a Co \* i.

It = Interés total, siendo su valor igual a la suma de los intereses de cada período.

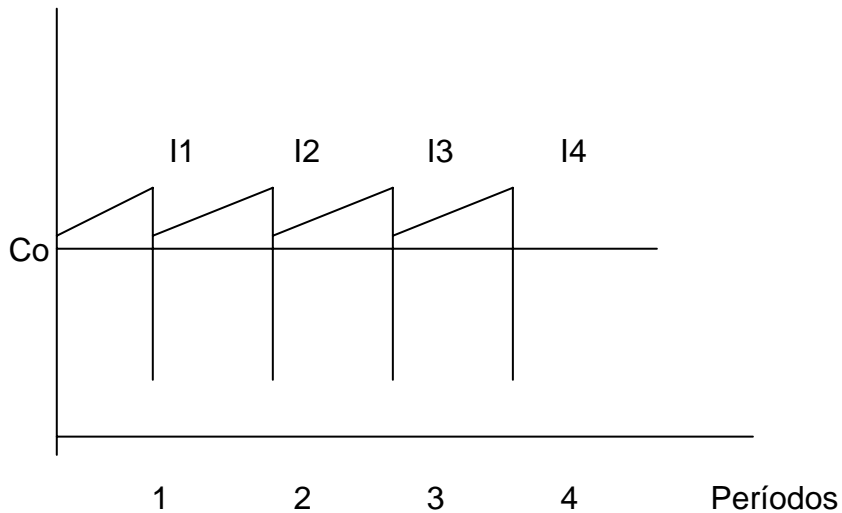
$$It = I + I + I + \dots + I = I * n.$$



$C_n$  = capital final o monto. Suma del capital inicial más los intereses.

$$C_n = C_o + I_t$$

Capital



Fórmulas para calcular los distintos conceptos:

**Capital final o monto:**

$$C_n = C_o + I_t$$

$$C_n = C_o + I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$$

$$C_n = C_o + (C_o * i) + (C_o * i) + (C_o * i) + \dots + (C_o * i)$$

$$C_n = C_o + C_o * i * n$$

$$C_n = C_o * (1 + i * n)$$

**Capital Inicial:**

$$C_o = C_n / (1 + n * i)$$

**Intereses Totales:**

$$I_t = (C_n - C_o) \text{ ó } I_t = C_o * n * i$$

**Cálculo de la tasa de interés:**



$$i = It / (Co * n) \text{ ó } i = (Cn - Co) / (Co * n)$$

### Cálculo del tiempo:

$$n = It / (Co * i)$$

### Ejemplo a desarrollar en clase:

- 1) Determine cuál será el rendimiento mensual de un capital de \$ 1000, si al cabo de 6 meses hemos acumulado \$ 60 de ganancia.

### Relación entre el tiempo y la tasa de Interés

Es necesario advertir que la tasa de interés ( i ) y el tiempo ( n ) deberán hacer referencia a las mismas unidades de capitalización, por lo que si hablamos de un 4% de interés anual en las anteriores fórmulas ( 0,04 anual – en tantos por uno ), no podemos establecer un tiempo de 4 meses; así, se ha de proceder a transformar el tiempo en años o el tipo de interés en meses ( es decir, se buscará hacer coincidir las unidades de tiempo, tanto para i como para n).

### Tasas equivalentes. Tasas proporcionales

En la actualidad, las entidades financieras y comerciales han optado por informar las tasas de interés utilizando calificativos tales como, TASAS EFECTIVAS, TASAS NOMINALES , Tasa efectiva mensual, tasa anual, tasa equivalente anual. Esto dificulta mucho el cálculo de los distintos valores ( monto, interés, etc) para aquellas personas con escaso conocimiento sobre la materia.

### Tasas proporcionales:

Una tasa es proporcional a otra, cuando éstas corresponden a períodos distintos, y la relación entre una y otra es igual a la relación que existe entre la unidad de tiempo de una y otra. Por ejemplo, una tasa anual es proporcional a una tasa mensual, cuando la tasa anual es doceavas partes mayor a la tasa mensual ( esto es porque en el año existen 12 meses).



**Tasas Equivalentes:**

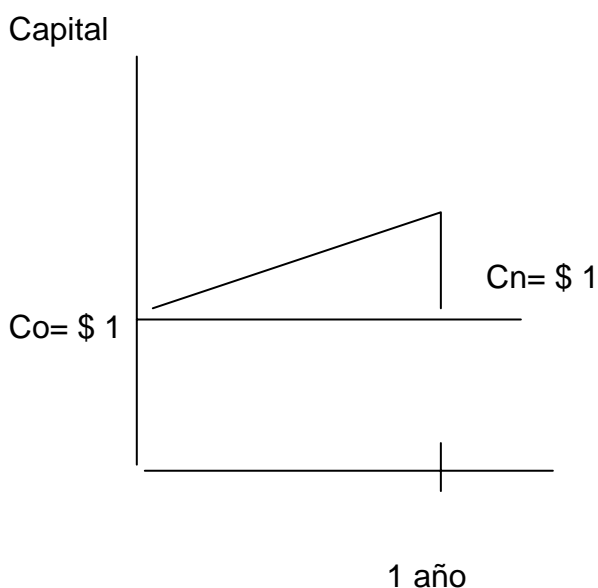
Se denomina tasa equivalente a aquella que, aplicada a un capital, produce idéntico monto o valor final durante el mismo intervalo de tiempo, aunque se refieran a diferentes períodos de frecuencia de capitalización.

Gráficamente utilizamos los siguientes elementos:

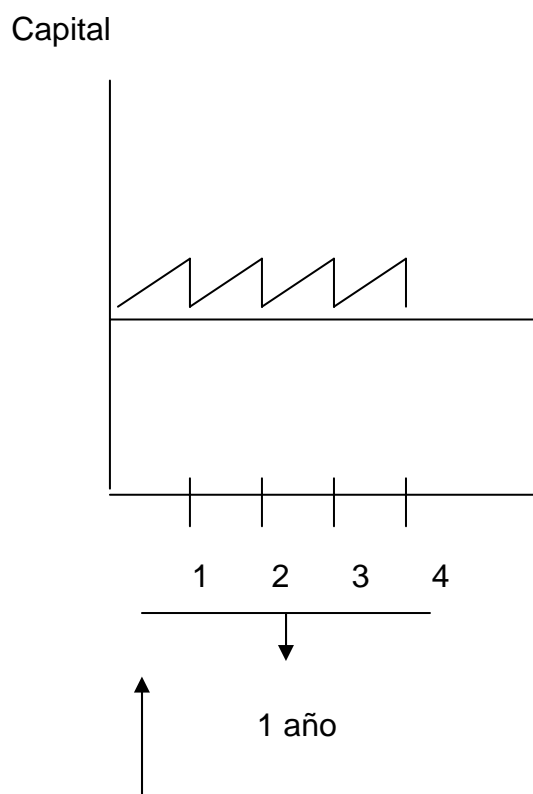
$m$   
 $i$  : tasa de interés equivalente de un período fraccionado.

$i$  : Tasa de interés

$m$ : Frecuencia de fraccionamiento o número de veces que está incluido el  $i(m)$  en el  $i$ .



**Capitalización de \$ 1 a una tasa anual**  
 .



**Capitalización de \$ 1 a una tasa fraccionada  $i(m)$**

Esto es puesto que:

$$i = m * i(m)$$

e

$$i(m) = i/m$$



entonces podemos decir que si reemplazamos a  $i(m)$  por su igual obtenemos que:

$$i = m * i/m$$

se simplifica  $m$  y nos queda que:  $i = i$

**“ En capitalización simple las tasas proporcionales también son equivalentes “.**

Prácticos a desarrollar:

- 2) Supongamos que Usted acaba de realizar un depósito en una entidad bancaria por la suma de \$ 2.000.000. El banco le ha informado que le pagará una tasa de interés anual del 0,145 ( o 14,50% anual) con capitalización simple. Si usted decide mantenerlo depositado durante 4 años, cuál será el valor final o monto obtenido?
- 3) Veamos ahora, que sucede cuando usted debe determinar el monto o valor final de un capital depositado de \$ 2.407.875 al 0,115 de tasa de interés anual, colocado durante:
  - 3 semestre
  - 5 meses
  - 2 trimestres
  - 4 semanas
  - 215 días.
- 4) Dos socios decidieron colocar unas ganancias de 2.754.000 en una inversión a 1 año. El capital obtenido fue de \$ 3.125.470 tras ser descontados \$ 12500 de gastos varios. ¿Cuál fue el rendimiento obtenido? ¿Cuál fue el rendimiento sin gastos?
- 5) Un capital colocado al 0,10 anual durante un tiempo se transformó en \$ 8.257.881, pero si hubiera estado colocado al 0,15 anual durante el



mismo período se hubiera transformado en \$ 9.958.033. Calcule el importe del capital y el tiempo que estuvo colocado.

### Capitalización Compuesta:

La otra ley financiera que habíamos enunciado, era la capitalización compuesta. En este caso, el más utilizado en la actualidad por las entidades financieras y comerciales, los intereses de cada periodo de capitalización se agregan al capital para calcular los intereses del período siguiente. Nótese la diferencia con el esquema de capitalización simple, donde el interés siempre se calcula sobre el valor del capital inicial, mientras que ahora el interés se acumula al capital para transformarse en la base para determinar los intereses del periodo siguiente.

Si denominamos:

Co: Capital inicial

n : Duración de la operación

i : Tasa de interés. Representa la cantidad de dinero que se obtiene por la inversión de un peso en un período.

Cn : Capital final

Los posibles cálculos a realizar serán:

#### Capital final o monto:

Para calcular el monto, que es igual a la suma del capital inicial más los intereses generados durante el transcurso de la operación, tendremos:

#### Primer período:

$$C1 = Co + I1 = Co + Co * i = Co * ( 1 + i)$$

#### Segundo período:

$$\begin{aligned} C2 &= C1 + I2 \\ &= C1 + C1 * i \\ &= C1 * ( 1 + i ) \\ &= Co * ( 1 + i ) * ( 1 + i ) \\ &= Co * ( 1 + i )^2 \\ &= Co * ( 1 + i ) \end{aligned}$$



Para el período  $n$  podemos decir que:

$$C_n : C_0 * (1 + i)^n$$

Conclusión entre la Capitalización Simple y Compuesta:

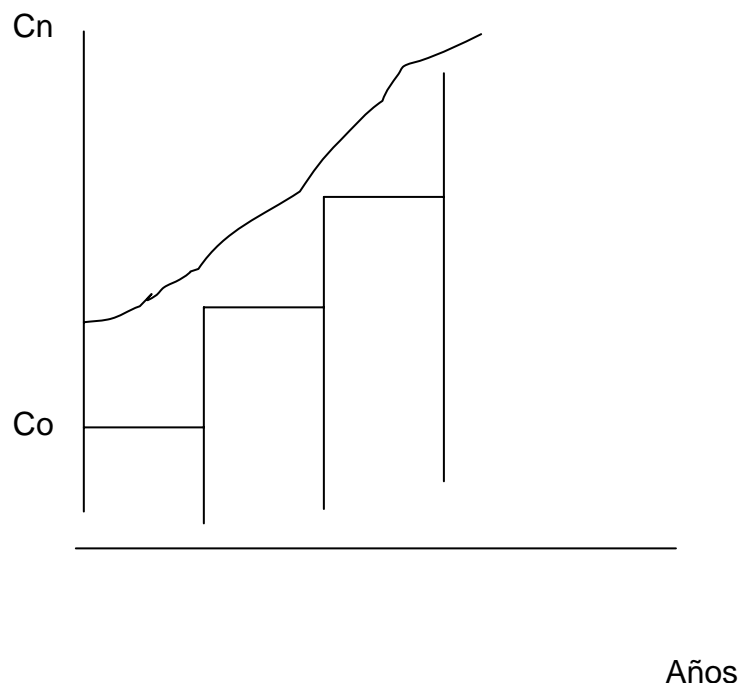
Se puede observar claramente la diferencia entre capitalización simple y compuesta.

En el primer caso, los intereses surgen de multiplicar la tasa de interés por el mismo capital. Ahora, los intereses del primer período se suman al capital para formar parte del capital del primer período sobre el que se calcularán los intereses del segundo, y así sucesivamente.

Gráficamente:

Podremos observar ahora, un comportamiento exponencial de la curva que se visualiza en el grafico.

**Gráfico**



Capital inicial o valor actual

Sabiendo que  $C_n = C_0 * (1 + i)^n$ , y despejando  $C_0$  resulta que



$$C_o = C_n / (1 + i)^n$$

La expresión  $1 / (1 + i)^n$  recibe el nombre de factor de actualización, puesto que al aplicarla sobre el capital obtenemos el valor del capital actual.

Ejercicios a desarrollar en clase:

- 6) Calcule el valor final de \$ 1200 colocados a un 0,11 anual en capitalización compuesta durante 6 años.
- 7) Calcule el valor del capital que, colocado a un 0,11 anual durante 4 años, produjo un capital final o monto de \$ 1230.
- 8) A qué tasa de interés estuvo colocado un capital de \$ 1350 que generó unos intereses de 360 durante 5 años, siendo su capitalización anual.
- 9) Determine el tiempo necesario para que un capital inicial de \$ 556,82, produzca un monto de \$ 860,63 si el tipo de interés aplicado es del 0,115 anual.
- 10) Si una persona deposita un capital de \$ 5.000, en un banco durante 1 mes. El cual le ofrece una tasa del 0.03 por ese período. Determine que importe retirará la persona transcurrido el mes.
- 11) Si una persona retiró del banco \$ 2.500, se sabe que el dinero estuvo depositado durante 4 meses. La tasa de interés que otorgo el banco fue del 0.019 mensual. Determine que el monto del depósito sabiendo que la capitalización fue mensual.
- 12) Durante cuanto tiempo estuvo depositado un capital de \$ 23.600, si al momento de retirarlo se obtuvo un valor de \$ 32.500, se sabe además que la tasa de interés fue del 0.019 mensual.
- 13) Calcular el valor que se depositó hace 4 meses, si en ese plazo se obtuvo un monto de \$ 2.355, se sabe que el banco pagó una tasa bimestral de interés del 0.022.





14) Se realiza un depósito de \$ 4.890 en una institución financiera durante 4 meses, nos ofrecen una tasa del 0.028 mensual. Calcular el valor final de dicho depósito.

15) A qué tasa de interés fue colocado un capital de \$ 1.680 para obtener al cabo de dos años un monto de \$ 2.430, sabiendo que la capitalización se efectuó mensualmente.

### Tasas Equivalentes a Interés Compuesto

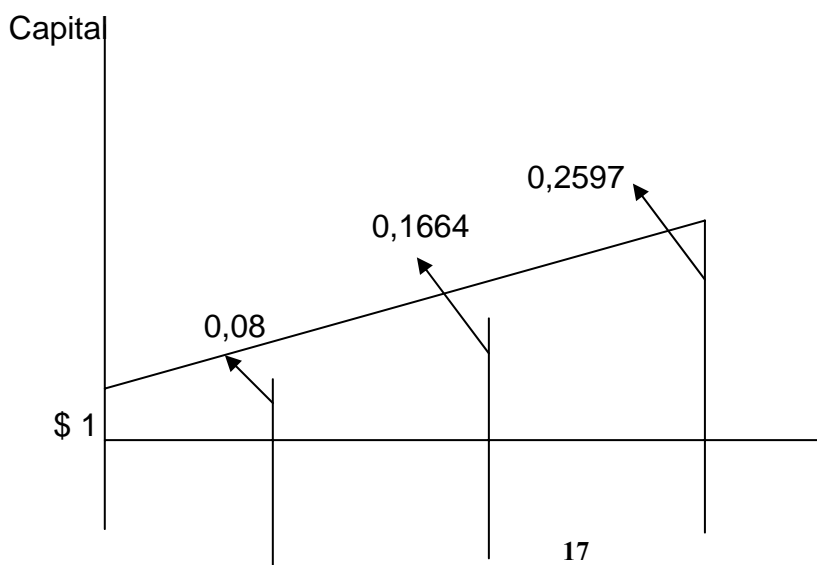
Si sabemos que las tasas equivalentes son aquellas que aplicadas a un capital, producen idéntico monto durante el mismo intervalo de tiempo, aunque se refieran a diferentes períodos de capitalización.

Ejemplo: Si tenemos un capital de \$ 500 que es colocado a un interés del 8% (es decir que la tasa de interés es del 0,08), mensual durante 3 meses. Por lo tanto tenemos lo siguiente:

- Co: Capital al momento 0: \$ 500
- i : 0,08 mensual
- Plazo: 3 meses

Período	Co	Int.	Int. Acumul.	Cn	Int. Am/Co1
1	500	40	40	540	0,08
2	540	43,20	83,20	583,20	0,1664
3	583,20	46,65	129,85	629,85	0.2597

Esto gráficamente lo podemos mostrar como:





---

1                      2                      3 Tiempo ( meses )  
Observando el cuadro planteamos dos operaciones:

- 1) Operación A: Depositar \$ 500 al 0,08 mensual durante 3 meses.
- 2) Operación B: Depositar \$ 500 al 0,2597 trimestral, durante 1 trimestre.

Resolución:

- 1)  $C_3: 500 * ( 1+0,08 )^3 : \$ 629,85$
- 2)  $C_3: 500 * ( 1+0,2597 )^1 : \$ 629,85$

Podemos ver que estas dos operaciones producen un rendimiento igual, es decir son EQUIVALENTES.

**¿ Por qué estas dos tasas son equivalentes entre sí ?**

- Tienen distintas unidades de tiempo ( 0,08 es mensual, y 0,2597 es trimestral)
- Con ambas tasas, el monto, al cabo del mismo tiempo, es el mismo.

Podemos decir entonces que dada una tasa de interés con una unidad de tiempo podemos determinar infinitas tasas equivalentes a ella, tantas como unidades de tiempo distintas de la unidad de tiempo de la tasa dada.

**La fórmula para calcular la tasa equivalente la podemos deducir de lo siguiente:**

Si buscamos la tasa equivalente trimestral ( $i_3$ ) a la tasa  $i = 0.08$  mensual decimos que:

$$( 1 + 0,08 )^3 = ( 1 + i_3 )^1$$

despejando  $i_3 = ( 1 + 0,08 )^{3/1} - 1$

generalizando:



**Tasa Equivalente im :  $(1 + i)^m - 1$**

Donde m en el exponente puede ser entero o fraccionario y nos indica la cantidad de veces que la unidad de tiempo de la tasa buscada im, contiene a la unidad de tiempo de la tasa dada i.

Por ejemplo:

Si me dan como dato una tasa equivalente anual del 0,28 y necesitamos encontrar la tasa mensual equivalente a esa tasa anual, es decir, buscamos una tasa im tal que:

$$(1 + im)^{12} = 1 + 0,28$$

si despejamos  $im: (1 + 0,28)^{1/12} - 1 = 0,0208$

= u de t de la tasa buscada  
 = u de t de la tasa dada

Esta tasa del 0,0208 es mensual y nos produce el mismo rendimiento capitalizándolo por 12 unidades de tiempo, que la tasa del 0,28 anual.

Se verifica que:

$$(1 + 0,0208)^{12} = (1 + 0,28)^1$$

**Ejercicio resuelto:**

¿Qué tasa de interés a) mensual, b) anual, c) trimestral, d) para 45 días nos deberá pagar el banco para equiparar al rendimiento del 0,06 semestral que nos ofrecen las obligaciones negociables que se adquieren en la bolsa de comercio?

a)  $i$  1 mes =  $(1 + 0,06)^{1/6} - 1 = 0,0098$

b)  $i$  un año (12 meses):  $(1 + 0,06)^{12/6} - 1 = 0,1236$

c)  $i$  trimestre (3meses):  $(1 + 0,06)^{3/6} - 1 = 0,0296$

d)  $i$  45 días :  $(1 + 0,06)^{45/182,50} - 1 = 0,0145$



**Tasa Nominal Anual ( TNA)**

Normalmente, tanto banco Central como los bancos en general establecen una tasa de interés anual, aunque los intereses se paguen o capitalicen en períodos menores al año. Esta tasa anual que **enuncian** o nombran, es **proporcional** a la unidad de tiempo de la tasa de interés real que rige la operación.

De esta forma, dada:

- Una tasa  $i$  mensual.....su TNA =  $i \times 12$
- Una tasa  $i$  bimestral..... su TNA =  $i \times 6$
- Una tasa  $i$  trimestral..... su TNA =  $i \times 4$
- Una tasa  $i$  semestral..... su TNA =  $i \times 2$
- Una tasa  $i$  para 45 días..... su TNA =  $\frac{i}{45} \times 365$

A la tasa nominal anual, se la simboliza  $i_m$ , aunque su cálculo sea  $TNA = i \times m$  y

despejando podemos obtener  $i$  a partir de  $i_m$  :

$$i = \frac{i_m}{m}$$

No olvidemos que la tasa de interés que rige las operaciones es la tasa de interés  $i$ , el rendimiento efectivo lo determina la tasa  $i_m$ , y para un periodo diferente de la unidad de tiempo, el rendimiento estará dado por la tasa equivalente a esa tasa  $i_m$ , siendo la TNA sólo una tasa de nombre, la cual deberá aclarar a qué unidad de tiempo corresponde la tasa de interés  $i$ .

Si observamos una pizarra de un banco, seguramente veremos algo así:

Plazo ( u de t)	TNA	TEA
30 días	20 %	21,94%
60 días	20,5%	22,34%
90 días	21%	22,72%
120 días	21,5%	23,09%

Tenemos una TNA con capitalización cada 30 días, por lo tanto la tasa  $i$ :



$$i = 0,20 / 365 \times 30 = 0,0164 \text{ ó } 1,64\%$$

$$\text{y la TEA: } (1 + 0,0164)^{365/30} - 1 = 0,2194 \text{ ó } 21,94\%$$

Podemos observar que para determinar el verdadero rendimiento de esta alternativa, hemos tenido que encontrar la tasa  $i$ , además para determinar el rendimiento anual, éste está dado por la TEA y no por la TNA, siendo ésta solo una tasa de nombre.

Si observamos el cuadro podemos ver que la TEA es mayor que la TNA, ya que la primera tiene en cuenta la capitalización de los intereses, en cambio la TNA no lo hace.

Si la TNA para 60 días fuera también del 20%, tendríamos que:

$$i: 0,20/365 \times 60 = 0,032877 \text{ y la TEA} = (1 + 0,032877)^{365/60} - 1 = 21,75\%$$

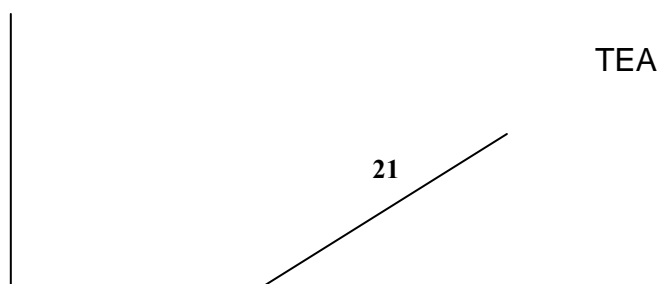
Podemos ver que la TEA para 60 días es menor que para 30 días (1,94%), esto es porque capitaliza menos veces, la de 30 días capitaliza 12,16 veces en el año (365/30), y ésta lo hace 6,08 veces (365/60).

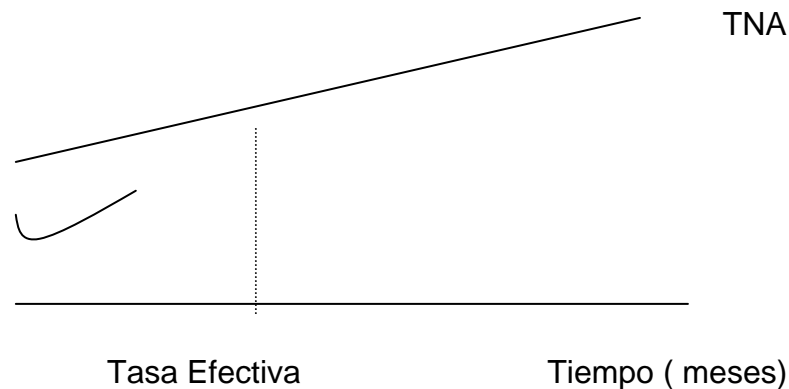
### Generalizando podemos Concluir en :

- 1) La TNA es una tasa proporcional y por lo tanto menor que la tasa equivalente anual, para la misma tasa  $i$ .
- 2) La TEA será mayor cuando menor sea el periodo de capitalización de la tasa  $i$ .

### Graficando la relación entre la TNA y la TEA, obtenemos:

Capital





**Comparación entre la tasa de interés nominal y efectiva:**

En algunos casos puede ser interesante calcular la tasa de interés efectiva en función de la tasa nominal, sobre todo en aquellos casos en que queremos comparar distintas alternativas de inversión y en una conozcamos la tasa nominal y en otras la efectiva.

Para ello bastará sustituir en la fórmula de equivalencia de tasas el valor im por el correspondiente valor de tasa nominal. Es decir:

$$i: (1 + im)^m - 1 ; \text{ como } im: \frac{i}{m}$$

entonces:

$$i: (1 + \frac{i}{m})^{m * m} - 1$$

**Comparación entre capitalización simple y compuesta:**

Capitalización simple: **Cn = Co \* (1 + i \* n)**

Capitalización Compuesta: **Cn = Co \* (1 + i)^n**



La diferencia se manifiesta, por lo tanto, en los factores de capitalización  
 $(1 + i * n)$  para la simple y  $(1 + i)^n$   
 $(1 + i)$  para la compuesta.

Dando valores a ambas expresiones, coinciden para  $n = 0$  y  $n = 1$ ,  
 siendo diferentes para los restantes valores. Ahora bien para:

$$0 < n < 1, (1 + i * n) > (1 + i)^n$$

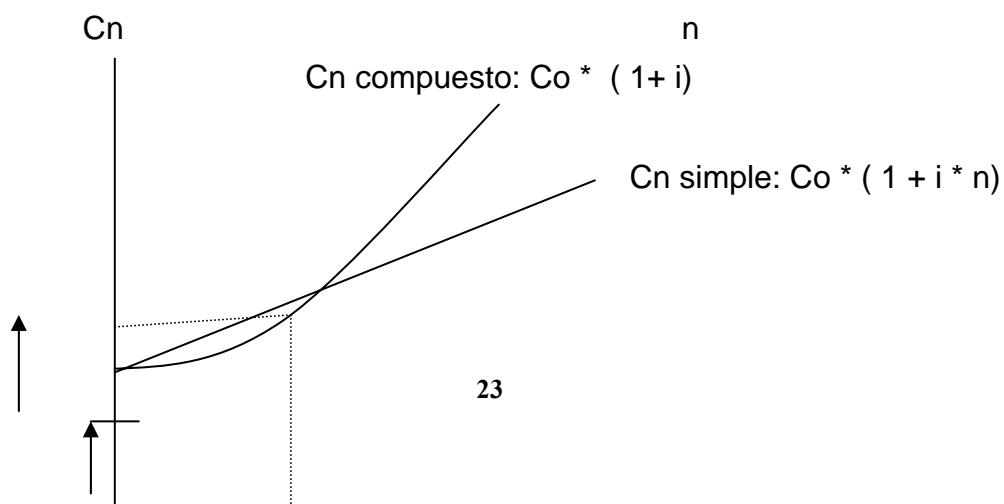
$$n > 1, (1 + i * n) < (1 + i)^n$$

Podemos concluir:

Que el monto obtenido en la capitalización simple es superior al de la  
 compuesta para periodos inferiores a la unidad de capitalización y viceversa.

También es conveniente resaltar que en las operaciones inferiores a la  
 unidad de capitalización es conveniente aplicar capitalización simple, y en la  
 superiores es conveniente aplicar la capitalización compuesta.

Este concepto se grafica a continuación:





**Ejercicios para resolver :**

**Ej. N° 16:**

Calcule la tasa anual equivalente correspondiente al 0,01 efectiva mensual.

**Ej. N° 17:**

Cuál será el interés efectivo trimestral si la TEA es del 0,12.

**Ej. N° 18:**

Calcule el interés nominal anual correspondiente al 0,06 efectivo semestral.

**Ej. N° 19:**

Por depósitos a plazo fijos se publican en la pizarra del banco las siguientes tasas:

- 17% TNA con capitalización mensual.
- 18% TNA con capitalización bimestral.
- Calcular las tasas equivalentes que corresponden.
- Para el ahorrista ¿cuál es la mejor alternativa de inversión?

**Ej. N° 20:**

¿Qué tasas nominales anuales debería publicar una institución financiera a sus clientes que opera con las siguientes tasas de interés?

- 0,01 para 30 días
- 0,0215 para 60 días
- 0,07 para 180 días

**Ej. N° 21:**





Si la tasa de interés nominal anual es del 0,12 en una operación con capitalización mensual, ¿Cuál será la TEA?.

**Ej. N° 22:**

Un banco ofrece una TNA del 0,30: a) cuál es la tasa de interés que rige, si la capitalización es mensual, bimestral, trimestral? B) Cuál es la tasa equivalente anual para cada una de las alternativas?

**Ej. N° 23:**

Calcule la tasa equivalente anual aplicada a \$100.000 para generar \$ 24.000 de interés durante 14 meses si la capitalización es mensual.

**Ej. N° 24:**

Don Pedro T. desea disponer dentro de 15 años de \$ 20.000, si la tasa de interés que le aplica el banco es del 0,09 nominal anual, con el pago de intereses mensuales ¿Qué cantidad tendrá que ingresar hoy al banco?

**Ej. N° 25:**

Conociendo que la tasa de interés mensual que ofrece el banco a sus inversores es del 0,014 mensual, determinar la tasa anual equivalente TEA, y la TNA, con capitalización mensual.

**Ej. N° 26:**

Calcule el monto de \$ 100.000 en 10 años, si el tipo de interés anual es del 0,06 y las capitalizaciones, en un caso, son semestrales y en otros trimestrales.

**Ej. N° 27:**

Habiendo realizado un depósito el día 15 de abril de \$ 4500, se retiraron \$ 4650 el día 10 de mayo. Calcular:

- a) La tasa de interés de la operación
- b) Definir la unidad de tiempo.
- c) La tasa equivalente para 30 días.



**Ej. N° 28:**

Una entidad A ofrece un préstamo \$ 100000 y al cabo de 6 meses el deudor deberá devolver \$ 110000. Otra entidad B ofrece préstamos al 26% nominal anual con capitalización bimestral. Determine ¿Qué operación es más conveniente para el deudor?

**Ej. N° 29:**

Un señor depositó \$ 25.000 y al mes obtuvo \$ 25.900, determine:

- Cual fue la tasa de interés que obtuvo este capital.
- Cual fue la unidad de tiempo de la operación.
- Cual fue el interés obtenido.

**Ej. N° 30:**

Una institución bancaria ofrece una Tasa Equivalente Anual de interés del 0.25 con capitalización mensual. A partir de esta tasa determine:

- La tasa equivalente mensual de interés.
- La tasa equivalente semestral de interés.
- La tasa equivalente para 7 días.
- La tasa efectiva de interés

**Ej. N° 31:**

A partir de una TNA de interés del .024 con capitalización bimestral determine:

- La tasa mensual de interés.
- La tasa efectiva de interés.
- La TNA de interés capitalización 15 días.
- La Tasa Equivalente Anual de interés capitalización trimestral.
- TNA de interés con capitalización bimestral.

**Ej. N° 32:**

Piense la siguiente situación: Ud., posee \$ 50.000 y decide depositarlos en una entidad bancaria, a que Tasa los depositaría:

- 18% TEA con capitalización bimestral.
  - 17,5% TEA con capitalización trimestral.
  - 22% TEA con capitalización anual.
  - 22% TEA con capitalización 15 días.
- Explique el por qué de su decisión.



**Ej. N° 33:**

Determine que opción elegiría si las tasas fueran Nominales:

- a) 18% TNA con capitalización bimestral.
  - b) 17,5% TNA con capitalización trimestral.
  - c) 19% TNA con capitalización semestral.
  - d) 22% TNA con capitalización anual.
  - e) 22% TNA con capitalización 15 días.
- Explique el por qué de su decisión.

**Ej. N° 34:**

Un señor depositó \$ 250.000 en una entidad financiera, que le ofrece una Tasa Equivalente Anual de interés del 0.23. Si deja depositado el dinero durante un año y medio y la capitalización es mensual, calcular:

- a) El monto finalmente retirado.
- b) Cual hubiera sido el monto retirado si la capitalización hubiese sido trimestral.
- c) Analizando el ejercicio, cuando trabajamos con tasas equivalentes, conviene depositar con una capitalización mensual o trimestral.

**Ej. N° 35:**

Un estudiante espera recibirse el 1° de diciembre y piensa realizar una gran fiesta. Con \$ 300 planea realizar un gran asado con cuero, además destinará \$ 250 para la bebida y \$ 180 para el cotillón. Determine cuanto deberá depositar en el banco, tres meses antes, el día 1° de septiembre para afrontar los gastos de la fiesta. Se sabe que el banco otorga una TEA de 0.2360 capitalización trimestral.

**Ej. N° 36:**

Juan desea casarse dentro de un año. Para afrontar los gastos del casamiento depositó hoy en un banco \$ 2.300 a una Tasa Nominal Anual de interés del 0.1950 con capitalización mensual. A los 5 meses deposita \$ 750, dos meses más tarde extrae \$ 350, y un mes antes del casamiento extrae \$ 100 para cubrir los gastos de las tarjetas de invitaciones. ¿Con cuanto dinero contará Juan para afrontar los gastos de su casamiento?



**Ej. N° 37:**

Un señor debe afrontar 5 pagos bimestrales consecutivos e iguales de \$ 400 cada uno. Determine el importe que deberá disponer al comienzo del primer bimestre para que colocados al 0.025 bimestral le permita afrontar sus obligaciones.

**Ej. N° 38:**

Se desea construir una reserva para hacer frente a un conjunto de gastos que a los 2 meses serán de \$ 3.100, cuatro meses después del pago anterior deberá abonar \$ 2.000 y dentro de tres meses desde el último pago deberá abonar \$ 870. Cual será el importe a depositar para cubrir este plan de gastos, si la tasa que ofrece el banco es del 0.0215 mensual.

**Ej. N° 39:**

Laura efectúa una colocación de \$ 3.980 por un lapso de tres años. Durante los primeros siete meses la tasa que le pagaron fue una TEA del 0.29 capitalización 30 días, pero como le anuncian que la tasa bajará al 2% mensual decide retirar \$ 1.660. Se sabe que ocho meses más tarde efectúa un depósito de \$ 780. En el último año la tasa retornó a su nivel inicial. Determine cuanto dinero logro Laura con esta operación.

**Ej. N° 40:**

Una persona le pide su asesoramiento ya que no sabe que inversión realizar. La persona cuenta con \$ 29.000. Deberá centrar su análisis en las siguientes alternativas:

- a) Depositar en el banco que le ofrece una TEA con capitalización mensual del 0.085
  - b) Comprar un departamento por esa suma, sabiendo que este tipo de inversiones reeditúa alrededor de \$ 260 mensuales.
- Determine la alternativa más conveniente. Haga todos los supuestos necesarios para determinar cuando convendría la opción a) y cuando convendría la b).

**Ej. N° 41:**

Determine la cantidad de días que una persona dejó depositado un capital de \$ 18.000, sabiendo que le reeditó \$ 18.822,21 y el banco le otorgó una TNA del 0.1216 capitalización 45 días.



**Ej. N° 42:**

Una persona deposita \$ 9.000 en un banco a una TNA con capitalización mensual del 0.1890. Si la persona deposita el importe durante 8 meses. Determine:

- a) El importe que retira al cabo de este plazo.
- b) Que TEA con capitalización bimestral ofrece el banco.

**Ej. N° 43:**

Durante cuanto tiempo habrá permanecido depositado un capital de \$ 5.200 colocado a una Tasa Nominal Anual de interés del 0.26 con capitalización 30 días, si se produjo un valor final de \$ 6.704,30. Indique la unidad de tiempo y los períodos de capitalización.

**Ej. N° 44:**

Un señor depositó en un banco \$ 400, durante dos años y medio al 19% nominal anual de interés con capitalización semestral.

- a) Calcule el interés producido.
- b) Identifique la unidad de tiempo.
- c) Determine la tasa de interés de la operación.

**Ej. N° 45:**

Conociendo la Tasa Equivalente Anual de interés del 0.2642 con capitalización 45 días, determine:

- a) Tasa mensual de interés
- b) Tasa Nominal Anual con capitalización 30 días.
- c) Tasa efectiva.
- d) Tasa semestral de interés.

**Ej. N° 46:**

Dada la tasa nominal anual de 0.36, calcular la tasa de interés para:

- a) 30 días.
- b) Un mes.
- c) 7 días.
- d) 15 días.

**Ej. N° 47:**



Una persona desea colocar \$ 10.000 en un banco, la entidad le ofrece capitalización quincenal o a 30 días. Suponga que la TNA ofrecida es del 0.19 y la persona esta dispuesta a depositarla por 120 días. Determine la alternativa más conveniente.

**Ej. N° 48:**

Determine que pasaría si la tasa, ahora es una Tasa Equivalente Anual de interés del 0.19. ¿Que alternativa elegiría y por qué.?

**Ej. N° 49:**

Calcular cuanto se obtendrá depositando \$ 7.800 en cinco años en los siguientes casos:

- a) Al 4% mensual de interés.
- b) Al 8% bimestral de interés.
- c) Al 16% cuatrimestral de interés.
- d) Al 24% de interés semestral.
- e) Al 48% de interés anual.
- f) Comente los resultados.

**Ej. N° 50:**

Determine la cantidad de días que una persona dejó depositado un capital de \$ 14.000 sabiendo que retiró \$ 14.800,60, sabiendo que el banco le otorgó una TEA del 0.185 capitalización 30 días.

**Ej. N° 51:**

Un señor realizó una operación por un año de plazo con capitalización mensual, que le retribuyó el monto de \$ 8.500:

- a) Cuanto depositó, si la tasa fue del 0.03 mensual en los dos primeros meses, del 0.035 en los siguientes 8 meses, y del 0.045 en los últimos 2 meses.
- b) Cual fue la tasa media de la operación.

**Ej. N° 52:**

Complete el siguiente cuadro:

Tasa de interés	Unidad de Tiempo	Capital Inicial	Can-tidad U. de	T. E 30 días	T. E Trimestral	T. E Anual	T.N.A	Capital Final

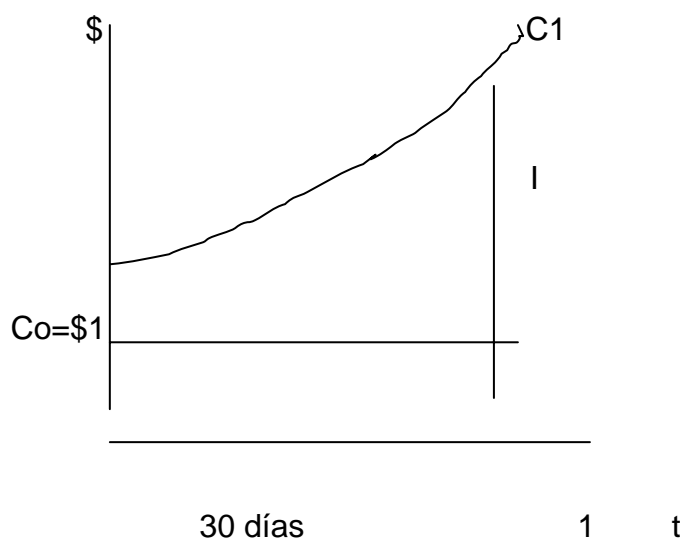


			tiempo					
0.04	Mes	\$ 200	15					
	30 días	\$ 100					0.48	\$121.34
0.03	Semestre	\$ 1000	4					
	Mensual.	\$ 3.000	12	0.08				
	Bimestral		6			0.18		\$ 3.345
	15 días	\$ 4.000	3		0.28			\$ 7.350

## UNIDAD Nº 2: OPERACIONES DE DESCUENTO

Hasta ahora estuvimos analizando operaciones de capitalización y actualización. A través de la operación de capitalización, podemos encontrar un capital final partiendo de un capital inicial. En las operaciones de actualización, a partir de un capital final, obtenemos un capital inicial. En ambas operaciones interviene la tasa de interés definida para la operación.

Gráficamente:





Supongamos que un comerciante compra mercadería por \$ 1000, que abonará a su proveedor con un documento que vence dentro de 90 días. Como el pago no se realiza de contado, se incluye en el documento ( un cheque diferido) intereses calculados con la tasa de interés de 0,10 para los 90 días. Entonces tenemos que:

$$C_n = C_o * (1+i)^n$$
$$C_n = 1000 * (1+0,10)$$
$$C_n = 1.100$$

Cuando transcurre 60 días del plazo total de los 90 días, el proveedor necesita con urgencia disponer del dinero. El comerciante no está obligado a realizar el pago porque todavía no se cumplió el plazo originalmente establecido.

Una alternativa que tiene el proveedor es encontrar a un tercero que esté dispuesto a entregarle el dinero hoy, y a esperar 30 días para cobrar el cheque. Generalmente, este tercero es una entidad financiera.

La entidad puede estar interesada en realizar esta operación pero cobrará un precio por adelantar el dinero y tener que esperar los 30 días para cobrar el importe. No le va a entregar al proveedor los \$ 1100 sino un importe menor. Retendrá cierta cantidad de dinero, importe que llamaremos Descuento y representaremos con “ D”.

- El proveedor tiene entonces un documento de \$ 1100..... $C_1 = 1100$ .
- Han transcurrido 60 días y restan aún 30 días más, y recibirá hoy un importe menor, que llamaremos.....  $C_o$

$C_o = C_1 - D$
-----------------

- La entidad financiera decide descontarle \$ 45, por lo que el proveedor recibirá:

$$C_o = 1100 - 45 = 1055.$$

En este caso estamos frente a una operación de actualización, ya que, a partir de un capital final hemos buscado y encontrado un capital inicial. Esto





implica, aunque no lo hayamos mencionado, la presencia de una determinada tasa de interés.

Pero en las operaciones de Descuento suele enunciarse y aplicarse, en vez de una tasa de interés, una tasa de descuento (d).

Definición de Tasa de Descuento:

“El descuento de una unidad de capital final en una unidad de tiempo”

¿ Como lo determinamos al descuento para nuestro ejemplo?

Por los \$ 1.100 del capital final, la entidad descontó \$ 45, ¿ cuánto se descontó por cada peso de capital final?

$$d = \frac{45}{1.100} = 0,0409$$

Es decir, que por \$ 1 ( de los \$ 1100 del documento) se descontaron \$ 0,0409 ( un poco más de 4 centavos) por los 30 días que son la unidad de tiempo de la operación.

$$d = 0,0409 \text{ para 30 días.}$$

De manera similar a como indicamos para la tasa de interés, debemos siempre mencionar la unidad de tiempo de la tasa de descuento.

Entonces si el documento tiene un valor final de \$ 1100 y la entidad financiera aplica una tasa de descuento de 0,0409 para 30 días, el descuento es:

$$D = C1 * d \quad (1)$$

$$D = 1100 * 0,0409$$

$$D = 45$$

De esta manera el importe a recibir será:

$$Co = C1 - D \quad (2)$$



$$Co = 1100 - 45 = 1055$$

Si reemplazamos a D en (2) con ( 1) nos queda:

$$Co = C1 - C1 * d$$

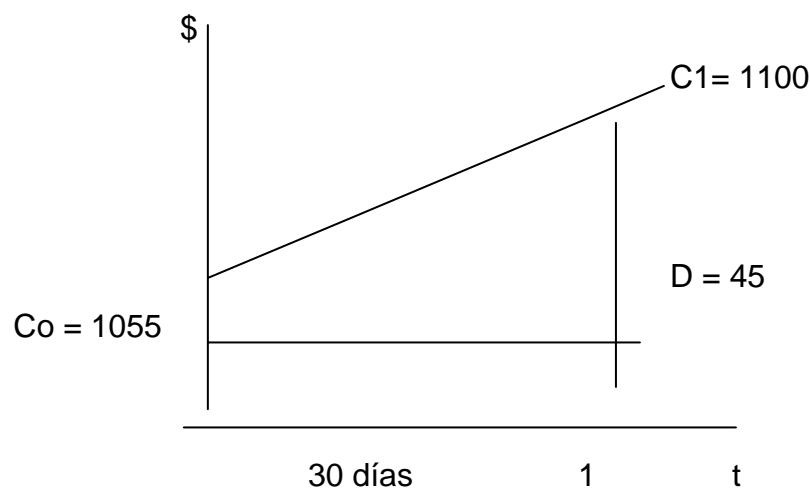
Extraemos factor común C1 en el Segundo miembro de la igualdad:

$$Co = C1 * ( 1 - d)$$

Para el caso en que el plazo y la unidad de tiempo no sean iguales como en este caso ( 30 días), y el n sea distinto de uno, podemos generalizar de la siguiente forma:

$$Co = Cn * ( 1 - d)^n$$

Esta operación nos permite obtener el capital inicial en una operación de descuento, donde la tasa que se aplica es una tasa de descuento. En el siguiente gráfico podemos observar la operación de descuento para el proveedor:

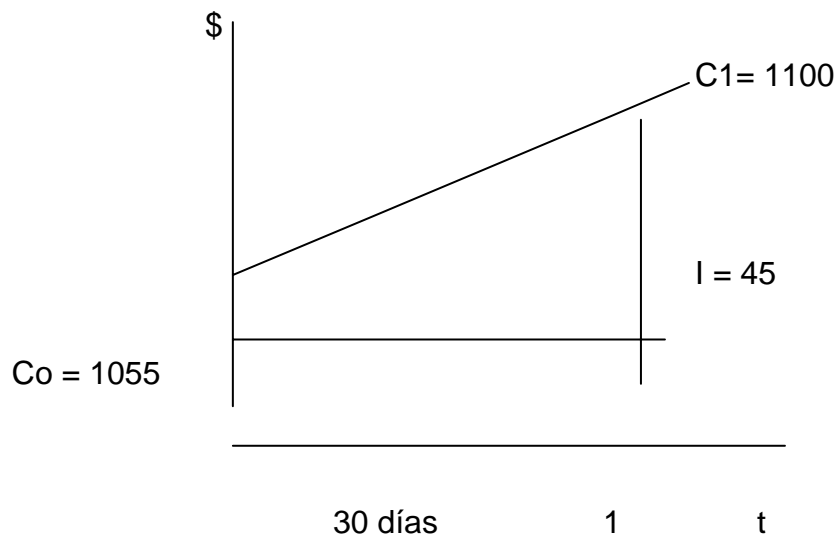


C1 representa los 1100 que podía cobrar, pero como decide descontar el documento 30 días antes del vencimiento, recibe Co, los 1055, ya que la entidad le descuenta 45.



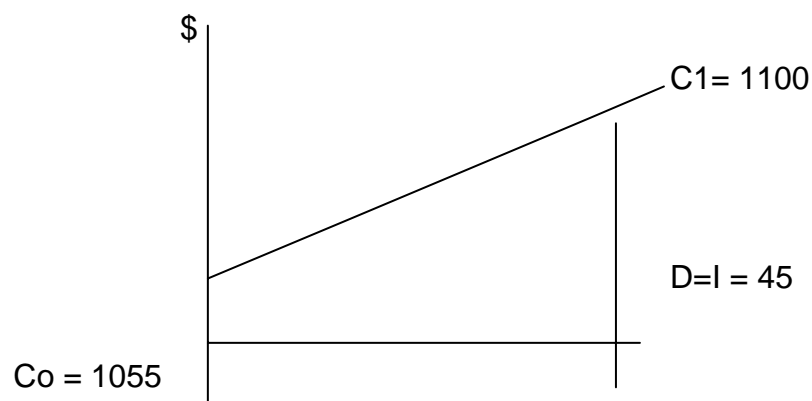
Esos 45 que le son descontados, en realidad, son los intereses que deja de ganar por no esperar 30 días que faltan para cobrar todo el importe del documento.

Ahora observemos y analicemos la operación desde el punto de vista de la entidad financiera:



La entidad entrega hoy 1055 (  $Co$ ), y espera ganar un interés de 45 de manera tal que recibirá 1100 (  $C1$ ) al transcurrir los 30 días y cobrar el documento al comerciante.

Si reunimos ambos gráficos en uno, obtenemos:





---

30 días                      1                      t

Observamos que la operación es la misma, pero lo que para la entidad es el interés que gana, para el proveedor es el descuento que pierde. Recordemos que expresamos anteriormente que el descuento no es otra cosa que el interés que deja de ganar el proveedor por no esperar al vencimiento del documento.

Podemos buscar la tasa de interés igual que como buscamos la tasa de descuento, con la calculadora.

$$PV = C_0$$

$$FV = C_1$$

$$N = 1$$

Pedimos  $i$

Podemos ver que la tasa de interés de la operación es igual a: 0,0427 para 30 días.

Entonces observamos que: “La tasa de interés es **mayor** que la tasa de descuento”

$$i > d$$

¿Por qué, si el descuento es igual al interés, no sucede lo mismo con la tasa de interés y la tasa de descuento?

Recordemos que la tasa de descuento, es el descuento de una unidad de capital final en una unidad de tiempo, es decir, el importe descontado por cada peso del valor final del documento:

$$d = \frac{D}{C_1}$$

Mientras, la tasa de interés es el importe por cada unidad e capital inicial en una unidad de tiempo, es decir, el interés que se gana por cada peso invertido:



$$i = \frac{I}{C_0}$$

Si bien ambos numeradores son iguales, ya que demostramos que  $I=D$ , los denominadores no lo son, ya que  $C_1 > C_0$ .

$$D = 1100 * 0,0409 = 45$$

$$I = 1055 * 0,0427 = 45$$

Si bien  $D = I$

$C_1 > C_0$

Entonces  $i > d$ .

A lo largo del análisis que hemos realizado, hemos mencionado un documento que se somete a una operación de descuento. Históricamente esta operación se realiza sobre Pagarés y Letras de Cambio.

Actualmente, estos documentos comerciales no son tan utilizados, pero si se aplica la operación de descuento en otros, como cheques de pago diferido, factura de compra, cupones de tarjeta de crédito, certificados de Plazo Fijo, etc.

### **Elementos que componen una operación de descuento:**

Cn: Capital final

Co: Capital inicial

d: tasa de descuento

n: número de unidades de tiempo que depende del plazo y la unidad del tiempo de la operación.

- Conociendo 3 (tres) de estos componentes, podemos determinar el que falta, es decir:

$$\text{Si } C_0: C_n - D$$

ó



$$C_0 : C_n * (1 - d)^n$$

- Despejando de esta expresión podemos obtener  $C_n$ :

$$C_n = \frac{C_0}{(1 - d)^n}$$

- Para determinar  $d$ : 
$$d = 1 - \left( \frac{C_0}{C_n} \right)^{1/n}$$

### Relación entre la tasa de interés y la tasa de descuento

Intentaremos ahora encontrar alguna expresión que nos permita obtener una de las tasas que conocemos ( $i$  ó  $d$ ), conociendo la otra:

Si indicamos que:

$$d = \frac{D}{C_1} \quad (1)$$

Y decimos que  $I = D$

Podemos expresar que:

$$d = \frac{I}{C_1} \quad (2)$$

$$\text{Si sabemos que } C_1 = C_0 * (1 + i) \quad (3)$$

Reemplazando en la fórmula (2) por (3)

$$d = \frac{I}{C_0(1+i)} \quad (4)$$

$$\text{Y Como: } i = \frac{I}{C_0} \quad (5) \rightarrow d = \frac{C_0 * i}{C_0(1+i)}$$



Co

Co \* ( 1+ i )

Podemos indicar que la tasa de descuento es igual a:

$$d = \frac{i}{1 + i} \quad (6)$$

Tenemos entonces, una expresión que nos permite obtener la tasa de descuento, si tenemos como dato la tasa de interés.

Si de esta expresión despejamos la tasa de interés, obtendremos:

$$i = \frac{d}{1 - d}$$

Esta expresión nos permite determinar la tasa de interés, si conocemos la tasa de descuento.

Es útil contar con estas relaciones entre ambas tasas, ya que nos van a permitir comparar operaciones financieras y tomar las decisiones correctamente.

Otra utilidad es que, como la calculadora financiera no está preparada para trabajar con tasa de descuento, en una operación de descuento podemos obtener la tasa de interés a partir de la tasa de descuento, y con ella calcular Cn, Co y n.

### **Tasa Nominal de descuento**

De la misma manera que cuando analizamos la tasa de interés hablamos de la tasa nominal de interés, también vamos a considerar la tasa nominal de descuento.

La simbolizaremos como :

$d_m$   
d: o TND.

Es una tasa proporcional y se obtiene así:  $d = d_m * m \quad (1)$

Donde:

d = Tasa de descuento



$m$  = Es el número de veces que el año contiene a la unidad de tiempo de la tasa de descuento  $d$ .

En las operaciones de descuento la TND puede estar enunciada, y por lo tanto, debemos calcular la tasa de descuento, que la obtenemos despejando de la fórmula ( 1 ) .

$$d : \frac{d}{m}$$

Ejercicio de Descuento para desarrollar en clase:

**Ej. N° 53:**

Una persona descuenta en un banco un documento cuyo Valor Nominal es de \$5300, se sabe que la tasa de descuento para la operación es de 0,035. ¿Cuál será el valor que liquidará el banco?

**Ej. N° 54:**

El valor efectivamente cobrado por un documento de \$ 3.600, es de \$3.350, si la tasa de descuento es del 0,0354 para 30 días, ¿Cuántos días faltan para el vencimiento de este documento?

**Ej. N° 55:**

El valor efectivo cobrado por Juan es de \$ 532,44 por un documento cuyo vencimiento ocurrirá en 38 días. Si la tasa que ofrece el banco para esta operación es del 0.0284 para 38 días. Determine el valor nominal de dicho documento.

**Ej. N° 56:**

El valor efectivo, de un documento de \$ 180.000, es de \$ 172.000, si el plazo de vencimiento es de 55 días, ¿Calcular la tasa de descuento que ofreció la institución?





**Ej. N° 57:**

La empresa Unión S.A. se presenta hoy al Banco Federal S.A. a descontar un cheque de pago diferido de \$ 4900 que vence en 45 días. El banco aplica a esta operación una tasa de descuento de 0,03 para el plazo de la operación. Calcular el valor del descuento D, y el valor efectivo que recibirá la empresa.

**Ej. N° 58:**

El señor Mario Álvarez ha transferido un certificado de Plazo Fijo en el día de la fecha, recibiendo hoy \$14954,80. El plazo Fijo vencía en 35 días y se aplicó a la operación un descuento del 2%. ¿Cuál es el valor final del plazo fijo?

**Ej. N° 59:**

Un banco publica en su pizarra una TEA de descuento del 0.27 con capitalización 30 días. Determine:

- a) La TE de descuento para 30 días.
- b) La tasa efectiva de descuento.
- c) La TNA de descuento con capitalización 30 días.

**Ej. N° 60:**

Conociendo una TEA de descuento del 0.25 capitalización 15 días, Determine:

- a) Tasa mensual de interés.
- b) TEA de interés capitalización mensual.
- c) Tasa efectiva de descuento.
- d) Tasa efectiva de interés
- e) TNA de descuento capitalización bimestral.

**Ej. N° 61:**

Completar el siguiente cuadro calculando, a partir de la tasa dada como dato, las tasas siguientes que faltan (cada línea es una operación diferente):



**Ej. N° 62:**

El banco ofrece una TNA de interés del 0.2850 con capitalización bimestral. Determine:

<b>I</b>	<b>D</b>	<b>TND</b>
0,034 mensual		
	0,08 para 180 días	
		0,12 anual con cap.bimest.
		0,28 anual con cap. 30 días
	0,06 trimestral	
0,022 para 15 días		

- a) Cuál será la TNA de descuento capitalización mensual.
- b) Cuál será la tasa mensual de descuento.
- c) Cuál será la tasa equivalente semestral de descuento.

**Ej. N° 63:**

La empresa Tornado SRL, le debe a un proveedor \$ 20500, que vencen en 180 días. El proveedor le propone que pague su deuda hoy, y que le descontará del total \$ 2500. Indique la tasa de descuento para 180 días que está aplicando el proveedor.

**Ej. N° 64:**

La empresa Fertex necesita disponer de efectivo de forma inmediata. Para ello se presenta en el banco Nación a fin de descontar una factura, 85 días antes del vencimiento. El importe de la factura es de \$ 15500, y el banco aplica una tasa de descuento anual nominal de 0,05 con capitalización 85 días. Indicar:

- a) La tasa de descuento de la operación
- b) El valor del descuento y el valor recibido.

**Ej. N° 65:**

Completar el siguiente cuadro calculando, a partir de los datos, los componentes que faltan ( cada línea es una operación distinta):



Co	Cn	D	D	N	Plazo	Udt
	2350		0,025 p/30días	5		
875			0,018 mensual		3 meses	
	12930	1505,05	0,06 p/ 60 días			
371,62		53,38			180 días	45 días
	20945		0,042 p/15 días	1		

**Ej. N° 66:**

Un comerciante obtiene de uno de sus proveedores 150 días de plazo para abonar el total de su compra. Entrega un cheque de pago diferido por \$ 12315. Importe que tiene incluido intereses a una tasa anual nominal con capitalización 30 días del 0,42. Se pide:

- a) ¿Cuál es el importe de la compra?. Transcurridos 60 días, el proveedor descuenta el cheque en una entidad financiera, recibiendo \$ 10215.
- b) Calcular la tasa de descuento y la tasa de interés correspondiente a esta operación de descuento.

**Ej. N° 67:**

Una persona posee 2 liquidaciones de tarjeta de crédito que desea efectivizar. Ambas liquidaciones se presentan a los 7 días de la fecha de confección de las mismas, siendo la primera de ellas de \$ 17000 y la segunda de \$ 7000. Se conoce que la tarjeta de crédito deduce una tasa del 7% por liquidaciones. Si la liquidación se presenta a los 7 días, Determine:

- a) El monto que cobrará el comerciante.
- b) El monto que deduce la tarjeta de crédito.
- c) ¿Qué tipo de operación es?

**Ej. N° 68:**

Un comerciante le ha firmado a un proveedor dos documentos de 45 y 75 días por \$ 4.000 y \$15.000 respectivamente. En la fecha se ha convenido reemplazarlos por uno solo a 45 días. Si la TEA de descuento es del 0,24



capitalización 45 días. Calcular el valor por el que se debería firmar el nuevo documento.

**Ej. N° 69:**

Una empresa ha presentado tres documentos para su descuento en el banco. Cuyos montos son de \$13.500, \$ 4.250, y \$15.600. el vencimiento de cada uno de ellos es de 45, 90, 120 días. El banco cobra una tasa nominal anual de descuento de 0.26 capitalización mensual. Determinar cual será el valor que recibirá por la liquidación de dichos documentos.

**Ej. N° 70:**

Una empresa cuenta con dos documentos con vencimiento a 30 y 60 días por \$ 5.000 y \$ 7.500 respectivamente.

- a) Calcular el valor Nominal si se decide reemplazarlos por uno solo a 45 días, a una TEA de interés del 0.2350 con capitalización mensual.
- b) Calcular el valor efectivo, si la empresa decide liquidarlos en un banco a una TNA de descuento de 0.21 capitalización 30 días.

**Ej. N° 71:**

La empresa ha firmado dos documentos con vencimiento a 45 y 75 días. El importe de estos es de \$ 18.600 y \$ 35.200. en la fecha decide reemplazarlos por uno con vencimiento a 60 días. Si la TEA de interés es del 0.27 con capitalización 30 días. ¿Cuál será el valor Nominal del nuevo documento?

**Ej. N° 72:**

Una persona posee un déficit financiero de \$ 5.000 y tiene las siguientes alternativas para cubrirlo, Determine la más conveniente:

- a) Descontar un documento de \$ 6.500, 38 días antes de su vencimiento, a una TNA de descuento de 0.14.
- b) Financiar el pago del déficit con los proveedores, los cuales nos cobrarán el 0.025 mensual.
- c) Pedir un préstamo al banco, el cual me ofrece una TEA de interés de 0.1320 con capitalización 45 días.



**Ej. N° 73:**

Un comerciante presentó hoy 3 documentos por \$ 45.000, \$ 8.600 y \$14.000 con vencimiento a 30, 60 y 90 días. Determine el importe que el comerciante cobró por la liquidación sabiendo que el banco aplicó una Tasa Nominal Anual de descuento del 0.1750 con capitalización mensual.

**Ej. N° 74:**

El valor nominal de un documento es de \$ 5.000 el cual fue descontado en el banco 45 días antes de su vencimiento, abonando el banco \$ 3.500. Cuál fue la tasa de descuento aplicada por el banco.

**Ej. N° 75:**

Un comerciante posee dos documentos por valor de \$ 500 y \$ 1.000, venciendo a los 60 y 120 días respectivamente. Habiendo transcurrido 45 días, decide descontarlos en una entidad bancaria que opera con el 8% de descuento para 30 días. Determine cual es el importe que la entidad le acredita en su cuenta.

**Ej. N° 76:**

El gerente de finanzas de una empresa se encuentra ante las siguientes alternativas para financiar la compra de \$ 12.300 en mercaderías. Determine la alternativa más conveniente:

- a) Financiar la compra de mercaderías a través del proveedor a 30 días, sabiendo que cobra una Tasa Nominal Anual de interés del 0.25
- b) Descontar un documento de \$ 16.000 que posee la empresa a 45 días, cuyo valor efectivo cubrirá el monto de la compra. El banco cobra una Tasa Equivalente Anual de descuento del 0.16.

**Ej. N° 77:**

Una persona ha comprado un artefacto del hogar y para ello firmó dos documentos, uno de ellos por \$ 5.000 que vence dentro de 20 días y otro por \$ 2.000 que vence dentro de 10 días. En la fecha decide reemplazarlos por un solo documento con vencimiento a 40 días. Determine el valor Nominal del nuevo documento, si la Tasa Equivalente Anual de descuento es del 0.27 capitalización mensual.

**Ej. N° 78:**



Se documenta una deuda de \$ 15.000 con vencimiento a 43 días. Si el banco ofrece una Tasa Nominal Anual de descuento del 0.1925. Determine:

- a) Cuál será el importe que liquidará el banco.
- b) Cuál será la TEA de descuento y la TEA de interés de la operación.

**Ej. N° 79:**

La empresa está analizando la posibilidad de vender sus créditos a una entidad financiera, se sabe que el nivel de incobrabilidad de la empresa es del 11%. La gestión de cobranza se realiza mediante el cobro por parte de cajeras que se deberán contratar con un costo de \$ 4.500. El banco ofrece pagar por dicha cartera un 14% menos de su valor. Si la suma de los créditos es de \$ 94.600; Le conviene a la empresa tomar esta decisión, si el vencimiento promedio de vencimiento de los créditos es de 40 días

**Ej. N° 80:**

Una empresa necesita dinero para el pago de los aguinaldos. Esta analizando dos alternativas para este problema: ¿Que alternativa es la más conveniente?

- a) Obtener un préstamo de \$ 120.000 a una TEA del 0.25 con capitalización 30 días.
- b) Descontar una serie de documentos por \$ 138.000, en cuyo caso la entidad cobra una tasa de descuento para 1 mes del 0.023.

**Ej. N° 81:**

Cuál fue la tasa de descuento que cobró la institución por la liquidación de un documento de \$ 4.300, si se pagó \$ 3.850. La liquidación se produjo 28 días antes de su vencimiento. Determine también la TNA de descuento de la operación.

**Ej. N° 82:**

Una empresa debe abonar una factura vencida a su proveedor. El monto de la misma es de \$ 18.300. Para ello tiene tres alternativas, determine la más conveniente:



- a) Descontar un documento de terceros de \$ 22.350, sabiendo que el banco cobra una TNA de descuento del 0.23. El documento tiene un vencimiento a 45 días.
- b) No pagar la factura hasta dentro de 30 días. El proveedor cobra un interés del 0.0195 para 30 días.
- c) Solicitar un crédito en el banco por el importe de la factura sabiendo que la tasa que aplicará el banco será una TEA del 0.2680 con capitalización 30 días.

**Ej. N° 83:**

El banco ha liquidado \$ 32.360 por un documento con vencimiento a 90 días. La tasa de descuento que cobró el banco por esta operación fue del 0.021 cada 18 días. Determine cuál sería el valor Nominal de este documento.

**Ej. N° 84:**

El banco cobra por operaciones de descuento una Tasa Equivalente Anual de descuento del 0.24. Determine la tasa mensual de interés y la tasa mensual de descuento. Explique por qué la tasa mensual de interés es mayor que la tasa mensual de descuento.

- Siempre es así o solo se da en este caso.

**Ej. N° 85:**

Calcule la tasa de descuento que se produjo en la liquidación de un documento de \$ 15.600, 90 días antes de su vencimiento, si se sabe que se cobró por el \$12.980. Calcule además la Tasa Nominal Anual de descuento y la Tasa Equivalente Anual de descuento de la operación.

**Ej. N° 86:**

Determine partiendo de un interés mensual de 0.025:

- a) La Tasa Nominal Anual de interés capitalización 15 días.
- b) La Tasa Nominal Anual de descuento capitalización 15 días.
- c) La Tasa Equivalente Anual de interés capitalización 7 días.
- d) La Tasa Equivalente Anual de descuento capitalización 7 días.



- Observe si la TEA de interés es mayor o menor, que la TEA de descuento.
- Observe que ocurre con la TNA de interés y la TNA de descuento.
- Siempre es así o solo en determinados casos.

**Ej. N° 87:**

Indique a partir de una TNA de descuento del 0.24 con capitalización 30 días las siguientes tasas:

- a) Tasa de descuento para 15 días.
- b) Tasa efectiva de descuento.
- c) Tasa semestral de interés.
- d) Tasa Nominal Anual de interés capitalización trimestral.
- e) TEA de descuento capitalización 15 días.

**Ej. N° 88:**

Una empresa ha presentado tres documentos para su descuento en el banco. Uno por \$ 6.300, otro por \$ 12.100 y el otro por \$ 8.230. el vencimiento de cada uno de ellos es de 30, 60 y 75 días. El banco cobra una Tasa Equivalente Anual de descuento del 0.18. Determine cual será el valor que recibirá por la liquidación de dichos documentos.

**Ej. N° 89:**

La empresa ha firmado dos documentos con vencimiento a 60 y 90 días. El importe de estos es de \$ 5.000 y \$ 6.600, respectivamente. En la fecha decide reemplazarlos por uno a 75 días. Si la Tasa Equivalente Anual de interés es del 0.18 con capitalización 30 días. Calcule el valor Nominal del nuevo documento.

**Ej. N° 90:**

Se documenta una deuda por \$ 12.100 con vencimiento a 43 días. Si el banco ofrece una Tasa Nominal Anual de descuento del 0.1525, ¿Cuál será el importe que liquidará el banco?







# MATEMÁTICA FINANCIERA

## “ UNIDAD Nº 3 ”

### ANUALIDADES - VALORES ACTUALES Y FINALES

*Autores:*

- Julio Tortone.
- Gonzalo Murillo.
- Marcelo Filippo

Año: 2004

UNIDAD Nº 3:



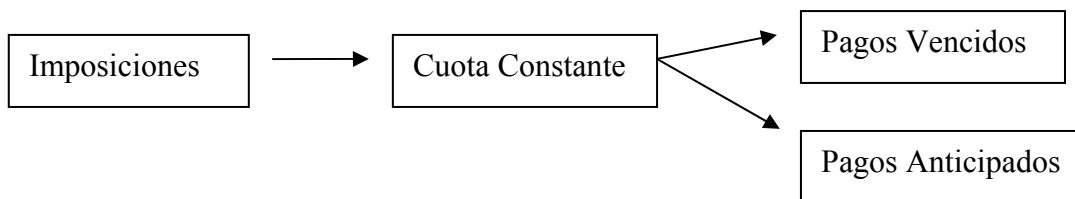
## Rentas Ciertas con pagos constantes y vencidos

### Rentas Ciertas:

Conjunto de Pagos que se realizan en intervalos preestablecidos, mientras subsista una situación dada. Se denominan ciertas, pues no dependen de ningún hecho aleatorio, la única condición es que transcurra el tiempo. Los pagos o cuotas serán anticipados (al comienzo de la unidad de tiempo) o vencidos (al final de la unidad de tiempo).

### Operaciones Básicas:

- **Imposiciones:** Buscaremos el capital que se forma al final de un cierto período de tiempo.
- **Valores Actuales:** Buscaremos el Capital o Valor Actual, de un conjunto de cuotas o pagos.



## Imposiciones con cuotas constantes y pagos vencidos:

### Elementos:

$i$  : Tasa de interés de la operación

$n$  : Número de cuotas o unidades de tiempo.

$C$  : Cuota constante, pagadera en forma vencida y periódica.

$An_j$  : Es el capital que se forma de los Valores Finales de las “ $n$ ” cuotas, vencidas e igualmente espaciadas de \$  $C$ .

$Sn_j$  : Es el capital que se forma de los Valores Finales de las “ $n$ ” cuotas, vencidas e igualmente espaciadas de \$  $1$ .

### Ejemplo:

Una persona deposita en un banco cuotas constantes, iguales e igualmente espaciadas (todas mensualmente, bimestralmente, trimestralmente, etc.).



- Cantidad de Cuotas: 5
- Importe de las cuotas \$ 200
- Interés: 2%
- Unidad de tiempo: mes.

**Objetivo:** Aprender el manejo tanto de las fórmulas matemáticas, como de la calculadora financiera.

Determinar: 1. El Valor final de dichas cuotas.

2. El  $An_j$

3. El  $Sn_j$

4. Por último la relación entre ambos.

**A través del manejo de la calculadora financiera:**

1)  $PMT = 200$

$n: 5$

$i: 2\%$

**$FV = \$1040,80$**

2)  $PMT = 200$

$n: 5$

$i: 2\%g$

**$FV = An_j i = \$1040, 80$**

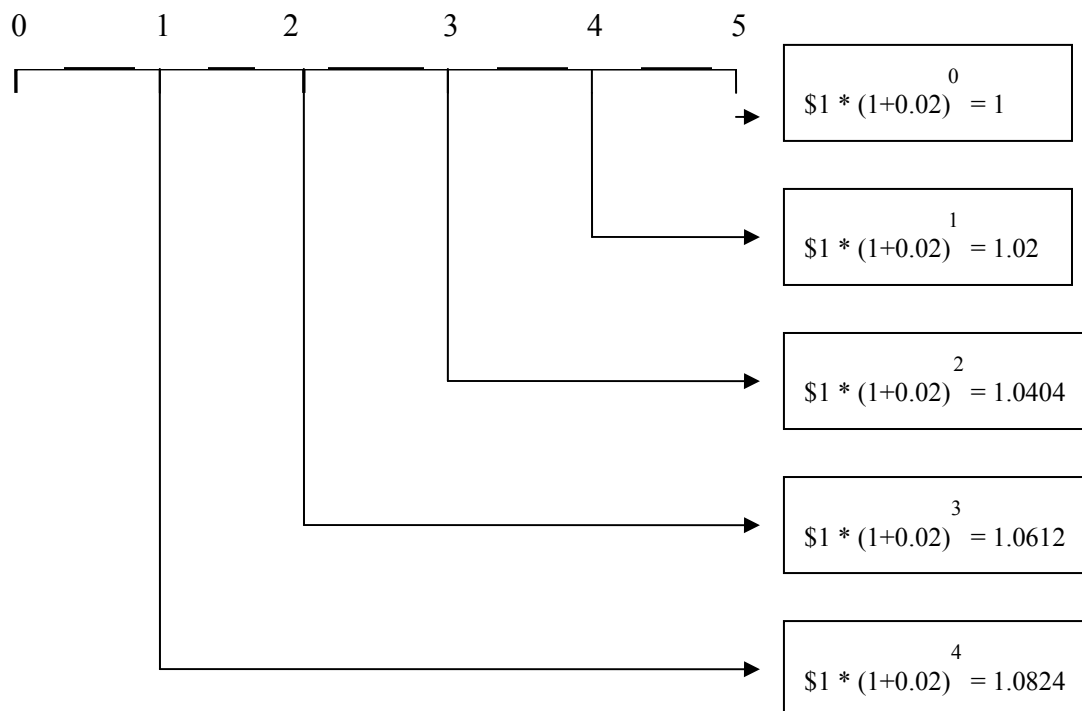
3)  $PMT = 1$

$n: 5$

$i: 2\%$

**$FV = \$5,2040$**

**A través del manejo de las fórmulas matemáticas:**



$S_n|i$  = Es el capital que se forma de los Valores Finales de las “n” cuotas, vencidas e igualmente espaciadas de \$ 1.

$$S_n|i = (1+i)^0 + (1+i)^1 + \dots + (1+i)^{n-1}$$

Sumatoria:  $(1+i)^t \rightarrow$  Es una suma de una progresión geométrica creciente.

$$\frac{Kq - a}{q - 1}$$



$K$  = Es el último termino =  $(1+i)^{n-1}$   
 $q$  = Razón =  $(1+i)$   
 $a$  = Primer término = 1

$$S_n|i = \frac{(1+i)^{n-1} * (1+i) - 1}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{u - 1}{i}$$

Entonces:

$$S_n|i = 1 + 1.02 + 1.0404 + 1.0612 + 1.0824 = 5.2040 \rightarrow \text{Calculadora}$$

$$S_n|i = \frac{(1 + 0.02)^5 - 1}{0.02} = 5.2040 \rightarrow \text{Con Fórmulas}$$

**4) Que relación existe entre  $An|i$  y  $S_n|i$ :**

$$An|i = Cuota * S_n|i$$

$$1040,80 = 200 * 5,2040$$



**Entonces:**

$$\text{Cuota} = \frac{\text{An}i}{\text{Sn}i}$$

$$200 = \frac{1040,80}{5,2040}$$

$$\text{An}i = \frac{\text{Cuota} * (1+i)^n - 1}{i}$$

$$1040,80 = 200 * \frac{(1+0.02)^5 - 1}{0.02}$$

**Imposiciones con cuotas constantes y pagos anticipados:**

**Elementos:**

i : Tasa de interés de la operación

n : Número de cuotas o unidades de tiempo.

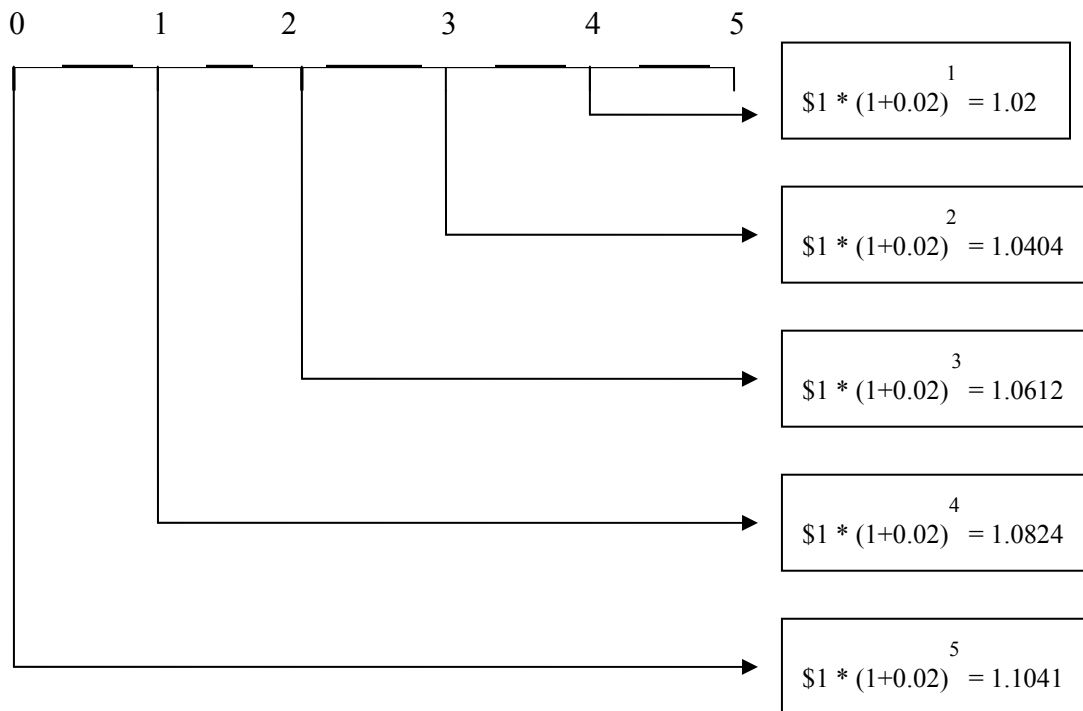
C : Cuota constante, pagadera en forma anticipada y periódica.

Anji : Es el capital que se forma de los Valores Finales de las "n" cuotas, anticipadas e igualmente espaciadas de \$ C.

Snji : Es el capital que se forma de los Valores Finales de las "n" cuotas, anticipadas e igualmente espaciadas de \$ 1.



**A través del manejo de las formulas matemáticas:**



$$\frac{Kq - a}{q - 1} \longrightarrow \begin{cases} K = \text{Es el último término} = (1 + i)^n \\ q = \text{Razón} = (1 + i) \\ a = \text{Primer término} = (1 + i) \end{cases}$$

$S_n|i$  = Es el capital que se forma de los Valores Finales de las “n” cuotas, anticipadas e igualmente espaciadas de \$ 1.

$$S_n|i = (1+i)^1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n$$

Sumatoria:  $(1+i)^t \rightarrow$  Es una suma de una progresión geométrica creciente.

$$S_n|i = \frac{(1+i)^n * (1+i) - (1+i)}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^n * (1+i) - 1}{i} = S_n|i * (1+i)$$

**Entonces:**

$$S_n|i = 1.02 + 1.0404 + 1.0612 + 1.0824 + 1.1041 = 5,3081 \rightarrow \text{Calculadora}$$

$$S_n|i = (1 + 0.02) * \frac{(1 + 0.02)^5 - 1}{0.02} = 5.3081 \rightarrow \text{Con Fórmulas}$$



**RELACIONES ENTRE IMPOSICIONES VENCIDAS Y ANTICIPADAS**

1) La imposición anticipada es igual a una imposición vencida para una cuota más, menos la cuota.

Ejemplo:

\* 4 cuotas de \$ 100

\* 2,5% mensual.

u.d.t = mensual.

**Determinar:** Que el FV de “ n ” cuotas anticipadas + el valor de la cuota

=

Al FV de “ n + 1 ” cuotas ve

**Resolución:** Determino el  $S_n | i$  :

$$S_n | i = \frac{u \cdot \frac{N+1}{i} - 1}{i}$$

Cambiando la Formula del  $S_n | i$ :

Con la Calculadora Financiera:

$$S_n | i = \frac{1,025 \cdot \frac{4+1}{0,025} - 1}{0,025}$$

Pmt (vencida) = \$1

**n + 1 = 5**

i = 2,5%

**FV= \$ 5, 2563**

$$\begin{aligned} ** \\ S_n | i &= S_{n+1} | i - 1 \\ 4,2563 &= 5,2563 - 1 \\ 4,2563 &= 4,2563 \end{aligned}$$

Pmt (anticipada) = \$1

n = 4

i = 2,5%

FV= \$ 4,2563

**Ahora determino los FV por medio de la Calculadora Financiera:**

Pmt (vencida) = \$100

**n + 1 = 5**

i = 2,5%

**FV (vencido) = \$ 525,6329**

Pmt (anticipada) = \$100

n = 4

$$\begin{aligned} ** \\ VF &= VF - Cuota \\ 425,6329 &= 525,6329 - \$100 \\ 425,6329 &= 425,6329 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ** \\ A_n | i &= A_{n+1} | i - Cuota \\ 425,6329 &= 525,6329 - \$100 \\ 425,6329 &= 425,6329 \end{aligned}$$





$i = 2,5\%$

**FV (anticipado) = \$ 425,6329**

**2) La imposición anticipada es igual a una imposición vencida capitalizada por una unidad de tiempo.**

Utilizando el mismo ejemplo:

Con la Formula del  $S_n|i$ :

$$S_n|i = \frac{u - 1}{i}^N$$

Con la Calculadora Financiera:

Pmt (vencida) = \$1

**n = 4**

$i = 2,5\%$

**FV (vencido) = \$ 4, 1525**

**FV (anticipado) = \$ 4,2563**

**U = 1 + i**

$U = 1 + 0.025 = 1, 025$

$$S_n|i = \frac{1,025^4 - 1}{0,025}$$

\*\*

$$S_n|i = S_n|i \times (u)$$

$$4,2563 = 4,1525 \times 1,025$$

$$4,2563 = 4,2563$$

Ahora determino los FV por medio de la Calculadora Financiera:

Pmt (vencida) = \$100

**n = 4**

$i = 2,5\%$

**FV (vencido) = \$ 415,2516**

**FV (anticipado) = \$ 425,6329**

\*\*

$$VF = VF \times (u)$$

$$425,6329 = 415,2516 \times 1,025$$

$$425,6329 = 425,6329$$

\*\*

$$A_n|i = A_n|i \times (u)$$

$$425,6329 = 415,2516 \times 1,025$$

$$425,6329 = 425,6329$$



3) La imposición vencida es igual a una imposición anticipada actualizada por una unidad de tiempo.

$$V \equiv \frac{1}{1 + i}$$

$$V \equiv \frac{1}{1 + 0,025} = 0,9756$$

**		
$S_n   i$	=	$S_n   i \times (V)$
4,1525	=	4,2563 x 0,9756
4,1525	=	4,1525

Ahora determino los FV por medio de la Calculadora Financiera:

Pmt (vencida) = \$100

n = 4

i = 2,5%

FV (vencido) = \$ 415,2516

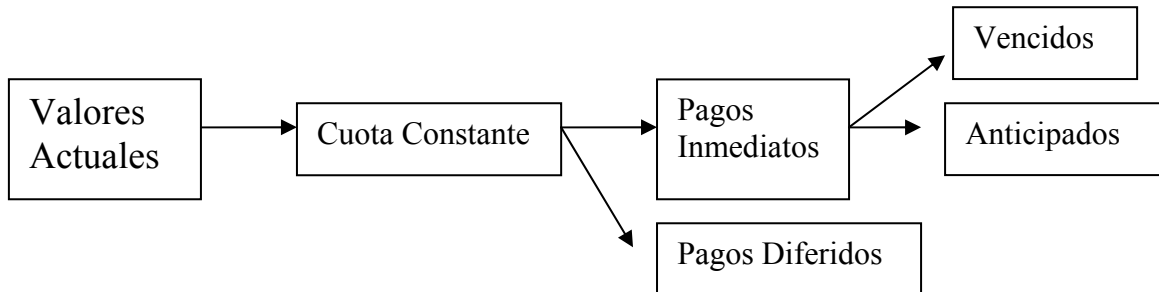
FV (anticipado)= \$ 425,6329

**		
$VF$	=	$VF \times (V)$
415,25	=	425,6329 x 0,9756
415,25	=	415,2516

**		
$An   i$	=	$An   i \times (V)$
415,25	=	425,6329 x 0,9756
415,25	=	415,2516



**VALORES ACTUALES:**



**VALORES ACTUALES CON CUOTA CONSTANTE / PAGOS INMEDIATOS / CUOTA VENCIDA:**

i : Tasa de interés de la operación

n : Número de cuotas o unidades de tiempo.

C : Cuota constante, pagadera en forma vencida y periódica.

$Vn|j$  : Suma de los Valores Actuales de las “n” cuotas, vencidas e igualmente espaciadas de \$ C.

$an|j$  : Suma de los Valores Actuales de las “n” cuotas, vencidas e igualmente espaciadas de \$ 1.

$$V = C \times an|j$$



**A través del manejo de las formulas matemáticas:**

	0      1      2      3      4      5
v	←
v <sup>2</sup>	←
v <sup>3</sup>	←
v <sup>4</sup>	←
v <sup>n</sup>	←

$\frac{(Kq - a) - (1)}{(q - 1) - (1)}$	<p style="text-align: right; margin: 0;">n</p> <p>K = Es el último termino = v</p> <p>q = Razón = v</p> <p>a = Primer término = v</p>
--	---

$$an|i = \frac{(v^n * v - v) * (-1)}{(1+i) - 1} = \frac{v - v^n * v}{(v-1) * (-1)} = \frac{v(1-v^n)}{d}$$
  

$$= \frac{v(1-v^n)}{v * i} = \frac{1-v^n}{i}$$



**VALORES ACTUALES CON CUOTA CONSTANTE / PAGOS INMEDIATOS / CUOTA ANTICIPADA:**

i : Tasa de interés de la operación

n : Número de cuotas o unidades de tiempo.

C : Cuota constante, pagadera en forma anticipada y periódica.

$Vn|i$  : Suma de los Valores Actuales de las “n” cuotas, anticipadas e igualmente espaciadas de \$ C.

$an|i$  : Suma de los Valores Actuales de las “n” cuotas, anticipadas e igualmente espaciadas de \$ 1.

**DETERMINE:** A modo de práctica, como sería el grafico si las cuotas son anticipadas.

Si las cuotas son Anticipadas la formula sería la siguiente:

$$**$$
$$an|i = an|i \cdot u$$

$$** \quad n$$
$$an|i = \frac{1 - v^n}{v \cdot i}$$

**A modo de ejemplo, Utilice las ANUALIDADES analizando la siguiente**

**Inversión:**

Inversión Inicial: \$4.000

Flujos de ingresos anuales de \$ 3.000

Flujos de egresos anuales de \$ 1.000

Años de la inversión 4 años

Mi Costo de Oportunidad como inversor es del 10 %



**Determine:** El Valor Actual Neto de estos flujos, utilizando las formulas de las Anualidades, recientemente aprendidas. A modo de practica, suponga que estos flujos son vencidos y anticipados.

**EJERCICIOS:**

**VALOR FINAL DE CUOTAS CONSTANTES:**

**Ej. N° 91:**

Si una persona deposita en forma mensual y durante dos años, pagos de \$175 cada uno, sabiendo que el Banco Austral le ofrece una T.N.A de 0.09. ¿Cuál será el valor final de dichas cuotas?

- a) Si son pagos vencidos.
- b) Si son pagos anticipados.

**Ej. N° 92:**

Mara y Juan desean irse de vacaciones a Buzios el próximo verano. Para ello depositarán en forma mensual y vencida \$ 390 en una institución financiera que les ofrece una tasa anual del 0.1058.

- a) ¿Cuánto retirarán al cabo de 7 meses?
- b) Si los pagos fuesen de \$ 190, cuánto tiempo tardarían en reunir \$2.800, suponiendo igual tasa de interés.

**Ej. N° 93:**

Una persona desea realizar pagos bimestrales de \$ 320 al final de cada bimestre, el Banco Austral le ofrece una TNA del 0.0875 ¿Qué importe se retirará al cabo de 2 años?

**Ej. N° 94:**



Un banco ofrece la posibilidad de realizar depósitos mensuales vencidos de \$ 100, con el objetivo de obtener \$ 5.000. Determine la cantidad de cuotas que es necesario depositar, si la tasa mensual que ofrece el banco es de 0.02.

**Ej. N° 95:**

Un ingeniero desea tener dentro de 25 años la suma de \$50.000, para darle tranquilidad a su jubilación.

a) Determine cuánto deberá abonar mensualmente y en forma vencida para disponer de ese monto, sabiendo que la entidad financiera le ofrece una tasa nominal anual del 0.1186.

b) Si los pagos se efectuaran en forma anticipada, la cuota sería mayor, menor o igual a la original.

**Ej. N° 96:**

Juan Carlos depositó en forma anticipada cuotas de \$360 y retiró al cabo de 15 meses \$6.580. Determine:

- a) La tasa de interés de la operación
- b) La T.N.A de la operación.
- c) La T.E.A de la operación.

**Ej. N° 97:**

Cristóbal deposita todos los meses desde hace 2 años \$290 en forma vencida, en el Banco Austral el cual le ofreció una TNA fija en pesos de 0.125. Acaba de depositar el último pago y desea que Ud. le informe:

- a) Cuánto dinero posee en su caja de ahorro.
- b) Si no efectuara más pagos, cuánto retiraría Cristóbal de su caja de ahorro dentro de 1 año.
- c) Y dentro de 18 meses.

**Ej. N° 98:**

Qué importe abonará María Cristina en forma bimestral, para obtener al cabo de 2 años \$ 15.000. Si la tasa que nos ofrece el Banco Austral es una TEA del 0.1375 con capitalización mensual.

- a) Con pagos anticipados
- b) Con pagos vencidos



**Ej. N° 99:**

Si el Capital final fue de \$7.950 y los pagos vencidos fueron de \$350. Determine la cantidad de pagos efectuados, si la tasa nominal anual ofrecida por la entidad financiera es de 0.1260.

**Ej. N° 100:**

Qué tasa de interés para 45 días y qué TNA con capitalización 45 días, ofreció el banco si se sabe que por realizar 14 depósitos anticipados de \$ 120 se obtuvo un monto final de \$ 1.830, sabiendo que se realizaron los pagos cada 45 días.

Además, analice que sucedería con el interés si los depósitos hubieran sido en forma vencida.

**Ej. N° 101:**

Calcule cuántas cuotas de \$300 mensuales y vencidas fueron necesarias para formar un capital final de \$5.910; sabiendo que la TNA que ofreció la entidad financiera fue de 0.126.

**Ej. N° 102:**

Una persona desea obtener \$15.000 dentro de 3 años realizando depósitos al comienzo de cada mes. Si el banco le ofrece una TNA del 0.1125 determine el importe que deberá depositar cada mes.

**Ej. N° 103:**

Beatriz depositó durante 36 meses consecutivos el importe de \$185 al comienzo de cada trimestre en el Banco Austral, con el objetivo de obtener una renta y así beneficiarse. Este Banco ofrece por operaciones de este tipo una tasa nominal anual de 0.0985 con capitalización mensual. Determine:

- a) Que capital retira al cabo de dicho plazo.
- b) Si luego de dicho plazo (36 meses), Beatriz decide dejar depositado su dinero durante 6 meses más. ¿Qué importe retiraría?





- c) Si su esposo, Juan Manuel, comenzó tres meses más tarde a abonar cuotas del mismo importe, durante el mismo plazo y bajo la misma tasa de interés. ¿Qué importe retirará?
- d) Determine la cuota abonada por Juan Manuel

**Ej. N° 104:** Julia desea formar un capital, pues planea casarse dentro de un año. Para lograrlo depositará \$200 al final de cada mes en una Caja de Ahorro que le otorga una T.N.A de 0.085. Determine que importe retirará si por motivos personales no puede abonar la cuota número 6.

**Ej. N° 105:**

Ana María realizó 15 pagos mensuales al final de cada mes. El Banco Austral le abono una TEA del 0.14530 con capitalización mensual. Si el importe abonado mensualmente fue de \$ 340, ¿ Cuánto retiró al final del plazo de operación?

**Ej. N° 106:**

Juan Ignacio realizó depósitos mensuales de \$ 180, durante 30 meses. En los primeros 7 meses la tasa que le pago el banco fue del 0.016 mensual. Durante los próximos 23 meses la tasa bajo al 0.0135 mensual. ¿Determine el importe que se obtuvo transcurridos los 30 meses? Realice el ejercicio con cuota anticipada y vencida.

**Ej. N° 107:**

Determine: ¿Cuál es el valor futuro de \$750 dentro de 12 años, suponiendo una tasa nominal anual de 0.10 capitalización semestral?



**VALOR ACTUAL DE CUOTAS CONSTANTES:**

**Ej. N° 108:**

Una inversión le pagará \$27.000 dentro de seis años. Si la tasa de descuento nominal anual es de 0.0985 capitalización semestral ¿Cuál será el valor presente de esta oportunidad de negocio?

**Ej. N° 109:**

María Sofía y Marcelo planean irse a vivir juntos. Sus estimaciones de gastos mensuales ascienden a \$1.500 en promedio. Como ambos estudian, deciden realizar hoy, un depósito en una entidad financiera que les brinde la posibilidad de obtener dicha renta durante 24 meses. Sabiendo que les ofrecen una tasa nominal anual de 0.115 ¿Qué importe deberían depositar?

**Ej. N° 110:**

Emilio retira mensualmente de su caja de ahorro \$600. El séptimo mes, luego de hacer su retiro, el Banco le informa que su cuenta a quedado en cero. Conociendo que para operaciones de este tipo se ofrecen tasas nominales anuales del 9.8% determine: ¿Cuál era el importe original de la caja de ahorro de Emilio?

**Ej. N° 111:**

La publicidad emitida por la entidad financiera "Dinero Fácil" ofrece lo siguiente:

"Retira ya y a sola firma \$1000 abonando 12 cuotas de \$110". Determine:

- T.N.A de la operación
- T.E.A de la operación.
- Cuál de las dos Ud. enunciaría.

**Ej. N° 112:**

Calcule cuántas cuotas mensuales y vencidas de \$ 300 son necesarias para cancelar un crédito de \$ 5910; sabiendo que la TNA que cobra el Banco Austral de 0.126.

**Ej. N° 113:**

Una persona solicita un préstamo de \$ 15.000 amortizable en 36 cuotas bimestrales, el banco cobra por operaciones de préstamo una tasa nominal



anual de 0.33 (fija en pesos) con capitalización mensual ¿Qué importe se deberá abonar en forma anticipada y vencida?

**Ej. N° 114:** Una institución financiera ofrece créditos personales de \$ 1.500. Estos son amortizables en 12 cuotas mensuales de \$ 150.

- a)Cuál será la TNA y la TEA que debiera enunciar el banco.
- b)Cuál le mostraría Ud. a un cliente de este tipo de operaciones.

**Ej. N° 115:**

Por la venta de un Home Theater se cobra una T.A.E del 50% + Impuestos. Si el precio del mismo es de \$ 1.699. Qué cuota vencida y anticipada debería ofrecer la empresa si quisiera financiarlo a:

- a) 12 meses
- b) 24 meses

### **RENTAS CIERTAS DE PAGOS DIFERIDOS Y “CASOS ESPECIALES”**

**Ej. N° 116:**

Una persona recibe un crédito de \$ 1.500 amortizable en 12 cuotas mensuales y vencidas. Si el banco ofrece una TNA del 0.33, y la primera cuota se abona 2 meses más tarde de su vencimiento. ¿Cuál será el valor de la cuota?

**Ej. N° 117:**

Una persona obtuvo un crédito de \$ 13.000, se sabe que por dicho crédito abonó 48 cuotas mensuales y vencidas de \$ 380.21. se conoce además, que la TNA con capitalización mensual es del 0.1560. Determine a partir de que mes comenzó a abonar las cuotas.

**Ej. N° 118:**

Julián desea comprar un terreno en Mayu Sumaj bajo las siguientes condiciones de operación:

Entrega \$ 1.000, 12 cuotas mensuales y anticipadas de \$ 320, cuotas aguinaldo de \$400, y por último 1 cuota pagadera al final del primer año de \$ 1.500. La tasa de interés propuesta por la inmobiliaria es del 0.33560 (fija en



pesos) nominal anual con capitalización mensual. Determine el valor efectivo del campo

**Ej. N° 119:**

Una persona desea comprar un automóvil, financiado así:

- 48 cuotas anticipadas de \$ 350.
- Refuerzos trimestrales de \$ 460.
- 1 cuota al final del primer año de \$ 1.500.

La tasa de interés que cobra la agencia de automóviles es una TEA del 0.26 con capitalización semestral. Determine el valor efectivo del automóvil si se sabe que se entregó un modelo usado como parte de pago y el mismo fue recibido a \$ 7.500. Determine el valor de Contado de este automóvil.

**Ej. N° 120:**

La empresa Technology ofrece la venta de computadoras personales cuotas de \$ 89 por mes en forma anticipada. La misma cobra por operaciones de este tipo una TNA del 0.31 capitalización mensual. Además la empresa exige el pago de 2 cuotas adicionales de \$ 205 pagaderas al final del primer y segundo semestre de la operación. ¿Determine el valor de contado de la Computadora, si el total de cuotas a pagar es de 18?

**Ej. N° 121:**

Lucas desea comprar una casa de \$ 150.000. El banco le financia a una tasa del 0.28 nominal anual, el 70%. El crédito hipotecario cuenta con gastos administrativos del 0,7%, gastos de hipoteca del 1,5% y seguros del 0,2% deducibles del monto del préstamo. ¿Si Ud. devolverá el dinero en 120 cuotas mensuales vencidas, que valor tendrán las mismas?

**Ej. N° 122:**

Un comerciante ofrece electrodomésticos financiados, a través de Sistema de Interés Directo, en 10 cuotas. Se sabe que la tasa enunciada para la operación es del 2 % mensual. Si una persona compra un artículo de \$ 450. Determine el importe de las cuotas.



## **RENTAS CIERTAS “REPASO”**

### **Ej. N° 123:**

Una persona desea realizar depósitos mensuales de \$ 250 al final de cada mes, en un banco, el cual le ofrece una TNA del 0.42 con capitalización mensual. ¿Qué importe se retirará al cabo de 3 años?

### **Ej. N° 124:**

Un banco ofrece a sus clientes la posibilidad de realizar depósitos mensuales de \$ 1000, con el objetivo de obtener \$ 50.000. ¿Determine la cantidad de cuotas vencidas que es necesario depositar, si se sabe que la tasa de paga el banco es del 2% mensual?

### **Ej. N° 125:**

Que importe se deberá abonar en forma bimestral, para obtener al cabo de 5 años \$ 45.000. Si la tasa que nos ofrece el banco es una TEA del 0.35 con capitalización mensual. Realice el cálculo de manera anticipada y vencida.

### **Ej. N° 126:**

Que tasa de interés para 45 días y que TNA con capitalización 45 días, ofreció el banco si se sabe que por realizar 6 depósitos anticipados de \$ 120 se obtuvo un monto final de \$ 827,79; sabiendo que se realizaron los pagos cada 45 días.

### **Ej. N° 127:**

Una persona solicita un préstamo de \$ 35.000 amortizable en 12 cuotas trimestrales, el banco cobra por operaciones de préstamo una TEA del 0.495 capitalización trimestral. ¿Determine que importe deberá abonar la persona en forma anticipada?

### **Ej. N° 128:**

Una persona desea obtener \$ 30.000 dentro de 4 años realizando depósitos al comienzo de cada mes. Si el banco le ofrece una TNA del 0.45, determine el importe que deberá depositar cada mes.



**Ej. N° 129:**

Una persona realizó 18 pagos mensuales al final de cada mes, el banco le abono una TEA del 0.4350 con capitalización mensual. Si el importe abonado mensualmente fue de \$ 450, ¿Cuánto retiró al final del plazo de operación?

**Ej. N° 130:**

Una persona realizó depósitos mensuales de \$ 380, durante 36 meses. En los primeros 7 meses la tasa que le pago el banco fue del 0.036 mensual. Durante los próximos 10 meses la tasa bajo al 0.0325 mensual y en los últimos meses la tasa retorno a su nivel inicial. ¿Determine el importe que se obtuvo transcurridos los 3 años? Realice el ejercicio con cuota anticipada y vencida.

**Ej. N° 131:**

Una empresa ofrece la venta de automóviles usados en cuotas de \$ 300 por mes en forma anticipada. La misma cobra por operaciones de este tipo una TNA del 0.48 capitalización bimestral. Además la empresa exige el pago de 2 cuotas adicionales de \$ 600 pagaderas al final del primer y segundo año de operación. ¿Determine el valor de contado del automóvil, si el total de cuotas a pagar es de 48?

**Ej. N° 132:**

Por la venta de una TV de 33" se cobra una tasa mensual del 6%. Si el precio del mismo es de \$ 2.350. Cuanto deberá cobrar la empresa si quisiera financiarlo a:

- c) 5 meses
- d) 3 meses
- e) 10 meses

- Calcule los valores con cuota anticipada y vencida.

**Ej. N° 133:**

Una institución financiera ofrece créditos personales de \$ 2.500 amortizables en 10 cuotas mensuales de \$ 300.Cuál será la TNA y la TEA que debiera enunciar el banco.



## **RENTAS CIERTAS DE PAGOS DIFERIDOS Y “CASOS ESPECIALES”**

### **Ej. N° 134:**

Una persona recibe un crédito de \$ 1.500 amortizable en 12 cuotas mensuales y vencidas. Si el banco ofrece una TNA del 0.45, y la primera cuota se abona 2 meses más tarde del vencimiento de la primera. ¿Cuál será el valor de la cuota?

### **Ej. N° 135:**

Una persona obtuvo un crédito de \$ 13.000, se sabe que por dicho crédito abonó 48 cuotas mensuales y vencidas de \$ 380.21. se conoce además, que la TNA con capitalización mensual es del 0.1560. Determine a partir de que mes comenzó a abonar las cuotas.

### **Ej. N° 136:**

Una persona desea comprar un automóvil, financiado de la siguiente manera:

- 48 cuotas anticipadas de \$ 550.
- Refuerzos trimestrales de \$ 660.
- 1 cuota al final del primer año de \$ 3.500.

Si la tasa de interés que cobra la agencia de automóviles es una TEA del 0.42 con capitalización semestral. Determine el valor efectivo del automóvil si se sabe que se entregó un modelo usado como parte de pago y el mismo fue recibido a \$ 11.850

### **Ej. N° 137:**

Una persona desea comprar una casa de \$ 150.000. El banco le financia a una tasa del 0.39 nominal anual, el 70%. El crédito hipotecario cuenta con gastos administrativos del 7%, gastos de hipoteca del 3% y seguros del 4.5% deducibles del monto del préstamo. ¿Si Ud. devolverá el dinero en 120 cuotas mensuales vencidas, que valor tendrán las mismas?

### **Ej. N° 138:**

Una persona desea comprar un campo en Catamarca, y le proponen la siguiente operación: Entrega \$ 15.000, 60 cuotas mensuales de \$ 550, cuotas aguinaldo de \$ 750, y por último 3 cuotas pagaderas al final del primer, segundo y tercer año de \$ 3.000. La tasa de interés propuesta por la



inmobiliaria es del 0.3560 nominal anual con capitalización mensual.  
¿Determine el valor efectivo del campo?

**Ej. N° 139:**

Una persona depositó mensualmente \$ 150 durante tres años, el banco le reconoció una tasa efectiva mensual del 0.055. Determine el importe que obtuvo, sabiendo que no depositó las últimas 3 cuotas.

**EJERCICIOS DE BÚSQUEDA DEL SALDO CON LOS DIFERENTES  
SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN**

**Ej. N° 140:**

Un comerciante ofrece una cocina de \$ 950 a financiar en 12 cuotas de \$ 91. Determine la tasa real y enunciada de esta financiación.

**Ej. N° 141:**

Una persona compra una heladera cuyo precio de contado efectivo es de \$ 1.320, el comercio la financió en 18 cuotas de \$ 89. Determine cual fue la tasa enunciada y real de la operación.

**Ej. N° 142:**

Monto del Préstamo: \$ 30.000

Sistema elegido: Francés

Cantidad de Cuotas: 60 mensuales y vencidas

Interés: TNA 0.40 Capitalización mensual

Intereses Punitivos: 4,5%

Determine:

- Valor de la Cuota
- Saldo, en la cuota 20 con la misma paga.
- Si no hubiera abonado las cuotas 17, 18, 19, 20 y en el momento 21 quisiera regularizar la deuda, que importe debería abonar.

**Ej. N° 143:**

Una persona compra una casa por \$ 120.000. El banco le financia el 70% del valor del inmueble en 120 cuotas mensuales y vencidas. TNA de la operación 0.35 Capitalización mensual. El banco cobra gastos del 7%





deducibles del monto del préstamo. Los intereses punitivos ascienden al 4% mensual.

Determine:

- a) Cuota
- b) Tasa real de financiación
- c) Si no hubiera abonado las 3 primeras cuotas y quisiera refinanciar la deuda ¿Cuánto debería abonar?
- d) Saldo al momento 20, con dicha cuota paga.
- e) Saldo al momento 20, antes de pagar dicha cuota.
- f) Interés y Amortización de la cuota 118.
- g) Si al pagar la cuota 79 decide cancelar el préstamo, que importe deberá abonar.
- h) Si debe las cuotas 50, 51, 52 y 53 y decide regularizar su deuda. ¿Qué importe debería abonar?

**Ej. N° 144:**

Una persona contrato un crédito por sistema alemán de \$ 50.000 amortizable en 60 cuotas mensuales y vencidas. La TNA 0,28 cap. Mensual.

Determine:

- a) Importe de la cuota, interés y saldo de la cuota 42 (fila del cuadro N° 42)

**Ej. N° 145:**

Una persona contrato un crédito por sistema Americano de \$ 30.000 amortizable en 60 cuotas mensuales y vencidas. La TNA 0,28 cap. Mensual.

Determine:

- a) Importe de la cuota, interés y saldo de la cuota 55 (fila del cuadro N° 55)

**Ej. N° 146:**

Monto del Préstamo: \$ 45.000

Sistema elegido: Francés

Cantidad de Cuotas: 60 mensuales y vencidas

Interés: TNA 0.35 Capitalización mensual

Intereses Punitivos: 3,5%



Determine:

- a) Valor de la Cuota
- b) Saldo al mes 19 antes de pagar dicha cuota.
- c) Si al momento 30 quisiera reducir la cantidad de cuotas que faltan, cancelando su actual deuda en 10 cuotas, que importe debería abonar mensualmente.

**Ej. N° 147:**

Un comerciante ofrece electrodomésticos financiados en 10 cuotas. Se sabe que la tasa aplicada para cada cuota es del 3 % mensual. Si una persona compra un artículo de \$ 450. Determine el importe de las cuotas, suponiendo sistema de interés directo.



# MATEMÁTICA FINANCIERA

## “ UNIDAD N° 4 ”

### SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN DE DEUDAS

*Autores:*

- Julio Tortone.
- Gonzalo Murillo.
- Marcelo Filippo

Año: 2004



## UNIDAD Nº 4: SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN

Se podría decir que comenzamos con la aplicación de la teoría de las rentas ciertas a la amortización de valores o extinción o pagos de deudas contraídas en un momento dado del tiempo. En efecto, los importes que un deudor abona en concepto de cuotas o servicios para amortizar una deuda, constituyen, o significa para el acreedor, la percepción de una renta temporaria, constante o variable, según sea el contrato formalizado.

Fundamentalmente razonaremos con relación a la amortización de valores de bienes físicos (maquinarias, muebles y útiles, etc.) o de bienes o valores intangibles ( llave de negocio, regalías, etc.).

Por otra parte, y recordando el real sentido económico y razón de ser del interés, es decir, la remuneración del factor capital, o sea lo que debe abonar una persona por haber tenido la libre disposición de un capital, los distintos sistemas que vamos a desarrollar son lo que respetan el **principio básico de que el interés debe ser percibido en forma vencida y sobre los saldos de capitales adeudados**. Al final de este capítulo veremos además algunas de las modalidades más usuales que se aplican en la práctica comercial, y que, al no respetar dicho principio fundamental, hace que las verdaderas tasas que rigen dichas operaciones quedan encubiertas, resultando que las tasas reales son totalmente distintas a las enunciadas.

### Elementos que integran estas operaciones

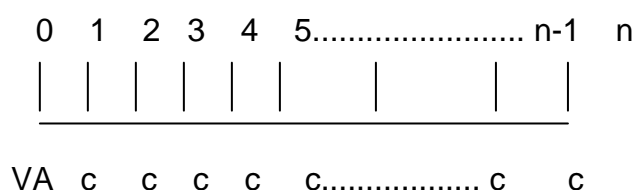
- **Un capital:** Importe del préstamo, que está ubicado en el momento “0”, es decir hoy.
- **Una tasa de interés:** Que es el costo que tiene el dinero que recibimos en préstamo.
- Una **cantidad “n” de cuotas**.
- **Cuotas:** cuyos valores pueden ser constantes o no, dependiendo del sistema y que están conformadas por dos componentes: AMORTIZACIÓN E INTERÉS.



- **Amortización:** Es el valor componente de la cuota que contribuye a disminuir el importe de la deuda. Es decir este importe va devolviendo el monto prestado.
- **Interés:** Es un valor componente de la cuota que abona el costo del dinero, este interés debe ser calculado sobre el saldo.
- **Saldo:** Es el importe que aún resta por pagar a un momento determinado.

En las unidades vistas anteriormente, usted vio todo lo relacionado con las Imposiciones y Amortizaciones, en estas últimas la operación consistía en que una persona tomaba un préstamo y ésta lo devolvía en “n” cuotas ( anticipadas o vencidas), lo que gráficamente sería:

Para cuotas vencidas:

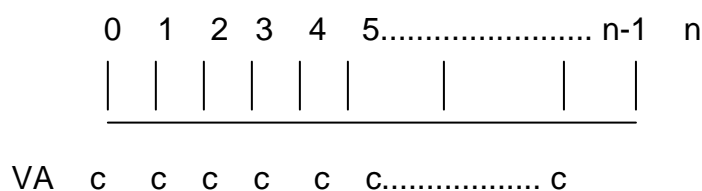


n: t

Donde VA = E c.v.

t → 1

Para cuotas anticipadas:



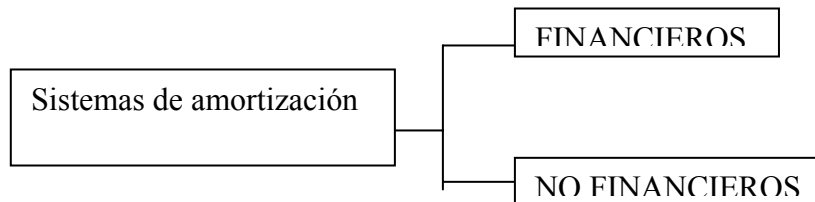


Al multiplicar cada cuota por “v” (factor de actualización:  $1/1+i$ ), estamos sacándole los intereses a cada una, quedándonos el importe de la amortización, que es aquel valor que va disminuyendo el importe del préstamo.

A partir de ahora estudiaremos con mayor detalle cada Sistema de Amortización existente.

### Sistemas de Amortización de Deuda

El sistema de amortización es la forma en que una institución financiera, la empresa, el comercio o cualquier organización propone la cancelación de un crédito. Existe una primera clasificación de los sistemas de amortización de deuda:



### SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN DE DEUDAS FINANCIEROS

Para que un sistema de amortización sea considerado financiero deben darse las siguientes condiciones:

- 1) Que la sumatoria de los valores actuales de las “n” cuotas sean igual al monto del préstamo.

$$\sum_{t=1}^n v^t$$

Es decir  $E_{c.v.} = VA$  (valor del préstamo al momento 0)

$$t \rightarrow 1$$

- 2) Que el importe de los intereses sea calculado sobre el saldo, es decir sobre el importe que resta abonar.
- 3) Que la tasa enunciada por la institución financiera que presta el dinero (o comercio que vende un producto o servicio) sea igual a la tasa realmente pagada por el consumidor.



### **CLASIFICACIÓN:**

- Los sistemas de amortización financieros más utilizados actualmente son:
  
- SISTEMAS FINANCIEROS:
  - a) Sistema Francés
  - b) Sistema Alemán
  - c) Sistema Americano.

### **SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN DE DEUDA NO FINANCIEROS:**

Estos sistemas no cumplen con dos de las tres condiciones antes mencionadas ya que:

2\*) Los intereses no son calculados sobre el saldo sino que son calculados sobre el total de la deuda, independientemente de la cuota que se abone.

3\*) La tasa enunciada por la institución que realiza el préstamo es menor a la tasa real de dicha operación.

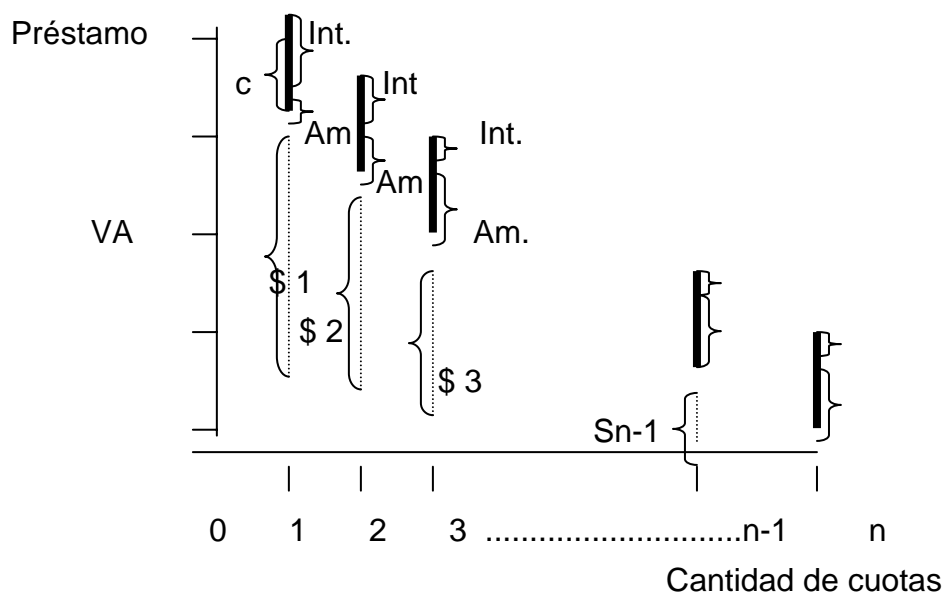
### **CLASIFICACIÓN:**

- El sistema de amortización NO financiero muy utilizado actualmente es:
  
- SISTEMA NO FINANCIERO:
  - d) Sistema Directo.

A continuación comenzaremos a exponer los Sistemas Financieros de Amortización de deuda:

### **SISTEMAS FINANCIEROS: SISTEMA FRANCÉS**

Este sistema tiene como característica que la cuota es constante, la amortización es creciente y el interés al ser calculado sobre el saldo es decreciente. Gráficamente:



Podemos observar en el gráfico como se comporta el sistema, las cuotas son todas iguales, pero su composición se modifica a medida que transcurren dichas cuotas, es decir, en las primeras cuotas existe una importante proporción de intereses, eso debido a que los saldos ( importe que se adeuda) en los primeros meses es alto. Si observamos las últimas cuotas veremos que éstas tienen una mayor proporción de amortización y no de interés, esto debido a que en las últimas cuotas ya se ha devuelto la mayor parte del capital.

Otra consideración importante es que, la última cuota tiene ambos elementos: Interés y Amortización.

**VEAMOS UN EJEMPLO:**

Supongamos una persona que contrata un crédito de \$ 12.000 amortizable en 4 cuotas iguales, mensuales y vencidas. La tasa de interés que informa el banco es una TNA del 0,10 con capitalización mensual.

Con esta información analizaremos como opera el sistema de amortización francés.

**Calculo de la cuota:**

VA: \$ 12.000 (PV)

n: 4

i: 0,00833 mensual o 0,833% mensual ( 0,10/ 12)





Busco (PMT) = \$ 3.062,73

Teniendo en cuenta estos datos podemos confeccionar una tabla, que nos permita visualizar la descomposición de esta operación:

Período	Saldo	Cuota	Amortización	Interés
1	12.000,00	<b>3.062,73</b>	2.962,76	99,96
2	9.037,24	<b>3.062,73</b>	2.987,44	75,28
3	6.049,79	<b>3.062,73</b>	3.012,33	50,39
4	3.037,45	<b>3.062,73</b>	3.037,42	25,30
<b>Totales</b>			12.000,00	250,93

Como se observa en el cuadro, el importe de la cuota no se modifica y para calcularla utilizamos la calculadora financiera. El monto de interés de cada cuota se obtiene multiplicando el saldo del mes que se quiere calcular el interés, por la tasa de interés de la operación es decir 0,00833. En fórmula sería:

- Interés de la cuota 1: Saldo al momento 1 x i es decir 12.000,00 por 0,00833.
- Interés de la cuota 2: Saldo al momento 2 x i es decir 9.037,24 por 0,00833.
- Y así sucesivamente.

El saldo se calcula de la siguiente manera:

- **Saldo del momento 1:** es igual al monto total del préstamo porque todavía no se ha devuelto nada.
- **Saldo al momento 2:** Saldo al momento 1 menos la amortización del momento 1.



- **Saldo al momento 3:** Saldo al momento 2 menos la amortización del momento 2.
- Y así sucesivamente.

Puede usted observar que la suma de todas las amortizaciones da igual al monto de la deuda. Es importante también tener en cuenta que en la última cuota, la amortización de dicha cuota es exactamente igual al último saldo.

### ¿Cómo verifico mis cálculos?

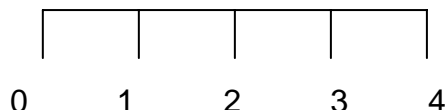
EN TODOS LOS SISTEMAS debemos verificar estos dos elementos para asegurarnos que los cálculos sean los correctos:

- 1) La suma de todas las amortizaciones debe ser igual al monto del préstamo.
- 2) El valor de la última amortización deber ser igual al último saldo.

Siempre deberemos realizar este control al finalizar los cálculos necesarios para corroborar nuestro correcto accionar.

Volviendo a nuestro ejemplo, si planteamos gráficamente el préstamo anterior, éste tendría la siguiente forma:

Momento:



Préstamo: 12.000

Pagos Mensuales

-3.062,73 -3.062,73 -3.062,73 -3.062,73

Los signos que cada importe tiene, representan la entrada o salida de fondos según sean positivos (ingresos) o negativos (egresos)



Quiere decir que para la persona que solicita el préstamo los \$ 12.000 constituyen una entrada de dinero, por lo que se muestra con signo positivo. El pago de cada una de las cuotas mensuales constituye una salida de dinero por lo que se muestran con signo negativo.

### **SISTEMA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE E INTERESES SOBRE SALDOS “SISTEMA ALEMÁN”:**

Como su nombre lo indica, se trata de un sistema en donde el deudor abona una suma constante en concepto de amortización más los intereses sobre los saldos.

Los símbolos que utilizaremos son los siguientes:

**V:** Valor actual de la deuda, o importe del capital obtenido en préstamo.

**C<sub>j</sub>:** Cuota, que por incluir la amortización constante más los intereses sobre saldos (decrecientes), serán importes variables y decrecientes en progresión aritmética ( j: 1,2,.....,n)

**n:** cantidad de periodos o número de cuotas a abonar.

**i:** tasa de interés del periodo.

Conforme a las características enunciadas, este sistema es de cuotas variables, en razón de que los intereses van disminuyendo con el transcurso del tiempo, al disminuir el saldo adeudado. Es un sistema bastante aplicado por las instituciones bancarias, pero con algunas modificaciones a su forma clásica, que es la que nosotros presentamos en primer lugar, pues se adapta para aplicarlo en los llamados créditos de fomento. Veremos en primer lugar el caso más simple, para luego analizar sus distintas variantes.

Por ser un caso bastante sencillo vamos analizarlo a través de un ejemplo numérico, pues la generalización mediante fórmula o símbolos no ayudan en este caso, a facilitar la comprensión del problema.

Supongamos que se trata de un préstamo de \$ 1.000.000 amortizable en 5 años, con el 15% de interés anual sobre saldos.



Periodo	Capital a comienzo de cada periodo	Intereses a fines de cada período	Amortización a fines de cada período	Cuotas a fines de cada período.
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	1.000.000	150.000	200.000	<b>350.000</b>
2	800.000	120.000	200.000	<b>320.000</b>
3	600.000	90.000	200.000	<b>290.000</b>
4	400.000	60.000	200.000	<b>260.000</b>
5	200.000	30.000	200.000	<b>230.000</b>
	<b>TOTALES</b>	450.000	1.000.000	1.450.000

Tenemos que:

V: 1.000.000

n: 5 (años)

i: 0,15 o 15% (anual)

C<sub>j</sub> (cuota): a determinar en cada año: j: 1,2,3,.....,n

V: 1.000.000: 200.000: amortización constante.

n      5

La columna (2) se obtiene restando sucesivamente a 1.000.000 la amortización constante de 200.000.

La columna (3) se obtiene multiplicando la columna (2) por 0,15 o sea la tasa de interés. Así el primer interés es  $V \times i = 1.000.000 \times 0,15 = 150.000$  y así sucesivamente.

La columna (5) se obtiene sumando la columna (3) más la (4)

Como se observa, la confección del cuadro no ofrece mayores dificultades, dada la sencillez del ejemplo. No obstante se pueden introducir modificaciones, agregando las columnas que se consideren convenientes.

Por ejemplo, si existiera renovación de documentos se debe abonar al sellado correspondiente u otros gastos, se puede completar el cuadro con otra columna y determinar la cuota final con todos sus componentes. Idéntico comportamiento tendría el cuadro de existir IVA sobre intereses.



**Otras formas de Verificación:**

Una vez calculadas todas las columnas, se deben totalizar a los fines de verificar la exactitud del cuadro. Para aceptarlo como tal, en primer lugar la suma de la columna (4) debe coincidir exactamente con el importe inicial de la deuda V. Esta columna (4) se la suele llamar de amortizaciones reales. Por otra parte, será necesario que el total de la columna (5) coincida con la suma de los totales de las columnas (3) y (4).

**Algunas innovaciones al sistema de amortización constante:**

Vamos a ver en este punto las modificaciones más corrientes que se han introducido a la forma básica y clásica en la confección del cuadro presentado anteriormente.

La modificación más corriente que se ha introducido en la práctica bancaria, actualmente, es la de percibir los intereses por anticipado, es decir que en el ejemplo del cuadro anterior, en lugar de cobrar los \$ 150.000 al finalizar el primer año ( forma correcta de cobrar el 15% anual de interés vencido) se cobran por adelantado, lo cual implica que el préstamo de \$1.000.000 no es tal, sino que **hay un préstamo efectivo menor**, que se reduce en la realidad a \$ 850.000 con la obligación por parte del deudor de amortizar \$ 1.000.000

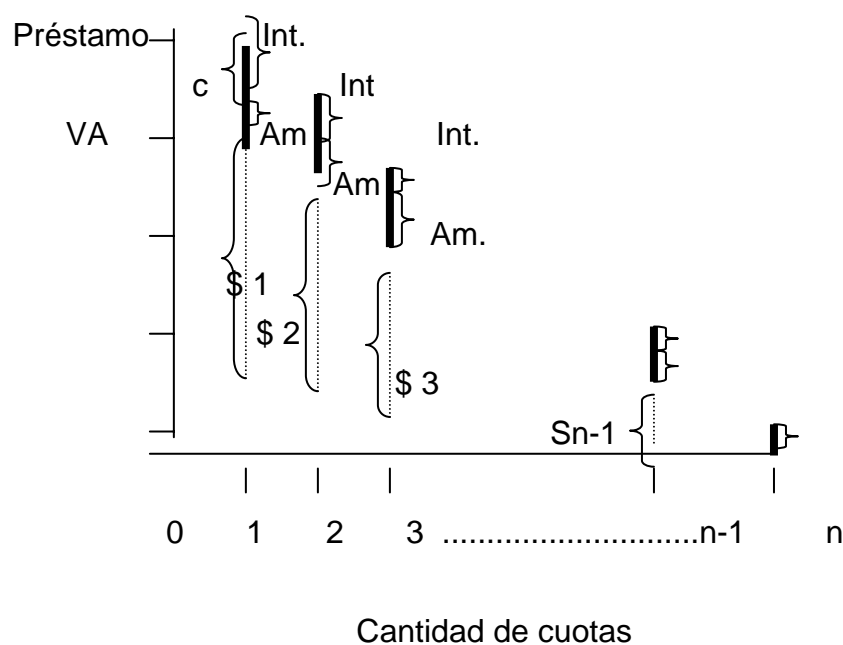
En este caso el cuadro mantiene su estructura básica, corriendo la columna (3) de intereses un lugar hacia arriba. De esta manera los \$ 150.000 (primeros intereses) aparecen cobrados fuera del cuadro y con la última cuota no se cobran intereses.

Periodo	Capital a comienzo de cada periodo	Intereses a fines de cada período	Amortización a fines de cada período	Cuotas a fines de cada período.
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	1.000.000	120.000	200.000	320.000
2	800.000	90.000	200.000	290.000



3	600.000	60.000	200.000	260.000
4	400.000	30.000	200.000	230.000
5	200.000	-----	200.000	200.000
	TOTALES	300.000	1.000.000	1.300.000

Gráficamente podemos decir del “Sistema Alemán” que:



Observamos en el gráfico como las cuotas van disminuyendo su valor con el transcurso del tiempo y la cancelación de las distintas cuotas. También acá podemos ver de qué manera van disminuyendo los intereses debido a la disminución en los saldos de cada período.

En función del ejemplo propuesto en el desarrollo del método francés, observemos su comportamiento al ser aplicado al método Alemán:

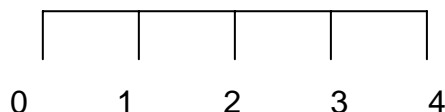


Período	Saldo	Cuota	Amortización	Interés
1	12.000,00	<b>3.099,96</b>	3.000,00	99,96
2	9.000,00	<b>3.074,97</b>	3.000,00	74,97
3	6.000,00	<b>3.049,98</b>	3.000,00	49,98
4	3.000,00	<b>3.025,00</b>	3.000,00	25,00
Totales			12.000,00	249,91

- Bajo este método una persona que toma un crédito abonará cuotas cada vez más bajas.

**Si planteamos el flujo de fondos gráficamente tenemos:**

Momento:



Préstamo: 12.000,00

Pagos Mensuales

-3.099,96 -3.074,97 -3.049,98 -3.025

**SISTEMA DE AMORTIZACIÓN AMERICANO:**

Este sistema tiene como característica que todas las cuotas excepto la última son constantes e igual al monto de los intereses. Los intereses son constantes y las amortizaciones son iguales a 0, excepto en el último período en el que se produce la devolución total del capital, por lo que la última cuota está conformada por el interés del último período más la amortización total del capital.

Teniendo en cuenta estos datos podemos confeccionar una tabla, que nos permita visualizar la descomposición de esta operación:



Período	Saldo	Cuota	Amortización	Interés
1	12.000,00	<b>99,96</b>	0,00	99,96
2	12.000,00	<b>99,96</b>	0,00	99,96
3	12.000,00	<b>99,96</b>	0,00	99,96
4	12.000,00	<b>12.099,96</b>	12.000,00	99,96
Totales			12.000,00	399,84

- Observe que en este sistema la devolución del capital se produce en el último período.

Quien contrata un crédito bajo este sistema, debe abonar en todos los períodos sólo el importe de los intereses, pero sobre el total del capital, puesto que no se devuelve ningún importe en concepto de amortización de capital, hasta el último período en el que se devuelve en forma íntegra.

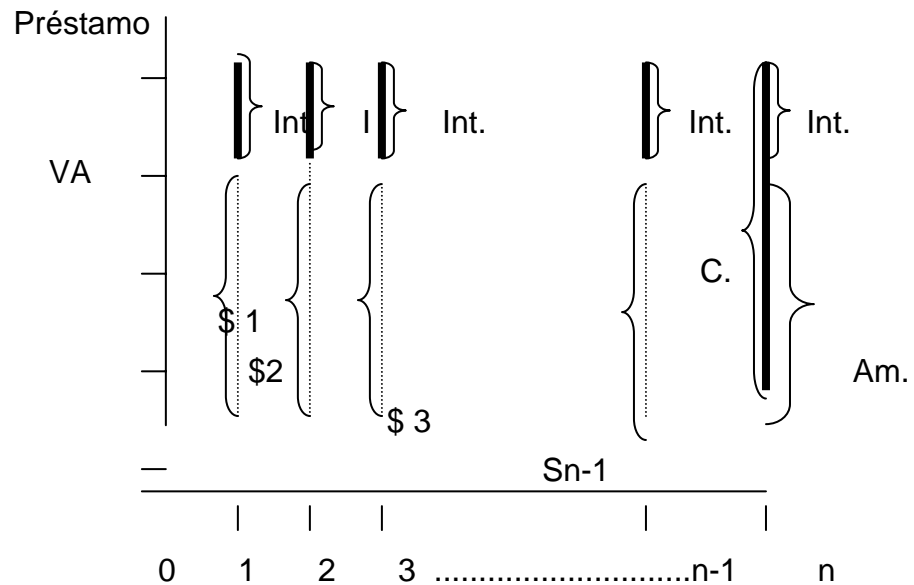
Este sistema es muy utilizado en préstamos para productores agropecuarios o empresas agropecuarias que deben invertir dinero para preparación de las zonas a cultivar, maquinarias, semillas, etc, sabiendo que la cosecha se producirá en el futuro y una vez que ésta se obtiene se cancela el préstamo con la entidad crediticia. Como podemos observar, este método da la posibilidad de realizar inversiones sin tener que afrontar grandes sumas periódicamente y devolver el monto del préstamo una vez que se haya levantado la cosecha.

Comparándolo con los otros sistemas, éste es más costoso, pues por intereses se abona \$ 399,84; esto se debe a que la persona que toma el crédito no devuelve nada hasta el último período, por lo que los intereses recaen sobre el importe total \$ 12.000.





Gráficamente:



Cantidad de cuotas

Observe el comportamiento que tiene este sistema. En el gráfico se puede apreciar que las cuotas desde el comienzo y hasta la cuota n-1, tienen un valor relativamente bajo e igual al monto de los intereses.

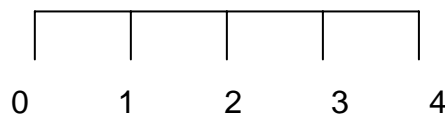
Los saldos permanecen constantes durante todo el sistema y son equivalentes al importe total de la deuda.

Es importante, no olvidar que:

- La última cuota es igual a los intereses más el total de la deuda.

**Si planteamos gráficamente los flujos de fondos tendremos:**

Momento:



Préstamo: 12.000,00

Pagos Mensuales

- 99,96 -99,96 -99,96 -12.099,96



**SISTEMA NO FINANCIERO: SISTEMA DE INTERÉS DIRECTO**

Este sistema tiene como característica que las cuotas, los intereses y las amortizaciones son constantes.

Recuerde que el sistema de interés directo es uno de los sistemas que se consideran no financieros, debido a que los intereses se calculan sobre el total de la deuda, independientemente del importe que ya se haya devuelto. Es decir que bajo este sistema una persona paga intereses como si nunca hubiese abonado ninguna cuota, cuando en realidad con cada cuota que ha pagado, ha devuelto una parte del capital prestado, por lo que los intereses debieran recaer sobre el importe que se adeuda y no sobre el total.

Teniendo en cuenta estos datos podemos confeccionar una tabla, que nos permita visualizar la descomposición de esta operación:

Período	Saldo	Cuota	Amortización	Interés
1	12.000,00	<b>3.099,96</b>	3.000,00	99,96
2	9.000,00	<b>3.099,96</b>	3.000,00	99,96
3	6.000,00	<b>3.099,96</b>	3.000,00	99,96
4	3.000,00	<b>3.099,96</b>	3.000,00	99,96
Totales			12.000,00	399,84

- Para calcular la cuota en este sistema, utilizaremos la siguiente fórmula:

Cuota:  $\frac{VA + VA \times i \times n}{N}$ , es decir:

Cuota:  $\frac{12.000,00 + 12.000,00 \times 0,0083 \times 4}{4} = 3.099,96$



- Recuerde que la cuota en un sistema de amortización está compuesta por 2 elementos:
  - a) Amortización e
  - b) Interés.

En la fórmula ambos elementos se observan claramente:

a) el primero “La Amortización”, surge de hacer el siguiente Cálculo:

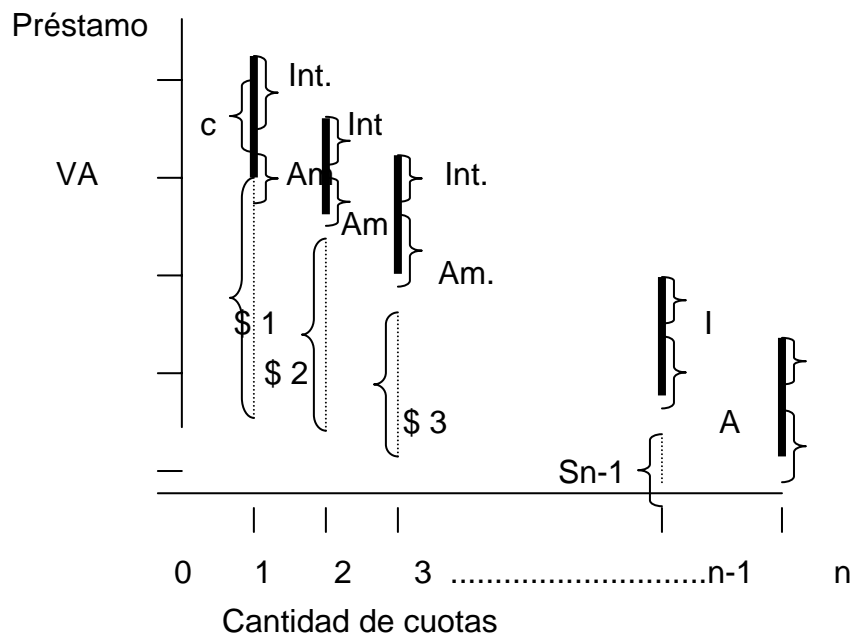
$$\frac{VA}{N}$$

b) el segundo elemento “El interés”, surge de hacer el siguiente cálculo:

$$\frac{VA \times i \times n}{n}$$

En este sentido, este sistema no es justo, puesto que el tomador de un crédito está abonando intereses como si nunca hubiera devuelto \$ 1 de capital, cuando periódicamente el importe del préstamo se va reduciendo a consecuencia de las amortizaciones.

Gráficamente el “Sistema Directo” se comporta del siguiente modo:





Como se observa en el gráfico las cuotas mantienen su valor durante todos los meses de duración del crédito. Note que también mantienen su composición, es decir, cada cuota está conformada por el mismo importe de intereses y de amortización.

El sistema de interés directo es muy utilizado en la financiación de productos tales como electrodomésticos, autos usados, muebles, préstamos de dinero otorgados por instituciones no bancarias, etc. Normalmente los productos financiados bajo este sistema se financian en una importante cantidad de cuotas. ¿Por qué?

Este método hace que para algunas empresas, su verdadero negocio no sea la venta de los productos sino la financiación. Es por ello que en algunos folletos de oferta resaltan el valor de la cuota y no el valor de contado del producto.

**CUADRO COMPARATIVO DE LOS DISTINTOS MÉTODOS**

Concepto	FRANCÉS	ALEMÁN	AMERICANO	DIRECTO
<b>CUOTA</b>	Constante	Decreciente	constante = int. salvo la última cuota	Constante
<b>AMORTIZAC.</b>	Creciente	Constante = VA/n	Igual a 0, salvo la cuota n.	Constante = VA/ n
<b>INTERÉS</b>	Decreciente	Decreciente	Constante	Constante
<b>CALCULO INTERÉS</b>	Sobre saldo	Sobre saldo	Sobre saldo	Sobre el total de la deuda



**EJERCICIOS DE SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN:**

**Ej. N° 148:**

Marisa desea comprar un lavarropas automático en un comercio de la ciudad de Córdoba en 6 cuotas de \$ 189. Lo único que sabe esta persona es que las cuotas son constantes. Sabiendo que el interés mensual de esta operación es de 0.03, desarrolle los cuadros de Amortización que poseen cuotas constantes para ayudar a Marisa en su decisión.

**Ej. N° 149:**

Desarrolle el cuadro del Sistema Alemán y del Sistema Americano para el ejemplo anterior.

**Ej. N° 150:**

Desarrolle los cuatro cuadros conocidos en el siguiente ejemplo.

- Valor del Electrodoméstico \$ 240
- Cantidad de cuotas 4
- Tasa de la operación: TNA 0.15

**Ej. N° 151:**

Desarrolle el ejemplo anterior, considerando el IVA (21%) sobre los intereses.

**Ej. N° 152:**

Desarrolle nuevamente el ejercicio N° 150, pero esta vez considerando que los intereses se pagan por adelantado (los del primer mes, en el momento cero, los del mes dos en el momento uno y así sucesivamente).

**Ej. N° 153:**

Axel compra una plancha de \$126 en 6 cuotas por sistema francés. La operación se realiza con la tarjeta exclusiva del local donde adquiere su producto. En el momento de retirarlo le informan que deberá abonar mensualmente un recargo de \$5 por la utilización de esta tarjeta exclusiva. Realice el cuadro teniendo en cuenta este supuesto y ¿Si la tasa enunciada es del 2.3% mensual, la tasa real es la misma?



**Ej. N° 154:**

Realice el ejercicio anterior nuevamente, pero ahora a través del sistema de interés directo.

**Ej. N° 155:**

Realice el ejercicio N° 153 a través de los sistemas alemán y americano y observe también el comportamiento de la tasa real vs. la tasa enunciada.



# MATEMÁTICA FINANCIERA

## “ UNIDAD Nº 5 ”

### HERRAMIENTAS PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN

*Autores:*

- Julio Tortone.
- Gonzalo Murillo.
- Marcelo Filippo

Año: 2004



## UNIDAD Nº 5

### HERRAMIENTAS PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN:

#### Introducción:

Entre las decisiones del gerente financiero, que en el primer capítulo conocimos, se encontraba las relacionadas al PRESUPUESTO DE CAPITAL. ¿Qué activos deberíamos comprar? ¿Qué inversiones a largo plazo realizaremos? ¿En qué línea de negocios estaremos?

El proceso de asignar o de presupuestar recursos es un proceso más que complejo. Comprende decisiones tales como:

- ❑ Lanzar o no un nuevo producto.
- ❑ Ingresar o no en un nuevo mercado.
- ❑ Exportar o dedicarse sólo al mercado interno.
- ❑ Actualizar o no tecnológicamente las instalaciones y las maquinarias de la empresa.
- ❑ Analizar la viabilidad de la apertura de un nuevo local.
- ❑ Etc.

Este tipo de decisiones se relacionan con la naturaleza de las operaciones de la empresa y de los productos de los años venideros. Esto es debido a que las inversiones en activos fijos son de una vida útil muy prolongada y son además muy difíciles de revertir una vez que se han realizado.

El Presupuesto de Capital es el aspecto más importante de las Finanzas Corporativas al ser, como ya mencionamos, los Activos Fijos los que definen el negocio de la empresa.





El presupuesto de capital es la materialización de un plan de inversión y de financiación, enfocado a mantener o incrementar el capital de la empresa y su participación en el mercado.

En todo momento debemos tener en cuenta tres aspectos fundamentales:

- El plan de inversión es siempre a largo plazo y aquí todos los recursos son variables.
  
- Cuales serán las erogaciones de capital a realizar en los próximos meses, años. (Activos Fijos, Investigación y Desarrollo, Marketing y Publicidad, Capital de Trabajo, etc)
  
- Como será la forma de obtener el dinero, nos referimos a la forma de financiarnos. (capital propio o de terceros)

### **Concepto de Inversión:**

Inversión es un término polisémico, pero a efectos de lograr una correcta interpretación utilizaremos el siguiente concepto:

"El acto de invertir, es el cambio de una satisfacción inmediata y cierta a la que se renuncia contra una esperanza que se adquiere y de la cual el bien invertido es el soporte"

### **Elementos de una Inversión, Son cuatro:**

1. El Sujeto (quien invierte)
  
2. El Objeto (en el que se invierte)
  
3. El Costo (se renuncia a una satisfacción inmediata y cierta)
  
4. La expectativa futura (esperanza que se adquiere)

Invertir es utilizar bienes para adquirir un conjunto de Activos Reales o Financieros que son aptos para proporcionar rentas o servicios durante un cierto período de tiempo.



### Clasificación de las inversiones:

#### Según el Objeto:

- Reales
- Financieras

#### Según el Sujeto:

- Públicas (realizadas por el Estado)
- Privadas (realizadas por las empresas)

#### Según su función:

- Renovación o reemplazo (sustitución)
- Expansión (para hacer frente a mayor demanda)
- Innovación (lanzamientos de nuevos productos al mercado)
- Estratégicas (dependiendo de la competencia)

### Proyecto de Inversión:

Se refiere a la posibilidad de financiación (obtención de fondos) o a la posibilidad de inversión (aplicación de fondos). Debemos destacar que ambos aspectos no pueden separarse.

### Elementos que definen un proyecto de inversión:

- Desembolso inicial, tamaño de la inversión o costo de la misma.
- Duración del proyecto, horizonte económico o **período de planeamiento** (período de tiempo que va desde que se efectúa el desembolso inicial hasta el momento en que se produce el último flujo neto de caja)



- Corriente de ingresos o egresos de caja (CASH FLOW) referidos a una unidad de tiempo (generalmente un año). Los mismos se producen durante cada unidad de tiempo, pero se imputan **al final** de cada unidad de tiempo.
  
- Tasa de Costo: tasa de actualización de los flujos netos de caja (nosotros lo llamaremos **Costo de Oportunidad del inversionista**)

### **Rentabilidad de una Inversión:**

Se conocen con exactitud los flujos netos de caja y el tiempo que ha transcurrido.

### **Rentabilidad de un Proyecto de Inversión:**

Se trata de un valor probable, estimado. A la rentabilidad la podemos clasificar del siguiente modo:

- Financiera: Concepto microeconómico. Es lo que se obtiene luego de cubrir, con los flujos netos de caja, el costo de la inversión y el costo de la financiación.
  
- Económica: Concepto macroeconómico. Indica el aporte de la inversión a la economía en general.

**FLUJO DE FONDOS:** " Un flujo de fondos, muestra los movimientos de caja que se producirán a consecuencia de distintas circunstancias como puede ser, tomar un préstamo, invertir dinero en alguna alternativa que permita obtener una rentabilidad, etc"

### **CRITERIOS PARA LA SELECCIÓN DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN:**

Estas herramientas de decisión se desarrollarán con profundidad en clase, sin embargo a continuación presentaremos una breve introducción, describiendo los aspectos más relevantes de cada instrumento.



### **Valor Actual Neto (VAN) :**

El Valor Actual Neto también conocido como Valor Presente Neto (VPN) es la diferencia entre el valor de mercado de una inversión y su costo. Este indicador se estima con base en el cálculo del valor presente de los flujos de efectivo proyectados a futuro, restando posteriormente su costo. El VAN es el criterio de decisión preferido.

#### **Regla de decisión:**

"Una inversión es aceptada si su VAN es positivo y debe ser rechazada si su VAN es negativo"

### **Tasa Interna de Retorno (TIR):**

Es la tasa que iguala el costo de la inversión o desembolso inicial con la suma de los valores actuales de los flujos netos de caja.

Es el rendimiento que producirá una unidad de capital invertido en una unidad de tiempo.

#### **Regla de decisión:**

"Una inversión es aceptable si la TIR es superior al rendimiento requerido. De lo contrario debe ser rechazada"

#### **Ventajas:**

- Está íntimamente relacionada con el VAN y con frecuencia conduce a decisiones idénticas.
  
- Es fácil de entender y de comunicar.

#### **Desventajas:**

- Puede dar como resultado respuestas múltiples o pasar por alto los flujos de efectivo no convencionales.
  
- Puede conducir a decisiones incorrectas al comparar inversiones mutuamente excluyentes.



### **Período de Recupero Simple:**

El período de recuperación simple es el plazo que deberá transcurrir hasta que la suma de los flujos de efectivo de una inversión sea igual a su costo. Es el más utilizado en nuestro país ( ¿por qué? )

#### **Regla de decisión:**

"Se debe emprender un proyecto si su periodo de recuperación es inferior que el plazo mínimo establecido (punto de corte) de lo contrario debe ser rechazado"

#### **Ventajas:**

- Es fácil de entender.
- Primero ajusta la incertidumbre de los flujos de efectivo que se recibirán posteriormente.
- Esta sesgado hacia la liquidez.

#### **Desventajas:**

- Pasa por alto el postulado fundamental de matemática financiera (el valor del dinero en el tiempo)
- Requiere de un punto de corte arbitrario.
- Hace caso omiso de los flujos de efectivo que escapan a la fecha de corte.
- Esta sesgada contra los proyectos a largo plazo, tales como los proyectos de investigación y de desarrollo.

### **Período de Recupero Descontado:**

Es la cantidad de tiempo que debe transcurrir para que la suma de los flujos de efectivo **descontados** sea igual a la inversión inicial.



**Regla de decisión:**

"Se debe emprender un proyecto si su periodo de recuperación **descontado** es inferior que el plazo mínimo establecido (punto de corte) de lo contrario debe ser rechazado"

**Ventajas:**

- Considera el valor tiempo del dinero.
- Es fácil de entender y de explicar.
- No acepta inversiones con un VAN estimado negativo.
- Esta sesgado hacia la liquidez.

**Desventajas:**

- Provoca el rechazo de inversiones con un VAN positivo.
- Se basa en un punto de corte arbitrario.
- Ignora los flujos de efectivo que trasponen la fecha de corte.
- Se encuentra sesgado contra los proyectos a largo plazo, tales como los proyectos nuevos.

**EJERCICIOS:**

**Ej. N° 156:**

¿Cuál es el periodo de recupero simple del siguiente conjunto de flujos de efectivo?

<b>Año</b>	<b>Flujo de Efectivo</b>
<b>0</b>	<b>(-) \$2.500</b>
<b>1</b>	<b>\$400</b>
<b>2</b>	<b>\$1.600</b>
<b>3</b>	<b>\$700</b>
<b>4</b>	<b>\$1.300</b>



**Ej. N° 157:**

En base al ejercicio anterior determine la TIR , la VAN y la relación entre ambas, sabiendo que el costo de oportunidad para el inversionista es del 9% anual

**Ej. N° 158:**

Un proyecto de inversión proporciona flujos de entrada de efectivo de \$200 por año durante cinco. ¿Cuál será el periodo de recupero simple si el costo inicial es de \$620?

**Ej. N° 159:**

Sobre la base del ejercicio anterior determine el período de recupero descontado si el costo de oportunidad del inversionista es del 7% anual

**Ej. N° 160:**

Analice el siguiente CASH FLOW y determine:

- La TIR
- El VAN
- El periodo de recupero simple.
- El periodo de recupero descontado.

Año	Flujo de Fondos Neto
0	(-) \$ 100.000
1	\$ 5.000
2	\$ 15.000
3	\$25.000
4	\$35.000
5	\$45.000
6	\$55.000

Tenga en cuenta que el costo de oportunidad para el inversionista es del 11% Anual.



**RESULTADOS:**

**Ej. N° 1:**

0,01 MENSUAL

**Ej. N° 2:**

\$3.160.000

**Ej. N° 3:**

- A) \$2.823.233,43 (3 SEMESTRES)
- B) \$2.523.525,34 (5 MESES)
- C) \$2.546.327.81 (2 TRIMESTRES)
- D) \$2.429.175,43 (4 SEMANAS)
- E) \$2.570.983,79 (215 DIAS)

**Ej. N° 4:**

- A) CON GASTOS: 0,13488 ANUAL
- B) SIN GASTOS: 0,13942 ANUAL

**Ej. N° 5:**

N = 7 MESES  
Co = \$4.857.577, 06

**Ej. N° 6:**

Cn = FV = \$2.244,4975

**Ej. N° 7:**

Co = PV = \$ 810,2391

**Ej. N° 8:**

i = 4,8413 % Anual

**Ej. N° 9:**

N = 4 años

**Ej. N° 10:**

Cn = FV = \$ 5.150

**Ej. N° 11:**

Co = PV = \$2.318,6931





**Ej. N° 12:**

$$N = 16,9512 = 17 \text{ meses}$$

**Ej. N° 13:**

$$Co = PV = \$2254,7018$$

**Ej. N° 14:**

$$Cn = FV = \$5.461,1149$$

**Ej. N° 15:**

0,0155 o 1,5498 % mensual.

**Ej. N° 16:**

$$TEA = 0.12683$$

**Ej. N° 17:**

Interés efectivo trimestral = 0,02874

**Ej. N° 18:**

$$TNA = 0,12$$

**Ej. N° 19:**

Conviene opción "B"

**Ej. N° 20:**

- A) 0.1217
- B) 0.1308
- C) 0.1419

**Ej. N° 21:**

0,12683 TEA

**Ej. N° 22:**

- a) TNA cap. Mensual = 0.3449
- b) TNA cap. Bimestral = 0.3404
- c) TNA cap. Trimestral = 0.3355



**Ej. N° 23:**

TEA = 0.20247

**Ej. N° 24:**

\$5.210,7670

**Ej. N° 25:**

TNA 0.1680                      TEA 0.1816

**Ej. N° 26:**

\$179085

**Ej. N° 27:**

- a) 3.33%
- b) 25 días
- c) 0.0401

**Ej. N° 28:**

Opción A

**Ej. N° 29:**

- a) 3.6% mensual
- b) mes
- c) \$900

**Ej. N° 30:**

- a. 0.0188
- b. 0.1182
- c. 0.0043
- d. 0.0188

**Ej. N° 31:**

- a) 0.0198
- b) 0.04
- c) 0.2360
- d) 0.2653
- e) 0.24



**Ej. N° 32:**

Opción "C" o "D"

**Ej. N° 33:**

Opción "E"

**Ej. N° 34:**

- a) \$ 342862,50
- b) ídem
- c) es indistinto

**Ej. N° 35:**

\$692.33

**Ej. N° 36:**

\$3149,40

**Ej. N° 37:**

\$1858,33

**Ej. N° 38:**

\$5449,64

**Ej. N° 39:**

\$6538,12

**Ej. N° 40:**

Opción B los primeros 6 años sin tener en cuenta el Valor Tiempo del Dinero.

**Ej. N° 41:**

135 días

**Ej. N° 42:**

- a) \$10202,53
- b) 0,2070



**Ej. N° 43:**

Tiempo 360 días  
u.d.t = 30 días  
períodos de capitalización = 12

**Ej. N° 44:**

- a) \$229.69
- b) Semestre
- c) 9.5% semestral

**Ej. N° 45:**

- a) 0.0197
- b) 0.2373
- c) 0.0293
- d) 0.1244

**Ej. N° 46:**

- a) 0.0296
- b) 0.03
- c) 0.0069
- d) 0.0148

**Ej. N° 47:**

Opción A (TNA capitalización 15 días)

**Ej. N° 48:**

Sería indistinto

**Ej. N° 49:**

- a) \$82053,09
- b) \$78488,72
- c) \$72271,06
- d) \$67036,51
- e) \$55386,40



**Ej. N° 50:**

120 días

**Ej. N° 51:**

a) \$5571.71

b) 0.0358

**Ej. N° 52:**

Fila 1= 0.0395 - 0.1249 - 0.60 - 0.48 - \$360.18

Fila 2= 0.0395 - 0.0395 - 0.1249 - 0.60

Fila 3= 0.0049 - 0.0149 - 0.0609 - 0.06 - \$1125.50

Fila 4= 0.0811 - 0.2636 - 155% - 97.32% - \$7647

Fila 5= 0.028 - \$2834 - 0.0276 - 0.0422 - 0.168

Fila 6= (ERROR en dato "Cantidad de U de tiempo es 15 en vez de 3)

0.0414 - 0.0408 - 168% - 100.7%

**Ej. N° 53:**

\$5114,50

**Ej. N° 54:**

60 días

**Ej. N° 55:**

\$548

**Ej. N° 56:**

4.44%

**Ej. N° 57:**

Descuento \$147

Valor Efectivo \$4753

**Ej. N° 58:**

\$15260

**Ej. N° 59:**

a) 0.0255

b) 0.0255



c) 0.3103

**Ej. N° 60:**

- a) 0.0243
- b) 0.333
- c) 0.0118
- d) 0.0119
- e) 0.2820

**Ej. N° 61:**

- 1) 0.0329 d mensual - 0.3948 TND
- 2) 0.087 i 180 días - 0.16 TND
- 3) 0.0204 i bim - 0.02 d bimestral
- 4) 0.0235 i 30 días - 0.0230 d 30 días
- 5) 0.0638 trimestral - 0.24 TND
- 6) 0.0215 d 15 días - 0.5232 TND

**Ej. N° 62:**

- a) 0.2760
- b) 0.0230
- c) 0.1303

**Ej. N° 63:**

0.1220

**Ej. N° 64:**

- a) 0.0116
- b) \$179.80 y \$15320,20

**Ej. N° 65:**

- 1) 2070,57 - 279,43 - 150días - 30 días
- 2) 924 - 49 - 3 - mes
- 3) 11424,95 - 2 - 120 días - 60 días
- 4) 425 - 0.033 p/45 días - 4
- 5) 20065,31 - 879,69 - 15 días - 15 días



**Ej. N° 66:**

- a) \$10392,88
- b) 0.1705 desc. p/ 90 días - 0.2056 int. p/ 90 días

**Ej. N° 67:**

- c) \$ 22320
- d) \$1680
- e) De descuento

**Ej. N° 68:**

\$18665,50

**Ej. N° 69:**

\$31351.24

**Ej. N° 70:**

\$12478.81

\$12156.24

**Ej. N° 71:**

\$53639,07

**Ej. N° 72:**

Opción "C"

**Ej. N° 73:**

\$66109.96

**Ej. N° 74:**

30% para los 45 días

**Ej. N° 75:**

\$1291.58

**Ej. N° 76:**

Opción A



**Ej. N° 77:**

\$7139,62

**Ej. N° 78:**

- a) \$14659.50
- b) TEAD 0.1771 - TEAi 0.2152

**Ej. N° 79:**

Conviene vender la cartera a los acreedores.

**Ej. N° 80:**

Conviene opción A

**Ej. N° 81:**

d= 10.4651%  
136,42% TNAD

**Ej. N° 82:**

Opción "B"

**Ej. N° 83:**

\$35982.80

**Ej. N° 84:**

d= 0.0226     i= 0.0231

**Ej. N° 85:**

16,79% descuento para 90 días  
TNAD 68.09%  
TEAD 52.55%

**Ej. N° 86:**

- a) 0.2993
- b) 0.2969
- c) 0.3449
- d) 0.2582





**Ej. N° 87:**

- a) 0.0099
- b) 0.0197
- c) 0.1287
- d) 0.2496
- e) 0.2150

**Ej. N° 88:**

\$25813,0902

**Ej. N° 89:**

\$11589,42

**Ej. N° 90:**

\$11882,20

**Ej. N° 91:** a) \$ 4.582, 98

b) \$ 4617, 3547

**Ej. N° 92:** a) \$ 2.799, 9020

b) n = 14

**Ej. N° 93:** \$ 4.163, 8631

**Ej. N° 94:** 35 cuotas mensuales.

**Ej. N° 95:** a) \$ 27, 1839

b) \$ 26, 9174



**Ej. N° 96:** a) 0, 024323  
b) 0, 291876  
c) 0, 334268

**Ej. N° 97:** a) \$ 7.859, 5170  
b) \$ 8.898, 4816  
c) \$ 9.468, 3855

**Ej. N° 98:** con una tasa bimestral de 2,17% a) \$ 1.084, 21  
b) 1.107, 74

**Ej. N° 99:** con la FC - 200 n = 21  
con algunas FC - 100 n = 20, 46

**ACLARACIÓN IMPORTANTE:** algunas calculadoras FC-200 redondean automáticamente al calcular el n.

**Ejercicio N° 100:**

Con BGN i para 45 días 1, 1329 % y la TNA para 45 días es 9, 1891 %.

Con cuota vencida i para 45 días 1, 3032 % y la TNA para 45 días es 10, 5704 %.

**Ejercicio N° 101:** 18 cuotas mensuales.

**Ejercicio N° 102:** \$ 348, 7935

**Ejercicio N° 103:** a) \$ 2.613  
B) \$ 2744, 35  
c) \$ 6233, 111



**d) \$ 185**

**Ejercicio N° 104: \$ 2.287, 3012**

**Ejercicio N° 105: \$ 5.527, 79**

**Ejercicio N° 106: Anticipada = \$ 6.710, 6142  
Vencida = \$6.616, 7881**

**Ejercicio N° 107: \$ 2.418, 825**

**Ejercicio N° 108: \$ 14.728, 5 (d = 4,925%)**

**Ejercicio N° 109: \$32.017, 3296**

**Ejercicio N° 110: \$ 4.066, 0887**

**Ejercicio N° 111: a) TNA de la operación 54, 638%  
b) TEA de la operación 70,63%  
c) Enunciaría la opción A por ser menor**

**Ejercicio N° 112: 23 pagos mensuales.**

**Ejercicio N° 113: BGN \$ 923, 5355  
Vencida \$ 975, 0688**



Ejercicio N° 114: a) TNA 35, 0742% TEA 41,23% (i mensual 2, 9229%)  
b) Mostraría la TNA.

Ejercicio N° 115: a) vencida \$ 181, 2423      BGN \$ 174, 2379  
a) vencida \$ 111, 6603      BGN \$ 107, 3450

Ejercicio N° 116: \$ 156, 7303

Ejercicio N° 117: a partir del cuarto mes

Ejercicio N° 118: \$ 6.016, 8913

Ejercicio N° 119: \$ 24.433, 8810

Ejercicio N° 120: \$ 1.628, 3822

Ejercicio N° 121: \$ 2.611, 1149

Ejercicio N° 122: \$ 54

Ejercicio N° 123: \$ 17.501, 90

Ejercicio N° 124: 35



Ejercicio N° 125: a) \$ 630, 02  
b) \$ 662, 33

Ejercicio N° 126: i 4% para 45 días TNA capitalización 45 días 32,45%

Ejercicio N° 127: \$ 4.778, 02

Ejercicio N° 128: \$ 223, 4051

Ejercicio N° 129: \$ 10.593, 71

Ejercicio N° 130: C (BGN)= \$ 26.736, 5382  
C (vencida) = \$ 27.668, 85

Ejercicio N° 131: \$ 7.313, 77

Ejercicio N° 132: c) \$ 557, 88 (vencida) \$ 526, 30 (BGN)  
d) \$ 879,15 (vencida) \$ 829, 39 (BGN)  
e) \$ 319, 28 (vencida) \$ 301, 21 (BGN)

Ejercicio N° 133: TNA = 41, 52%  
TEA = 50, 41%



Ejercicio N° 134: \$ 169, 55

Ejercicio N° 135: A partir del 4to. Mes comienzo a abonar las cuotas.

Ejercicio N° 136: \$ 34.128, 2789

Ejercicio N° 137: \$ 3.487, 61

Ejercicio N° 138: \$ 38.195, 2075

Ejercicio N° 139: \$ 15.539, 5746

Ejercicio N° 140: i real = 2, 2110%  
i enunciada = 0, 0125

Ejercicio N° 141: i real = 2, 1228 %  
i enunciada = 1, 19 %

Ejercicio N° 142: a) \$ 1.161, 7526 (interés 3, 33% mensual)  
b) \$ 25. 476, 9749  
c) \$ 6.355, 6112

Ejercicio N° 143: a) \$ 2.532, 9023 (interés 2, 92% mensual)  
b) 3, 1653 % mensual  
c) \$ 2.739, 5871  
d) \$ 81.865, 0502



e) \$ 84.397, 9525

f) Interés (int) = \$ 209, 5284

Amortización (prn) = \$ 2.323, 3739

**ACLARACIÓN IMPORTANTE:**

El alumno debe notar que siempre la suma de la amortización y de los intereses debe ser igual al importe de la cuota.

(\$ 209, 5284 + \$ 2.323, 3739 = \$ 2.532, 9023)

g) \$60.090, 3155

h) \$ 10.755, 8784

Ejercicio N° 144: Cuota = \$ 1.202, 25

Interés = \$ 368, 9167

Saldo =\$ 15. 833, 33

Ejercicio N° 145: Cuota = \$ 699

Interés = \$ 699

Saldo =\$ 30.000

Ejercicio N° 146: a) \$ 1.598, 2162 (interés 2, 92% mensual)

b) \$ 39.514, 1346

c) PMT \$ 3.695, 4677

Ejercicio N° 147: \$ 58, 50

Ejercicio N° 148 al Ejercicio N° 155:

Se realizarán en clase, debido a que el alumno debe confeccionar los cuadros de amortización de deuda.



**Ejercicio N° 156: 2 años, 8 meses y 17 días**

**Ejercicio N° 157: TIR = 19, 5535%  
VAN = \$ 675, 1417**

**Ejercicio N° 158: 3 años, 1 mes y 6 días**

**Ejercicio N° 159: 3 años, 7 meses y 14 días**

**Ejercicio N° 160: a) P.R.SIMPLE 4 años, 5 meses y 10 días  
b) P.R.DESCONTADO 5 años, 6 meses y 7 días  
c) VAN = \$ 14.124, 7654  
d) TIR = 14, 5271%**