



MATEMÁTICAS FINANCIERAS

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

(Distinguir una tasa nominal de una tasa real; interpretar los términos: puntos base y puntos porcentuales; definir el concepto de tasa libre de riesgo.)

I.- CONCEPTOS DE TASAS

¿Qué es una tasa de interés?

Podemos decir que es una compensación para el inversionista por el uso del dinero y el riesgo en el tiempo.

1. Tasa de interés nominal ó anual.

La tasa de interés nominal representa el costo de oportunidad del dinero más una compensación por la pérdida del poder adquisitivo provocado por la inflación, variación en las variables económicas, etc.

Tasa de interés nominal = Inflación esperada + Tasa Real

Las dos tasas deben estar en el mismo plazo.

2. Tasa real

La tasa real es aquella que tiene descontada la inflación.

Formula (Calculadora Financiera)

TASA REAL EFECTIVA:

$$TRAL = (((1 + (TEFVA \div 100)) \div (1 + (TINF \div 100))) - 1) \times 100$$

3.- Tasa anual:

Tasa Anual es una tasa expresada en un año y referida a un periodo determinado

Las operaciones bancarias y bursátiles que incluyen una tasa se negocian a tasa anual nominal.

Ejemplo:

Los CETES pagan el 4.50% anual a plazo de 28 días.

El banco otorga créditos hipotecarios a tasa del 12% anual liquidable mensualmente.

4. Tasa Efectiva.

Es la tasa del periodo específico en la que se realiza la operación.

Ejemplo:

Los CETES pagan el 4.50% anual a plazo de 28 días.

Tasa efectiva = $4.50 \div 360 \times 28 = 0.35\%$ en 28 días

El banco otorga créditos hipotecarios a tasa del 12% anual liquidable mensualmente.

Tasa efectiva = 12% anual a plazo de 30 días.

Tasa efectiva = $12 \div 360 \times 30 = 1\%$ en 30 días

Formula (Calculadora Financiera)

TASA EFECTIVA (Opción 1):

$$TEFVA=((VF\div VI)-1)\times 100$$

TASA EFECTIVA (Opción 2):

$$TEFVA=(TNOM\div 360)\times PZO$$

5. Tasa decimales.

Las tasas están expresadas en términos % porcentuales y al momento de realizar los cálculos se deben convertir a tasas decimales.

Tasa 25%

$$Tasa = \frac{25}{100} = 0.25$$

6. Puntos de variación en las tasas.

Cuando analizamos los aumentos y disminuciones de las tasas, nos encontramos que estos movimientos pueden estar expresados en puntos porcentuales o puntos base.

6.1 Puntos porcentuales:

Puntos porcentuales refleja el movimiento en base a un 100. Así 1% refleja una unidad de las 100 que es el total.

En un crédito nos cobran la tasa de cetes + 2pp (2%)

$$\text{Cetes } 4.50\% + 2\% = 6.50\%$$

6.2 Puntos base:

Puntos base refleja el movimiento en base a 100. Por lo tanto 1 punto base representa una unidad de las 100 que equivalen al 1%.

En un crédito nos cobran la tasa de cetes + 2 bases

$$\text{Cetes } 4.50\% + 0.02 = 4.52\%$$

$$1\% = 100 \text{ bases}$$

$$0.25\% = 25 \text{ bases}$$

7. Tasa libre de riesgo.

Una tasa libre de riesgo es aquella expresada en un instrumento financiero emitido por el gobierno federal a un plazo determinado y que no cambiará en el tiempo.

Como ejemplo tenemos la tasa que pagan los CETES, donde se conoce desde el principio la tasa y no variará en el tiempo si se mantiene la inversión a vencimiento.

Los Cetes pagan 4.50% anual a plazo de 28 días. Esta no cambiará si mantenemos los títulos hasta su vencimiento.

(Definir el concepto de interés simple; resolver tasas de interés simple; definir el concepto de interés compuesto; resolver problemas de interés compuesto; calcular una tasa de interés continua)

II. VALOR DEL DINERO A TRAVÉS DEL TIEMPO

Para poder determinar el valor del dinero en el tiempo, debemos considerar los siguientes puntos:

- Capital o valor presente del dinero.
- Tasa de interés de las operaciones
- Plazo de la operación.
- Periodicidad de pago.

1. Interés simple

El interés simple es aquel en donde los intereses no generan nuevos intereses.

Expresa el importe que se cobra o paga por el uso temporal del dinero sobre un monto fijo, a una tasa determinada y por un plazo establecido.

1.1 Operaciones en plazos anuales

La fórmula para determinar el importe de los intereses es:

$$\text{Interés} = \text{Capital} \times \frac{\text{Tasa } (i)}{100} \times \text{Tiempo } (n)$$

$$I = C \times \left(\frac{i\%}{100} \right) \times n$$

Formula (Calculadora Financiera)

INTERES SIMPLE:

$$IS = (M \times TASA \times PLAZO) \div 36000$$

Con la fórmula antes determinada podemos obtener mediante despeje las variables de toda la ecuación:

$$\begin{aligned} \text{Interés} \quad I &= C \times n \times i \\ C &= \frac{I}{\left(\frac{i}{100} \right) \times n} \end{aligned}$$

Capital

$$\text{Tasa} \quad i = \frac{I}{C \times n} \times 100$$

$$\text{Tiempo} \quad n = \frac{I}{C \times \left(\frac{i}{100} \right)}$$

1.2 Monto Simple

El Monto Simple representa el valor que se tendrá al final de la operación que incluye capital más intereses.

$$MS = C + I$$

$$I = C \times i \times n$$

$$MS = C + \left(C \times \left(\frac{i}{100} \right) \times n \right)$$

Factorizando

$$MS = C \times \left(1 + \left(\left(\frac{i}{100} \right) \times n \right) \right)$$

$$i\% = \frac{\left(\frac{MS}{C} - 1 \right)}{n} \times 100$$

Formula (Calculadora Financiera)

$$\text{MONTO SIMPLE: } MS = M + ((M \times \text{TASA} \times \text{PLAZO}) \div 36000)$$

Ejercicios:

Sobre una inversión de \$ 65,000.00 al 10% anual durante 3 años en interés simple. ¿Cuánto debe pagarse de intereses?

$$\text{Interés} = \$65,000.00 \times \frac{10}{100} \times 3$$

$$\text{Interés} = \$ 19,500.00$$

¿Cuál se será el monto simple de esta inversión?

$$M = \$65,000.00 \times \left(1 + \left(\left(\frac{10}{100} \right) \times 3 \right) \right)$$

Monto simple \$84,500.00

1.3 Interés simple en plazos menores a un año

Cuando en las operaciones el plazo para el cálculo de los intereses es inferior a un año, es necesario convertir la tasa nominal al periodo que se indica.

Las fórmulas que se utilizarán son las mismas, la diferencia es que la tasa se deberá convertir al plazo de la operación.

¿Cuál es el interés que produce una inversión de \$ 750,000.00 al 4.2% anual a plazo de 180 días?

$$IS = 750,000.00 \times \frac{4.2}{36000} \times 180 = \$15,750.00$$

2. Interés Compuesto.

En el interés compuesto el importe de los intereses se acumula al capital.

Representa la reinversión de los intereses ganados en cada periodo, para producir nuevos intereses en el periodo siguiente.

Ejemplo:

Una persona invierte \$ 25,000.00 al 12% anual durante 5 años y reinvierte sus intereses anualmente a la misma tasa.

El importe de los intereses se determina como un interés simple. La operación indica la reinversión de los intereses que podemos expresar de la siguiente forma:

Periodos	Capital = C	Intereses	Capital + interés = MC
0	\$ 25,000.00		
1	\$ 25,000.00	25,000.00 X .12 X 1= \$ 3,000	\$28,000.00
2	\$ 28,000.00	28,000.00 X.12 X 1= \$ 3,360.00	\$ 31,360.00
3	\$ 31.360.00	31,360.00 X.12 X 1= \$ 3,763.00	\$ 35,123.20
4	\$ 35,123.20	35,123.20X .12 X 1= \$ 4,214.78	\$ 39,337.98
5	\$ 39,337.98	39.337.98 X.12 X 1 = \$ 4,720.56	\$ 44,058.54

En la tabla anterior observamos cómo se capitalizan los intereses

Fórmula para determinar el monto compuesto.

$$Monto\ Compuesto = C \left(1 + \left(\frac{i}{100} \right) \right)^N$$

Donde

Monto compuesto = Capital más intereses

i = Tasa efectiva del periodo

N = Es el número de períodos durante el que se reinvierten los intereses.

$$\text{Intereses} = MC - C$$

$$MC = C \left(1 + \left(\frac{i}{100} \right) \right)^N$$

$$MC = 25,000 \left(1 + \frac{12}{100} \right)^5$$

$$MC = 44,058.54$$

Utilizando calculadora financiera FIN → VDT

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
---	-----	----	------	----	------	-----	------	-----	------

Desarrollo:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
5	12	-25000	0	44,058.54		1	ok		

Despejando las variables para nuestros cálculos obtendremos:

$$\text{Monto } MC = C \left(1 + \left(\frac{i}{100} \right) \right)^N$$

$$\text{Capital } C = \frac{MC}{\left(1 + \left(\frac{i}{100} \right) \right)^N}$$

$$\text{Interes } I = MC - C$$

$$\text{Tasa compuesta} = \left(1 + \left(\frac{i}{100} \right) \right)^N - 1 \times 100$$

$$N = (\log VF - \log VP) / (\log (1 + i))$$

2.1 Valor Futuro Continuo y Tasa Continua.

El crecimiento continuo es un crecimiento a una tasa cuya frecuencia de conversión es infinita. El interés se capitaliza en forma continua.

Cuando la frecuencia de conversión se aproxima al infinito, la fórmula del interés compuesto puede ser modificada para reflejar un rendimiento continuo.

$$\text{Tasa Continua} = ((e^{TN/100}) - 1) \times 100$$

“e” = exponencial que tiene un valor constante de 2.71828182

$$VF = VP \times (e^{TN})$$

Formula (Calculadora Financiera)

$$\text{VF CONTINUO:} \quad \text{VFCONT} = VP \times (2.71828182846^{(TNOM \times PZO \div 36000)})$$

Aplicando los conceptos de interés compuesto vamos a determinar el monto compuesto o valor futuro y la tasa compuesta y al mismo tiempo la continua t el valor futuro continuo.

¿Cuál será el valor futuro de \$10,000.00 dentro de un año, invertidos a una tasa del 18% anual con capitalizaciones diferentes?

Capitalización	Periodos	Tasa Efectiva	Valor Futuro
Anual	1	$18 \times 360 / 360$	11,800.00
Semestral	2	$18 \times 180 / 360$	11,881.00
Trimestral	4	$18 \times 90 / 360$	11,925.19
Mensual	12	$18 \times 30 / 360$	11,956.18
Diaria	360	$18 \times 1 / 360$	11,971.64
Por hora	8,640	$18 \times 1 / (360 \times 24)$	11,972.15
Por minuto	518,400	$18 \times 1 / (360 \times 24 \times 60)$	11,972.173257
Continua	Continua	$e^{(.18 \times 1)}$	11,972.173631

Como podemos observar, el efecto de la capitalización nos permite tener más recursos en el futuro, hasta llegar al punto en el que la capitalización en forma continua ya no se genera mayor ganancia.

Con los datos anteriores podemos determinar las diferentes tasas de acuerdo a su capitalización:

Tasa simple: Es la tasa de un plazo donde no se capitalizan los intereses.

$$\text{Tasa simple} = ((VF / VP) - 1) \times 36000 / \text{plazo total}$$

$$\text{Tasa anual} = ((11,800 / 10,000) - 1) \times 100 = 18\%$$

Tasa compuesta: Es la tasa que capitalizará los intereses por periodos iguales a la misma tasa.

$$\text{Tasa compuesta} = (((1 + (TN \times \text{plazo} / 36\,000)) ^ n) - 1) \times 36000 / \text{Plazo total}$$

$$\text{Tasa compuesta} = (((1 + (18 \times 180 / 36\,000)) ^ 2) - 1) \times 100 = 18.81\%$$

Tasa Continua: Es aquella que se ha capitalizado en forma continua.

$$\text{TCONT} = ((2.71828182846^{(TNOM \times PZO \div 36000)}) - 1) \times 100$$

$$((2.718282^{(.18 \times 1)}) - 1) \times 100 = 19.72\%$$

(Definir los conceptos de valor presente, valor futuro, tasa de descuento de flujos)

III. VALOR PRESENTE Y VALOR FUTURO

Al analizar el significado del valor presente y valor futuro, estamos hablando del valor del dinero en el tiempo, el valor del dinero hoy y el valor del dinero en el futuro, considerando, una tasa de interés y un tiempo determinado.

Esto implica el cálculo del Monto Simple $MS = C \times (1 + i/100)$ o un monto compuesto MC.

Así que podemos hablar de Valor Presente y Valor Futuro, substituyendo los términos de capital y monto.

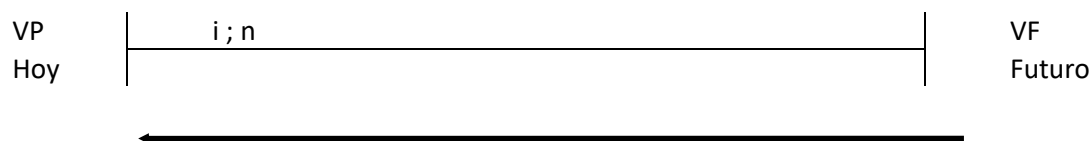
Capital (C) = Valor presente (VP)

Monto (C + I) = Valor Futuro (VF)

1. Valor Presente.

Valor presente representa el valor actual del dinero.

Con cuanto se cuenta hoy ó cuanto representa hoy el dinero que se recibirá en el futuro, considerando una tasa de interés y un tiempo o periodos establecidos.



$$VP = \frac{VF}{\left(1 + \left(\frac{i}{100}\right)\right)^n}$$

Ejemplo:

Dentro de 90 días se recibirán \$ 71,027.25. Si se considera una tasa del 36% anual capitalizable cada 30 días. ¿Qué capital se debe invertir hoy para lograr el objetivo?

$$71,027.250 = VA \times \left(1 + \frac{36}{36000} \times 30\right)^{\frac{90}{30}}$$

$$VP = \frac{71,227.25}{\left(1 + \frac{36}{36000} \times 30\right)^{\frac{90}{30}}}$$

$$VP = \$65,000.00$$

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
3	36	65,000	0	-71,027.25		12	ok		

2. Valor Futuro.

El valor futuro muestra la cantidad con la que se contará en un tiempo futuro entre capital más los intereses que se recibirán, habiendo o no reinvertido estos.

Este proceso es la búsqueda de un monto simple o un monto compuesto en donde lo que buscamos es el valor final o valor futuro.

La línea del tiempo indica que hoy contamos con \$65,000.00 pesos, los cuales vamos a invertir durante 90 días, y los intereses los sumaremos al capital, para un siguiente periodo de 30 días y así sucesivamente.

$$VF = VP \left(1 + \left(\frac{i}{100} \right) \right)^n$$

$$VF = 65,000.00 \times \left(1 + \frac{36}{36000} \times 30 \right)^{\frac{90}{30}}$$

$$VF = \$71,027.25$$

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
3	36	-65,000	0	<u>71,027.25</u>		12	ok		

3. Tasa de descuento. (Descuento Financiero).

Se conoce como Tasa de Descuento aquella tasa con la que traemos a valor presente los montos que se encuentran en el futuro. Esto es descontamos los intereses.

Si hablamos de una inversión por la cual nos han pagado unos intereses, al final contaremos con una cantidad que será el capital más los intereses (VF), para llegar a la cantidad a la que invertimos originalmente, le descontamos los intereses trayendo a valor presente este valor futuro a la tasa que nos habían pagado los intereses.

Si habláramos de las utilidades futuras de una empresa, para poder evaluarlas deberemos traerlas a valor presente, descontando la tasa de costo de capital o la tasa libre de riesgo, según sea el caso.

Formula: $TD = \left(1 - \frac{\text{Precio}}{VN} \right) \times \frac{36000}{DV}$

$$TR = \frac{TD}{1 - \left(\frac{TD \times DV}{36000} \right)}$$

(Definir el concepto de pago PMT “Pago Periodico”; Definir el concepto de anualidad ordinaria o vencida y anualidad anticipada; distinguir entre una anualidad ordinaria, una anualidad vencida y una perpetuidad; cálculo de una anualidad anticipada y una ordinaria a valor presente y a valor futuro; calcular el VP de una anualidad ordinaria; calcular el VP de una anualidad anticipada; calcular el VF de una anualidad ordinaria; calcular el VF de una anualidad anticipada; obtener la tasa de rendimiento, el número de periodos y el pago de una anualidad ordinaria y de una vencida; Definir el concepto de una anualidad diferida, ordinaria y anticipada)

IV. ANUALIDADES

En términos financieros se denomina Anualidad a una serie de pagos que vencen progresivamente en tiempos determinados.

Concepto de pago:

Es una cantidad igual que se entrega periódicamente durante un tiempo determinado, el cual puede ser por una inversión o por un crédito.

Este pago periódico se conoce como una Anualidad aunque los pagos no se realicen cada año, sino en el plazo establecido, semestres, meses, trimestres, diarios.

Las anualidades las podemos clasificar de acuerdo al momento de efectuar el pago en:

Anualidades Anticipadas: Son aquellas en las que los pagos o depósitos se efectúan al principio de cada periodo.

Anualidades Ordinarias o Vencidas: Son aquellas en las que los pagos o depósitos se efectúan al final de cada periodo.

Tanto en una anualidad anticipada como en una ordinaria podemos determinar el valor presente o el valor futuro.

1. ANUALIDADES ANTICIPADAS

Las anualidades anticipadas son una serie de flujos de dinero periódicos en donde:

- El primer desembolso se realiza en el momento 0 (Cero)
- El último pago se realiza en la fecha correspondiente a un periodo antes de recibir el monto total.
- Al vencimiento, se recibirá el monto total de los depósitos más los intereses de todos los depósitos.

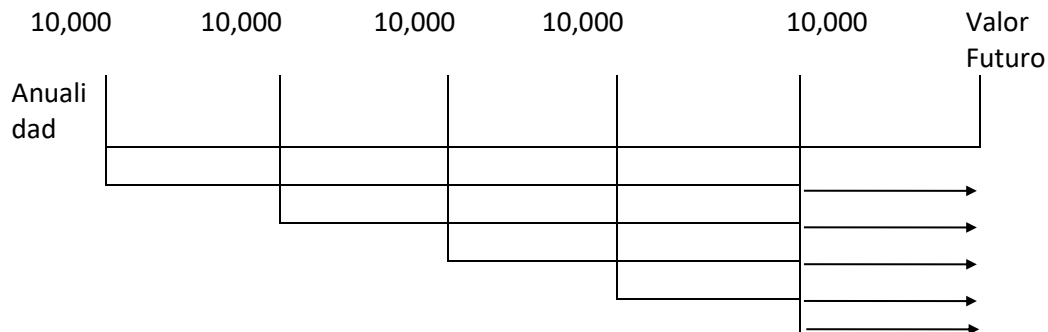
1.1 Valor Futuro de una Anualidad anticipada.

El valor futuro es el resultado de una serie de pagos iguales, liquidados en periodos iguales, consecutivos, que tienen una misma tasa de interés.

Para determinar los cálculos, tomaremos un ejemplo:

Deseamos realizar una inversión en la cual depositaremos \$ 10,000.00 mensuales al principio de cada mes durante los próximos 5 meses. La tasa a la que se invertirá será del 9% anual a 30 días (capitalizando los intereses cada 30 días).

¿Cuál será el monto al final (VF) de los cinco meses?



Tasa mensual = $9\% \times 30 / 360 = 0.75\%$

Resolución Aritmética

1ª. Mensualidad	10,000.00
Intereses	75.00
2da. Mensualidad	10,000.00
Monto al inicio 2do. Periodo	20,075.00
Intereses	150.56
3era. Mensualidad	10,000.00
Monto al inicio 3er. Periodo	30,225.56
intereses	226.69
4ta. Mensualidad	10,000.00
Monto al inicio 4to. Periodo	40,452.25
Intereses	303.39
5ta. Mensualidad	10,000.00
Monto al inicio 5to. Periodo	50,755.64
Intereses	380.67
Monto al Final 5to. Periodo	51,136.31

Este proceso lo simplificamos con la fórmula:

$$VF = A \times \left[\frac{\left(1 + \left(\frac{i}{100} \right)^n - 1 \right)}{\frac{i}{100}} \right] \times \left(1 + \left(\frac{i}{100} \right) \right)$$

VF = Valor Futuro i = Tasa efectiva
A = \$ Anualidad N = Número de pagos

$$VF = 10,000 \times \left[\frac{(1 + 0.0075)^5 - 1}{0.0075} \right] \times (1.0075)$$

VF = \$ 51,136.31

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
5	9	0	-10,000	<u>51,136.31</u>		12	ok		

1.1.1 Cálculo del Pago o Anualidad.

De la fórmula anterior podemos despejar el importe del pago (A) que se debe hacer mensualmente.

$$A = \frac{VF}{\left[\frac{\left(1 + \left(\frac{i}{100} \right)^n - 1 \right)}{\frac{i}{100}} \right] \times \left(1 + \left(\frac{i}{100} \right) \right)}$$

$$A = \frac{51,136.31}{\left[\frac{(1 + 0.0075)^5 - 1}{0.0075} \right] \times (1 + 0.0075)}$$

Inversión Mensual = \$10,000.00

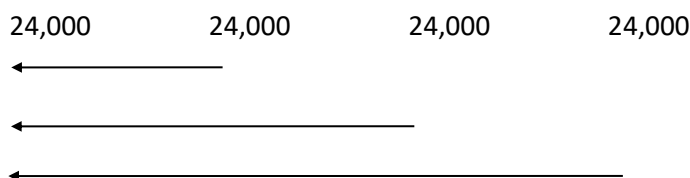
Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
5	9	0	<u>10,000</u>	-51,136.31		12	ok		

1.2 Valor Presente de una anualidad anticipada.

A través de una serie de pagos, deseamos determinar el valor del dinero en el presente.

Una agencia automotriz le ofrece un automóvil a crédito realizando 4 pagos trimestrales, cada uno de \$ 24,000.00. El primer pago se realiza en el momento en que se reciba el automóvil. Si la tasa de interés que se cobra es del 36% anual. ¿Cuál es el valor del automóvil?



$$VP = \frac{24,000}{(1+.09)^0} + \frac{24,000}{(1+.09)^1} + \frac{24,000}{(1+.09)^2} + \frac{24,000}{(1+.09)^3}$$

$$VP = 24,000 + 22,018.35 + 20,200.32 + 18,532.40$$

$$VP = \$84,751.07$$

El costo del automóvil es de \$ 84,751.07 después de haber descontado los intereses.

Este proceso lo simplificamos con la siguiente fórmula:

$$VP = A \times \left[\frac{1 - \left(1 + \left(\frac{i}{100}\right)\right)^{-n}}{\left(\frac{i}{100}\right)} \right] \times (1 + i)$$

$$VP = 24,000 \times \frac{1 - (1 + .09)^{-4}}{.09} \times (1 + .09)$$

$$VP = \$84,751.07$$

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
4	36	<u>84,751.07</u>	-24,000	0		4	ok		

1.2.1 Podemos despejar el importe del pago (A) conociendo el Valor Presente.

$$A = \frac{VP}{\frac{1 - \left(1 + \left(\frac{i}{100}\right)\right)^{-n}}{\left(\frac{i}{100}\right)} \times \left(1 + \left(\frac{i}{100}\right)\right)}$$

$$A = \frac{84,751.62}{\frac{1 - \left(1 + \left(\frac{9}{100}\right)\right)^{-n}}{\left(\frac{9}{100}\right)} \times \left(1 + \left(\frac{9}{100}\right)\right)}$$

Pago (A) = 24,000.00

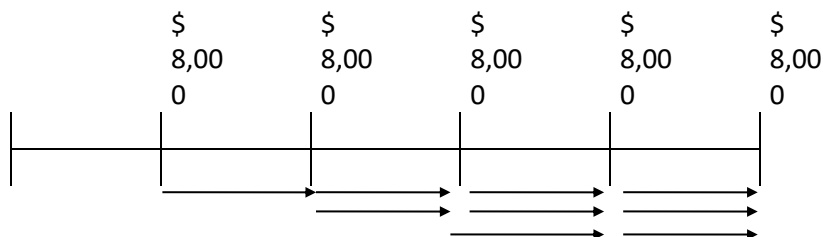
2. ANUALIDAD ORDINARIA O VENCIDA

- El primer desembolso se realiza en el momento 1, o sea un periodo después de hoy.
- El último pago se realiza en la fecha que se recibe el monto, valor final.
- Al vencimiento se tendrá el monto, más los intereses de los pagos (N-1) más el último pago.

2.1 Valor Futuro de una anualidad ordinaria o vencida.

Para determinar el valor futuro, tomaremos un ejemplo:

Deseamos invertir \$ 8,000.00 al final de cada mes, durante los próximos 5 meses. La tasa a la que invertirá es del 10.80% anual capitalizable cada 30 días.



Resolución Aritmética

1ª. Mensualidad	\$ 8,000.00
Intereses	72.00
2da. Mensualidad	8,000.00
Monto al inicio 2do. Periodo	16,072.00
Intereses	144.65
3era. Mensualidad	8,000.00
Monto al inicio 3er. Periodo	24,216.65
Intereses	217.95
4ta. Mensualidad	8,000.00
Monto al inicio 4to. Periodo	32,434.60
Intereses	291.91
5ta. Mensualidad	8,000.00
Monto al final	\$ 40,726.51

Mediante la fórmula:

$$VF = A \times \frac{\left(1 + \left(\frac{i}{100}\right)\right)^n - 1}{\left(\frac{i}{100}\right)}$$

$$VF = \frac{(1 + 0.009)^5 - 1}{0.009} \times 8,000$$

$$VF = \$40,726.51$$

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
5	10.8	0	-8,000	<u>40,726.51</u>		12		ok	

Esto significa que contaremos con \$ 40,726.51 al final de los 5 meses.

2.1.1 Despejando el pago (A) tendremos:

$$A = \frac{VF}{\frac{\left(1 + \left(\frac{i}{100}\right)\right)^N - 1}{\left(\frac{i}{100}\right)}}$$

Pago mensual (A) = \$ 8,000.00

$$A = \frac{40,726.51}{\frac{(1 + (0.009))^5 - 1}{(0.009)}}$$

2.1.2 Despejando la N (número de pagos) a través del valor futuro vencido.

$$N = \text{LN}(((\text{VF} \times i) / A) + 1) / \text{LN}(1 + i)$$

$$N = \text{LN}(((40,726.51 \times 0.009) / 8,000) + 1) / \text{LN}(1 + 0.009)$$

$$N = \text{LN}(1.045817) / \text{LN} 1.009$$

$$N = 0.44799 / 0.00896$$

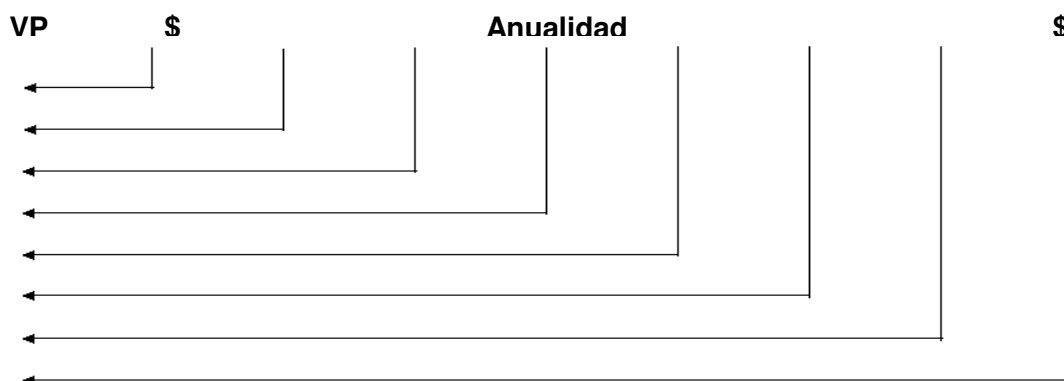
$$N = 5$$

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
<u>5</u>	10.8	0	-8,000	40,726.51		12		ok	

2.1.3 Valor Presente de una anualidad ordinaria o vencida.

Sobre un crédito hipotecario se pagarán \$ 18,871.82 al final de cada año durante los próximos 10 años. La tasa a la que se contrató este crédito fue del 36% anual ¿A cuánto asciende el monto del crédito?



$$VP = \frac{18,871.82}{(1.36)^1} + \frac{18,871.82}{(1.36)^2} + \frac{18,871.82}{(1.36)^3} + \dots + \frac{18,871.82}{(1.36)^{10}}$$

Valor presente de cada flujo

$$13,876.33 + 10,203.18 + 7,502.34 + 5,516.43 + 4,056.20 + 2,982.50 + 2,193.01 + 1,612.51 + 1,185.67 + 871.82$$

$$VP = \$ 50,000.00$$

Podemos usar la siguiente fórmula para llegar al resultado:

$$VP = A \times \left(\frac{1 - \left(1 + \left(\frac{i}{100}\right)^{-N}\right)}{\left(\frac{i}{100}\right)} \right)$$

$$VP = 18,871.82 \times \left(\frac{1 - (1.36)^{-10}}{0.36} \right)$$

$$VP = \$50,000.00 \quad \text{Monto del Crédito}$$

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
10	36	<u>50,000</u>	-18,871.82	0		1		ok	

2.2.1 Calculo de la Anualidad ordinaria o vencida.

Podemos despejar la Anualidad (pago) vencida a Valor Presente.

$$A = \frac{VP}{\frac{1 - \left(1 + \left(\frac{i}{100}\right)^{-n}\right)}{\left(\frac{i}{100}\right)}}$$

$$A = \frac{50,000}{\frac{1 - \left(1 + \left(\frac{36}{100}\right)^{-10}\right)}{\left(\frac{36}{100}\right)}}$$

$$A = 18,871.82$$

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
10	36	-50,000	<u>18,871.82</u>	0		1		ok	

2.2.2 Despejando la N (número de pagos) a través del valor presente vencido.

Para calcular los periodos, utilizaremos logaritmos:

$$-N = \frac{\ln(1 - ((VP \times i) / A))}{\ln(1 + i)}$$

No se angustien el resultado será positivo.

$$-N = \frac{\ln(1 - ((50,000 \times .36) / 18,871.82))}{\ln(1.36)}$$

$$-N = \frac{\ln(0.046197)}{\ln(1.36)}$$

$$-N = -3.074842 / 0.307485$$

$$-N = -10$$

$$N = 10$$

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
<u>10</u>	36	-50,000	18,871.82	0		1		ok	

2.2.3 Cálculo de la tasa .

Resulta complejo despejar la tasa de una anualidad ya sea anticipada o vencida. Para encontrarla debemos calcular a través de prueba y error con diferentes tasas para traer los pagos a valor presente, hasta que encontremos dos valores presentes con sus respectivas tasas, lo suficientemente cercanas al valor presente para poder interpolarlas. Sin embargo con la calculadora financiera se facilita obtener este dato, como se presenta en el siguiente ejemplo.

Posición actual:

VP = \$ 50,000.00

Pago = \$ 18,871.82

N = 10

Para calcular la tasa nominal de anualidad vencida conociendo las otras variables seria como sigue:

Desarrollo con Calculadora:

N	%IA	VA	PAGO	VF	OTRO	PAÑ	INIC	FIN	AMRT
10	<u>36</u>	-50,000	18,871.82	0		1		ok	

2.2.4 Interpolación Lineal de Tasas

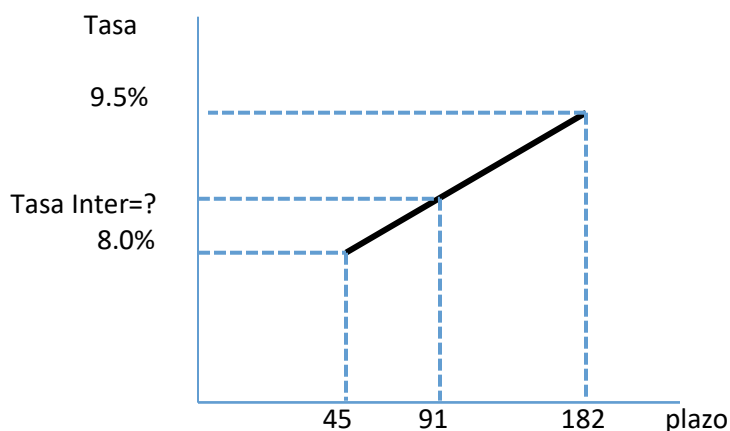
Consiste en hallar un dato dentro de un intervalo en el que conocemos los valores de los extremos.

Para conocer la tasa de interpolación necesitamos conocer dos tasas con sus respectivos plazos.

Ejemplo:

Instrumento	Plazo	Tasa Nom.
CETES	182	9.5%
CETES	45	8.0%

Se pregunta: Calcular la tasa de interpolación a 91 días.



Formula Calculadora Financiera

TASA DE INTERPOLACION: $TINTER = TC + ((TL - TC) \times (PINT - PC)) \div (PL - PC)$

Desarrollo con Calculadora:

TINTER	TC	TL	PINT	PC	PL
<u>8.5</u>	8	9.5	91	45	182

Ejercicio: Calcular la tasa de interpolación a 100 días, considerando una tasa del 4.12% a 28 días y una tasa del 5% a 384 días.

Respuesta: **a) 4.30%** b)4.37% c)4.33% d)4.36%

3. ANUALIDAD DIFERIDA

Anualidad diferida es aquella en la que se pospone el pago o cobro de las aportaciones para una fecha futura.

Ejemplo.

Compramos un Reloj con un precio \$ 35,000.00 y el almacén está ofreciendo la siguiente forma de pago:

Liquidarla en 12 pagos iguales realizando el primer pago dentro de tres meses.

Fórmulas

Anualidades Anticipadas

$$VF = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \times (1+i)$$

Anualidades Vencidas

$$VF = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A = \frac{VF}{\frac{(1+i)^n - 1}{i} \times (1+i)}$$

$$A = \frac{VF}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

$$VP = A \times \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) \times (1+i)$$

$$VP = A \times \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right)$$

$$A = \frac{VP}{\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \times (1+i)}$$

$$A = \frac{VP}{\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}}$$

(Definir tasa de descuento; comparar los rendimientos mediante tasa equivalentes; Distinguir la tasa nominal de la tasa real; Interpretar un rendimiento efectivo; interpretar el rendimiento anualizado; definir el concepto de inflación; definir el concepto de devaluación; calcular una tasa efectiva acumulada; calcular rendimientos a tasa nominal y a tasa real; calcular la tasa de descuento; calcular el rendimiento efectivo)

V. APLICACIÓN DE TASAS

1. TASA NOMINAL.

Es aquella tasa con la cual se pactan las operaciones de Inversión o Préstamo y está expresada en un plazo anual referida a un periodo determinado.

T. N. 36%

2. TASA EFECTIVA.

Es la tasa expresada en un periodo específico y puede provenir de una tasa anual o de la diferencia del precio de un bien en un periodo específico.

2.1 Las tasas efectivas que provienen de una tasa anual.

T.N 36% a 28 días

Tasa Efectiva $\frac{36\%}{360} \times 28$

T.E.= 2.8%

Formula Calculadora Financiera

TASA EFECTIVA (Opción 2):

TEFVA= (TNOM÷360)x PZO

2.2 La tasa efectiva que proviene de dos precios se determina:

Tasa Efectiva = $((\text{Valor Final} / \text{Valor Inicial}) - 1) \times 100$

Ejemplo:

El precio de las acciones del Fondo Agresivo es de \$14.50 hoy, el precio de este fondo fue de \$14.00 hace 28 días. ¿Cuál es la tasa efectiva que ganó ese fondo en 28 días?

TE = $((14.50 / 14.00) - 1) \times 100 = 3.57\%$ **Tasa efectiva en 28 días**

Formula con Calculadora Financiera:

TASA EFECTIVA (Opción 1):

TEFVA = $((VF \div VI) - 1) \times 100$

2.3 Tasas Efectivas

Las tasas efectivas las podemos dividir en:

Tasa Acumulada	Tasa promedio	Tasa Remanente	Tasa Anualizada
TACUM	TPROM	TREMA	TANUA

2.3.1 Tasa Acumulada:

Tasa que representa la capitalización de los intereses de operaciones expresadas en tiempos y tasas efectivas diferentes.

Se expresa como:

$$\text{Tasa Efectiva} = \frac{\text{Monto Final}}{\text{Monto Inicial}} - 1 \times 100$$

$$\text{Tasa Efectiva} = \frac{\text{Monto Final} - \text{Monto Inicial}}{\text{Monto Inicial}} \times 100$$

$$\text{Tasa Efectiva Acumulada} = \left[\left(1 + \left(\frac{i_1}{100} \right) \right)^{n_1} \times \left(1 + \left(\frac{i_2}{100} \right) \right)^{n_2} \times \dots \times \left(1 + \left(\frac{i_n}{100} \right) \right)^{n_n} \right] - 1 \times 100$$

Cada una de las tasas i , es una tasa efectivo en un plazo diferente.

Ejemplo:

El Sr. Camarena quien cuenta con un capital de \$ 80,000.00 lo invirtió a una tasa del 23% anual a 90 días; al vencimiento reinvierte capital e intereses al 27.5% a 45 días; al vencimiento reinvierte capital e intereses al 33.30% a un plazo de 75 días.

A través de las tasas efectivas, seguiremos el proceso de capitalización:

Determinar las tasa efectivas de cada operación:

Tasa Nominal

Tasa Efectiva

23% a 90 días

$$\frac{23\%}{360} \times 90 = 5.75\%$$

27.5% a 45 días

$$\frac{27.5\%}{360} \times 45 = 3.4375\%$$

33.30% a 75 días

$$\frac{33.3\%}{360} \times 75 = 6.9375\%$$

Suma 210 días

Capital + Interés	Tasa efectiva	Intereses
80,000.00	5.7500%	4,600.00
84,600.00	3.4375%	2,908.13
87,508.13	6.9375%	6,070.88
93,579.01		Suma \$13,579.01

Sobre este problema, podemos determinar la tasa efectiva acumulada:

Tasa

$$TEFVA\% = \frac{93,579.00}{80,000} - 1 \times 100 = 16.97\%$$

$$TEFVA\% = \left[(1.0575)^1 \times (1.03438)^1 \times (1.069375)^1 \right] - 1 \times 100$$

$$TEFVA = 16.97\%$$

Esta es una tasa efectiva en 210 días.

Formula de Calculadora

TASA EFECTIVA ACUMULADA:

$$TACUM = ((1 + TEF1 \div 100) \times (1 + TEF2 \div 100) \times (1 + TEF3 \div 100) \times (1 + TEF4 \div 100) \times (1 + TEF5 \div 100) - 1) \times 100$$

Desarrollo con Calculadora:

TACUM	TEF1	TEF2	TEF3	TEF4
<u>16.97</u>	5.75	3.4375	6.9375	0

2.3.2 Tasa efectiva remanente

La tasa efectiva remanente es aquella que expresa la tasa faltante para llegar a una meta establecida, tomando como base una tasa conocida.

El Sr. Camarena espera obtener una tasa de rendimiento del 32.5% en 360 días. Hasta el día de hoy lleva acumulada una tasa del 16.97% en 210 días.

¿A qué tasa efectiva deberá invertir el Sr. Camarena para llegar a la meta establecida?

$$TE\% = \left(\frac{\left(1 + \left(\frac{i_{final}}{100} \right) \right)}{\left(1 + \left(\frac{i_{acumulada}}{100} \right) \right)} - 1 \right) \times 100$$

$$TE\% = \left(\frac{1 + 0.325}{1 + 0.1697} - 1 \right) \times 100 = 13.28\%$$

Formula de Calculadora

TASA REMANENTE:

$$TREM = ((1 + TEFT \div 100) \div (1 + TEPF \div 100) - 1) \times 100$$

Desarrollo con Calculadora:

TREM	TEFT	TEFP
<u>13.28</u>	32.5	16.97

El Sr. Camarena tendría que contratar una inversión a una tasa del 13.28% en 150 días para alcanzar su meta

2.3.3 Tasa efectiva promedio.

Tasa Efectiva Promedio representa la conversión de una tasa de un tiempo determinado (N) a un tiempo buscado (M).

El numerador del exponente será el tiempo al que se desea convertir la tasa.

Tasa Efectiva Promedio

$$TE\% = \left(\left(1 + \left(\frac{i_e}{100} \right) \right)^{\frac{M}{N}} - 1 \right) \times 100$$

Considerando los datos del ejercicio de tasa remanente, Si el Sr. Camarena no encuentra una inversión a un plazo de 150 días con una tasa efectiva del 13.28%, entonces deberá contratar operaciones a plazos inferiores.

Si se pudieran contratar inversiones a plazo de 30 días ¿qué tasa efectiva debería buscar en promedio el Sr. Camarena cada 30 días?

$$TE\% = \left(\left(1 + 0.13277 \right)^{\frac{30}{150}} - 1 \right) \times 100$$

$$TE\% = 2.53\%$$

Formula de Calculadora

TASA PROMEDIO:

$$TPROM = ((1 + TEFVA \div 100)^{(DIAP \div DIAT)} - 1) \times 100$$

Desarrollo con Calculadora:

TPRO	TEFVA	DIAP	DIAT
<u>2.53</u>	13.28	30	150

Tasa de Rendimiento Efectiva Promedio en 30 días a la que se debe realizar la inversión.

2.3.4 Tasa Efectiva anualizada.

Esta tasa refleja el resultado de haber reinvertido el dinero durante un año, capitalizando intereses ya sea a la misma tasa o a tasas diferentes, y en plazos iguales o diferentes.

Si tomáramos como ejemplo la acumulación de intereses como en la tasa acumulada hasta llegar al año, obtendríamos la tasa anualizada o capitalizada en un año.

Se expresa como:

$$Tasa\ Efectiva = \frac{Monto\ Final}{Monto\ Inicial} - 1 \times 100$$

$$Tasa\ Efectiva = \frac{Monto\ Final - Monto\ Inicial}{Monto\ Inicial} \times 100$$

$$Tasa\ Efectiva\ Anualizada = \left[\left(1 + \left(\frac{i_1}{100} \right) \right)^{n_1} \times \left(1 + \left(\frac{i_2}{100} \right) \right)^{n_2} \dots \times \left(1 + \left(\frac{i_n}{100} \right) \right)^{n_n} \right] - 1 \times 100$$

Si la tasa fuera la misma y los periodos iguales, el resultado después de un año sería una tasa anualizada.
Tasa Efectiva Anualizada

$$TE\% = \left(\left(1 + \left(\frac{i_e}{100} \right) \right)^{\frac{360}{plazo}} - 1 \right) \times 100$$

Ejemplo:

La tasa efectiva mensual de interés que ofrece un instrumento financiero es del 2.5% ¿Cuál será la tasa efectiva anualizada ?

Formula de Calculadora

TASA ANUALIZADA: $TANUA = ((1 + TEFVA \div 100)^N - 1) \times 100$

Desarrollo con Calculadora:

TANUA	TEFVA	N
34.49%	2.5	12

3. INFLACIÓN.

La inflación la podemos definir como el aumento generalizado y sostenido en el nivel general de precios. Es decir, la inflación se mide a través del aumento de los precios, de una canasta de productos en una economía en forma continua durante un periodo.

El INEGI nos da a conocer quincenalmente el incremento en el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC), con lo que se determinará la inflación de cada quincena.

Debemos aclarar que las tasas de inflación siempre serán una tasa **efectiva** por el periodo que nos indican, por lo que podemos aplicar los mismos conceptos de tasas efectivas para el cálculo de esta.

Nota: Para resolver estos ejercicios podemos utilizar las mismas fórmulas de tasa de interés, con la única diferencia de que estaríamos accedando Tasa de Inflación.

Ejemplo:

La inflación mensual en los últimos tres meses fue:

Periodo	TE Mensual
Julio	0.29%
Agosto	0.38%
Septiembre	0.45%

¿Cuál fue la tasa acumulada de inflación?

TASA EFECTIVA ACUMULADA: $TACUM = ((1 + TEF1 \div 100) \times (1 + TEF2 \div 100) \times (1 + TEF3 \div 100) \times (1 + TEF4 \div 100) \times (1 + TEF5 \div 100) - 1) \times 100$

$$TE\% = [(1.0029)^1 \times (1.0038)^1 \times (1.0045)^1] - 1 \times 100$$

$$TE = 1.1241\%$$

Nota: Esta es una tasa efectiva acumulada en 3 meses.

Ejercicio:

Si la inflación que se espera para los siguientes 12 meses es de 4.34%

¿Cuál es la tasa promedio mensual, que se espera?

TASA PROMEDIO:

$$TPROM = ((1 + TEFVA \div 100)^{(DIAP \div DIAT)} - 1) \times 100$$

Tasa Efectiva Promedio

$$TE\% = \left(\left(1 + \left(\frac{4.34\%}{100} \right) \right)^{\frac{1}{12}} - 1 \right) \times 100$$

TE promedio mensual = 0.35%

La inflación en el mes de septiembre fue de 0.45%. Si esta tasa permaneciera constante para los siguientes 12 meses. ¿Cuál sería la inflación anualizada?

TASA ANUALIZADA:

$$TANUA = ((1 + TEFVA \div 100)^n - 1) \times 100$$

$$TE\% = \left(\left(1 + \left(\frac{0.45\%}{100} \right) \right)^{\frac{12}{1}} - 1 \right) \times 100$$

Tasa anualizada = 5.54%

4. DEVALUACIÓN.

El efecto del decremento en el valor una moneda respecto de otra con la que realiza operaciones se le llama devaluación.

El cambio porcentual en el valor lo expresamos como una tasa efectiva.

Ejemplo:

El 15 de octubre de 2008 se pagaban 12.50 pesos por un dólar, el 28 de noviembre del mismo año se pagaban 14.70 pesos por dólar.

¿Cuál es la tasa de devaluación?

TE devaluación = $((14.70 / 12.50) - 1) \times 100 = 17.60\%$ Tasa efectiva en 44 días

Igual que con la inflación la tasa de devaluación es siempre una tasa efectiva.

5. TASA DE DESCUENTO Y RENDIMIENTO.

5.1 Tasa de descuento

Descuento comercial o bancario.

El descuento indica que sobre el valor de un bien u operación se realizará el cálculo de los intereses y estos se le restarán a la operación.

La tasa de descuento se aplica sobre un valor final y se descuenta sobre ese valor final, para encontrar el valor actual.

Cuando pedimos un crédito al banco y nos descuentan los intereses por adelantado, estamos hablando de una tasa de descuento bancario; cuando compramos un artículo y sobre el precio marcado nos aplican un descuento estamos hablando de un descuento comercial.

La tasa de descuento a la que se colocaron los Cetes a 28 días fue del 27%

NOTA: Las fórmulas para calcular las tasa de descuento, tasa de rendimiento, precio y tasa equivalente están consideradas en la fórmula de MDO.DIN.INT., misma que utilizaremos en el módulo de Títulos de Deuda (fórmula incluida en el formulario y en material del módulo respectivo)

$$\text{Descuento} = \text{Valor Nominal} \times \frac{TDN}{36,000} \times \text{Plazo}$$

$$\text{Descuento} = 10 \times \frac{27}{36,000} \times 28 = 0.21$$

$$\text{Precio} = \text{Valor Nominal} - \text{Descuento}$$

$$\text{Precio} = \$10 - 0.21 = \$9.79$$

$$\text{Precio} = \text{Valor Nominal} - \left(VN \times \frac{TDN}{36,000} \times \text{Plazo} \right)$$

Conociendo el precio (VP), el valor nominal (VF) y el plazo, podemos determinar la **TASA DE DESCUENTO**

$$TDN = \left(1 - \left(\frac{\text{Precio}}{\text{Valor Nominal}} \right) \right) \times \frac{36,000}{\text{Plazo}}$$

$$TDN = \frac{\text{Descuento}}{\text{Valor Nominal}} \times \frac{36,000}{\text{Plazo}}$$

$$TDN = \left(1 - \left(\frac{9.79}{10} \right) \right) \times \frac{36,000}{28} = 27\%$$

5.2 Tasa de rendimiento.

La tasa de rendimiento es la que se gana sobre una inversión. Esta tasa se aplica sobre el valor inicial de las operaciones.

En el mercado de dinero encontramos títulos que se colocan con una tasa de descuento para determinar el precio al que se negociarán, y que a través del precio y el valor final conocido determinan una tasa de rendimiento.

Si el importe del descuento lo consideramos como una ganancia, ya que sumárselo al precio llegamos al valor final o nominal, podríamos obtener una tasa de rendimiento sobre esta operación.

TASA DE RENDIMIENTO

$$TRN = \left(\frac{\text{Valor Nominal}}{\text{Precio}} - 1 \right) \times \frac{36,000}{\text{Plazo}}$$

$$TRN = \left(\frac{10}{9.79} - 1 \right) \times \frac{36,000}{28} = 27.58\%$$

Si hablamos de una inversión por la cual nos han pagado una tasa de rendimiento, después de un tiempo tendremos capital más intereses, esta suma será el valor futuro. Si se desea conocer el importe original de la inversión debemos descontar los intereses, trayendo el valor futuro a presente tomando la tasa de interés que pagó.

Tomemos como ejemplo el CETE anterior:

El valor nominal (final) es \$10.00 y pagó una tasa del 27.58% anual a plazo de 28 días.

¿Qué cantidad se invirtió originalmente?

$$VP = \frac{VF}{\left(1 + \left(\frac{i}{100} \right) \right)^n}$$

$$VP = \frac{10.00}{\left(1 + \frac{27.58}{36000} \times 28 \right)}$$

$$VP = \$9.79$$

5.3 Cambio de una tasa de descuento a una tasa de rendimiento.

$$TDN = TRN / (1 + TRN / 100)$$

$$TRN = TDN / (1 - TDN / 100)$$

6. TASA EQUIVALENTE.

Es aquella que representa el mismo rendimiento que otra, expresada en un plazo diferente de capitalización.

Dos tasas con periodos diferentes de capitalización que producen el mismo interés en un periodo determinado, son equivalentes.

$$TE_{Qui} = \left(\left(1 + \left(\frac{TRN}{36,000} \times n \right) \right)^{\left(\frac{M}{n} \right)} - 1 \right) \times \left(\frac{36,000}{M} \right)$$

TEQui = Tasa Equivalente

TRN = Tasa anual Nominal.

n = Plazo Original del Instrumento (Tiempo).

M = Plazo al que se quiere la nueva tasa (Tiempo).

Formula con Calculadora Financiera:

$$TEQ = ((1 + TRN \times N \div 36000)^{(M \div N)} - 1) \times (36000 \div M)$$

Ejemplo:

- Los Cetes a 91 días pagan el 32% anual
- La tasa equivalente que pagan a 28 días es:

$$TE_{Qui} = \left(\left(1 + \left(\frac{32}{36,000} \times 91 \right) \right)^{\left(\frac{28}{91} \right)} - 1 \right) \times \left(\frac{36,000}{28} \right)$$

Tasa Equivalente a 28 días = 31.14%

7. TASA REAL.

Tasa Real es aquella tasa a la cual se le ha descontado la tasa de inflación.

La forma para restar la inflación, es a través de una división.

Las tasas que se pretendan usar deben estar en el mismo plazo.

$$Tasa Real = \left(\frac{1 + \left(\frac{interés}{100} \right)}{1 + \left(\frac{inflación}{100} \right)} - 1 \right) \times 100$$

TASA REAL EFECTIVA:

$$TRAL = (((1 + (TEFVA \div 100)) \div (1 + (TINF \div 100))) - 1) \times 100$$

Ejemplo:

- El Fondo de Inversión "Fon b" generó un rendimiento de 2.74% en el mes de junio. La inflación en junio fue de 1.63% ¿Qué rendimiento real pagó esta Sociedad?

$$Tasa Real = \left(\left(\frac{1 + 0.0274}{1 + 0.0163} \right) - 1 \right) \times 100$$

Las dos tasas están expresadas en un mes.

Tasa Real Efectiva Mensual = 1.09 %

Desarrollo con Calculadora:

TRAL	TEFVA	TINF
<u>1.09</u>	2.74	1.63

Al obtener un rendimiento positivo señala esta inversión ha pagado más que la inflación del periodo, eso permite mantener el poder adquisitivo.

- El rendimiento de la Sociedad de Inversión Santi en 2010 fue de 42.63% y la inflación en ese año fue de 51.97%. ¿Cuál fue la tasa real que se obtuvo en el año?

$$Tasa Real = \frac{1.4263}{1.5197} - 1 \times 100$$

$$Tasa Real Anual = -6.15\%$$

Tasa Real Efectiva anual = -6.15 %

Desarrollo con Calculadora:

TRAL	TEFVA	TINF
<u>-6.15</u>	42.63	51.97

La inflación hizo que el valor del dinero se perdiera, ya que los precios de los insumos subieron más que el importe de los intereses adquiridos.

(Definir el concepto de tasa interna de retorno, interpretar el valor de la tasa interna de retorno, Interpretar el valor presente neto, calcular el valor presente de los flujos de efectivo)

VI. EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSIÓN.

Cada vez que iniciemos un proyecto sin importar de lo que se trate (giro), deberíamos evaluar los resultados que se obtendrán y evaluarlos a valor presente para determinar si se obtendrá una ganancia o pérdida y la tasa de retorno de la inversión.

Esta evaluación puede ser para muchas opciones de inversión:

- Poner un negocio y evaluar los ingresos de las utilidades futuras.
- Evaluar entre comprar un bien o rentarlo, analizando los flujos de pago.
- Comprar un bono de largo plazo a tasa fija o variable.

Para la evaluación de una operación a largo plazo, se deberán considerar las técnicas que consideran el valor del dinero a largo plazo.

1. Técnicas para evaluar un proyecto de largo plazo.

- Valor Presente Neto
- Tasa Interna de Retorno o Rendimiento

1.1 Valor Presente Neto (VPN).

Es el valor presente de los flujos futuros, menos el valor presente de los egresos (Inversión).

Es el valor monetario que resulta de restar la inversión inicial a la suma del Valor presente de los flujos efectivos futuros

Críticas en contra del Valor presente neto VPN:

1. Asume la reinversión continua de los flujos, lo cual necesariamente no se cumple.
2. Cuando no se utiliza una tasa adecuada como Costo de Capital Promedio Ponderado para su cálculo puede conducir a resultados erróneos.

1.1.1 Criterios para la aceptación o rechazo.

VPN ≥ 0 Se acepta
 VPN ≤ 0 No se acepta

1.2 Tasa Interna de Retorno o Rendimiento (TIR).

Es la tasa de rendimiento que genera el proyecto, la cual es independiente a la tasa de costo de capital. También representa la tasa a la cual retornará la inversión (capital invertido).

Es la tasa con la cual el valor presente neto es igual a cero. Es decir que la suma de los flujos descontados es igual a la inversión inicial.

1.2.1 Criterios para la aceptación o rechazo.

TIR $\geq \text{Costo del Dinero}$ Se acepta
 TIR $\leq \text{Costo del Dinero}$ No se acepta

- **La tasa de costo del dinero o costo de capital.**

Esta tasa refleja: La tasa que pagarías por conseguir el capital para el invertirlo en el proyecto; la tasa de rendimiento que le esté pagando la inversión actual en otro proyecto; la tasa libre de riesgo que se obtendría en algún bono.

La tasa de retorno es la tasa a la que estamos recuperando el dinero invertido.

- **Periodo de recuperación:**

El periodo de recuperación se obtiene a través de la suma del VP de los flujos de efectivo futuros necesarios, hasta que se igualen con la inversión inicial.

Ejemplo:

Se desea abrir un negocio, para el cual se requiere una inversión de \$ 1'000,000.00, para la instalación completa que incluye: remodelación del local, equipo de cómputo y maquinaria.

La tasa de costo de capital es de 20%.

Se estima obtener utilidades en los próximos 5 años de las siguiente forma:

Flujo de Efectivo

Período	Inversión	Utilidad Neta	Valor Presente
0	\$ 1'000,000.00		
1		250,000	208,333.33
2		380,000	263,888.89
3		420,000	243,055.56
4		590,000	284,529.32
5		958,000	384,998.71
Total			\$1'384,805.81

Valor Presente Neto de los flujos de efectivo: (VPN ó VAN)

$$VPN = \frac{250,000}{(1+.20)^1} + \frac{380,000}{(1+.20)^2} + \frac{420,000}{(1+.20)^3} + \frac{590,000}{(1+.20)^4} + \frac{958,000}{(1+.20)^5}$$

$$VPN = 1'384,805.81 - 1'000,000$$

$$VPN = 384,805.81$$

Desarrollo con calculadora financiera:

PROCEDIMIENTO:

EXIT → **FIN** → **F.CAJ**

AZUL → **INPUT** → ¿BORRO LA LISTA? → **SI**

1,000,000 → **+/-** → **INPUT**

LA CALCULADORA
17BII+ APARECE >

F. CAJA(1)=? 250,000 **INPUT** → No DE VECES (1)=1

1.00 → **INPUT**

F. CAJA(2)=? 380,000 **INPUT** → No DE VECES (2)=1

1.00 → **INPUT**

F. CAJA(3)=? 420,000 **INPUT** → No DE VECES (3)=1

1.00 → **INPUT**

F. CAJA(4)=? 590,000 **INPUT** → No DE VECES (4)=1

1.00 → **INPUT**

F. CAJA(5)=? 958,000 **INPUT** → No DE VECES (5)=1

1.00 → **INPUT**

EXIT → **CALC**

TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN
-------	------	----	-----	-----	-----

20	384,805.81
----	------------

Esta es la utilidad neta después de descontar al valor de la inversión la suma del valor presente de los flujos descontados a la tasa de costo de capital; esto es haber descontado los intereses que le habrían pagado al banco, o la tasa de rendimiento de otro proyecto o la tasa libre de riesgo a la que se tenía invertido el dinero.

Tasa Interna de Retorno:

$$TIR = \frac{250,000}{(1+i_r)} + \frac{380,000}{(1+i_r)^2} + \frac{420,000}{(1+i_r)^3} + \frac{590,000}{(1+i_r)^4} + \frac{958,000}{(1+i_r)^5} - 1'000,000 = 0$$

Es la Tasa que iguala el Valor Presente de los Ingresos con el de los Egresos = 33.00%.
Rendimiento de la Inversión es 33.00%

Desarrollo con calculadora financiera:

PROCEDIMIENTO:

EXIT → FIN → F.CAJ

AZUL → INPUT → ¿BORRO LA LISTA? → SI

1,000,000 → +/- → **INPUT**

F. CAJA(1)=? 250,000 **INPUT** → No DE VECES (1)=1

1.00 → **INPUT**

F. CAJA(2)=? 380,000 **INPUT** → No DE VECES (2)=1

1.00 → **INPUT**

F. CAJA(3)=? 420,000 **INPUT** → No DE VECES (3)=1

1.00 → **INPUT**

F. CAJA(4)=? 590,000 **INPUT** → No DE VECES (4)=1

1.00 → **INPUT**

F. CAJA(5)=? 958,000 **INPUT** → No DE VECES (5)=1

1.00 → **INPUT**

EXIT → CALC

TOTAL	%TIR	I%	VAN	SNU	VFN
	33	20			

Nota: Se puede aprovechar los mismo datos accedados en la calculadora para obtener la VAN y también solicitar la TIR

LA CALCULADORA
17B II+APARECE >

2. Interpretar una estructura intertemporal de tasas de interés.

Como se mencionó en el tema de interpolación de tasas de interés, ésta consiste en calcular una tasa de interés ubicada, entre dos valores extremos conocidos.

La aplicación práctica sería que en la subasta semanal de Banco de México se colocan CETES con las características siguientes:

Instrumentos	Plazo	Tasa Nominal
CETES	91	4.5%
CETES	182	5.0%

A que tasa debería estar el mercado a un plazo de 120 días?

Para calcular la tasa de interés utiliza la fórmula de Interpolación "TINTER"

TINTER	TC	TL	PINT	PC	PL
4.66	4.5	5.0	120	91	182

En este caso la tasa a 120 días le correspondería una tasa nominal ubicada entre dos polos del 4.66%

(Definir los conceptos de: varianza, desviación estándar, covarianza y coeficiente de correlación; Calcular la varianza, desviación estándar, covarianza y coeficiente de correlación; Interpretar los resultados varianza, desviación estándar, covarianza y coeficiente de correlación de activos; calcular la varianza de un portafolio.)

CONCEPTOS BÁSICOS DE ESTADÍSTICA.

Cada vez que se desee invertir en un activo financiero debemos conocer cuál ha sido su comportamiento a través del tiempo y conocer la relación riesgo/ rendimiento que puede esperarse al invertir de ese activo.

El rendimiento esperado del activo se determinará por el cambio en los precios diarios, durante un periodo.

Para conocer el riesgo se deberán determinar ; alguna medidas de tendencia (media, mediana y moda) y medidas de dispersión (varianza, desviación estándar y coeficiente de variación)

Asumiendo que el futuro se comporte de forma similar al pasado, será posible construir una distribución de probabilidad de rendimientos futuros, permitiendo analizar la probabilidad de ocurrencia al invertir en ese activo.

A través de un ejemplo, determinaremos al valor de las medidas señaladas para evaluar un activo.

Se presenta a continuación el precio consecutivo de una acción.

Tabla de Cotizaciones

Ejercicio:

Tabla de cotizaciones de una acción durante un periodo

68 73 61 66 65 96 84 73 65 84
65 78 78 66 84 65 84 65 65 65

Procedamos a calcular la media aritmética, mediana y moda.

Media aritmética: es la suma de todos los valores considerados en el período dividida entre el número total de estos. (Sumatoria de todos los datos 1450)

$$\text{Media} = 1450 \div 20 = 72.50$$

Mediana: Es el valor que ocupa el lugar central de todo los datos cuando estos están ordenados de menor a mayor.

Ordenamiento de datos:

61, 65, 65, 65, 65, 65, 65, 65, 66, **66**,
68, 73, 73, 78, 78, 84, 84, 84, 84, 96,

$$\text{Mediana} = (66 + 68) \div 2 = 67$$

Moda: Es el valor que presenta la mayor frecuencia.

El precio del 65 se repite 7 veces y representan el 35 % de la muestra.

Medidas de Dispersión: proporcionan una medida del grado de dispersión y/o Variabilidad, esto es, indican si los valores están relativamente cercanos a un valor medio y se clasifican como sigue:

- Rango
- Varianza
- Desviación estándar
- Coeficiente de variación

Rango: Es la diferencia entre el precio mayor y el menor de un conjunto de datos.

$$\text{Rango} = 96 - 61 = 35$$

Varianza: El cálculo de la varianza de un conjunto de datos contribuye a la toma de decisiones acerca de una variable que está sometida a estudio, ya que ésta permite el cálculo de la desviación estándar.

La varianza presenta unidades al cuadrado y se calcula como sigue:

1º.- Se determina la media aritmética. \$72.50

2º.- Después, cada dato se eleva al cuadrado y se suman la totalidad de los datos.

$$\begin{aligned} (61)^2 + (65)^2 + (65)^2 + \dots + (96)^2 &= 106,898 \\ 3721 + 4225 + 4225 + \dots + 9,216 & \end{aligned}$$

3º.- Posteriormente calculamos la varianza como sigue:

$$\text{Varianza} = \frac{106,898 - (20 \times (72.5^2))}{20-1} = 93.32$$

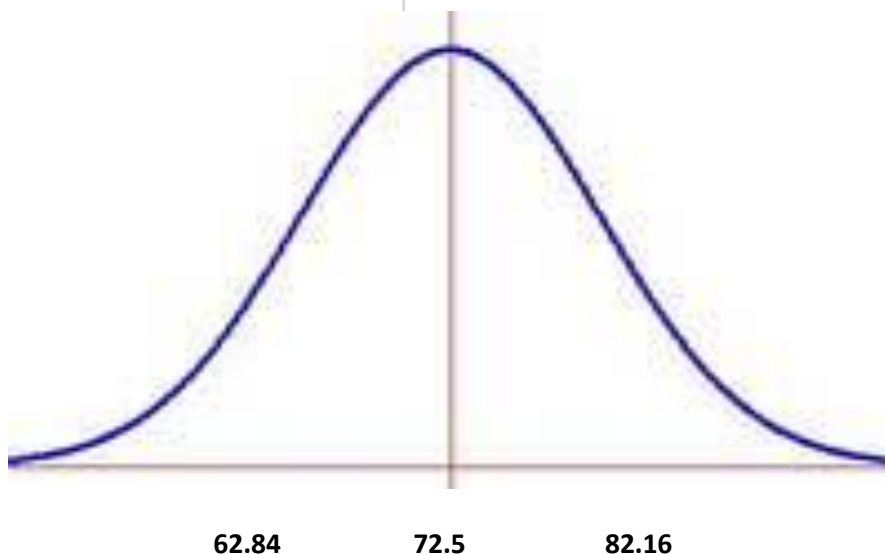
Desviación Estándar: Mide la dispersión de los precios de un activo alrededor de su media, mientras mayor sea su valor, mayor es el grado de variación de la misma.

Y se calcula por la raíz cuadrada de la varianza

$$\sqrt{93.32} = 9.66$$

Media	Desviación Estándar	Rango
72.5	-9.66=	62.84
72.5	+9.66=	82.16

Del cuadro anterior podemos determinar que entre los rangos de 62.84 y 82.16 se encuentran 14 datos de un total de 20, lo que indica que el 70% de la totalidad de los datos están localizados en este intervalo.



Coefficiente de Variación: Se obtiene dividiendo la desviación estándar entre la media y multiplicando por 100.

$$CV = DS / \text{media} \times 100 \qquad CV = \frac{9.66 \times 100}{72.5} = 13.32\%$$

Nota: Esta medida descriptiva es adecuada para visualizar la uniformidad o semejanza de un conjunto de datos. Usualmente se expresa en porcentaje.

Nota: A mayor coeficiente de variación, mayor volatilidad

Desarrollo con calculadora financiera:

Procedimiento:

EXIT→FIN→SUMA

AZUL→INPUT→¿Borro la lista?→Si

ITEM (1) = ?	68 INPUT Total =68	ITEM (11) = ?	65 INPUT Total =800
ITEM (2) = ?	73 INPUT Total =141	ITEM (12) = ?	78 INPUT Total =878
ITEM (3) = ?	61 INPUT Total =202	ITEM (13) = ?	78 INPUT Total =956
ITEM (4) = ?	66 INPUT Total =268	ITEM (14) = ?	66 INPUT Total =1022
ITEM (5) = ?	65 INPUT Total =333	ITEM (15) = ?	84 INPUT Total =1106
ITEM (6) = ?	96 INPUT Total =429	ITEM (16) = ?	65 INPUT Total =1171
ITEM (7) = ?	84 INPUT Total =513	ITEM (17) = ?	84 INPUT Total =1255
ITEM (8) = ?	73 INPUT Total =580	ITEM (18) = ?	65 INPUT Total =1320
ITEM (9) = ?	65 INPUT Total =651	ITEM (19) = ?	65 INPUT Total =1385
ITEM (10) = ?	84 INPUT Total =735	ITEM (20) = ?	65 INPUT Total =1450

EXIT → CALC

TOTAL	PROM	VMED	DEVES	INTV	OTROS	MIN	MAX
1450	72.50	67	9.66	35		61	96

I. MEDIDAS ESTADÍSTICAS

4. MEDICIÓN DEL RIESGO DE UN PORTAFOLIO CON DOS ACTIVOS.

Al crear un portafolio se pretende adquirir varios activos; esta diversificación permitirá disminuir el riesgo de acuerdo a la cantidad de recursos asignados y el riesgo de cada uno.

El rendimiento esperado de una cartera depende del rendimiento esperado de cada uno de los activos que la integran y del porcentaje a invertir en cada uno.

Para determinar el riesgo de un portafolio, además de la varianza y la desviación estándar de cada activo, debemos ahora determinar:

- Covarianza del portafolio
- Varianza del portafolio
- Correlación del portafolio.

4.1 Covarianza:

El riesgo de un portafolio depende de la tendencia de los rendimientos de los activos del portafolio a moverse en forma conjunta.

La Covarianza cuantifica la tendencia de cambio entre dos variables de datos.

Valor de la covarianza

(+)	Un valor positivo indica que los rendimientos de los valores, tienden a moverse juntos.
(-)	Un valor negativo indica que los rendimientos de los valores tienden a compensarse, se mueven en sentido contrario.
(0)	No existe ninguna relación entre los rendimientos de los valores.

4.2 Coeficiente de Correlación.

La covarianza y la correlación son dos medidas estrechamente relacionadas que muestran la tendencia de dos variables a cambiar en forma similar.

Coeficiente de correlación mide la intensidad de la relación entre dos conjuntos de variables.

(Identificar los supuestos de Markowitz sobre el comportamiento de los inversionistas; definir las curvas de indiferencia; principio de diversificación; definir que es una frontera eficiente; Definir que es un portafolio eficiente; calcular el rendimiento esperado de un portafolio a partir de los rendimientos de los activos individuales; calcular la varianza de un portafolio; definir que es un activo libre de riesgo

II. PRINCIPIOS DE LA TEORÍA MODERNA DE PORTAFOLIOS.

1.- EL MODELO DE MARKOWITS.

La pregunta que Markowitz pretende contestar en su artículo "Portfolio Selection" de 1952 es la siguiente:

Dado un conjunto de posibles inversiones ¿Cuál es la mejor elección?

Para poder contestar esta pregunta hay que estudiar ese conjunto de posibilidades de inversión que cualquier inversionista tiene.

Supongamos que solo existen dos activos y queremos representar gráficamente el conjunto de posibilidades que estos dos activos tienen con todas sus posibles combinaciones.

¿Qué medidas representan a un activo?

Si el rendimiento de un activo es una variable aleatoria con una distribución de probabilidad normal, solo necesitamos dos medidas: el rendimiento esperado y la varianza o desviación estándar.

1.1 Los supuestos de la teoría sobre el comportamiento del inversionista son:

1. Los inversionistas se comportan de una manera estrictamente racional.
2. Los inversionistas son insaciables. Los inversionistas escogerán el portafolio con el rendimiento más alto, si las demás condiciones permanecen constantes.
3. El inversionista tiene una determinada cantidad de dinero para invertir en este momento. (No obtendrá más dinero para este fin).
4. El dinero lo invertirá durante un periodo determinado (llamado periodo de inversión)
5. Al final del periodo de la inversión se venderán los títulos que se compraron al principio y lo que se reciba se gastará.
6. Los inversionistas son adversos al riesgo. Los inversionistas escogerán los portafolios con el menor riesgo. Solo aceptará un mayor riesgo si el rendimiento esperado excede considerablemente al rendimiento del portafolio con menor riesgo.

El enfoque de inversión de Markowitz se basa en que:

El inversionista debe evaluar portafolios alternativos con base en el rendimiento esperado y las desviaciones estándar (riesgo), usando curvas de indiferencia.

2. Curvas de indiferencia

Las curvas de indiferencia representan las diversas combinaciones de riesgo y rendimiento que el inversionista encuentra aceptables o ante las cuales es indiferente.

La decisión de llevar a cabo una u otra inversión depende de la actitud hacia el riesgo que tenga el inversionista. Podemos hablar de tres distintas actitudes hacia el riesgo:

- **Ligeramente adverso al riesgo o con Tolerancia al riesgo.**- Consiste en estar dispuesto a aceptar una gran cantidad de riesgo a cambio de un aumento relativamente considerable en el rendimiento esperado.
- **Aversión al riesgo.**- A este inversionista no le gusta el riesgo. Se requiere un mayor rendimiento esperado adicional como compensación por aceptar un aumento en el riesgo.

- **Neutralidad al riesgo.**- En este caso, el inversionista es indiferente al riesgo y sus decisiones de inversión se mueven únicamente en función del rendimiento esperado.

3. Portafolio o Cartera.

Un portafolio o cartera de inversión es un conjunto de valores en poder de un inversionista, el cual puede incluir acciones, bonos, productos derivados etc. La forma de distribuir los recursos determinará el riesgo y rendimiento que pueda tener un portafolio.

4. Diversificación.

La diversificación se presenta al asignar ciertos fondos a una variedad de instrumentos financieros con rendimiento y riesgos diferentes.

Esta asignación nos permitirá crear portafolios con N opciones de instrumentos y monto asignables a la inversión de acuerdo a las características de aversión al riesgo de los inversionistas.

En finanzas existe un principio simple que le dice al inversionista que diversifique.

La lógica de este principio es que la diversificación reduce el riesgo.

4.1 Frontera Eficiente.

En un mercado con muchos valores, se debe buscar las combinaciones que no sean dominadas por ningunas otras, es decir, que no exista ninguna otra combinación que ofrezca el mismo nivel de riesgo, pero mayor rendimiento esperado.

Cuando esto sucede decimos que la cartera está dominada.

En cualquier grupo de valores aquél con el mayor rendimiento esperado nunca podrá ser dominado.

Cuando tenemos todas las posibles combinaciones no dominadas estamos frente a un **conjunto eficiente**.

La frontera eficiente es la representación gráfica de los elementos del conjunto eficientes

5. Relación Riesgo-Rendimiento de un portafolio integrado por dos activos:

Tomemos como ejemplo los activos X y Y, con sus respectivos rendimientos y riesgos:

Período	Rend. Activo X	Rend. Activo Y
1	0.145	0.16
2	0.17	0.07
3	0.09	- 0.04
4	- 0.12	0.10
5	0.13	0.05
Suma	0.415	0.34
Suma / N	0.415 / 5	0.34 / 5
Media	0.083	0.068
Varianza	0.01372	0.00537
Desviación Estándar	0.1171	0.07328

5.1 Cálculo de la covarianza

Para calcular la covarianza requerimos del rendimiento efectivo de las observaciones y a cada uno restarle el rendimiento esperado o promedio del activo, igual para los dos activos. Posteriormente se multiplica el resultado de cada periodo del activo "X" por el resultado del activo "Y", se suman y se dividen entre el número de periodos -1, obteniendo como resultado la covarianza. Misma que servirá para el cálculo de la correlación de un portafolio.

Ejercicio.

Tomemos como ejemplo los activos X y Y, con sus respectivos rendimientos y riesgos:

Período	Rend. Activo X	Rend. Activo Y	X x Y
1	0.145 - 0.083 = 0.062	0.16 - 0.068 = 0.092	0.005704
2	0.17 - 0.083 = 0.087	0.07 - 0.068 = 0.002	0.000174
3	0.09 - 0.083 = 0.007	- 0.04 - 0.068 = -0.108	-0.000756
4	- 0.12 - 0.083 = -0.203	0.10 - 0.068 = 0.132	-0.006496
5	0.13 - 0.083 = 0.047	0.05 - 0.068 = -0.018	-0.000846
			Σ -0.00222
COVARIANZA = -0.00222 ÷ (5-1) = -0.000555			

5.2 Correlación de un portafolio

La fórmula para determinar el coeficiente de correlación es:

$$Corr_{x,y} = \frac{COV_{x,y}}{DS_x \times DS_y}$$

Fórmula calculadora financiera:

CORR.PORT.X,Y:CORRPXY=COVXY÷(DSX x DSY)

$COV_{x,y}$ =	Covarianza de X, Y
DS_x =	Desviación estándar del activo X
DS_y =	Desviación estándar del activo Y
$Corr_{x,y}$ =	Correlación de X, Y

Correlación del portafolio = (-0.000555 / (0.1171 X 0.07328)) = -0.064677

5.3 Rendimiento ponderado del portafolio con dos activos.

Para determinar el rendimiento de un Portafolio integrado por dos activos, debemos considerar el rendimiento promedio de cada uno de los activos y el porcentaje de participación que tendrá cada uno de ellos

Este resultado lo obtenemos de la ponderación simple de los rendimientos de los activos con la siguiente fórmula:

$$R_{POR} = \overline{R}_X (\%_X) + \overline{R}_Y (\%_Y)$$

Donde:

R_{POR} =	Rendimiento esperado del portafolio.
$\overline{R}_X$ =	Rendimiento esperado del activo X.
$\overline{R}_Y$ =	Rendimiento esperado del activo Y.
$\%_X$ =	Porcentaje de participación de X en el portafolio.
$\%_Y$ =	Porcentaje de participación de Y en el portafolio.

	Activo X	Activo Y
Media	0.083	0.068
Varianza	0.01372	0.000537
Desviación Estándar	0.1171	0.07328
% de capital invertido	60%	40%

Suponiendo que el portafolio está integrado por un 60 % del activo X, ya que tiene un mayor rendimiento y un 40 % del activo Y, ¿cuál será el rendimiento esperado de dicho portafolio?

Sustituyendo los valores en la fórmula tenemos:

$$R_{POR} = 0.083(0.60) + 0.068(0.40)$$

$$R_{POR} = 0.077 \times 100$$

$$R_{POR} = 7.7 \%$$

Formula Calculadora Financiera

$$RESPOR = ((\%ACT1 \times RDTO1 \div 10000) + (\%ACT2 \times RDTO2 \div 10000)) \times 100$$

RESPO	%ACT1	RDTO1	%ACT2	RDTO2
<u>0.077</u>	60	0.083	40	0.068
<u>7.70</u>	60	8.30	40	6.80

Como el activo X tiene un rendimiento esperado mayor, el rendimiento del portafolio será mayor mientras mayor sea la cantidad de fondos invertidos en él, es decir, si quisiéramos obtener un rendimiento del 8.3 % tendríamos que invertir el 100 % del portafolio en el activo X, pero esto implicaría tener el riesgo total del activo A.

6. EXTENSION DEL MODELO DE MARKOWITS

El modelo prevé también invertir en activos libres de riesgo. Esto significa que uno de los activos en los que se invierta estará libre de riesgo.

6.1 Activos libres de riesgo.

Un activo libre de riesgo es un valor del cual se conoce desde un principio el rendimiento que pagará al vencimiento, y se tiene poca probabilidad de incumplimiento de pago.

Características:

- 1) Desde el inicio de la inversión se conoce el rendimiento que ofrecerá el activo al final del período.
- 2) La desviación estándar del activo libre de riesgo es cero.
- 3) La covarianza entre un activo libre de riesgo y el de cualquier valor con riesgo es cero.
- 4) El activo libre de riesgo ofrece un solo pago al final del período y ningún pago parcial intermedio.

En este caso el activo Y será el activo libre de riesgo, y una desviación estándar de 0.

6.2. Rendimiento esperado de un portafolio a partir de los rendimientos de los activos individuales

Para realizar los cálculos de un portafolio con un activo libre de riesgo, tomaremos los datos del activo X y al Cetes con una tasa del 4.50% de rendimiento como activo Y. Se invertirá el 25% en X y 75% en Cetes.

	Activo X	Cetes
Rendimiento	0.083	.045
Varianza	0.01372	0
Desviación estándar	0.1171	0
Covarianza		
% Cartera	25%	75%

Desarrollo con Calculadora Financiera:

RESPO	%ACT1	RDT01	%ACT2	RDT02
<u>5.45</u>	25	8.3	75	4.5

Como lo demuestra este cálculo, el rendimiento esperado de una cartera de dos activos es un promedio simple ponderado de los rendimientos esperados de cada uno de los activos. Como la inversión en **CETES** tiene un rendimiento esperado menor, el rendimiento esperado de esta cartera siempre será menor, mientras mayor sea la proporción de los fondos invertidos en **CETES**.

El rendimiento máximo del 8.3% ocurre cuando se inviertan todos los fondos en el **ACTIVO X**

6.3 Rendimiento esperado de una acción.

Fórmula calculadora financiera:

$$RESAC = RMDO + ((RMDO - TLR) \times (BETA - 1))$$

En donde:

RMDO = Rendimiento de Mercado

TLR = Tasa Libre de Riesgo

BETA = Beta de la acción.

Ejercicio 1.

Calcular el rendimiento esperado

$$RMDO = 12.60\%$$

$$TLR = 4.50\%$$

$$BETA = 1.04\%$$

RESPUESTA: Resac = 12.92%

Ejercicio 2.

$$RMDO = 6.50\%$$

$$TLR = 4.20\%$$

$$BETA = 1.006\%$$

RESPUESTA: Resac = 6.51%

7. RIESGO SISTÉMICO Y NO SISTÉMICO.

El riesgo de un valor está dividido en dos partes:

Riesgo Sistemático o sistemático: es el riesgo inherente a un mercado. En otras palabras no afecta a una acción en particular, si no al Mercado en su totalidad se considera un riesgo no diversificable por ejemplo: Una crisis financiera, recesión o crack bursátil. Este riesgo puede crear un efecto domino.

Riesgo No Sistemático: Es el riesgo particular de cada emisora es decir, es aquel que resulta de factores específicos de cada instrumento. El riesgo se reduce con una diversificación adecuada y la forma habitual de representar a este riesgo es mediante el coeficiente beta de la acción.

Diversificación del riesgo.		
Riesgo total =	Riesgo no diversificable	+ Riesgo diversificable
Riesgo total =	Riesgo de mercado	+ Riesgo no relacionado con el mercado
Riesgo total =	Riesgo Sistemático	+ Riesgo no sistemático

- El riesgo individual de cada activo del portafolio se compone de estos dos elementos: **Una parte de ese riesgo es diversificable**, es decir, puede reducirse o anularse a través de una óptima combinación activos con algunos otros disponibles en el mercado. La otra parte es el **riesgo remanente** el cual tendrá que ser asumido por el tenedor del portafolio.
- Una cartera bien diversificada tiene poco riesgo no sistemático.

BENCHMARK

El benchmark es un proceso continuo de medir productos, servicios y prácticas contra competidores más duros o aquellas compañías reconocidas como líderes en la industria.

Los benchmark tienen diferentes funciones:

- ✓ Comprobar si las especificaciones de los componentes están dentro del margen propio del mismo.
- ✓ Maximizar el rendimiento con un presupuesto dado.
- ✓ Minimizar costos, manteniendo un nivel máximo de rendimiento.
- ✓ Obtener la mejor relación costo-beneficio con unas exigencias dadas.

En el ámbito de las finanzas y concretamente en los mercados de valores, el benchmark es el parámetro de referencia, contra el cual deben compararse el resto de las inversiones a efecto de cotejar sus rendimientos.

Calculo del Coeficiente Beta

Cuando hacemos un análisis del riesgo y rendimiento de un portafolio compuesto por dos activos llegamos a la conclusión que un factor determinante es la correlación entre los dos activos. Mientras mayor es la correlación entre dos activos, mayor es el riesgo del portafolio formado por estos activos.

Si sustituimos uno de dichos activos por un portafolio de mercado (IPC), tenemos que la aportación del activo individual al riesgo del portafolio de mercado depende casi en forma exclusiva del grado de correlación entre los rendimientos de dicho activo con el portafolio de mercado.

La Beta es la pendiente en el modelo de mercado y mide la sensibilidad de los rendimientos del activo individual con respecto al rendimiento del portafolio del mercado, esto es, la beta mide el riesgo de un activo al examinar la correlación de éste con un portafolio de mercado.

La fórmula para obtener la Beta es:

$$BETA_A = \frac{COV_{A,IPC}}{VAR_{IPC}}$$

Fórmula calculadora financiera:

BETAA=COVAIPC÷VARIPC

Donde:

$COV_{A,IPC}$ = Covarianza entre el activo individual y el portafolio de mercado (IPC).

VAR_{IPC} = Varianza del rendimiento del portafolio de mercado (IPC).

Si queremos obtener la Beta a partir de la correlación entre el activo independiente y el portafolio de mercado o índice la fórmula es:

$$BETA_A = \left(\frac{DS_A}{DS_{IPC}} \right) CORR_{A,IPC}$$

Fórmula calculadora financiera:

BETAA=(DSA÷DSIPC)xCORRAIPC

A continuación se presentan los datos de un activo y el IPC

Período	Activo X	IPC	Cete
1	0.145	0.18	.045
2	0.17	0.15	.045
3	0.09	0.21	.045
4	- 0.12	0.10	.045
5	0.13	-0.05	.045
Suma	0.415	0.59	.045
Suma / N	0.415 / 5	0.59 / 5	
Media	0.083	0.1180	.045
Varianza	0.01372	0.01047	
Desviación Estándar	0.1171	0.102323	
Correlación	0.063202		
Covarianza	0.000757		
Error	0.041298		

Beta X = (0.117 / .102323) X .063202 = .0723

Podemos decir entonces que la Beta es una medida relativa de riesgo ya que mide el riesgo relacionado con el índice de Mercado, es por ello que la Beta del mercado es siempre 1.

Esto nos proporciona un estándar para medir otros activos.

Una Beta **mayor a uno** significa que los rendimientos del activo individual serán mayores en dicha proporción a los rendimientos del portafolio de mercado, por ejemplo, si la Beta fuera 1.42 significa que cuando el mercado (IPC) se incremente un 10 %, el activo independiente crecerá un 14.2 %. Distintas betas o pendientes indican distintos grados de sensibilidad de las acciones con respecto al índice de mercado.

Beta>1	Se considera de ofensiva debido a que tiene mayor riesgo que el portafolio del mercado. La acción se mueve más rápido que el mercado.
Beta <1	Se considera defensiva debido a que tiene menor riesgo que el portafolio del mercado. La acción se mueve más lento que el mercado.
Beta =1	Es igual que el mercado.
-Beta	El rendimiento se mueve en dirección opuesta al mercado.

Cuando un activo tiene una Beta negativa $Beta < 1$ esto indica que la tendencia es que sus rendimientos se mueven en dirección opuesta al mercado. Por ejemplo un activo con una $Beta = -0.10$ significa que si el IPC o portafolio de mercado aumenta en un 10 %, el activo perderá aproximadamente el 1 % de su valor y si el mercado disminuyera en un 10 % ganaría en 1%.

Por lo tanto, el análisis de la beta representa una excelente herramienta para la diversificación de un portafolio ya que las diversas betas se pueden combinar para crear el portafolio con las características de riesgo/rendimiento deseados por el inversionista.

IDENTIFICAR LOS SUPUESTOS QUE SOPORTAN AL CAPM

La fórmula del CAPM(Capital Asset Pricing Model) es un modelo de valoración de activos, contempla como relación fundamental la existente entre la rentabilidad esperada de las inversiones y su riesgo sistemático , relaciona el exceso de rendimiento de un activo en el exceso de rendimiento de la cartera de mercado a través de la beta.

IDENTIFICAR LA ECUACION DEL CAPM

La relación de equilibrio que describe el CAPM es:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{im}(E(r_m) - r_f)$$

dónde:

- $E(r_i)$ es la tasa de rendimiento esperada de capital sobre el activo i .
- β_{im} es el *beta* (cantidad de riesgo con respecto al Portafolio de Mercado), o también

$$\beta_{im} = \frac{Cov(r_i, r_m)}{Var(r_m)}, \text{ y}$$

- $(E(r_m) - r_f)$ es el exceso de rentabilidad del portafolio de mercado.
- (r_m) Rendimiento del mercado.
- (r_f) Rendimiento de un activo libre de riesgo.

MEDIDAS DE DESEMPEÑO

Las medidas de desempeños son variables adicionales aplicables al CAPM, dando una sensibilidad diferente al considerar factores adicionales, siendo las comunes Sharpe ratio, Treynor - Black , Alpha de Jensen, Information - Ratio

Sharpe ratio.

Si queremos ver si un fondo de inversión es eficiente, entonces tenemos que checar si pertenece o no a la línea de mercado de capitales.

El índice de Sharpe mide el desempeño de un fondo viendo si pertenece o no a esta línea.

$$\text{SHARPERATIO} = \text{LINEA.MDO.CAP}$$

Es la recompensa por haber invertido en un portafolio dado el riesgo del portafolio. Si sale negativo es una pérdida.

El Sharpe y Treynor dan la misma medición si están bien diversificados. Si son diferentes no están bien diversificados.

Mide el exceso de retorno por unidad de riesgo.

Mide el rendimiento extra que un inversionista recibe por exponerse al riesgo.

Los portafolios con una Sharpe –ratio alto son más preferidos que los pequeños, siempre que estos sean positivos, ya que el inversionista prefiere más rendimiento y menos riesgo.

2. Treynor - Black

Es una medida de exceso de retorno por unidad de riesgo.

El exceso de retorno es definido por:

(Rendimiento del portafolio – rendimiento de la Tasa libre de riesgo) / Beta del portafolio

La medida de riesgo utilizada es el riesgo relativo sistemático que es la beta del portafolio

Bases:

Argumenta que esta es una buena medida del riesgo ya que con un portafolio bien diversificado, el riesgo no sistemático está cerca de cero.

Treynor ratio = (rendimiento promedio del portafolio – rendimiento de la tasa libre de riesgo) / Beta del portafolio.

$$\text{TREYNOR} = \text{RDTO.PORT} - \text{TLR} \div \text{BETA.PORT}$$

3. Alpha de Jensen

Este modelo utiliza el CAPM para determinar donde invierte el dinero para mejorar al mercado de índices.

E(rp) valor esperado del portafolio

$$\text{ALPHA} = \text{VALOR.ESPERADO.PORTAFOLIO}$$

4. Information - Ratio

Es una medida simple de desempeño derivada de parámetros estadísticos de la Teoría Moderna de Portafolios: la media y la Desviación estándar..

$$\text{INFORMATION.RATIO} = \text{PARAMETROS.ESTADISTICOS}(\text{MEDIA} + \text{DS})$$

BIBLIOGRAFÍA

BOND PORTFOLIO MANAGEMENT;

Frank J. Fabozzi.

Second edición.

Editorial John Wiley & Sons, Inc.

MODERN PORTFOLIO THEORY AND INVESTMENT ANALYSIS;

Edwin J. Elton. Martin J. Gruber.

Fifth edición.

Editorial John Wiley & Sons, Inc.

INVERSIONES;

Robert W. Kolb

Editorial Limusa

FUNDAMENTOS DE ADMINISTRACIÓN FINANCIERA;

J. Fred Weston y Eugene F Brigham

Editorial McGraw-Hill

PRACTICA

INTERÉS SIMPLE

1.- El Sr. Pérez depositó en un banco \$1,000 y los dejó 9 meses a una tasa de interés del 22% en interés simple.

a) ¿Cuánto ganó por concepto de intereses? \$ 165.00

b) ¿Cuánto retiró en total? \$ 1,165.00

2.- ¿Cuánto le costará por concepto de intereses un préstamo de \$100,000 por 6 trimestres a una tasa de interés anual del 24%?

IS = \$ 36,000

3.- ¿Cuánto ganará usted si invierte \$2000 a 28 días al 26% anual?

IS = \$ 40.44

4.- Determine que capital invirtió la Sra. Rodríguez para que en 6 bimestres haya recibido por concepto de intereses \$2,400 si la tasa de interés anual fue de un 24%

Capital = \$10,000

5.- ¿Que capital invirtió una persona si en 28 días recibió un interés de \$6,090 a una tasa de interés anual del 27%

C = \$290,000

6.- ¿ A que tasa de interés se colocó un capital de \$10,000 para que en 3 trimestres haya dado un interés de \$2,700.

Tasa. Nominal = 36%

7.- ¿ A que tasa de interés anual se colocó un capital de \$20,000 para que en 28 días haya dado un interés de \$560.

Tasa. Nominal = 36%

8.- ¿Durante cuantos días colocó un capital de \$100,000 para que dé un interés de \$36,000 si la tasa de interés anual fue de un 24%

N = 540 Días

9.- ¿Durante cuántos días se colocó un capital de \$ 116,000 para que a una tasa de interés anual del 34% haya dado un interés de \$ 7,888?

$$N = 72 \text{ días}$$

10.-¿ Durante cuántos meses se colocó un capital de \$10,000 para que a una tasa de interés del 40% haya dado un interés de \$2,000

$$N = 6 \text{ meses} \quad \text{o} \quad 180 \text{ días}$$

11.- ¿Cuál será el valor futuro o monto simple de una inversión de \$40,000 que se colocó en un banco durante 6 trimestres a una tasa del 36% y cuál fue el interés generado?

$$V F = \$61,600 \quad IS = \$ 21,600$$

12.-¿ cuál será el valor futuro de una inversión de \$10,000 que se deja en un banco durante 18 meses a un 30% anual?

$$V F = \$14,500$$

13.- ¿Cuánto tendría usted que pagar por un préstamo de \$2000 a 60 días al 48% anual ¿Cuánto corresponde a interés?

$$V F = \$ 2,160.00 \quad IS = \$160.00$$

14.- ¿Durante cuántos meses pidió prestado la Sr. Sánchez \$5000 para que a una tasa del 20% anual haya tenido que pagar \$5,750 y cuanto correspondió a intereses?

$$N = 9 \text{ meses} \quad \text{o} \quad 270 \text{ días}$$

$$IS = \$750$$

15.- ¿A que tasa de interés anual se consiguió prestado un capital de \$20,000 para que después de 8 meses se haya pagado \$ 23,200?

$$\text{Tasa. Nominal} = 24\%$$

INTERÉS COMPUESTO

1.- Si usted invierte \$5000 a una tasa del 28% anual durante 2 años, y el banco le ofrece una capitalización mensual ¿Cuánto recibirá al final del periodo?

$$V F = \$ 8,697.23$$

2.- Usando tabla de capitalización, fórmula y calculadora financiera determine el valor futuro de una inversión de \$20,000 a 2.5 años al 30% anual con capitalización semestral. ¿Cuánto corresponde a interés?

$$V F = \$ 40,227.14 \quad I C = \$ 20,227.14$$

3.- Determine el valor futuro de una inversión de \$100 a 3 años al 10% con las siguientes capitalizaciones:

- a) Anual \$133.10
- b) Semestral \$ 134.01
- c) Trimestral \$ 134.49
- d) Mensual \$134.82
- e) Diaria \$134.98
- f) Continua \$134.99

4.- El Sr. Rodríguez desea invertir \$40,000 por 3 años y se encuentra en las siguientes opciones ¿Cuál conviene más?

- a) 28% con capitalización mensual $R = \$ 91,764.85$
- b) 30% con capitalización bimestral $R = \$ 96,264.77$
- c) 26% con capitalización continua $R = \$ 87,258.89$
- d) 28.5% con capitalización a 28 días $R = \$ 93,180.73$
- e) 32% con capitalización semestral $R = \$ 97,455.85$ Conviene más**
- f) 34% con capitalización anual $R = \$ 96,244.16$

5.- Una empresa de factoraje adquiere una factura con un valor de \$40,000 que vence dentro de 10 meses. Si negoció una tasa de interés del 24% con capitalización mensual ¿Cuánto pagará por la factura?

$$V P = \$ 32,813.93$$

6.- Una empresa descuenta documentos por \$50,000 con vencimiento a 6 meses. Si el banco le cobra un interés del 48% con capitalización trimestral ¿Cuánto recibe la empresa?

$$V P = \$ 39,859.69$$

7.- El Sr. Rodríguez necesita \$80,000 dentro de 8 meses y ahora cuenta con fondos. ¿Cuánto necesita depositar en este momento para reunir los \$80,000 si la tasa de interés que ofrece el banco es de un 30% de capitalización diaria.

$$V P = \$ 65,503.92$$

8.- Determina el valor presente de una inversión de \$40,000 que vence en un año y medio al 36% anual con capitalización bimestral-

$$V P = \$ 23,675.94$$

9.- Se invirtieron en un banco \$10,000 por 5 años. Durante los 3 primeros años. La tasa de interés fue del 30% y durante los 2 siguientes la tasa fue del 26 %. Si la capitalización a que estuvo sujeto el ahorro fue trimestral ¿Cuál es el valor futuro de la inversión final del 3er año y al final del 5to año. ¿Cuánto corresponde a intereses?

$$VF = \text{al final de 3er año } \$ 23,817.80$$

$$VF = \text{al final del 5to año } \$39,418.35$$

$$IC = \$ 29,418.35$$

10.- La Sra. Uva Hernández recibió un regalo de bodas \$50,000 que le ahorraron sus padres desde su fecha de nacimiento, si la joven se caso a los 18 años y la tasa promedió de interés que pago el banco fue de un 16% anual con capitalización continua. ¿Cuánto depositaron sus padres en su nacimiento?

$$V P = \$ 2,806.74$$

11.- ¿a que tasa de interés anual capitalizable mensualmente un capital de \$10,000 se convirtió en \$ 39,905.00 en 5 años?

$$\text{Tasa. Nominal} = 28\%$$

12.- Si el Sr. Fortunato Platas invirtió \$2000 durante 1 año y recibió \$2,699.38. ¿a que tasa de interés nominal con capitalización diaria colocó su inversión (considere año comercial)

$$\text{Tasa. Nominal} = 30\%$$

13.- El Sr. Aguirre adquirió un mueble que de contado valía \$1200 y a crédito para pagar en 6 meses se lo dieron en \$1,432.86 ¿A que tasa de interés capitalizable mensualmente le aplicaron el crédito?

$$\text{Tasa. Nominal} = 36\%$$

14.- Si la tasa de interés que ofrece una inversión es de 32% capitalizable trimestralmente ¿cuánto tiempo necesita para que una inversión de \$1000.00 se le duplique?

$$N = 9 \text{ trimestres}$$

15.- ¿En que tiempo la cantidad de \$2000, se convertirá en \$3,023.39 al 20% capitalizable mensualmente?

$$N = 25 \text{ meses}$$

16.- ¿Cuánto tiempo estuvo invertido un capital de \$10,000 para que una tasa del 40% con capitalización diaria se convierta en \$18,033.98?

$$N = 531 \text{ Días}$$

17.- Si el Sr. Juan Lozano invierte \$2000 durante 3 años al 28% capitalizable semanalmente (con 52 semanas)

a) ¿Cuál es el valor futuro de la inversión? $V F = \$ 4,622.31$

b) ¿a cuánto ascendieron los intereses? $IC = \$ 2,622.31$

18.- Si el Sr. Campos necesita \$2000 dentro de 3 meses y encuentra una inversión que ofrece el 24% con capitalización diaria. ¿Cuánto debe invertir ahora para reunir la cantidad?

$$VP = \$1,883.57$$

19.- Si usted desea que \$100 se le conviertan en \$250 y las tasa que le ofrecen es de un 41.96% con capitalización semanal ¿Cuánto tiempo debe dejar su inversión (año de 52 semanas)

$$N = 114 \text{ semanas}$$

20.- ¿A qué tasa de interés nominal capitalizable mensualmente, una inversión de \$200 se convirtió en \$250 durante 8 meses?

$$T. \text{ NOM} = 33.94\%$$

TASA DE INTERÉS

1.- Calcule la tasa efectiva para el período.

TASA NOMINAL	TASA EFECTIVA DEL PERÍODO
a) 24% capitalizable mensualmente	2% Mensual
b) 36% capitalizable trimestralmente	9% Trimestralmente
c) 42% capitalizable bimestralmente	7% Bimestralmente
d) 20% capitalizable semestralmente	10% Semestral
e) 32% capitalizable a 28 días	2.488889% por 28 Días
f) 40% capitalización diaria	0.1111% en un día
g) 36% capitalización continua	Insignificante
h) 30% capitalización anual	30% en un año
i) 54% capitalización semanal	1.038% semanalmente

2.- El Sr. Díaz invirtió \$2000 durante un año al 30% con capitalización mensual y desea saber:

- a)Cuál es el valor futuro de su inversión \$2,689.78
- b) Los intereses que van a generar su inversión \$ 689.78
- c) La tasa efectiva anual de su inversión
 $689.78 / 2000 * 100 = 34.49\%$
- d) Aplicando la tasa efectiva anual sobre su inversión compruebe el valor futuro

$$2000 * 1.3449 = \$2,689.78$$

3.- Una señora deposita en un banco un capital de \$2000 a una tasa del 30% con capitalización continua y lo deja un año.

- a)Cuál fue el valor futuro de su inversión. \$ 2,699.72
- b) Cuanto ganó por su inversión \$ 699.72
- c)Cuál fue el rendimiento efectivo de su inversión 34.9859%
- d) Usando la tasa efectiva calcule su valor futuro $2000 * 1.349859 = \$ 2,699.72$

4.- Determina la tasa efectiva para el período:

TASA NOMINAL	TASA EFECTIVA
a) 22% a 28 días =	1.711% en 28 días
b) 50% a 1 día =	.1389% en un día
c) 65% a 80 días =	14.44% en 80 días
d) 36% a 7 días =	.7% en 7 días
e) 40% a 270 días =	30% en 270 días

5.- Convierte las siguientes tasas efectivas en nominales

TASA EFECTIVA T.NOM

- a) 2% en 36 días = 20%
- b) .2% en 1 día = 72%
- c) 2.5% en 28 días = 32.14%
- d) 7.45% en 45 días = 59.60%

6.- Una persona invierte en cetes a 28 días a una tasa nominal de 42.74%. Determine la tasa equivalente si la persona mantiene su inversión.

- a) 1 día TE = 42.07%
- b) 10 días TE = 42.29%
- c) 14 días TE = 42.39%
- d) 20 días TE = 42.54 %
- e) 28 días TE = 42.74 %
- f) 91 días TE = 44.36 %

7.- A que tasa debe cerrar un inversionista a 6 días para que ésta sea equivalente al 46.24% a 28 días.

Al = 45.60 %

8.- Determine la tasa real de las siguientes tasas efectivas:

Tasa efectiva	Tasa Inflación	Tasa Real
a) 35% anual	18.25% anual	14.16% anual
b) 23.4% anual	28.45% anual	-3.93% anual
c) 5.40% mensual	3.48% mensual	1.85% mensual

9.- Determine la tasa equivalente nominal para las siguientes tasas:

TASA EQUIV.

- a) 35% CAPIT. Anual convertir a CAPIT. Diaria 30.02%
- b) 30% CAPIT. Continua convertir a Semestral 32.36%
- c) 28.5% CAPIT. Mensual convertir a CAPIT. Anual 32.53%
- d) 42% CAPIT. Semestral convertir a CAPIT. Mensual 38.74%
- e) 40% CAPIT. Diaria convertir a CAPIT. Trimestral 42.04%

ANUALIDADES

1.- El Sr. Reyes estableció un fondo de ahorro depositado al final de cada mes durante 5 años \$100. Si la tasa de interés que le paga el fondo es el 20% anual con capitalización mensual. ¿Cuánto recibirá al final de la operación?

$$VF = 10,175.82$$

2.- Determine el valor futuro de una serie de pagos trimestrales de \$500 vencidos al final de 2 años a una tasa del 30% anual.

$$VF = 5,223.19$$

3.- Si usted ahorrara en un banco \$10 diarios vencido durante 360 días a una tasa del 28% anual con capitalización diaria ¿cual sería el valor futuro de su inversión?

$$VF = 4,152.67$$

4.- La Sra. Martínez estableció un seguro para retirarse depositando \$500 semestrales vencidos durante 10 años si la tasa promedio de interés que ganó su fondo fue de 18% anual con la misma capitalización de pago. ¿Cuánto recibió?

$$VF = 25,580.06$$

5.- La Sra. López necesita cubrir en pagaré que vence dentro de 9 meses por \$100,000. Para cubrir el pagaré establece un fondo de inversión que paga el 32% anual, haciendo pagos mensuales vencidos iguales. ¿A cuánto ascenderá cada pago que tiene que depositar? ¿A cuánto ascendieron los intereses que le pago el banco?

$$A = 9,977.86 \quad \text{Interés} = 10,199.20$$

6.- El Sr. Campos programó un viaje a final de año que le va a costar aproximadamente \$50,000 para lo cual abrió un fondo de ahorro depositando al final de cada día una cierta cantidad. Usando el año comercial y una tasa del 22% anual con capitalización diaria. Determine el importe del depósito diario que tiene que hacer el Sr. Campos para costear su viaje.

$$A = \$124.21$$

7.- Una taxista desea cambiar su taxi dentro de 3 años y presupuesta un valor aproximadamente de \$100,000, Si él deposita bimestralmente al final del periodo una cantidad igual ¿a cuánto ascenderá la cantidad igual a una tasa del 32%, podrá ahorrar lo que necesita ¿cuánto ascenderá la cantidad bimestral?

$$A = \$ 3,445.50$$

8.- La CIA. Computadoras Usadas, S.A cuenta con una serie de 12 pagarés de \$20,000 cada uno con vencimiento mensual y como necesita fondos en este momento los descuenta en su banco. Si la tasa que le aplica es de un 30% con capitalización mensual vencida ¿Cuánto recibe por su paquete?

$$V P = \$205,155.29$$

9.- Si usted va a adquirir un auto a crédito y le indican que va a cubrir 40 mensualidades vencidas de \$ 1,600.00 por que la tasa de interés que le aplicaron fue de 28% anual ¿Cuál es el valor del auto de contado? ¿Cuánto va a cubrir de intereses?

$$V P = \$41,315.66 \quad \text{Interés} = \$22,684.34$$

10: Un papá deposito una cierta cantidad en su banco para cubrir 10 pagos semestrales vencidos de \$20,000 en la universidad donde estudia su hijo. Si la tasa vigente en el mercado es de 22% anual con capitalización semestral. ¿ A cuánto ascendió el deposito?

$$V P = \$117,784.64$$

11.- La Srita. Chacón va a adquirir un auto que de contado vale \$60,000 y le ofrece un crédito para cubrirlo con 50 pagos mensuales vencidos al 28% anual con capitalización mensual ¿A cuánto ascenderá el pago? ¿Cuánto pagará de intereses por el auto?

$$A = \$2,045.60 \quad \text{Interés} = \$42,280.13$$

12.- Si usted establece un fondo de ahorro con pagos mensuales anticipados de \$200 durante 5años a una tasa del 30 % anual ¿Cuánto recibirá al final?

$$V F = \$27,878.28$$

13.- ¿Cuál será el valor futuro de \$2 diarios anticipados durante 180 días al 28% anual con capitalización diaria? (use año de 360 días)

$$V F = \$386.56$$

14.- ¿Cuál es el valor presente de una serie de 28 pagarés de \$1000 mensuales anticipados al 38% anual con capitalización mensual?

$$V P = \$18,969.71$$

15.- ¿Qué cantidad mensual anticipada necesitará depositar en un banco para que al final de 18 meses cuente con \$ 2,000 a una tasa del 20%?

$$A = 94.62$$

16.- El Sr. Martínez necesita cubrir un pagaré por \$ 40,000, dentro de 1 año y medio. Para juntar la cantidad establece un fondo de ahorros donde depositará una cantidad igual trimestral anticipada. Si la tasa de interés que le ofrece es de un 36% con capitalización trimestral a cuánto ascenderá su depósito? ¿Cuánto correspondió a capital y cuanto a intereses?

$$A = \$4,877.79 \quad \text{Interés} = \$10,733.26$$