Tabla de contenido

PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS

Directrices: Generalmente se siguen los siguientes pasos:

1. Leer varias veces el problema identificando los datos que se proporcionan y la incógnita que se pide encontrar.
2. Presentar los datos, tal vez en una o más tablas, y, si es apropiado, hacer un esquema.
3. Plantear una o más ecuaciones que relacione los datos y las incógnitas del problema.
4. Resolver las ecuaciones planteadas.
5. Comprobar las conclusiones obtenidas.

1 PROBLEMAS DE MÁRGENES DE UTILIDAD

1.1 Conceptos:

$Costo\ (precio\ de\ compra) = precio\ que\ paga\ la\ empresa\ cuando\ comp$
$ra\ un\ producto$
$Precio\ de\ venta = precio\ al\ que\ la\ empresa\ vende\ el\ producto$
$Margen\ de\ utilidad = diferencia\ entre\ el\ precio\ de\ venta\ y\ el\ precio\ de\ costo$
$Margen\ de\ utilidad = porcentaje\ del\ precio\ de\ costo$

$Precio\ de\ venta = Costo + Margen\ de\ utilidad$
$S = C + M$

$Margen\ de\ utilidad = tasa\ de\ utilidad\ \cdot\ costo$
$M = r\ \cdot\ C$

$\boldsymbol{S = C + r\ \cdot\ C}$

1.2 Ejercicios

1. Una empresa compra un producto en \$18000 para venderlo en \$25200. ¿Cuál es la tasa de utilidad?

Solución:

$C = 18000$
$S = 25200$
$r =¿?$

$S = C + r\ \cdot\ C$

$25200 = 18000 + r\ \cdot\ 18000$
$25200 - 18000 = 18000 \cdot r$
$7200 = 18000 \cdot r$

$$r = \frac{7200}{18000} = 0{,}40 = 40\%$$

La tasa de utilidad es 40%.

2. La empresa utiliza una tasa de utilidad de 45% en todos sus productos. El precio de venta de uno de ellos es $23200. ¿Cuál es el costo de ese producto?

Solución:

$C =¿?$
$S = 23200$
$r = 0{,}45$

$$S = C + r \cdot C$$

$$23200 = C + 0{,}45 \cdot C$$
$$23200 = C(1 + 0{,}45)$$

$$C = \frac{23200}{1 + 0{,}45} = \frac{23200}{1{,}45} = 16000$$

El costo del producto vendido es $16.000

3. Se vende un automóvil en $27.600.000 con un 15% de ganancia. ¿Cuál fue su precio de compra?

Solución:

$C =¿?$
$S = 27.600.000$
$r = 0{,}15$

$$S = C + r \cdot C$$

$$27.600.000 = C + 0{,}15 \cdot C$$
$$27.600.000 = C(1 + 0{,}15)$$

$$C = \frac{27.600.000}{1 + 0{,}15} = \frac{27.600.000}{1{,}15} = 24.000.000$$

El precio de compra fue $24.000.000.

2 PROBLEMAS DE DESCUENTO

2.1 Conceptos:

$$Descuento = monto\ que\ la\ empresa\ reduce\ del\ precio\ normal\ del\ producto\ para\ su\ promoción$$

$Tasa\ de\ descuento\ o\ tasa\ de\ rebaja$: $Se\ expresa\ como\ un\ porcentaje\ del\ precio\ normal.$

$$Precio\ de\ venta(S) = Precio\ normal(R) - Descuento(D)$$

$$S = R - D$$

$$Descuento\ D = Tasa\ de\ descuento \cdot Precio\ normal$$

$$D = r \cdot R$$

$$\boldsymbol{S = R - r \cdot R}$$

2.2 Ejercicios:

1. El precio regular de un producto en una tienda es de \$48.000. Por cambio de temporada el producto es ofrecido en \$36.000. ¿Cuál es la tasa de descuento aplicada por la tienda?

Solución:

$R = 48.000$
$S = 36.000$
$r =¿?$

$$\boldsymbol{S = R - r \cdot R}$$

$$36000 = 48000 - r \cdot 48000$$
$$36000 - 48000 = -48000r$$
$$-12000 = -48000r$$

Multiplicando por menos 1 ambos miembros y despejando r:

$$r = \frac{12000}{48000} = 0{,}25 = 25\%$$

La tasa de descuento es 25%.

2. Una tienda publicita que todos sus productos tienen un descuento del 20%. Si uno de esos productos se ofrece en \$30.000, ¿cuál es su precio de preventa o regular?

Solución:

$Precio\ de\ venta\ (S) = Precio\ de\ preventa\ o\ regular(R) - descuento(D)$
$S = R - D$

$Descuento(D) = Tasa\ de\ descuento(r) \cdot Precio\ de\ preventa\ o\ regular(R)$

$D = r \cdot R$

Sustituyendo D por rR en la ecuación: $S = R - D$

$\boldsymbol{S = R - r \cdot R}$

$\boldsymbol{R = S + r \cdot R}$

$r = 0{,}20$

$Descuento\ rR = 0{,}20R$

$R = 30.000 + 0{,}20R$
$R - 0{,}20R = 30.000$
$R(1 - 0{,}20) = 30.000$

$$R = \frac{30.000}{1 - 0{,}20} = \frac{30.000}{0{,}80} = 37.500$$

El precio de preventa o regular era de $37.500.

3. El precio de venta de un producto es $27300 y es menor en 35% al precio regular. ¿Cuál es el precio regular?

Solución:

$R =¿?$
$S = 27300$
$r = 0{,}35$

$\boldsymbol{S = R - r \cdot R}$

$27300 = R - 0{,}35 \cdot R$

$27300 = R(1 - 0{,}35)$

$$R = \frac{27300}{1 - 0{,}35} = \frac{27300}{0{,}65} = 42000$$

El precio regular es $42.000

4. Un producto se vende en $800 Si el precio normal o de lista era $1000. ¿cuál es el porcentaje de descuento o rebaja?

Solución:

$D = R - S$
$D = 1000 - 800 = 200$

$$r = \frac{D}{R}$$

$$r = \frac{200}{1000} = 0{,}20 = 20\%$$

El porcentaje de rebaja es 20%.

3 PROBLEMAS DE INVERSIÓN

3.1 Conceptos:

$I = Interés\ simple$
$P = Principal\ o\ cantidad\ invertida$
$r = Tasa\ de\ interés\ simple$
$t = Tiempo$

$\boldsymbol{I = P \cdot r \cdot t}$

3.2 Ejercicios:

1. Un inversionista dispone de $10.000.000 para tomar dos depósitos a plazo en entidades bancarias diferentes. En una de ellas la tasa de interés simple que le ofrecen es del 7% en la otra del 8%. ¿Cuánto debería invertir en cada depósito a plazo de modo que el interés anual total ganado sea de $785.000?

Solución:

$Monto\ invertido\ al\ 7\% = x$
$Monto\ invertido\ al\ 8\% = 10.000.000 - x$

	Principal, P	·	Tasa de interés, r	=	Interés ganado, I
Monto al 7%	x	·	0,07	=	$0{,}07\,x$
Monto al 8%	$10.000.000 - x$	·	0,08	=	$0{,}08(10.000.000 - x)$

La suma del interés ganado por los dos depósitos es igual al interés anual total ganado de $785.000

$0{,}07\,x + 0{,}08(10.000.000 - x) = 785.000$
$0{,}07\,x + 800.000 - 0{,}08x = 785.000$
$-0{,}01\,x + 800.000 = 785.000$
$-0{,}01\,x = -15.000$

$$x = \frac{15.000}{0{,}01} = 1.500.000$$

$10.000.000 - x = 10.000.000 - 1.500.000 = 8.500.000$

El monto invertido al 7% = $1.500.000
El monto invertido al 8% = $8.500.000

2. Un inversionista tiene un total de US$18.000 depositados en tres cuentas distintas que ganan un interés anual de 9%, 7% y 5%. El monto depositado en la cuenta del 9% es el doble que el monto depositado en la cuenta del 5%. Si las tres cuentas ganan un interés anual total de US$1340, ¿cuánto dinero hay depositado en cada cuenta?
   Fuente: Aufmann y Lockwood. Álgebra intermedia, 8ª. ed., p. 228.

Solución:

$Monto\ invertido\ al\ 5\% = x$
$Monto\ invertido\ al\ 9\% = 2x$
$Monto\ invertido\ al\ 7\% = 18.000 - x - 2x$

	Principal, P	·	Tasa de interés, r	=	Interés ganado, I
Monto al 5%	x	·	0,05	=	$0{,}05x$
Monto al 9%	$2x$	·	0,09	=	$0{,}09(2x)$
Monto depositado al 7%	$18.000 - x - 2x$		0,07		$0{,}01(18.000 - 3x)$

La suma del interés ganado por los dos depósitos es igual al interés anual total ganado de $1.340

$0{,}05\,x + 0{,}09(2x) + 0{,}07(18.000 - \ 3x) = 1.340$
$0{,}05\,x + 0{,}18x + 1.260 - 0{,}21x = 1.340$
$0{,}02\,x = 1.340 - 1.260$
$0{,}02\,x = 80$

$$x = \frac{80}{0{,}02} = 4.000$$
$2x == 8.000$
$18.000 - x - 2x = 18.000 - 4.000 - 8.000 = 6.000$

Por tanto, hay US$4.000 en la cuenta al 5%; US$8.000 en la cuenta al 9% y US$6.000 en la cuenta al 7%.

3. Un inversionista invirtió el 75% de su dinero en un depósito a plazo al 9%. El resto en títulos del gobierno al 6%. Calcule el monto invertido en cada caso si el interés total ganado es $3.300.000.

Solución:
$Monto\ invertido = x$
$Monto\ invertido\ al\ 9\% = 0{,}75x$
$Monto\ invertido\ al\ 6\% = 0{,}25x$

	Principal, P	·	Tasa de interés, r	=	Interés ganado, I
Monto al 9%	$0,75x$	·	$0,09$	=	$0,09 \cdot 0,75\ x$
Monto al 6%	$0,25x$	·	$0,06$	=	$0,06 \cdot 0,25\ x$

La suma del interés ganado por los dos depósitos es igual al interés anual total ganado de \$3.300.000

$0,09(0,75x) + 0,06(0,25x) = 3.300.000$
$0,0675x + 0,015x = 3.300.000$
$0,0825x = 3.300.000$

$$x = \frac{3.300.000}{0,0825} = 40.000.000$$

El monto depositado es \$40.000.000

4. Un inversionista dispone de \$1.500.000 para invertir a un año una parte al 8% y el resto al 7%. Si gana por estas inversiones \$111.000. ¿Cuánto invirtió a cada tasa?

Solución:
$Monto\ invertido\ al\ 8\% = x$
$Monto\ invertido\ al\ 7\% = 0,07(1.500.000 - x)$

	Principal, P	·	Tasa de interés, r	=	Interés ganado, I
Monto al 8%	x	·	$0,08$	=	$0,08x$
Monto al 7%	$(1.500.000 - x)$	·	$0,07$	=	$0,07 \cdot (1.500.000 - x$

La suma del interés ganado por los dos depósitos es igual al interés anual total ganado de \$111.000

$0,08\ x + 0,07(1.500.000 -\ x) = 111.000$
$0,08x + 105.000 - 0,07x = 111.000$
$0,01x = 6.000$

$$x = \frac{6.000}{0,01} = 600.000$$

El inversionista invirtió \$600.000 al 8% y $1.500.000 - 600.000 = \$900.000$ al 7%.

4 PROBLEMAS DE MEZCLAS DE INGREDIENTES

4.1 Conceptos:

Se trata de combinar dos ingredientes en una mezcla.

$V = Valor\ de\ un\ ingrediente$
$q = Cantidad\ del\ ingrediente$
$c = Costo\ unitario\ del\ ingrediente$

Ecuación: $\boldsymbol{V = q \cdot c}$

4.2 Ejercicios:

1. Una empresa quiere preparar 9 litros de una mezcla cuyo valor es de $6.000 por litro. La mezcla se prepara con un producto que cuesta $7.000 y otro de $4.000. ¿Cuántos litros de cada uno de esos productos debería utilizar?

Solución:
La suma de las cantidades de los dos productos es 9 litros

$Cantidad\ del\ producto\ de\ \$7.000 = x$
$Cantidad\ del\ producto\ de\ \$4.000 = 9 - x$

Elementos	Cantidad (q)	·	Costo unitario (c)	=	Valor $V = q \cdot c$
Producto de $7.000	x	·	7	=	$7x$
Producto de $4.000	$9 - x$	·	4	=	$4(9 - x)$
Mezcla de $6.000	9		6		$6(9)$

La suma de los valores de los productos de $7.000 y de $4.000 es igual al valor de $6.000 de la mezcla:

$7x + 4(9 - x) = 6(9)$
$7x + +36 - 4x = 54$
$3x + +36 = 54$
$3x = 18$

$x = 6$

La cantidad del producto de $7.000 es 6 litros.
La cantidad del producto de $4.000 es:

$9 - x = 9 - 6 = 3$

La cantidad del producto de $4.000 es 3 litros.

2. ¿Cuántas onzas de una aleación de oro que cuestan US$320 la onza, deben mezclarse con 100 onzas de una aleación que cuesta US$100 la onza para elaborar una mezcla que cuesta US$160?

Fuente: Aufmann, R. y Lockwood, J. (2013). Algebra elemental, 8ª. ed. P. 175.

Elementos	Cantidad (q)	Costo unitario (c)	Valor $V = qc$
Aleación de US$320	x	320	$320x$
Aleación de US$100	100	100	$(100)(100)$
Mezcla	$X + 100$	160	$160(x + 100)$

Planteamiento:

$$320x + (100)(100) = 160(x + 100)$$
$$320x + 10000 = 160x + 16000$$
$$320x - 160x = 16000 - 10000$$
$$160x = 6000$$
$$x = \frac{6000}{160} = 37{,}5$$

La mezcla debe contener 37,5 onzas de la aleación de oro de US$320.

3. Un carnicero mezcló carne molida para hamburguesa que cuesta $4000 el Kg con otra que cuesta $2800 el Kg. ¿Cuántos Kg de cada una se utilizaron para elaborar una mezcla de 75 Kg que cuesta $3.200 el Kg?

Solución:

Elementos	Cantidad (q)	Costo unitario (c)	Valor $V = qc$
Carne molida de $4.000 el Kg	x	4000	$4000x$
Carne molida de $2.800 el Kg	$75 - x$	2800	$(75 - x)(2800)$
Mezcla	75	3200	$(75)(3200)$

Planteamiento:

$$4000x + (75 - x)(2800) = (75)(3200)$$
$$4000x + 210000 - 2800x = 240000$$
$$1200x = 30000$$
$$x = \frac{30000}{1200} = 25$$

La mezcla debe contener 25 Kg de la carne de $4.000 y de $75 - x = 75 - 25 = 50\ Kg$ de la carne de $2.800.

4. Cincuenta litros de jarabe de durazno que cuestan U$9,5 por litro se mezclan con jarabe de durazno de imitación, que cuestan US$4,0 por litro. ¿Qué cantidad de jarabe de durazno de imitación se necesita para preparar una mezcla que cuesta US$5,0 por litro?

Solución:

Elementos	Cantidad (q)	Costo unitario (c)	Valor $V = qc$
Jarabe de imitación de $4,0 el L.	x	4,0	$4x$
Jarabe puro de $9,5 el L.	50	9,5	$9{,}50(50)$
Mezcla	$50 + x$	5,0	$(50 + x)(5{,}0)$

Planteamiento:

$$4x + 9{,}5(50) = (50 + x)(5{,}0)$$
$$4x + 475 = 250 + 5x$$
$$475 - 250 = 5x - 4x$$
$$225 = x$$

La mezcla debe contener 225 litros de jarabe de imitación.

5. Un tanque contiene 80 litros de agua al 5% de sal. ¿Cuánta agua deberá agregarse para tener agua al 2% de sal?

Solución:

Elementos	Cantidad (q)	Concentración %	Valor $V = qc$
Agua al 5% de sal	80	5,0	(80)(5)
Agua añadida	x		
Mezcla	$80 + x$	2,0	$(80 + x)(2{,}0)$

Planteamiento:

$$(80)(5) = (80 + x)2$$
$$400 = 160 + 2x$$
$$400 - 160 = 2x$$
$$240 = 2x$$
$$x = \frac{240}{2} = 120$$

Es decir, se debe agregar 120 litros de agua para obtener agua al 2% de sal.

6. A 120 litros de agua azucarada al 3%. ¿Cuánta agua deberá evaporarse para aumentar su concentración al 5%?

Solución:

Elementos	Cantidad (q)	Concentración %	Valor $V = qc$
Agua azucarada al 3%	120	3,0	$(120)(3)$
Agua por evaporarse	x		
Mezcla	$120 - x$	5,0	$(120 - x)(5,0)$

Planteamiento:

$$(120)(3) = (120 - x)5$$
$$360 = 600 - 5x$$
$$360 - 600 = -5x$$
$$-240 = -5x$$
$$240 = 5x$$

$$x = \frac{240}{5} = 48$$

Es decir, se debe evaporar 48 litros de agua para obtener agua azucarada al 5%.

7. ¿Cuántos litros de una solución al 15% de alcohol se deben agregar a otra al 6% de alcohol para obtener 180 litros de una nueva solución al 10% de alcohol?

Solución:

Elementos	Cantidad (q)	Concentración %	Valor $V = qc$
Solución al 15%	x	15,0	$(15)(x)$
Agua por evaporarse	$180 - x$	6,0	$(180 - x)(6,0)$
Mezcla	180	10,0	$180(10,0)$

Planteamiento:

$$(15)(x) + (180 - x)(6,0) = 180(10)$$
$$15x + 1080 - 6x = 1800$$
$$9x + 1080 = 1800 - 1080$$
$$9x = 720$$
$$x = \frac{720}{9} = 80$$

Se deben combinar 80 litros al 15% de alcohol con $180 - x = 180 - 80 = 100\ litros$ al 6% para obtener 180 litros al 10% de alcohol.

8. ¿Cuántos litros de una solución de alcohol al 30% debe combinarse con otra al 3% para obtener 30 litros de una nueva solución al 12%.

   Solución:

Elementos	Cantidad (q)	Concentración %	Valor $V = qc$
Solución al 30%	x	30,0	$(30)(x)$
Solución al 3%	$30 - x$	3,0	$(30 - x)(3{,}0)$
Mezcla	30	12,0	$30(12{,}0)$

Planteamiento:

$$(30)(x) + (30 - x)(3{,}0) = 30(12)$$
$$30x + 90 - 3x = 360$$
$$27x + 90 = 360$$
$$27x = 270$$
$$x = \frac{270}{27} = 10$$

Se deben combinar 10 litros al 30% de alcohol con $30 - x = 30 - 10 = 20\ litros$ al 3% para obtener 30 litros al 12% de alcohol.

9. El propietario de una dulcería dispone de 20 libras de nueces a $ 12 la libra. El propietario decide mezclar nueces con maní. Si el maní se vende a $3 por libra, ¿Cuántas libras de maní debe mezclar con nueces para que la mezcla pueda venderse a $6 la libra?

   Solución:

Elementos	Cantidad (q)	Costo unitario	Valor $V = qc$
Maní	x	3,0	$3x$
Nueces	20	12,0	$12(20)$
Mezcla	$20 + x$	6,0	$6(20 + x)$

Planteamiento:

$$3x + 240 = 6(20 + x)$$
$$3x + 240 = 120 + 6x$$
$$-3x = 120 - 240$$
$$-3x = -120$$
$$x = \frac{120}{3} = 40$$

El propietario debe mezclar 40 libras de maní con $20 + 40 = 60$ libras de nueces.

5 PROBLEMAS DE PORCENTAJES DE MEZCLAS

5.1 Conceptos:

La cantidad de una sustancia en una solución se puede expresar como un porcentaje de la solución total. Por ejemplo, en una solución de agua salada al 5% significa que el 5% de la solución total es sal y el 95% restante es agua.

$Q = cantidad\ de\ una\ sustancia\ en\ una\ solución$
$r = porcentaje\ de\ concentración$
$q = cantidad\ de\ solución$

$\boldsymbol{Q = q \cdot r}$

5.2 Ejercicios:

9. Un químico desea preparar 3 litros de una solución de ácido al 7% mezclando una solución de ácido al 9% y una al 4%. ¿Cuántos litros de cada solución debe utilizar el químico?

Fuente: Aufmann y Lockwood. Álgebra, p. 177

Solución:

$Litros\ de\ solución\ al\ 9\% = x$
$Litros\ de\ solución\ al\ 4\% = 3 - x$

Elementos	Cantidad (q)	Concentración %	Valor $V = qc$
Solución al 9%	x	0,09	$0{,}09x$
Solución al 4%	$3 - x$	0,04	$0{,}04(3 - x)$
Solución al 7%	3	0,07	$0{,}07(3)$

La suma de las cantidades antes de la mezcla es igual a la cantidad después de la mezcla:

$$0{,}09x + 0{,}04(3 - x) = 0{,}07(3)$$
$$0{,}09x + 0{,}12 - 0{,}04x = 0{,}21$$
$$0{,}05x = 0{,}09$$
$$x = \frac{0{,}09}{0{,}05} = 1{,}8$$

El químico necesita 1,8 litros de la solución al 9% y $(3 - 1{,}8) = 1{,}2$ litros de la solución al 4%.

10. ¿Cuántos galones de solución de sal al 15% se deben mezclar con 4 galones de una solución de sal al 20% para preparar una solución de sal al 17%?

Solución:

$Cantidad\ de\ solución\ al\ 15\% = x$
$Cantidad\ de\ solución\ al\ 20\% = 4$
$Cantidad\ de\ solución\ al\ 17\% = x + 4$

Elementos	Cantidad (q)	Concentración %	Valor $V = qc$
Solución al 15%	x	0,15	$0{,}15x$
Solución al 20%	4	0,20	$0{,}20(4)$
Solución al 17%	$x + 4$	0,17	$0{,}17(x + 4)$

La suma de las cantidades de sal en la solución al 15% y en la solución al 20% es igual a la cantidad de sal en la solución al 17%.

$$0{,}15x + 0{,}20(4) = 0{,}17(x + 4)$$
$$0{,}09x + 0{,}80 = 0{,}17x + 0{,}68$$
$$-0{,}02x + 0{,}8 = 0{,}68$$
$$-0{,}02x = -0{,}12$$

$$x = \frac{-0{,}12}{-0{,}02} = 6$$

Entonces, se requieren 6 galones de solución al 15%.

3. Se fabrica una alfombra tejiendo 20 libras de hilo que es 50% lana con otro que es 25% lana. ¿Cuántas libras del hilo que es 25% lana se deben utilizar en la alfombra acabada para que sea 35% lana?

Fuente: Aufmann y Lockwood. Álgebra, problema 45, p. 181

Solución:

Solución:

$Cantidad\ de\ lana\ al\ 25\% = x$
$Cantidad\ de\ lana\ al\ 50\% = 20\ libras$
$Cantidad\ de\ lana\ al\ 35\% = x + 20$

Elementos	Cantidad (q)	Concentración %	Valor $V = qc$
Lana al 50%	20	0,50	$20(0{,}50)$
Lana al 25%	x	0,25	$0{,}25(x)$
Solución al 17%	$x + 20$	0,35	$0{,}35(x + 20)$

La suma de las cantidades de lana al 50% y al 25%, es igual a la cantidad de lana al 35%.

$$20(0{,}50) + 0{,}25x = 0{,}35(x + 20)$$

$$10 + 0{,}25x = 0{,}35x + 7$$
$$10 - 7 = 0{,}35x - 0{,}25x$$
$$3 = 0{,}10x$$

$$x = \frac{3}{0{,}10} = 30$$

Entonces, se requieren 30 libras de hilado de lana al 25%.

6 PROBLEMAS DE MOVIMIENTO UNIFORME:

6.1 Conceptos:

Movimiento uniforme: Se da cuando un objeto se desplaza a una velocidad constante en línea recta. Tanto la velocidad como la dirección del objeto no cambian.

La solución a un problema de movimiento uniforme se basa en la ecuación:

$$velocidad = \frac{distancia\ d}{tiempo\ t}$$
$$v = \frac{d}{t}$$
$$d = vt$$

Se debe tener presente las dos situaciones siguientes:

- Si dos objetos se mueven en direcciones opuestas, entonces la distancia entre ellos aumenta a una velocidad que es igual a la suma de las velocidades de los dos objetos. Por ejemplo, si dos corredores parten de un mismo punto, pero en dirección opuesta, el primero a una velocidad de $2{,}7\frac{m}{s}$ y el segundo a $3{,}7\frac{m}{s}$, la distancia entre aumenta a una velocidad de $2{,}7\frac{m}{s} + 3{,}7\frac{m}{s} = 6{,}4\frac{m}{s}$.
- Si dos objetos se mueven acercándose entre sí, la distancia entre ellos disminuye a una velocidad que es igual a la suma de sus velocidades. Por ejemplo, si uno de los ciclista avanza a una velocidad de $24\frac{Km}{h}$ y el otro se le acerca asegundo a $32\frac{Km}{h}$, la distancia entre aumenta a una velocidad de $24\frac{Km}{h} + 32\frac{Km}{h} = 56\frac{Km}{h}$.

6.2 Ejercicios:

1. La distancia entre dos ciudades A y B es 255 Km. Un auto sale de A hacia B a $90\frac{Km}{h}$. Al mismo tiempo otro auto sale de B hacia A, a $80\frac{Km}{h}$. Suponiendo velocidades constantes, calcular:
   a) El tiempo en que tardan en encontrarse los autos.
   b) La distancia que ha recorrido cada auto al encontrarse.
   Fuente: Guía Camila T.

Solución:

En una tabla, la información se presenta como sigue:

Datos	Velocidad (v)	Tiempo (t)	Distancia (d)
Auto de $A\ a\ B$	90	t	$90t$
Auto de $B\ a\ A$	80	t	$80t$

Planteamiento:

$$d = 90t + 80t$$

$$90t + 80t = 255$$
$$170t = 25$$

$$t = \frac{255}{170} = 1{,}5 \; horas$$

O bien:

$$d = v \cdot t$$

$$255Km = 170\frac{Km}{h} \cdot t$$

$$t = \frac{255 \; Km}{170 \; \frac{Km}{h}} = 1{,}5 \; horas$$

Es decir:

a) Los autos se encuentran al cabo de 1,5 horas.
b) El auto de $A \; a \; B$ recorre $90t = 90(1{,}5) = 135 \; Km$
   El auto de $B \; a \; A$ recorre $80t = 80(1{,}5) = 120 \; Km$

2. Un autobús sale de Miami hacia San Francisco a una velocidad promedio de $40\frac{millas}{h}$. Tres horas después, un automóvil sale de Miami rumbo a San Francisco por la misma ruta a $55\frac{millas}{h}$. ¿Cuánto tiempo tarda el automóvil en alcanzar al autobús?
   Fuente: Libro de Ignacio Bello, p. 178

Solución:
Recordar, que:

$$d = vt$$

En una tabla, la información se presenta como sigue:

Datos	Velocidad (v)	Tiempo (t)	Distancia (d)
Automóvil	55	t	$55t$
Autobús	40	$t + 3$	$40(t + 3)$

Planteamiento:
El automóvil tarda t horas y el autobús tarda $t + 3$ horas, puesto que sale 3 horas antes.

Automóvil

Miami San Francisco

Autobús

Cuando el automóvil alcanza al autobús, viajaron la misma distancia. De acuerdo con la tabla anterior, el automóvil viajó $55t$ millas y el autobús $40(t+3)$ millas.

$$55t = 40(t+3)$$
$$55t = 40t + 120$$
$$55t - 40t = 120$$
$$15t = 120$$
$$t = \frac{120}{15} = 8$$

Es decir: El automóvil tarda 8 horas en alcanzar al autobús.

Comprobación: El automóvil viaja duran 8 horas a $55\frac{millas}{h}$, por lo que recorre: $55(8) = 440\, millas$, mientras que el autobús se desplaza a $40\frac{millas}{h}$ durante 11 horas ($t+3=8+3=11$), lo que da un total de 440 millas. Puesto que el automóvil recorrió la misma distancia, alcanzó al autobús en 8 horas.

3. Dos correos salen de dos ciudades A y B, distantes entre sí 150 Km, a las 7 a.m., y van el uno hacia el otro. El que sale de A va a $8\,\frac{Km}{h}$ y el que sale de B va a $7\frac{Km}{h}$. ¿a qué hora se encontrarán y a qué distancia de A y de B?
   Fuente: Aritmética de Baldor, p. 136

Solución:

$$d = vt$$

En una tabla, la información se presenta como sigue:

Datos	Velocidad (v)	Tiempo (t)	Distancia (d)
Correo de $A\ a\ B$	8	t	$8t$
Correo de $B\ a\ A$	7	t	$7t$

Planteamiento:

$$8t + 7t = 150$$
$$15t = 150$$
$$t = \frac{150}{15} = 10$$

Hora de encuentro: Los correos se encuentran al cabo de 10 horas. Como salieron a las 7 a.m. se encontrarán a las 17 horas ($7\ +\ 10\ = 17\ o\ 5\ p.m.$)

Distancia de A y B: En las 10 horas el correo que salió de A ha recorrido $8\,Km\ *\ 10\ =\ 80\ Km$. Luego el punto de encuentro dista de A 80 Km y de B dista $150 - 80\ =\ 70\ Km$.

4. Dos autos salen de dos ciudades A y B situadas a 1.400 Km de distancia, y van el uno hacia el otro. El de A sale a las 6 p.m. a $100\frac{Km}{h}$ y el de B sale a las 8 a.m. y va a $50\frac{Km}{h}$. ¿a qué hora se encontrarán y a qué distancia de los puntos A y B?
Fuente: Aritmética de Baldor, p. 137.

Solución:
Recordar, que:

$$d = vt$$

En una tabla, la información se presenta como sigue:

Datos	Velocidad (v)	Tiempo (t)	Distancia (d)
Auto de $A\ a\ B$	100	t	$100t$
Auto de $B\ a\ A$	50	t	$50t$

Planteamiento:
La particularidad de este ejercicio es que los autos no salen a la misma hora, por lo que a los 1.400 Km de distancia entre A y B hay que descontar la distancia que el auto que parte desde A recorre desde las 6 a.m. a las 8 a.m., que es la hora en que parte el automóvil de B hacia A. Como el que parte de A hacia B va a $100\frac{Km}{h}$, en dos horas recorre $100 \cdot 2 = 200\ Km$. Entonces a las 8 a.m. la distancia que separa a ambos automóviles es $1.400 - 200 = 1.200\ K$.

$$100t + 50t = 1.200$$
$$150t = 1.200$$

$$t = \frac{1.200}{150} = 8\ horas$$

Es decir:
Los autos se encuentran al cabo de 8 horas, o sea, a las 16 horas $(8 + 8 = 16)$ o 4 p.m.
El auto de $A\ a\ B$ recorre 10 horas desde las 6 a.m. a las 4 p.m. y como va a $100\frac{Km}{h}$, recorre $100 \cdot 10 = 1.000\ Km$, es decir, el punto de encuentro dista 1.000 Km de A y $1.400 - 1000 = 400\ Km$ de B.

5. Dos automóviles, el primero viajando $10\frac{Km}{h}$ más rápido que el segundo, parten al mismo tiempo desde el mismo punto y viajan en direcciones opuestas. En 3 horas están a 288 kilómetros de distancia. Calcula la tasa de velocidad del segundo automóvil.
Fuente: Aufmann & Lockwood (2013). Álgebra elemental. 8ª. ed.

Solución:

$Velocidad\ del\ segundo\ automóvil = v$

$Velocidad\ del\ primer\ automóvil = v + 10$

Datos	Velocidad (v)	Tiempo (t)	Distancia (d)
Primer automóvil	$v + 10$	3	$3(v + 10)$
Segundo automóvil	v	3	$3v$

La distancia recorrida (d) es 288 Km.

$$3(v + 10) + 3v = 288$$
$$3v + 30 + 3v = 288$$
$$6v = 258$$
$$v = \frac{258}{6} = 43$$

El segundo automóvil viaja a $43\frac{Km}{h}$.

6. Un equipo de ciclismo sala a la carretera a una velocidad de $16\frac{Km}{h}$ y regresa por la misma carretera a $12\frac{Km}{h}$. ¿Qué tan lejos llega el equipo si viaja un total de 7 horas? Fuente: Aufmann & Lockwood (2013). Álgebra elemental. 8ª. ed.

Solución:

$Tiempo\ transcurrido\ durante\ el\ viaje\ de\ ida = t$
$Tiempo\ transcurrido\ durante\ el\ viaje\ de\ regreso = 7 - t$

Datos	Velocidad (v)	Tiempo (t)	Distancia (d)
Ida	16	7	$16t$
Regreso	12	$7 - t$	$12(7 - t)$

La distancia de ida es igual a la de regreso:

$$16t = 12(7 - t)$$
$$16t = 84 - 12t)$$
$$28t = 84$$
$$t = \frac{84}{28} = 3$$

Por tanto, la distancia de ida es:

$$16t = 16(3) = 48\ Km$$

7. Una lancha de motor que viaja con la corriente puede recorrer 24 millas en 2 horas. Contra la corriente, tarda 3 horas en recorrer la misma distancia. Calcule la velocidad de la lancha en aguas tranquilas y la velocidad de la corriente
Fuente: Aufmann & Lockwood (2013). Álgebra intermedia. 8ª. ed. p. 221

Solución:

$Velocidad\ de\ la\ lancha\ en\ aguas\ tranquilas = x$
$Velocidad\ de\ la\ corriente = y$

Datos	Velocidad (v)	Tiempo (t)	Distancia (d)
Con la corriente	$x + y$	2	$2(x + y)$
Contra la corriente	$x - y$	3	$3(x - y)$

La distancia recorrida con la corriente es 24 millas: $2(x + y) = 24$
La distancia recorrida contra la corriente es 24 millas: $3(x - y) = 24$

Sistema de ecuaciones:

$2(x + y) = 24$
$3(x - y) = 24$

$(x + y) = 12$
$(x - y) = 8$

Sumando:
$2x = 20$
$x = \frac{20}{2} = 10$

$x + y = 12$
$10 + y = 12$
$y = 12 - 10 = 2$

Entonces, la velocidad de la lancha en aguas tranquilas es 10 mph y la velocidad de la corriente s 2 mph.

8. Al volar a favor del viento, un avión voló 1000 millas en 5 horas. Al volar contra el viento, el avión podría volar solo 500 millas en la misma cantidad de tiempo. Calcule la velocidad del avión en viento tranquilo y la velocidad del viento.
   Fuente: Aufmann & Lockwood (2013). Álgebra intermedia. 8ª. ed. p. 222

Solución:

$velocidad\ del\ avión\ en\ vuelo = x$
$velocidad\ del\ viento = y$

Datos	Velocidad (v)	Tiempo (t)	Distancia (d)
A favor del viento	$x + y$	5	$5(x + y)$
Contra la corriente	$x - y$	5	$5(x - y)$

$Distancia\ recorrida\ a\ favor\ del\ viento = 1000\ millas$
$Distancia\ recorrida\ contra\ el\ viento = 500\ millas$

Sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 5(x+y) &= 1000 \\ 5(x-y) &= 500 \end{aligned}\right]$$

$$\left.\begin{aligned} (x+y) &= 200 \\ (x-y) &= 100 \end{aligned}\right]$$

Sumando:
$2x = 300$
$x = \frac{300}{2} = 150$

$x + y = 200$
$150 + y = 200$
$y = 200 - 150 = 50$

Entonces, la velocidad del avión a favor del viento es 150 mph y la velocidad del viento es 50 mph.

9. Un automóvil sale de la ciudad Santiago y se dirige a Curicó a razón de 100 $\frac{km}{h}$. Al mismo tiempo, otro auto sale de Curicó y viaja a Santiago a la velocidad de 90 $\frac{km}{h}$. ¿Cuánto tardarían en encontrarse si las ciudades están a 192 km entre sí?

Solución:

Datos	Velocidad (v)	Tiempo (t)	Distancia (d)
Primer automóvil	100	t	$100t$
Segundo automóvil	90	t	$90t$

$100t + 90t = 192$
$190t = 192$
$t = \frac{192}{190} = 1{,}01$

Los vehículos se encontrarían al cabo de 1,01 horas.

10. Un ciclista sale de Las Vegas corriendo a razón de 18 mph. Una hora después, un auto sale de Las Vegas a 45 mph en la misma dirección. ¿Cuánto tardará el auto en alcanzar al ciclista??

Fuente: Gustafson, R. & Frisk, P. (2006). Álgebra intermedia. 7ª. ed. p. 73

Solución:

El ciclista lleva una ventaja de 1 hora. En este tiempo recorre $d = v \cdot t = 18 \cdot 1 = 18\ millas$.

A partir de ese momento, el ciclista y el auto se mueven a sus respectivas velocidades:

Ciclista: $18\ mph$
Auto: $45\ mph$

La diferencia de velocidad entre ellos es: $45\ mph - 18\ mph = 27\ mph$.

El auto debe recorrer la ventaja inicial del ciclista de 18 millas a la velocidad de 27 mph. Por tanto, el tiempo que tardará el auto en alcanzar al ciclista es:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}\ horas = \frac{2}{3} \cdot 60 = \frac{120}{3} = 40\ minutos$$

7 PROBLEMAS SOBRE NÚMEROS:

7.1 Ejercicios.

1. La suma de dos números es 100 y el mayor de ellos excede al menor en 10 unidades, ¿cuáles son los números?

Solución:
Sea x el número menor
El número mayor será $x + 10$

Planteamiento: La suma de ambos números es:

$$x + (x + 10) = 100$$
$$2x + 10 = 100$$
$$2x = 100 - 10$$
$$2x = 90$$
$$x = \frac{90}{2} = 45$$

Por consiguiente, el número menor es $x = 45$ y el mayor es $x + 10 = 45 + 10 = 55$.

2. La suma de dos números es 192. Uno de ellos es igual a los $\frac{3}{5}$ del otro. ¿Cuáles son los números?

Solución:

Sea x el primer número.
El segundo número es $\frac{3}{5}x$.

Planteamiento:

$$x + \frac{3}{5}x = 192$$

Multiplicando por 5 todos los términos de la ecuación:

$$5x + 3x = 960$$
$$8x = 960$$
$$x = \frac{960}{8} = 120$$

Por lo tanto, el número x es 120 y el otro es $192 - 120 = 72$.

3. El precio de un disco compacto y un libro es de $15.200. El precio del libro es igual a los $\frac{3}{5}$ del precio del disco. ¿Cuál es el precio de cada uno?

Solución:

Sea x el precio del disco
El precio del libro es $\frac{3}{5}\ x$

Planteamiento:

$$x + \frac{3}{5}x = 15200$$
$$5x + 3x = 76000$$
$$8x = 76000$$
$$x = \frac{76000}{8} = 9500$$

Por consiguiente, el precio del disco es $1900 y el del libro es $\frac{3}{5}\ x = \frac{3}{5}\ (9500) = \frac{28500}{5} =$ $\$5700$.

4. Julio ha gastado $\frac{1}{4}$ de su dinero en invitar a sus amigos y $\frac{1}{5}$ en la entrada al teatro. Le han quedado $4.400. ¿Cuánto dinero tenía Julio?

Solución:

Sea x el dinero de Julio.
El dinero gastado en invitar a sus amigos es $\frac{1}{4}\ x$.
El dinero gastado en ir al teatro es $\frac{1}{5}\ x$.

Planteamiento:

$$x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{5}x = 4400$$

Multiplicando todos los términos de la ecuación por el MCM=20:

$$20x - 5x - 4x = 88000$$

$$11x = 88000$$
$$x = \frac{88000}{11} = 8000$$

Por lo tanto, Julio tenía $8.000.

5. La suma de tres números es 400, el mayor excede al del medio en 64 y al menor en 130, ¿cuáles son los números?

Solución:

Sea x el número mayor
El número del medio es: $x - 64$, es decir, el número del medio es 64 unidades menor que el número mayor.

El número menor es: $x - 130$, es decir, el número menor es 130 unidades más pequeño que el número mayor.

Planteamiento: La suma de los tres números es:

$$x + (x - 64) + (x - 130) = 400$$
$$3x - 194 = 400$$
$$3x = 594$$
$$x = \frac{594}{3} = 198$$

Por consiguiente, el número mayor es 198, el del medio es $198 - 64 = 134$ y el menor es $198 - 130 = 68$.

6. La suma de tres números enteros consecutivos es 312. ¿cuáles son los números?

Solución:

El primer número = x
El segundo número = $x + 1$
El tercer número = $x + 2$

Planteamiento: La suma de los tres números:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 312$$
$$3x + 3 = 312$$
$$3x = 312 - 3 = 309$$
$$x = \frac{309}{3} = 103$$

Por tanto, los números son:
El primero es: $x = 103$
El segundo $x + 1 = 103 + 1 = 104$
El tercero $x + 2 = 103 + 2 = 105$.

7. La suma de tres números enteros pares consecutivos es 276, ¿cuáles son los números?

Solución:

Primer número par es: $2n$
Segundo número par consecutivo es: $2n + 2$
Tercer número par consecutivo es: $(2n + 2) + 2$

Planteamiento: La suma de los tres números pares consecutivos es:

$$2n + (2n + 2) + (2n + 2) + 2 = 276$$
$$6n + 6 = 276$$
$$6n = 270$$
$$n = \frac{270}{6} = 45$$

Por consiguiente:
El primer número es: $2n = 2(45) = 90$
El segundo número es: $2n + 2 = 90 + 2 = 92$
El tercer número es: $(2n + 2) + 2 = 92 + 2 = 94$

8. La suma de tres números enteros impares consecutivos es 45, ¿cuáles son los números?

Solución:
Primer número impar es: $2n + 1$
Segundo número impar consecutivo es: $2n + 3$
Tercer número impar consecutivo es: $(2n + 5)$

Planteamiento: La suma de los tres números impares consecutivos es:

$$(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) = 45$$
$$6n + 9 = 45$$
$$6n = 36$$
$$n = \frac{36}{6} = 6$$

Por tanto:
El primer número impar es: $2n + 1 = 2(6) + 1 = 13$
El segundo número impar es: $2n + 3 = 2(6) + 3 = 15$
El tercer número impar es: $(2n + 5) = 2(6) + 5 = 17$

9. La suma de cuatro números enteros impares consecutivos es 152, ¿cuáles son los números?

Solución:
Primer número impar es: $2n + 1$
Segundo número impar consecutivo es: $2n + 3$
Tercer número impar consecutivo es: $2n + 5$
Cuarto número impar consecutivo es: $2n + 7$
Planteamiento: La suma de los tres números impares consecutivos es:

$$(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + (2n + 7) = 152$$
$$8n + 16 = 152$$
$$8n = 152 - 16 = 136$$
$$n = \frac{136}{8} = 17$$

Por tanto:
El primer número impar es: $2n + 1 = 2(17) + 1 = 35$
El segundo número impar es: $2n + 3 = 2(17) + 3 = 37$
El tercer número impar es: $(2n + 5) = 2(17) + 5 = 39$
El cuarto número impar es: $(2n + 7) = 2(17) + 7 = 41$

10. Un número excede en seis a otro y el doble del mayor equivale al triple del menor. ¿cuáles son los números?

Solución:

Sea x el otro número

El número que excede en seis unidades al otro es: $x + 6$

El doble del número mayor, es decir $2(x + 6)$ equivale al triple del menor, es decir, a $3x$.

Planteamiento:

$$2(x + 6) = 3x$$
$$2x + 12 = 3x$$
$$12 = 3x - 2x$$
$$12 = x$$

Por lo tanto,

El otro número es $x = 12$.

El número que excede en seis unidades al otro es $x + 6 = 12 + 6 = 18$.

11. Una silla y una mesa de trabajo cuestan $28.000. El precio de la silla es igual a $\frac{1}{3}$ del precio de la mesa. ¿Cuánto cuesta cada mueble?

Solución:

Sea x el precio de la mesa.

El precio de la silla es: $\frac{1}{6}x$

Planteamiento:

$$x + \frac{1}{6}x = 28000$$

Multiplicando por 6 todos los términos de la ecuación:

$$6x + x = 168000$$
$$7x = 168000$$

$$x = \frac{168000}{7} = 24000$$

Por consiguiente, el precio de la mesa es $x = \$24.000$ y el de la silla es $\frac{1}{6}x = \frac{24000}{6} =$ $4.000.

12. Un comerciante pierde los $\frac{3}{5}$ de su capital en una mala operación. Luego recupera los $\frac{4}{7}$ de lo que había perdido. Después de estas operaciones, le quedan $3.900.000. ¿Cuánto dinero tenía al comienzo de las operaciones?

Solución.

Sea x su capital

Primera operación: pierde $\frac{3}{5}x$

Segunda operación: Recupera $\frac{4}{7}de\frac{3}{5}x$

Planteamiento:

$$x-\frac{3}{5}x+\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{5}x=3.900.000$$

$$x-\frac{3}{5}x+\frac{12}{35}x=3.900.000$$

Multiplicando todos los términos de la ecuación por el MCM= 35.

$$35x-21x+12x=136.500.000$$
$$35x-21x+12x=136.500.000$$
$$26x=136.500.000$$

$$x=\frac{136.500.000}{26}=5.250.000$$

Por tanto, el comerciante tenía $5.250.000 al comienzo de las operaciones.

13. Entre Luis y José tienen $84.000. Si Luis pierde $16.000 y José gana $20.000, ambos tienen lo mismo. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Solución:

Sea x lo que tiene Luis.
Lo que tiene José es $84.000-x$
Lo que pierde Luis es $x-16.000$
Lo que gana José es $84.000-x+20.000$

Planteamiento:

$$(x-16.000)=(84.000-x+20.000)$$
$$2x=(84.000+20.000+16000)$$
$$2x=(84.000+20.000+16000)$$
$$2x=120000$$

$$x=\frac{120000}{2}=60000$$

Por lo tanto, lo que tiene Luis es $x=\$60.000$ y lo que posee José es $84.000-x=84.000-60.000=\$24.000$

14. Dividir 1200 en dos partes, de manera que la parte mayor equivalga al triple de la parte menor.

Solución:

Sea x la parte mayor

La parte menor es 1200 – x
Planteamiento:

$$x = 3(1200 - x)$$
$$x = 3600 - 3x$$
$$4x = 3600$$

$$x = \frac{3600}{4} = 900$$

La parte mayor es $x = 900$ y la menor es $1200 - x = 1200 = 900 = 300$

15. Calcular un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si se invierte el orden de esas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.
    Fuente: Guía Camila T.

Solución:

Sea:
x la cifra de las decenas
y la cifra de las unidades
El número inicial es $10x + y$
El número invertido es $10y + x$

Planteamiento:
$x + y = 10$
$10y + x = 10x + y + 36$

$x = 10 - y$
$10y + (10 - y) = 10(10 - y) + y + 36$

$9y + 10 = 100 - 10y + y + 36$
$9y + 9y = 100 + 36 - 10$
$18y = 126$
$y = \frac{126}{18} = 7$

$x + y = 10$
$x + 7 = 10$
$x = 10 - 7 = 3$

El número es 37 o bien:
$10x + y = 10(3) + 7 = 37$

Comprobación: El número invertido es 73 que es mayor en 36 unidades al número inicial: $37 + 36 = 73$.

16. Un número excede al cuadrado más próximo en 30 unidades y es excedido por el siguiente cuadrado en 29 unidades. Indique la suma de las cifras del número.

   A. 14
   B. 16
   C. 18
   D. 20
   E. 22

   Fuente:
   https://www.youtube.com/watch?v=lw4k5B0CeiA&ab_channel=AcademiaCibernautas

Solución:

Sea:
x el número
y el otro número y su cuadrado es: y^2
La expresión matemática para la frase "excede al cuadrado más próximo en 30 munidades" se expresa como una resta: $x - y^2 = 30$ porque $x = y^2 + 30$
El siguiente cuadrado del otro número es: $(y + 1)^2$
La expresión matemática para la frase "es excedido por el siguiente cuadrado en 29 munidades" se expresa como una resta: $(y + 1)^2 - x = 29$ porque $x = (y + 1)^2 - 29$

Planteamiento:
$x - y^2 = 30$
$(y + 1)^2 - x = 29$

$(y + 1)^2 - y^2 = 59$
$y^2 + 2y + 1 - y^2 = 59$

$2y = 59 - 1 = 58$

$$y = \frac{58}{2} = 29$$

$x - y^2 = 30$
$x - 29^2 = 30$
$x - 841 = 30$
$x - 841 = 30$
$x = 871$

La suma de los dígitos es: $8 + 7 + 1 = 16$

17. Hallar un número de dos cifras sabiendo que la primera cifra es igual a la tercera parte de la segunda; y que, si se invierte el orden de esas cifras, se obtiene otro número que excede en 54 unidades al número inicial.
    Fuente: Guía Camila T.

Solución:

Sea:
x la cifra de las decenas (primera cifra)
y la cifra de las unidades (segunda cifra)
El número inicial es $10x + y$
El número invertido es $10y + x$

Planteamiento:
$x = \frac{y}{3}$
$10y + x = 10x + y + 54$

Multiplicando por 3 ambos miembros de la ecuación:
$3x = \frac{y}{3}(3)$

$3x = y$
$10(3x) + x = 10x + 3x + 54$

$30x + x = 13x + 54$
$31x - 13x = 54$
$18x = 54$
$x = \frac{54}{18} = 3$

$y = 3x$
$y = 3(3) = 9$

El número es 39 o bien:
$10x + y = 10(3) + 9 = 39$

Comprobación: El número invertido es 93 que excede en 54 unidades al número inicial: $39 + 54 = 93$.

18. En tres días un hombre ganó $175.000. Si cada día ganó la mitad de lo que ganó el día anterior, ¿cuánto gano cada día?
    Fuente: Álgebra de Baldor, p. 250.

Sea:
x lo que ganó el primer día

Lo que ganó el segundo día fue ½ de x, es decir: $\frac{1}{2} * x = \frac{x}{2}$
Lo que ganó el tercer día fue ½ de $\frac{x}{2}$, es decir: $\frac{1}{2} * \frac{x}{2} == \frac{x}{4}$

Planteamiento:

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 175.000$$

Multiplicando ambos miembros por 4:

$$4x + 2x + x = 700.000$$
$$7x = 700.000$$

$$x = \frac{700.000}{7} = 100.000$$

Lo que ganó el primer día: $x = 100.000$
Lo que ganó el segundo día: $\frac{x}{2} = \frac{100.000}{2} = 50.000$
Lo que ganó el tercer día: $\frac{x}{4} = \frac{100.000}{4} = 25.000$

19. La suma de tres números enteros pares consecutivos es 126, ¿cuáles son esos números?

Solución: Sea,

$x = primer\ entero\ par$
$x + 2 = segundo\ entero\ par$
$(x + 2) + 2 = tercer\ entero\ par$

$x + (x + 2) + (x + 2) + 2 = 126$
$x + (x + 2) + (x + 4) = 126$
$3x = 126 - 6 = 120$
$x = \frac{120}{3} = 40$

Primer par: $x = 40$
Segundo par: $x + 2 = 40 + 2 = 42$
Tercer par: $(x + 2) + 2 = 40 + 4 = 44$

20 Se tiene un número impar, se le añade el par de números impares que le anteceden y los tres números pares que son inmediatamente a dicho número, dando un resultado de 165 unidades. Calcule la suma de cifras del número impar mencionado.

Solución:

$Sea\ el\ número\ impar\ mencionado: x$

$El\ par\ de\ números\ impares\ que\ le\ anteceden$: $(x - 2)\ y\ (x - 4)$

$Los\ tres\ números\ pares\ anteriores$: $(x - 1);\ (x - 3)\ y\ (x - 5)$

Planteando el problema en una ecuación:

$x + (x - 2) + (x - 4) + (x + 1) + (x + 3) + (x + 5) = 165$

Resolviendo la ecuación:

$6x + 3 = 165$

$x = 27$

$Suma\ de\ cifras\ del\ número\ impar = 2 + 7 = 9$

8 PROBLEMAS SOBRE EDADES:

8.1 Ejercicios:

1. La edad de Sofía es el doble de la edad de Antonia. Si en tres años más la suma de sus edades será 36, ¿Qué edad tienen actualmente Sofía y Antonia?

Solución:

Sea x la edad de Antonia.
La edad de Sofía es $2x$
En tres años más la edad de Antonia será $x + 3$
En tres años más la edad de Sofía será $2x + 3$

En una tabla, la información se presenta como sigue:

Datos	Edad actual	Edad dentro de 3 años
Edad de Sofía	$2x$	$2x + 3$
Edad de Antonia	x	$x + 3$

Planteamiento: En tres años más la suma de sus edades será:

$$(2x + 3) + (x + 3) = 36$$
$$3x + 6 = 36$$
$$3x = 30$$
$$x = \frac{30}{3} = 10$$

Es decir, la edad actual de Antonia es $x = 10$ años y la de Sofía es $2x = 2(10) = 20$ años. En tres años más, la edad de Antonia será $x + 3 = 10 + 3 = 13$ años y la de Sofía $2x + 3 = 2(10) + 3 = 20 + 3 = 23\ años$. Ambas sumarán $13 + 23 = 36$ años.

2. La edad de Carlos es el triple de la de Mauricio y dentro de 10 años será el doble. Determine las edades actuales de Carlos y Mauricio.

Solución:

Sea x la edad de Mauricio
La edad de Carlos es $3x$
Dentro de 3 años la edad de Mauricio será $x + 10$
Dentro de 3 años la de Carlos será $3x + 10$

En una tabla, la información se presenta como sigue:

Datos	Edad actual	Edad dentro de 10 años
Edad de Carlos	$3x$	$3x + 10$
Edad de Mauricio	x	$x + 10$

Planteamiento:
Como dentro de 10 años la edad de Carlos será el doble de la de Mauricio, se plantea la siguiente ecuación:

$$3x + 10 = 2(x + 10)$$
$$3x + 10 = 2x + 20$$
$$x = 10$$

Por consiguiente, la edad de Mauricio es $x = 10$ años y la de Carlos $3x = 3(10) = 30$ años.

3. La edad de Fabiana es la tercera parte de la edad de Hilda y la edad de Cecilia es el doble de la edad de Fabiana. Si la suma de sus edades es 72 años, ¿Qué edad tiene actualmente Cecilia?

Solución:

Sea x la edad de Hilda.
La edad de Fabiana es $\frac{x}{3}$
La edad de Cecilia es $\frac{2x}{3}$

Como la suma de sus edades es 72, se plantea la siguiente ecuación:

$$x + \frac{x}{3} + \frac{2x}{3} = 72$$

Multiplicando por 3 todos los términos de la ecuación:

$$3x + x + 2x = 216$$
$$6x = 216$$

$$x = \frac{216}{6} = 36$$

Es decir, la edad de Hilda es $x = 36$ años, la de Cecilia es $\frac{2x}{3} = \frac{2(36)}{3} = \frac{72}{3} = 24$ años.

4. La suma de las edades de Alejandra, Carla y Antonia es de 90 años. La edad de Alejandra excede en 4 años a la de edad de Carla y en 11 a la de Antonia. Determine la edad de las tres personas.

Solución:

Sea x la edad de Alejandra
La edad de Carla será $x - 4$
La edad de Antonia será $x - 11$

Planteamiento: La suma de las edades de las tres personas será:

$$x + (x - 4) + (x - 11) = 90$$
$$3x - 15 = 90$$
$$3x = 105$$

$$x = \frac{105}{3} = 35$$

Por consiguiente:
La edad de Alejandra es: $x = 35\ años$
La edad de Carla es: $x - 4 = 35 - 4 = 31\ años$
La edad de Antonia es: $x - 11 = 35 - 11 = 24\ años$

11. La suma de las edades de Pilar, Cecilia y María es de 75 años. La edad de Cecilia es 4 años menos que la de Pilar y la de edad de María es 8 menos a la de Pilar. Determine la edad de las tres personas.

Solución:

Sea x la edad de Pilar
La edad de Cecilia será $x - 4$
La edad de María será $x - 8$

Planteamiento: La suma de las edades de las tres personas será:

$$x + (x - 4) + (x - 8) = 75$$
$$3x - 12 = 75$$
$$3x = 87$$

$$x = \frac{87}{3} = 29$$

Por consiguiente:
La edad de Pilar es: $x = 29\ años$
La edad de Cecilia es: $x - 4 = 29 - 4 = 25\ años$
La edad de María es: $x - 8 = 35 - 11 = 21\ años$

12. La edad actual de Bárbara es la mitad de la de Patricia. Si dentro de 20 años la edad de Patricia superará en 8 la de Bárbara, determine las edades actuales de ambas.

Solución:

Sea x la edad de Patricia.
La edad de Bárbara es $\frac{x}{2}$
La edad de Patricia en 20 años más será $x + 20$.
La edad de Bárbara en 20 años más será $\frac{x}{2} + 20$

Datos	Edad actual	Edad dentro de 20 años
Edad de Bárbara	$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{2}+20$
Edad de Patricia	x	$x+20$

Planteamiento: Como en 20 años más la edad de Patricia superará en 8 años a la de Bárbara, se plantea la siguiente ecuación:

$$x+20=\frac{x}{2}+20+8$$

Multiplicando por 2 todos los términos de la ecuación:

$$2x+40=x+40+16$$
$$2x-x=56-40$$

$$x=16$$

Por lo tanto, la edad actual de Patricia es $x=16$ y la edad de Bárbara es $\frac{x}{2}=\frac{16}{2}=8\ años$.

13. La edad de Tania excede en 6 a la de Luz, y la edad de María es la semisuma de las edades de Tania y Luz. Si la suma de sus edades es 42, determine las edades de Tania, Luz y María.

Solución:

Sea x la edad de Luz
La edad de Tania es $x\ +6$
La edad de María es $\frac{x+(x+6)}{2}$
Planteamiento: La suma de sus edades será:

$$x+(x+6)+\frac{x+x+6}{2}=42$$

Multiplicando por 2 cada uno de los términos de la ecuación:

$$2x+2(x+6)+x+x+6=84$$
$$2x+2x+12+x+x+6=84$$
$$6x+18=84$$
$$6x=66$$

$$x=\frac{66}{6}=11$$

Por tanto, la edad de Lux es $x=11$ años
La edad de Tania es $x+6=11+6=17$ años
La edad de María es: $\frac{x+x+6}{2}=\frac{11+11+6}{2}=14$ años

14. La edad de Luciana son los tres quintos de la edad de Mariana, si dentro de diez años Luciana tendrá siete décimos de la edad que tenga Mariana en ese entonces, ¿Cuántos años tiene Luciana?

Solución:

Sea x la edad actual de Mariana
La edad de Mariana en 10 años más será: $x + 10$
La edad actual de Luciana es $\frac{3}{5} * x = \frac{3x}{5}$

Datos	Edad actual	Edad dentro de 10 años
Edad Luciana	$\frac{3x}{5}$	$\frac{3x}{5} + 10$
Edad Mariana	x	$x + 10$

Planteamiento: Como en 10 años más, la edad de Luciana es $\frac{3x}{5} + 10$ y en esa fecha, la edad de Luciana será $\frac{7}{10}(x + 10)$ de (x+10).

$$\frac{3x}{5} + 10 = \frac{7}{10} * (x + 10)$$

Multiplicando por 50 cada uno de los términos de la ecuación:

$$30x + 500 = 35(x + 10)$$
$$30x + 500 = 35x + 350$$
$$150 = 5x$$

$$x = 30$$

Es decir, la edad de mariana es 30 años y la de Luciana será $\frac{3x}{5} = \frac{(3)(30)}{5} = \frac{90}{5} = 18\ años$

15. La edad de Carla excede en 3 años a la de Daniel y el doble de la edad de Carla más 12 años equivale al triple de la de Daniel. Determine ambas edades.

Solución:

Sea x la edad de Carla
La edad de Daniel es $x - 3$
El doble de la edad de Carla más 12 es $2x + 12$ y equivale al triple de la edad de Daniel que es $3(x - 3)$.

Planteamiento:

$$2x + 12 = 3(x - 3)$$
$$2x + 12 = 3x - 9$$

$$12 + 9 = 3x - 2x$$

$$21 = x$$

Por consiguiente, la edad de Carla es 21 años y la de Daniel $x - 3 = 21 = 3 = 18$ años.

9 PROBLEMAS DE MONEDAS

9.1 Ejercicios:

1. Se tiene en el bolsillo 40 monedas cuyo valor total es de $800. Las monedas son de $50 y $100. ¿Cuántas monedas de cada clase se tiene en el bolsillo?

Solución:

Sea x el número de monedas de $50. Su valor es $50x$
El número de monedas de $100 es $40-x$. Su valor es $100(40-x)$

Monedas	Cantidad de monedas	Valor total de cada clase de moneda
De $50	x	$50x$
De $100	$40-x$	$100(40-x)$

Planteamiento:

$$50x+100(40-x)=3000$$
$$5x+4000-100x=3000$$
$$-50x=-1000$$
$$50x=1000$$

$$x=\frac{1000}{50}=20$$

Por lo tanto, hay $x=20$ monedas de $50 y $40-x=40-20=20$ monedas de $100.

2. Pamela tiene US$110 en monedas de US$10 y US$5. El número de monedas de US$10 excede en 2 a las de US$5. ¿Cuántas monedas de US$10 y US$5 tiene Pamela?

Solución:

Monedas	Cantidad de monedas	Valor total de cada clase de moneda
De US$5	x	$5x$
De US$10	$x+2$	$10(x+2)$

Planteamiento:

$$5x+10(x+2)=110$$
$$5x+10x+20=110$$
$$5x+10x=110-20$$
$$15x=90$$

$$x=\frac{90}{15}=6$$

Por consiguiente, las monedas de US$5 son $x = 6$ y las de US$10 son $x + 2 = 6 + 2 = 8$.

3. Marcos ahorró US$3.270 en monedas de $10, US$5 y US$2. Si el número de monedas de US$10 excede en 20 a las de US$5 y en 15 a las de US$2, ¿Cuántas monedas de US$5 tiene Marcos?

Solución:

Monedas	Cantidad de monedas	Valor total de cada clase de moneda
De US$10	x	$10x$
De US$5	$x - 20$	$5(x - 20)$
De US$2	$(x - 15)$	$2(x - 15)$

Planteamiento:

$$10x + 5(x - 20) + 2(x - 15) = 3270$$
$$10x + 5x - 100 + 2x - 30 = 3270$$
$$17x = 3270 + 30 + 100$$
$$17x = 3400$$

$$x = \frac{3400}{17} = 200$$

Por tanto, las monedas de US$ son $x - 20 = 200 - 20 = 180$.

Una persona dispone de $102.200, entre monedas de $100 y $500. Si el número de monedas de $100 excede en 2 al número de monedas de $500. Halle la cantidad de monedas que tengo.

<u>Solución:</u>

$Número\ de\ monedas\ de$ $500: x

$Número\ de\ monedas\ de$ $100: $x + 2$
$Valor\ del\ total\ de\ monedas$: $102.200

Monedas	Cantidad de monedas	Valor total de cada clase de moneda
De $500	x	$500x$
De $100	$x + 2$	$100(x + 2)$

Planteamiento:

$$500x + 100(x + 2) = 102.200$$
$$500x + 100x + 200 = 102.200$$
$$600x = 102.000$$

$$x = \frac{102.000}{600} = 170$$

Las monedas de 500$ son $x = 170$
Las monedas de 100$ son $x + 2 = 170 + 2 = 172.$
Por tanto, se tienen 342 monedas

10 PROBLEMAS DE TRABAJO

10.1 Conceptos:

Tasa de trabajo: Es la parte de una tarea que se realiza en 1 unidad de tiempo. Por ejemplo, si un pintor puede pintar una habitación en 4 horas, entonces puede pinta $\frac{1}{4}$ de la habitación en 1 hora.

Objetivo de los problemas de trabajo: Calcular el tiempo requerido para completar una tarea.

Ecuación básica:

$$Tasa\ de\ trabajo \cdot tiempo\ trabajado = Parte\ de\ la\ tarea\ realizada$$

Por ejemplo, si una llave de agua puede llenar un recipiente en 6 minutos, entonces en 5 minutos llena $\frac{1}{6} \cdot 5 = \frac{5}{6}$ del recipiente. En 5 minutos, la llave de agua completa $\frac{5}{6}$ del trabajo.

10.2 Ejercicios:

1 Un pintor puede pintar un techo en 60 minutos. El aprendiz puede pintarlo en 90 minutos. ¿Cuánto le tomará pintar el techo si trabajan juntos?
Fuente: Aufmann y Lockwood. Álgebra elemental. p. 449.

Solución:

$Incógnita$: t

Si el pintor puede pintar el techo en 60 minutos, entonces en 1 minuto puede pintar $\frac{1}{60}$ del techo y el ayudante $\frac{1}{90}$ del techo.

	Tasa de trabajo	·	Tiempo trabajado	=	Parte de la tarea realizada
Pintor	$\frac{1}{60}$	·	t	=	$\frac{t}{60}$
Ayudante	$\frac{1}{90}$	·	t	=	$\frac{t}{90}$

La parte de la tarea realizada por el pintor más la parte de la tarea realizada por el ayudante deben ser igual a 1:

$$\frac{t}{60} + \frac{t}{90} = 1$$

El m.c.m es 180:

$$180\left(\frac{t}{60}+\frac{t}{90}\right) = 1 \cdot 180$$

$$3t + 2t = 180$$

$$5t = 180$$

$$t = 36$$

Pintar juntos el techo les tomará 36 minutos.

2. A un ducto de agua pequeño le toma 4 veces más llenar un tanque que aun ducto grande. Con ambos ductos abiertos, llenar el tanque requiere 3 horas. Calcula el tiempo que tardaría el ducto pequeño solo en llenar el tanque.
   Fuente: Aufmann y Lockwood. Álgebra elemental. p. 449.

Solución:

Tiempo para que el ducto grande llene el tanque: t
Tiempo para que el ducto pequeño llene el tanque: 4t

	Tasa de trabajo	·	Tiempo trabajado	=	Parte de la tarea realizada
Soldador 1	$\frac{1}{4t}$	·	3	=	$\frac{3}{4t}$
Soldador 2	$\frac{1}{t}$	·	3	=	$\frac{3}{t}$

La suma de las partes de la tarea realizada debe ser igual a 1:

$$\frac{3}{4t}+\frac{3}{t} = 1$$

m.c.m = 4t

$$4t\left(\frac{3}{4t}+\frac{3}{t}\right) = 1 \cdot 4t$$
$$3 + 12 = 4t$$
$$15 = 4t$$
$$t = \frac{15}{4}$$

El tiempo para que el ducto grande llene el tanque es $\frac{15}{4}$ horas.
El tiempo para que el ducto pequeño llene el tanque es 15 horas:

$$4t = 4\left(\frac{15}{4}\right) = 15$$

2 PROBLEMAS CON ECUACIONES EN NOTACIÓN DE FUNCIÓN

2.1 Ejercicios:

1. Un taxista cobra \$400 como tarifa mínima (bajada de bandera) y luego \$250 por cada 200 metros de recorrido. a) cuál es el costo para un viaje de 1200 metros?

Solución:

Si *x* es la cantidad de metros del recorrido y *C* el costo del viaje en taxi, la ecuación pertinente es:

$$C = \frac{x}{200} \cdot 250 + 400$$

$$C = \frac{1.200}{200} \cdot 250 + 400 = 6(250) + 400 = 1500 + 400 = \$1.900$$

2. El franqueo de una correspondencia enviada por correo varía de acuerdo con su peso (masa). Si por cada 10 gramos de masa se cobra \$20, con un valor fijo de partida de \$50, a), ¿cuánto debe pagarse por una carta cuya masa es de 75 gramos?, b) Si a una persona le cobraron \$400 de franqueo por una carta, ¿de cuántos gramos era la carta que envió?

Solución: Si *x* es la cantidad de gramos de la carta y *C* el costo del franqueo, la ecuación pertinente es:

$$C = \frac{x}{10} \cdot 20 + 50$$

Solución a):

$$C = \frac{75}{10} \cdot 20 + 50 = 150 + 500 = \$200$$

Solución b):

$$400 = \frac{x}{10} \cdot 20 + 50$$
$$4000 = 20x + 500$$
$$3500 = 20x$$
$$x = \frac{3500}{20} = 175\ gramos$$

3. Una persona hace una llamada telefónica desde Tampa a New York que le cuesta 3,05 dólares los primeros tres minutos y 0,70 dólares cada minuto adicional o fracción. Si el costo de la llamada es de 7,95 dólares, ¿cuántos minutos habló la persona?

Solución: Sea x la cantidad de minutos adicionales que habló la persona. La ecuación de costo es:

$$C = 3{,}05 + 0{,}70x$$

$7{,}95 = 3{,}05 + 0{,}70x$
$7{,}95 - 3{,}05 = 0{,}70x$
$0{,}70x = 4{,}90$
$x = \frac{4{,}90}{0{,}70} = 7\ minutos\ adicionales$

Como los primeros minutos fueron 3, el total de minutos es $3 + 7 = 10$ minutos.

4. Un estacionamiento cobra 1,25 dólares la primera hora y 0,75 dólares cada hora adicional o fracción. A) Si la persona pagó 7,25 dólares de estacionamiento, ¿cuántas horas le cobraron?, b) Si la persona solo tiene 10 dólares, ¿cuántas horas máximo puede dejar estacionado su auto?

Solución: Sea x la cantidad de horas adicionales que estacionó la persona. La ecuación de costo es:

$$C = 0{,}75x + 1{,}25$$

$7{,}25 = 1{,}25 + 0{,}75x$
$7{,}25 - 1{,}25 = 0{,}75x$
$6 = 0{,}75x$
$x = \frac{6}{0{,}75} = 8\ horas\ adicionales$

Respuesta a): Como hay una primera hora, el total de horas de estacionamiento es 1+8 = 9 horas.

Respuesta b):

$10 = 1{,}25 + 0{,}75x$
$10 - 1{,}25 = 0{,}75x$
$8{,}75 = 0{,}75x$
$x = \frac{8{,}75}{0{,}75} = 11{,}67\ horas\ adicionales$

Como hay una primera hora, el total máximo de horas de estacionamiento es 1+11,67 = 12,67 horas.

3 OTROS PROBLEMAS

3.1 Ejercicios:

1. Al comprar cuadernos de dos tipos, un comerciante gastó \$80.400. Por cada cuaderno de 60 hojas pagó \$600 y por cada cuaderno de 100 hojas pagó \$800. Si compró 6 cuadernos más de 100 hojas con respecto a la cantidad de cuadernos de 60 hojas, ¿cuántos cuadernos de cada tipo compró el comerciante?

Solución:

Cantidad de cuadernos de 60 hojas $= \ x$.
Cantidad de cuadernos de 100 hojas: $x + 6$.

La ecuación pertinente es:

$$600x + 800(x + 6) = 80.400$$

$600x + 800x + 4.800 = 80.400$
$1.400x = 75.600$

$x = \dfrac{75.600}{1.400} = 54\ cuadernos\ de\ 60\ hojas.$

$x + 6 = 54 + 6 = 60\ cuadernos\ de\ 100\ hojas.$

2. El dueño de una tienda compró veinte focos de 60 watts y treinta focos con un costo total de \$25.000. Calcule el costo de un foco de 60 watts.

Fuente: Aufmann y Lockwood. Álgebra intermedia. P. 223

Solución:

$Costo\ del\ foco\ de\ 60\ watts: x$
$Costo\ del\ foco\ fluorescente: y$

Primera compra:

	Cantidad	·	Costo unitario	=	Valor
60 watts	20	·	x	=	$20x$
Fluorescente	30	·	y	=	$30y$

$Costo\ de\ la\ primera\ compra: 40.000$

$$20x + 30y = 40.000$$

Segunda compra:

	Cantidad	$\cdot$	Costo unitario	$=$	Valor
60 watts	30	$\cdot$	x	$=$	$30x$
Fluorescente	10	$\cdot$	y	$=$	$10y$

$Costo\ de\ la\ segunda\ compra: 25.000$

$$30x + 10y = 25.000$$

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{l} 20x + 30y = 40.000 \\ 30x + 10y = 25.000 \end{array} \quad \begin{array}{l} /.3 \\ /.-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 60x + 90y = 120.000 \\ -60x - 20y = -50.000 \end{array}$$

$$70y = 70.000$$
$$y = \frac{70.000}{70} = 1.000$$

$$20x + 30(1000) = 40.000$$
$$20x = 40.000 - 30.000$$
$$20x = 10.000$$
$$x = \frac{10.000}{20} = 500$$

Entonces:

$Costo\ de\ un\ foco\ de\ 60\ watts: \$500$
$Costo\ de\ un\ foco\ fluorescente: \$1.000$

3. Un productor de cítricos compró 25 naranjos y 20 árboles de toronja por $290.000. La próxima semana, a los mismos precios el productor compró 20 naranjos y 30 árboles de toronja por $330.000. Calcule el costo de un naranjo y el costo de un árbol de toronja.
   Fuente: Aufmann y Lockwood. Álgebra intermedia. P. 224

Solución:

$Costo\ del\ naranjo: x$
$Costo\ del\ árbol\ de\ toronja: y$

Primera compra:

	Cantidad	·	Costo unitario	=	Valor
Naranjos	25	·	x	=	$25x$
Árboles de toronja	20	·	y	=	$20y$

$Costo\ de\ la\ primera\ compra$: 290.000

$$25x + 20y = 290.000$$

Segunda compra:

	Cantidad	·	Costo unitario	=	Valor
Naranjos	20	·	x	=	$20x$
Árboles de toronja	30	·	y	=	$30y$

$Costo\ de\ la\ segunda\ compra$: 25.000

$$20x + 30y = 330.000$$

Sistema de ecuaciones:

$25x + 20y = 290.000$ /.3
$20x + 30y = 330.000$ /.-2

$75x + 60y = 870.000$
$-40x - 60y = -660.000$

$35x = 210.000$
$x = \dfrac{210.000}{35} = 6.000$

$25(6.000) + 20y = 290.000$
$150.000 + 20y = 290.000$
$20y = 290.000 - 150.000 = 140.000$

$y = \dfrac{140.000}{20} = 7.000$

Entonces:

$Costo\ de\ un\ naranjo$: \$6.000
$Costo\ de\ un\ árbol\ de\ toronja$: \$7.000

4. Un carpintero compró 50 pies de madera roja y 90 pies de madera de pino por un costo total de $31.200. Una segunda compra, a los mismos precios, incluyó 200 pies de madera roja y 100 pies de madera de pino por un costo total de $78.000. Calcule el costo por pie de madera roja y de pino.

Solución:

$Costo\ de\ la\ madera\ roja: x$
$Costo\ de\ la\ madera\ de\ pino: y$

Primera compra:

	Cantidad	·	Costo unitario	=	Valor
Madera roja	50	·	x	=	$50x$
Madera de pino	90	·	y	=	$90y$

$Costo\ de\ la\ primera\ compra: 31.200$

$$50x + 90y = 31.200$$

Segunda compra:

	Cantidad	·	Costo unitario	=	Valor
Madera roja	200	·	x	=	$200x$
Madera de pino	100	·	y	=	$100y$

$Costo\ de\ la\ segunda\ compra: 78.000$

$$200x + 100y = 78.000$$

Sistema de ecuaciones:

$50x + 90y = 31.200$ /.4
$200x + 100y = 78.000$

$200x + 360y = 124.800$
$200x + 100y = 78.000$

$260y = 46.800$
$y = \frac{46.800}{260} = 180$

$200x + 100(180) = 78.000$

$200x + 18.000 = 78.000$
$200x = 60.000$

$$x = \frac{60.000}{200} = 300$$

Entonces:

$Costo\ de\ la\ madera\ roja$: \$300
$Costo\ de\ la\ madera\ de\ pino$: \$180