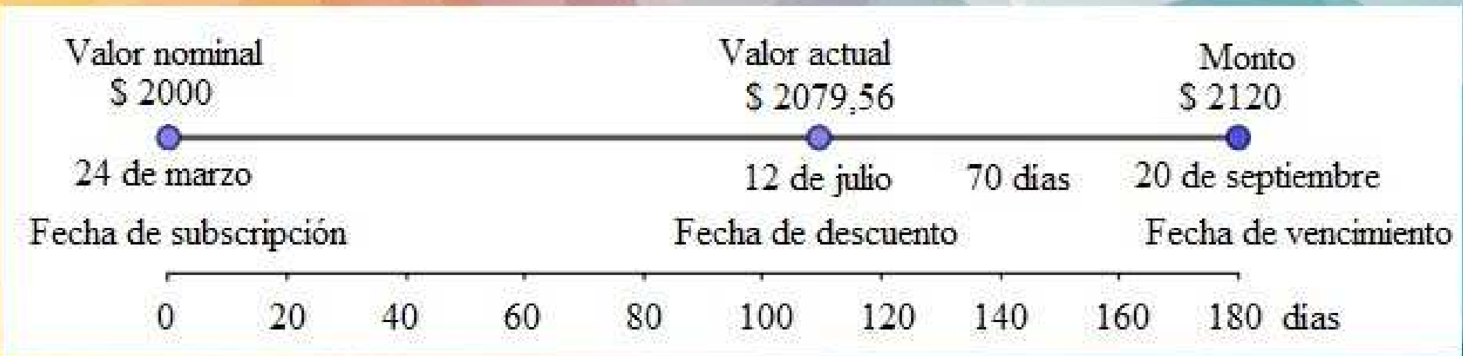
HACIA UN INTERAPRENDIZAJE DE MATEMÁTICA FINANCIERA



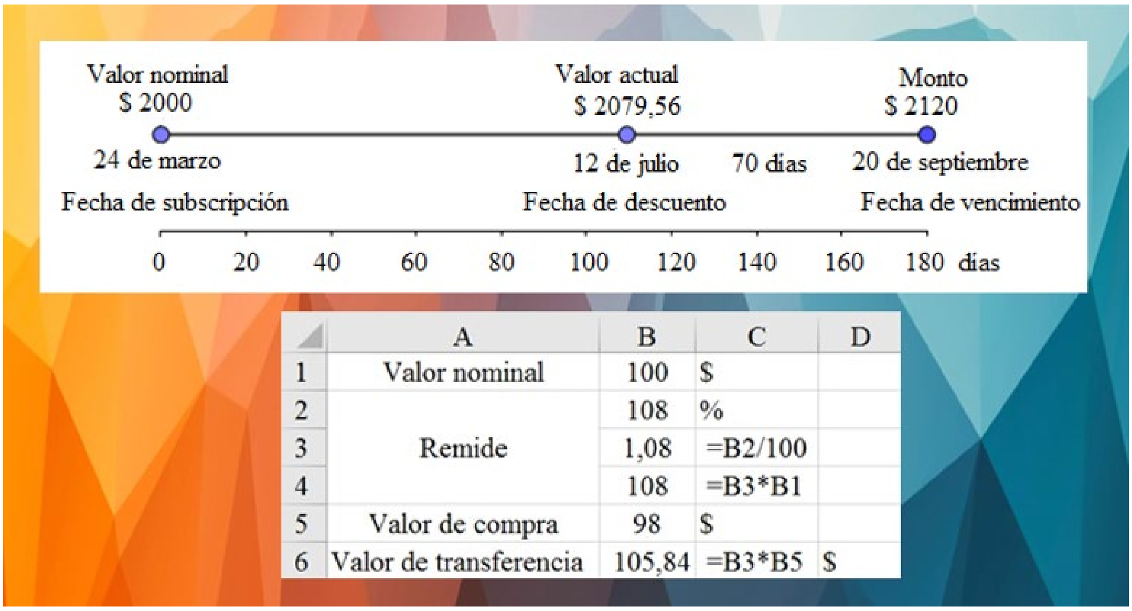
	A	B	C	D
1	Valor nominal	100	$	
2		108	%	
3	Remide	1,08	=B2/100	
4		108	=B3*B1	
5	Valor de compra	98	$	
6	Valor de transferencia	105,84	=B3*B5	$

AUTOR:

Mgs. Mario O. Suárez I.

Atuntaqui-Ecuador

HACIA UN INTERAPRENDIZAJE DE MATEMÁTICA FINANCIERA



AUTOR: MGS. MARIO SUÁREZ

ATUNTAQUI-ECUADOR

2024

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

AUTOR

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés
Asesor Educativo en la Coordinación Zonal 1- Educación
Correo electrónico: mariosuarezibujes@gmail.com; orlando.suarez@educacion.gob.ec
https://orcid.org/0000-0002-3962-5433
http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/19/simple-search?filterquery=Su%C3%A1rez+Ibuj%C3%A9s%2C+Mario+Orlando&filtername=author&filtertype=equals
http://es.scribd.com/mariosuarezibujes
https://www.youtube.com/@marioorlandosuarezibujes4651/videos

PARES REVISORES

Mgs. Ricardo Wenceslao Carrera Jiménez
Docente jubilado en la Universidad Católica del Ecuador, Sede Ibarra
Docente jubilado en la Unidad Educativa Ibarra
Correo electrónico: ricardowmat@gmail.com

Mgs. Víctor Mario García Mora
Docente en Escuela Superior Politécnica de Chimborazo
Correo electrónico: victor.garcia@espoch.edu.ec

DERECHOS RESERVADOS DE AUTOR

Servicio Nacional de Derechos Intelectuales (SENADI)
Dirección Nacional de Derechos de Autor y Derechos Conexos
Certificado de Derecho de Autor Nº QUI-065370

ISBN 1ra Edición 2024: 978-9942-45-434-8

ISBN: 978-9942-45-434-8
9 789942 454348

DEDICATORIA

Con amor infinito en expansión para
mi esposa Dyana Rivera, el amor de mi vida y de todas mis vidas,
para mis hijos Emily Monserrath y Mathías Josué, la continuación de mi existencia,
por ser mi fuente de inspiración y mi más anhelado sueño hecho realidad.
Y para mis padres Bertha Ibujés y Segundo Suárez, por su ejemplo de lucha constante.

AGRADECIMIENTO

Mi gratitud y reconocimiento
a los docentes pares revisores
por sus valiosas sugerencias de mejora.

CONTENIDOS

PRESENTACIÓN

La Matemática Financiera es una rama de la Matemática que estudia el valor del dinero en el tiempo, combinando el capital, la tasa de interés y el tiempo para obtener un rendimiento o interés a través de métodos de evaluación que permiten realizar proyecciones financieras, cálculo de intereses, tomar decisiones de inversión, elaborar presupuestos, valoración de activos financieros, entre otras actividades relacionadas con la gestión de recursos monetarios.

En el ámbito personal, la Matemática Financiera nos ayuda a planificar nuestras finanzas de manera eficiente, ayudándonos a administrar nuestro dinero de forma inteligente y a tomar decisiones informadas sobre ahorros, inversiones, préstamos, entre otros. Conocimientos básicos en esta disciplina nos permiten calcular el valor futuro de una inversión, determinar la mejor opción de financiamiento para adquirir un bien o servicio, y evaluar la rentabilidad de un proyecto antes de invertir en él.

Por otro lado, en el ámbito empresarial, la Matemática Financiera juega un papel crucial en la gestión de las finanzas de una compañía. Las empresas necesitan realizar análisis financieros constantes para tomar decisiones acertadas que les permitan crecer de manera sostenible en el tiempo. Además, la Matemática Financiera es de vital importancia en el ámbito de las finanzas corporativas, donde se emplean modelos matemáticos y estadísticos para tomar decisiones de inversión, financiamiento y gestión de riesgos.

El objetivo del presente libro es incursionar a los lectores en la resolución de ejercicios y problemas esenciales de Matemática Financiera en diversos casos de la vida cotidiana para tomar decisiones informadas en el manejo de las finanzas, maximizar los recursos financieros, minimizar riesgos y optimizar la rentabilidad de posibles inversiones, entre otros, y así contribuir a enfrentar con éxito los desafíos financieros que se nos presentan en el diario vivir.

En esta obra se presenta ejemplos ilustrativos prácticos que han sido cuidadosamente seleccionados y resueltos didácticamente, paso a paso, empleando un lenguaje matemático de fácil comprensión que aportará en la mejora significativa del proceso de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina.

Convencido de que ninguna obra humana es perfecta, serán ustedes estimados lectores, los que con sus sugerencias seguirán contribuyendo en mejorar la presente propuesta didáctica de interaprendizaje de Matemática Financiera.

El Autor

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

OBJETIVO: Verificar los resultados de aprendizaje previos adquiridos por los lectores a través del presente cuestionario para emitir juicios de valor y tomar decisiones.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS:

Estimada/o lector:

- ✓ La evaluación tiene una duración de 2 horas.
- ✓ Cada pregunta tiene una valoración de dos puntos.
- ✓ No se ortorgará valoración a una respuesta correcta que no esté acompañada de un proceso de solución escrito.
- ✓ Emplee hojas adicionales y un esferográfico para resolver el presente cuestionario.
- ✓ Lea cuidadosamente el cuestionario y conteste empleando sus conocimientos previos.

¡Éxito!

CUESTIONARIO

1) Mathías contrata a 24 obreros, los cuales se comprometen a cavar una zanja de 50 m de largo, 8m de ancho y 2 m de profundidad en 10 días. Mathías decide aumentar todas las dimensiones de la zanja en un 50%. ¿Cuántos obreros se necesitan para terminar el contrato en la mitad del plazo fijado si aumentan su eficiencia en un 50%?

2) A un peón se le ofrece un sueldo anual de \$ 1900 y un caballo. Al cabo de 9 meses es despedido recibiendo un total de \$1400 y el caballo. ¿Cuánto cuesta el caballo?

4) Emily ahorra cada mes 50 centavos más que en el mes anterior. En 10 años sus ahorros suman \$3690. ¿Cuánto ahorró el primer mes?

4) Mario proyecta depositar en el banco 1\$ el día que su hijo cumple un año y triplicar la cantidad en cada uno de los cumpleaños de su hijo. ¿Cuánto tendría que depositar al cumplir su hijo 10 años?

5) Dyana invierte un capital de \$ 3000 a una tasa de interés simple del 8% durante un cierto tiempo, ha supuesto unos intereses de \$ 200. Calcule el tiempo que ha estado el dinero invertido.

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

CAPÍTULO I

INTERÉS SIMPLE

Cuando el interés se paga sólo sobre el capital prestado, se le conoce como interés simple y se emplea en préstamos a corto plazo.

1.1) CONCEPTOS BÁSICOS

A) INTERÉS. - Es la cantidad convenida o valor a pagar de parte del prestatario al prestamista por el uso del dinero, de este último, durante un período de tiempo determinado. Es la cantidad producida por la inversión del capital.
Ejemplo: Si se paga \$20 por el uso de \$100, se dice que se está pagando el 20% de interés o que se está ganando el 20% de interés por la inversión de \$100.

El interés simple es cuando únicamente el capital gana intereses por todo el tiempo que dura la transacción, al interés vencido al final del plazo.

El interés simple sobre el capital C, por t años a la tasa de interés i, está dado por la expresión

$$I = Cit$$

Y el monto simple está dado por

$$S = C + I = C + Cit = C(1 + it)$$

Como i debe estar expresado en un número decimal y no en porcentaje, el interés simple para t en años es

$$I = Cit = C \cdot \frac{i}{100} \cdot t = \frac{Cit}{100}$$

El interés simple para t en meses ($1\ mes = 1\ año/12$) es

$$I = Cit = C \cdot \frac{i}{100} \cdot \frac{t}{12} = \frac{Cit}{1200}$$

El interés simple ordinario para t en días ($1\ día = 1\ año/360$) es

$$I = Cit = C \cdot \frac{i}{100} \cdot \frac{t}{360} = \frac{Cit}{36000}$$

El interés simple exacto para t en días ($1\ día = 1\ año/365$) es

$$I = Cit = C \cdot \frac{i}{100} \cdot \frac{t}{365} = \frac{Cit}{36500}$$

El **interés simple exacto** se calcula sobre la base del año de 365 días o 366 en años bisiestos. **El interés simple ordinario** se calcula con base en un año de 360 días. El uso del año de 360 días simplifica algunos cálculos, sin embargo, aumenta el cálculo cobrado por el acreedor o prestamista.

B) MONTO. - Es la cantidad total que se paga o recibe al término de un período de tiempo determinado. Es la suma del interés y el capital prestado.

$$S = C + I$$

Donde

S se llama monto o valor acumulado de C

C se llama capital

I se llama interés

C) TIEMPO. - Es el plazo acordado

D) TASA DE INTERÉS SIMPLE (i). – Es cuando los intereses obtenidos no se suman al capital para generar nuevos intereses. El interés obtenido en cada período de tiempo es siempre el mismo.

La tasa de interés simple es proporcional al tiempo. Por ejemplo:

Si se sabe que la tasa de interés es 12% anual, la tasa de interés simple para un mes, equivalente a la anual es

$$\frac{12\%}{12\ meses} = 1\%$$

Si la tasa fuera del 15% semestral, la tasa equivalente anual es

$$15\% \cdot 2 = 30\%$$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

Ejemplos ilustrativos

1) Calcular el interés simple y el monto sobre $500 al 4% durante 6 meses.

Solución

Datos:

$$C = \$500, i = 4\% = \frac{4}{100} = 0{,}04\ y\ t = 6\ meses = \frac{6}{12}\, años = 0{,}5\ años$$

Cálculo de interés simple

Remplazando valores en la fórmula del interés simple

$I = Cit = 500 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}5 = 10$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	500		
2	i	4	%	
3		0,04	=B2/100	
4	t	6	meses	
5		0,5	=B4/12	años
6				
7	$I = Cit$	10	=B1*B3*B5	

O también remplazando directamente $C = \$500, i = 4\% = 0{,}04\ y\ t = 6\ meses$ en la fórmula del interés simple para t en meses

$$I = \frac{Cit}{1200} = \frac{500 \cdot 4 \cdot 6}{1200} = 10$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	500		
2	i	4	%	
3	t	6	meses	
4	$I = \frac{Cit}{1200}$	10	=(B1*B2*B3)/1200	
5				

Por lo tanto, el interés simple es $I = \$10$

Cálculo de Monto

Remplazando valores en la fórmula del monto

$S = C + I = \$500 + \$10 = \$510$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	500		
2	i	4	%	
3		0,04	=B2/100	
4	t	6	meses	
5		0,5	=B4/12	años
6				
7	$I = Cit$	10	=B1*B3*B5	
8				
9	$S = C + I$	=B1+B7	=B1+B7	

	A	B	C
1	C	500	
2	i	4	%
3	t	6	meses
4	$I = \frac{Cit}{1200}$	10	=(B1*B2*B3)/1200
5			
6	$S = C + I$	510	=B1+B4

Por lo tanto, el monto es $S = \$510$

2) Un préstamo de \$ 20000 se convierte al cabo de un año en \$22400. ¿Cuál es la tasa de interés cobrada?

Solución:

Datos: $C = \$\,20000$ y $S = \$\,22400$

Calculando los intereses se tiene

$Como\ S = C + I \Longrightarrow I = S - C$

$I = \$22400 - \$20000 = \$2400$

Despejando la tasa de interés de la fórmula del interés simple para t en años se obtiene

$$I = \frac{Cit}{100} \Longrightarrow I \cdot 100 = Cit \Longrightarrow i = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t}$$

Remplazado los valores

$$i = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t} = \frac{2400 \cdot 100}{20000 \cdot 1} = 12\%$$

Empleando Excel

	A	B	C	D	E
1	C	20000	\$		
2	S	22400	\$		
3	I=S-C	2400	=B2-B1	\$	
4	t	1	año		
5					
6	$i = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t}$	12	=(B3*100)/(B1*B4)		%
7					

Por lo tanto, la tasa de interés es del 12%

3) Un capital de \$ 300 000 invertido a una tasa de interés del 8% durante un cierto tiempo, ha supuesto unos intereses de \$ 12 000. Calcule el tiempo que ha estado el dinero invertido.

Solución:

Datos:

$C = 300\,000, i = 8\%, I = 12\,000$

Despejando la tasa de interés de la fórmula del interés simple para t en años se obtiene

$$I = \frac{Cit}{100} \Longrightarrow I \cdot 100 = Cit \Longrightarrow t = \frac{I \cdot 100}{C \cdot i}$$

Remplazado los valores

$$t = \frac{I \cdot 100}{C \cdot i} = \frac{12\,000 \cdot 100}{300\,000 \cdot 8} = 0{,}5$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	300000	$	
2	I	12000	$	
3	i	8	%	
4				
5	$t = \frac{I \cdot 100}{C \cdot i}$	0,5	años	
6				
7		6	=B5*12	meses

Por lo tanto, el tiempo que ha estado el dinero invertido es de 0,5 años, es decir, 6 meses

4) Calcular el interés simple exacto y ordinario sobre $500 al 4% durante 70 días.

Solución:

Datos: $C = \$500, i = 4\%, t = 70\ días$

Calculando el interés simple exacto, empleando el año de 365 días se obtiene

$$I = \frac{Cit}{36500} = \frac{500 \cdot 4 \cdot 70}{36500} = \frac{280}{73} = 3{,}84$$

Calculando el interés simple ordinario, empleando el año de 360 días se obtiene

$$I = \frac{Cit}{36000} = \frac{500 \cdot 4 \cdot 70}{36000} = \frac{35}{9} = 3{,}89$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	500	$	
2	i	4	%	
3	t	70	dias	
4				
5	$I = \frac{Cit}{36500}$	3,84	=(B1*B2*B3)/36500	$
6				
7				
8	$I = \frac{Cit}{36000}$	3,89	=(B1*B2*B3)/36000	$
9				

Por lo tanto, el interés simple exacto es de $ 3,84 y el interés simple ordinario es de $ 3,89

5) Calcular el valor presente, al 6% de interés simple, de $ 2500 con vencimiento en 10 meses

Solución:

El valor presente de una deuda, en una fecha anterior a la de su vencimiento, se lo conoce como **valor presente** de la deuda en dicha fecha. De la relación

$$S = C(1 + it)$$

se obtiene

$$C = \frac{S}{1 + it}$$

El cuál es el valor presente a la tasa de interés simple i, del monto S, con vencimiento en t años

Datos:

$$S = \$2500, i = 6\% = \frac{6}{100} = 0{,}06 \; y \; t = 10 \; meses = \frac{10}{12} años = \frac{5}{6} \; años$$

Remplazando valores en la fórmula del valor presente

$$C = \frac{2500}{1 + 0{,}06 \cdot \frac{5}{6}} = \frac{50000}{21} = 2380{,}95$$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	S	2500	$	
2	i	6	%	
3		0,06	=B2/100	
4	t	10	meses	
5		0,833	=B4/12	años
6				
7	$C = \dfrac{S}{1+it}$	2380,95	=B1/(1+B3*B5)	$
8				

Por lo tanto $ 2380,95 es el valor presente.

6) Calcular el interés exacto y ordinario sobre $ 2000 al 6%, del 20 de junio de 2023 al 24 de agosto de 2023, calculando el tiempo

6.1) en forma exacta.

6.2) en forma aproximada.

Solución:

Cálculo del tiempo exacto

El cálculo exacto del tiempo es el número exacto de días, tal como se encuentra en el calendario. Se suele contar una de las dos fechas dadas. Se toma en cuenta las siguientes consideraciones

El número requerido de días es igual al número de días restantes del primer mes, más el número de días del siguiente o de los siguientes meses. En este ejemplo el tiempo exacto es igual al número de días restantes de junio, más el número de días de julio, más el número de días indicado para agosto, es decir,

junio de 2023

lu	ma	mi	ju	vi	sá	do
29	30	31	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	$\boxed{20}$	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	1	2
3	4	5	6	7	8	9

julio de 2023

lu	ma	mi	ju	vi	sá	do
26	27	28	29	30	$\boxed{1}$	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	1	2	3	4	5	6

agosto de 2023

lu	ma	mi	ju	vi	sá	do
31	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	$\boxed{24}$	25	26	27
28	29	30	31	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10

10 días + 31 días + 24 días

$$10 + 31 + 24 = 65$$

Otra forma de calcular el tiempo exacto es empleando tablas. En la tabla 1, donde aparecen numerados todos los días del año desde el primero de enero, encontramos el 20 de junio numerado con 171 y al 24 de agosto numerado con 236. Entonces con lectura en la tabla, el número de días requerido

$$236 - 171 = 65$$

Cálculo del tiempo aproximado

Se hace suponiendo que cada mes tiene 30 días

Escribiendo el 24 de agosto de 2023 como	24	:	8	:	2023
Escribiendo el 20 de junio de 2023 como	20	:	6	:	2023
Restando	4	:	2	:	0

El tiempo transcurrido aproximado es 0 años, 2 meses y 4 días, es decir, 64 días, ya que se hace la suposición que cada mes tiene 30 días.

Cálculo del interés exacto

6.1) Con el tiempo exacto es de 65 días, $C = \$2000\ y\ i = 6\%$

$$I = \frac{Cit}{36500} = \frac{2000 \cdot 6 \cdot 65}{36500} = \frac{1560}{73} = 21{,}37$$

6.2) Con el tiempo aproximado es de 64 días, $C = \$2000\ y\ i = 6\%$

$$I = \frac{Cit}{36500} = \frac{2000 \cdot 6 \cdot 64}{36500} = \frac{1536}{73} = 21{,}04$$

Cálculo del interés ordinario

6.1) Con el tiempo exacto es de 65 días, $C = \$2000\ y\ i = 6\%$

$$I = \frac{Cit}{36000} = \frac{2000 \cdot 6 \cdot 65}{36000} = \frac{65}{3} = 21{,}67$$

6.2) Con el tiempo aproximado es de 64 días, $C = \$2000\ y\ i = 6\%$

$$I = \frac{Cit}{36000} = \frac{2000 \cdot 6 \cdot 64}{36000} = \frac{64}{3} = 21{,}33$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	2000	$	
2	i	6	%	
3	t	65	días	exacto
4	t	64	días	aproximado
5	Interés exacto			
6	$I = \frac{Cit}{36500}$	21,37	=(B1*B2*B3)/36500	$
7				
8				
9	$I = \frac{Cit}{36500}$	21,04	=(B1*B2*B4)/36500	$
10				
11				
12	Interés ordinario			
13	$I = \frac{Cit}{36000}$	21,67	=(B1*B2*B3)/36000	
14				
15	$I = \frac{Cit}{36000}$	21,33	=(B1*B2*B4)/36000	
16				

Nota: De los cuatro métodos para calcular el interés simple, el más frecuente es el **interés ordinario con el tiempo exacto**, siendo éste el sistema utilizado por las instituciones financieras, el cual es el método que produce el mayor interés en cualquier transacción.

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

1) Consulte en la biblioteca en el internet sobre la Matemática Financiera. Presente la consulta a través de un organizador gráfico.

2) Realice un organizador gráfico con las fórmulas del interés simple del presente documento.

3) Consulte el número de días de cada uno de los meses de un año de 365 días y de un año bisiesto.

4) Realice la tabla Nº 1 del presente documento empleando Excel.

5) Resuelva los siguientes ejercicios en forma manual y empleando Excel:

5.1) Calcular el interés simple y el monto sobre $ 1 500 al 2% durante 7 meses.

$ 17,5; $ 1 517,5

5.2) Calcular el interés simple y el monto sobre $ 4 000 al 3% durante 10 meses.

$ 100; $ 4 100

5.3) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior.

5.4) Un préstamo de $ 2 000 se convierte al cabo de 3 años en $ 2 500. ¿Cuál es la tasa de interés cobrada?

8,33%

5.5) Un préstamo de $ 5 000 se convierte al cabo de 4 años en $ 7 000. ¿Cuál es la tasa de interés cobrada?

10%

5.6) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior.

5.7) Un capital de $ 3 000 invertido a una tasa de interés del 4% durante un cierto tiempo, ha supuesto unos intereses de $ 200. Calcule el tiempo que ha estado el dinero invertido.

20 meses

5.8) Un capital de $ 5 000 invertido a una tasa de interés del 6% durante un cierto tiempo, ha supuesto unos intereses de $ 400. Calcule el tiempo que ha estado el dinero invertido.

16 meses

5.9) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior.

5.10) Calcular el interés simple exacto y ordinario sobre $ 1 000 al 6% durante 80 días.

$ 13,15 y $13,33

5.11) Calcular el interés simple exacto y ordinario sobre $ 3 000 al 5% durante 90 días.

$ 36,99 y $37,50

5.12) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior.

5.13) Calcular el valor presente, al 4% de interés simple, de $ 3500 con vencimiento en 8 meses.

$3409,09

5.14) Calcular el valor presente, al 2% de interés simple, de $ 5500 con vencimiento en 7 meses.

$5436,57

5.15) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior.

5.16) Calcular el interés exacto y ordinario sobre $ 5000 al 4%, del 20 de abril de 2017 al uno de julio de 2017, calculando el tiempo

a) en forma exacta.

b) en forma aproximada.

$ 39,45; $ 38,90; $40; $39,44

1.2) CÁLCULO DEL VALOR ACTUAL O VALOR PRESENTE A INTERÉS SIMPLE

El valor actual de una deuda es el capital calculado en una fecha anterior a la del vencimiento de la deuda o pago.

El valor actual de una suma, con vencimiento en una fecha futura, es aquel que, a una tasa dada y en periodo de tiempo determinando hasta la fecha de vencimiento, alcanzará un valor igual a la suma respectiva, en donde el tiempo faltante para el vencimiento de la deuda por cuanto se considera el monto final para el cálculo.

De la fórmula del monto se despeja la C (valor actual)

$S = C(1 + it)$

$$C = \frac{S}{1 + it}$$

Ejemplos ilustrativos

1) De un documento de $ 1000, con vencimiento de 180 días, se dese conocer su valor actual, considerando una tasa de interés del 8% anual

a) Al día de hoy.

b) 80 días antes de su vencimiento.

Solución:

a) Al día de hoy

Datos:

$S = \$1000; i = 8\% = \frac{8}{100} = 0{,}08; t = 180\ días = \frac{180}{360} años = \frac{1}{2} años = 0{,}5\ años$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{1000}{1 + 0{,}08 \cdot 0{,}5} = \$\,961{,}538$$

Comprobación

$S = C(1 + it) = 961{,}538(1 + 0{,}08 \cdot 0{,}5) = \$\,1000$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	S	1000	$	
2	i	8	%	
3		0,08	=B2/100	
4	t	180	días	un año = 360 días
5		0,500	=B4/360	años
6				
7	$C=\dfrac{S}{1+it}$	961,538	=B1/(1+B3*B5)	$
8				
9				
10	$S=C(1+it)$	1000	=B7*(1+B3*B5)	$

b) 80 días antes de su vencimiento.

Datos:

$$S=\$1000;\, i=8\%=\frac{8}{100}=0{,}08;\, t=80\ días=\frac{80}{360}\,años=\frac{2}{9}\,años$$

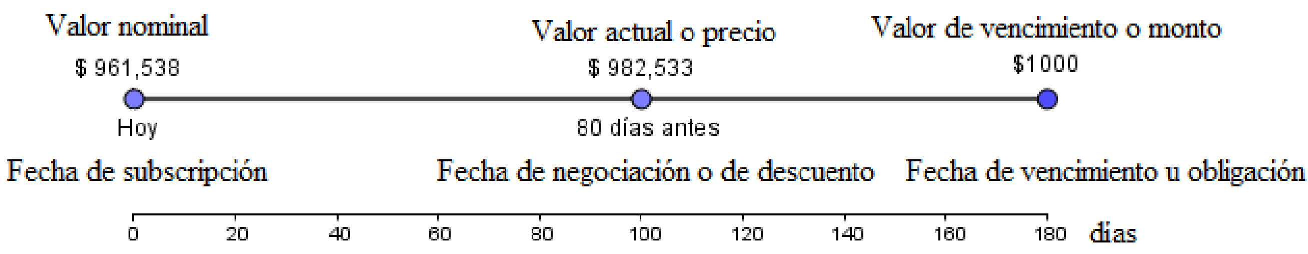
Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos

$$C=\frac{S}{1+it}=\frac{1000}{1+0{,}08\cdot\frac{2}{9}}=\$\,982{,}533$$

Comprobación

$$S=C(1+it)=982{,}533\left(1+0{,}08\cdot\frac{2}{9}\right)=\$\,1000$$

Representando las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores se obtiene



Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	S	1000	$	
2	i	8	%	
3		0,08	=B2/100	
4	t	80	días	un año = 360 días
5		0,222	=B4/360	años
6				
7	$C = \dfrac{S}{1+it}$	982,533	=B1/(1+B3*B5)	$
8				
9				
10	$S = C(1+it)$	1000	=B7*(1+B3*B5)	$

2) El 24 de marzo se suscribió un documento de $ 2000 con vencimiento en 180 días con una tasa de interés del 1% mensual. Calcular su valor actual al 12 de julio del mismo año, considerando una tasa de interés del 10% anual.

Solución:

Para calcular el monto se tiene los siguientes datos

$C = \$2000$

$t = 180\ días = \dfrac{180}{360} años = 0{,}5\ años$

$i = 1\%\ mensual = \dfrac{1}{100} = 0{,}01\ mensual \Rightarrow i = 0{,}01 \cdot 12\ anual = 0{,}12\ anual$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos

$S = C(1 + it) = 2000(1 + 0{,}12 \cdot 0{,}5) = \$\,2120$

Con lectura en la Tabla 1 (ver al final del libro) se determina la **fecha de vencimiento**

En la Tabla 1, se encuentra que el 24 de marzo está numerado con 83

Como la fecha de vencimiento es de 180 días a partir del 24 de marzo se tiene

$$83 + 180 = 263$$

Con lectura en la Tabla 1, la numeración de 263 corresponde al 20 de septiembre. Por lo tanto, la fecha de vencimiento es el 20 de septiembre

Para determinar el tiempo que falta, contando desde el 12 de julio, para el vencimiento se procede de la siguiente manera:

Con lectura en la Tabla 1 se observa que el 12 de julio tiene una numeración de 193, por lo tanto, el número de días desde el 12 de julio al 20 de septiembre es

$$263 - 193 = 70\ días$$

Transformando 70 días años se obtiene

$$70\ días = \frac{70}{360} años = \frac{7}{36} años$$

Transformando 10% se obtiene

$$10\% = \frac{10}{100} = 0{,}1$$

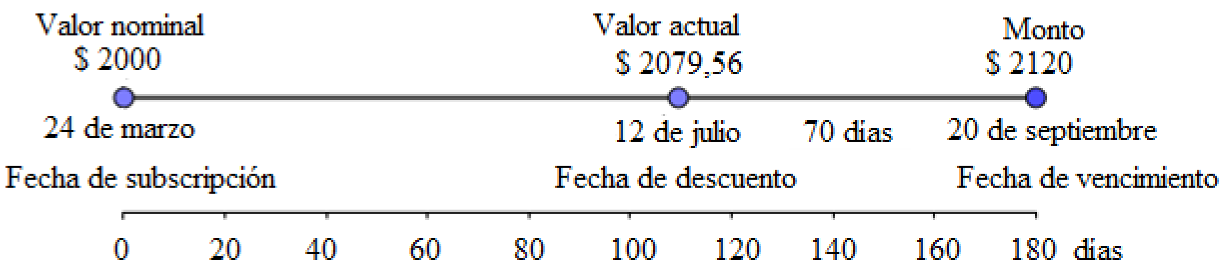
Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{2120}{1 + 0{,}1 \cdot \frac{7}{36}} = \$\ 2079{,}56$$

Comprobación

$$S = C(1 + it) = 2079{,}56\left(1 + 0{,}1 \cdot \frac{7}{36}\right) = \$\ 2120$$

Representando las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores se obtiene



Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	2000	$	
2	i	1	%	mensual
3		0,01	=B2/100	
4		0,12	=B3*12	anual
5	t	180	dias	un año=360 dias
6		0,5	=B5/360	años
7				
8	$S = C(1 + it)$	2120	=B1*(1+B4*B6)	$
9				
10	24 de marzo	83	Con lectura en la Tabla 1	
11	20 de septiembre	263	=B10+B5	Con lectura en la Tabla 1
12	12 de julio	193	Con lectura en la Tabla 1	
13	t	70	=B11-B12	dias
14		0,194	=B13/360	
15	i	10	%	anual
16		0,1	=B15/100	
17				
18	$C = \frac{S}{1 + it}$	2079,56	=B8/(1+B16*B14)	$
19				
20				
21	$S = C(1 + it)$	2120	=B18*(1+B16*B14)	$

1.3) EL INTERÉS SOBRE SALDOS DEUDORES Y EL MÉTODO “LAGARTO”

Es el cálculo del interés sobre los saldos que van quedando después de deducir cada cuota que se paga. El método lagarto emplea la acumulación de intereses, el cual genera un cobro excesivo de interés, de allí es su denominación.

Ejemplo ilustrativo

Una entidad financiera otorga un préstamo por $ 6000 a 12 meses de plazo, al 2% mensual sobre saldos deudores. Calcular las cuotas mensuales que debe pagar el cliente empleando el método de acumulación de intereses (método “lagarto”) y el método de saldos deudores.

Solución

a) Método "lagarto"

Datos

$C = \$\,6000, t = 12\ meses = \frac{12}{12} años = 1\ año$

$i = 2\%\ mensual = \frac{2}{100} = 0{,}02 = 0{,}02 \cdot 12 = 0{,}24\ anual$

Calculando el monto se obtiene

$S = C(1 + it) = 6000(1 + 0{,}24 \cdot 1) = \$\,7440$

Calculando la cuota fija mensual

$\frac{\$\,7440}{12} = \$\,620$

Calculando el interés

$I = S - C = \$\,7440 - \$\,6000 = \$\,1440$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	6000	$	
2	t	12	meses	
3		1	años	
4	i	2	%	mensual
5		0,02	=B4/100	
6		0,24	=B5*12	anual
7	$S = C(1 + it)$	7440	=B1*(1+B6*B3)	
8				
9	Cuota fija mensual	620	=B7/12	$
10	$I = S - C$	1440	=B7-B1	$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

b) Método de saldos deudores

Primera cuota:

Calculando el valor de la cuota sin intereses

$$\frac{C}{t} = \frac{\$\,6000}{12} = \$\,500$$

Calculando el interés pagadero en la primera cuota mensual

$$I = Cit = \$\,6000 \cdot \frac{2}{100} \cdot 1 = \$\,120$$

Calculando el valor de la primera cuota = cuota de capital + interés

$\$\,500 + \$\,120 = \$\,620$

Segunda cuota:

Para el cálculo de la segunda se reduce el capital $\$\,6000 - \$\,500 = \$\,5500$

Por lo tanto, el interés pagadero en la segunda cuota mensual es

$$I = Cit = \$\,5500 \cdot \frac{2}{100} \cdot 1 = \$\,110$$

Calculando el valor de la segunda cuota = cuota de capital + interés

$\$\,500 + \$\,110 = \$\,610$

Tercera cuota:

Para el cálculo de la tercera cuota se reduce el capital $\$\,5500 - \$\,500 = \$\,5000$

Por lo tanto, el interés pagadero en la tercera cuota mensual es

$$I = Cit = \$\,5000 \cdot \frac{2}{100} \cdot 1 = \$\,100$$

Calculando el valor de la tercera cuota = cuota de capital + interés

$\$\,500 + \$\,100 = \$\,600$

Y así se continúa sucesivamente

Como se puede observar, las cuotas mensuales ($ 620, $ 610, $ 600) disminuyen en una progresión aritmética. Por lo tanto, el valor de la última cuota se puede calcular empleando la fórmula del término general de una progresión aritmética, está fórmula es

$$u_n = u_1 + (n-1)d$$

Donde:

u_n = término general

u_1 = primer término

n = número de términos

d = diferencia

En este ejemplo se tiene $u_1 = \$\,620, n = 12, d = \$\,610 - \$\,620 = \$\,600 - \$\,610 = -\$\,10$

Calculando el valor de la última cuota mensual se obtiene

$u_n = u_1 + (n-1)d = u_{12} = \$\,620 + (12-1)\cdot(-\$\,10) = \$\,510$

Calculando el valor total de las cuotas empleando la fórmula de la suma de términos de una progresión aritmética

$$S = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{12(\$\,620 + \$\,510)}{2} = \$\,6780$$

Calculando la cuota fija mensual

$$\frac{\$\,6780}{12} = \$\,565$$

Calculando el interés

$$I = S - C = \$\,6780 - \$\,6000 = \$\,780$$

Las cuotas mensuales también se pueden calcular elaborando una tabla financiera de las cuotas

Periodo	Deuda	Interés	Capital	Cuota
1	6000	120	500	620
2	5500	110	500	610
3	5000	100	500	600
4	4500	90	500	590
5	4000	80	500	580
6	3500	70	500	570
7	3000	60	500	560
8	2500	50	500	550
9	2000	40	500	540
10	1500	30	500	530
11	1000	20	500	520
12	500	10	500	510
Total		**780**	**6000**	**6780**

Empleando Excel para elaborar la tabla financiera de las cuotas

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Periodo**	**Deuda**		**Interés**		**Capital**		**Cuota**	
2	1	6000	=B2	120	=B2*$B$17	500	=$B$2/$B$18	620	=F2+D2
3	2	5500	=B2-E2	110	=B3*$B$17	500	=$B$2/$B$18	610	=F3+D3
4	3	5000	=B3-E3	100	=B4*$B$17	500	=$B$2/$B$18	600	=F4+D4
5	4	4500	=B4-E4	90	=B5*$B$17	500	=$B$2/$B$18	590	=F5+D5
6	5	4000	=B5-E5	80	=B6*$B$17	500	=$B$2/$B$18	580	=F6+D6
7	6	3500	=B6-E6	70	=B7*$B$17	500	=$B$2/$B$18	570	=F7+D7
8	7	3000	=B7-E7	60	=B8*$B$17	500	=$B$2/$B$18	560	=F8+D8
9	8	2500	=B8-E8	50	=B9*$B$17	500	=$B$2/$B$18	550	=F9+D9
10	9	2000	=B9-E9	40	=B10*$B$17	500	=$B$2/$B$18	540	=F10+D10
11	10	1500	=B10-E10	30	=B11*$B$17	500	=$B$2/$B$18	530	=F11+D11
12	11	1000	=B11-E11	20	=B12*$B$17	500	=$B$2/$B$18	520	=F12+D12
13	12	500	=B12-E12	10	=B13*$B$17	500	=$B$2/$B$18	510	=F13+D13
14	**Total**			**780**		**6000**		**6780**	
15									
16	i	2		%					
17		0,02		=B16/100					
18	t	12		meses					
19									
20	Cuota fija mensual			565		=E14/A13			
21	$I = S - C$			780		=E14-B2			

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Empleando Excel para resolver el ejemplo ilustrativo

	A	B	C	D
1	C	6000	$	
2	Cuota fija	500	=B1/B6	$
3	i	2	%	mensual
4		0,02	=B3/100	
5	t	12	meses	
6		1	un mes	
7				
8	$I = Cit$	120	=B1*B4*B6	Interés mensual 1ra cuota
9	Valor de la 1ra cuota	620	=B2+B8	Cuota de capital + interés
10				
11	C_2	5500	=B1-B2	$ se redude el capital
12	$I = Cit$	110	=B11*B4*B6	
13	Valor de la 2da cuota	610	=B2+B12	
14				
15	C_3	5000	=B11-B2	
16	$I = Cit$	100	=B15*B4*B6	
17	Valor de la 3ra cuota	600	=B2+B16	
18				
19	u_1	620	=B9	primer término de la progresión aritmética
20	n	12	=B5	número de términos de la progresión aritmética
21	d	-10	=B13-B9	difrencia de la progresión aritmética
22	$u_n = u_1 + (n-1)d$	510	=B19+(B20-1)*B21	Valor de la última cuota
23				
24	$S = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$	6780	=B20*(B19+B22)/2	Valor total de todas las cuotas
25				
26	Cuota fija mensual	565	=B24/B20	$
27				
28	$I = S - C$	780	=B24-B1	$

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

1) De un documento de $ 6000, con vencimiento de 180 días, se dese conocer su valor actual, considerando una tasa de interés del 4% anual. Resolver en forma manual y empleando Excel. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

a) Al día de hoy.

$ 5882,353

b) 60 días antes de su vencimiento.

$ 5960,265

2) De un documento de $ 5000, con vencimiento de 180 días, se dese conocer su valor actual, considerando una tasa de interés del 6% anual. Resolver en forma manual y empleando Excel. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

a) Al día de hoy.

$ 4854,369

b) 80 días antes de su vencimiento.

$ 4934,211

3) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior.

4) El 15 de marzo se suscribió un documento de $ 2000 con vencimiento en 180 días con una tasa de interés del 1% mensual. Calcule el valor actual al 13 de agosto del mismo año, considerando una tasa de interés del 10% anual. Resuelva en forma manual y empleando Excel. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

$ 2103,06

5) El 14 de febrero se suscribió un documento de $ 7000 con vencimiento en 200 días con una tasa de interés del 1% mensual. Calcule el valor actual al 24 de mayo del mismo año, considerando una tasa de interés del 10% anual. Resuelva en forma manual y empleando Excel. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

$ 7262,90

6) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior.

7) Una entidad financiera otorga un préstamo por $ 6000 a 12 meses de plazo, al 3% mensual. Calcule las cuotas fijas mensuales que debe pagar el cliente empleando el método de acumulación de intereses (método “lagarto”) y el método de saldos deudores. Realice la tabla financiera de las cuotas. Resuelva en forma manual y empleando Excel.

$ 680 y $ 597,5

8) Una entidad financiera otorga un préstamo por $ 20 000 a 40 meses de plazo, al 1% mensual. Calcule las cuotas fijas mensuales que debe pagar el cliente empleando el método de acumulación de intereses (método “lagarto”) y el método de saldos deudores. Realice la tabla financiera de las cuotas. Resuelva en forma manual y empleando Excel.

$ 2333,33 y $ 602,5

9) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior.

10) Una empresa comercial vende bicicletas cuyo precio de lista es \$ 600, con una cuota inicial de 20%, y el saldo a 30 meses de plazo. Calcule las cuotas fijas mensuales que debe pagar el cliente empleando el método de acumulación de intereses (método “lagarto”) y el método de saldos deudores si se considera el 24% de interés anual. Resuelva en forma manual y empleando Excel.

\$ 25,6 y \$ 20,96

	A	B	C	D
1	C	600	\$	
2	t	30	meses	
3		2,5	años	
4	Cuota inicial	20	%	
5		0,2	=B7/100	
6		120	=B5*B1	
7	i	24	%	anual
8		0,24		
9	Saldo a pagar	480	=B1-B6	
10				
11	$S = C(1 + it)$	768	=B9*(1+B8*B3)	
12	Cuota fija mensual	25,6	=B11/B2	

1.4) DESCUENTO

Es la operación de adquirir, antes del vencimiento, valores generalmente endosables.

Operación por la que un banco entrega al tenedor de un efecto de comercio, antes de su vencimiento el importe del mismo con ciertas deducciones.

Es la operación que consiste en adquirir letras, pagarés o documentos financieros por un importe efectivo menor al valor en la fecha de vencimiento. Es decir, es la diferencia entre el valor del documento antes de la fecha del documento antes de la fecha en que vence y su valor al vencimiento.

Es la acción de recibir o pagar un dinero hoy, a cambio de una suma mayor comprometida para fecha futura, según las condiciones convenidas en el pagaré.

A) DESCUENTO RACIONAL O DESCUENTO SIMPLE

Descuento racional o descuento simple, a una tasa de interés, es la diferencia entre monto o valor a la fecha de vencimiento de un documento o deuda y el valor presente. Se interpreta también como el interés simple del valor actual.

$$Dr = S - C$$

En donde

$Dr =$ Descuento racional

$S = C + I =$ Monto

$C =$ Valor actual

Ejemplos ilustrativos

1) Calcular el descuento racional de un documento de $ 2 500 suscrito el 30 de junio a 180 días de plazo, si se descontó el 30 de noviembre del mismo año con una tasa de interés del 24% anual.

Solución:

Datos

$$C = 2500\,; t = 180\ días = \frac{180}{360}\ años = 0{,}5\ años;\ i = 24\%\ anual = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

En este ejemplo el valor nominal es igual al monto, debido a que no gana intereses

$$S = C(1 + it) = \$\,2500(1 + 0 \cdot 0{,}5) = \$\,2500$$

Con lectura en la Tabla 1, la fecha de vencimiento del 27 de diciembre tiene una numeración de 361

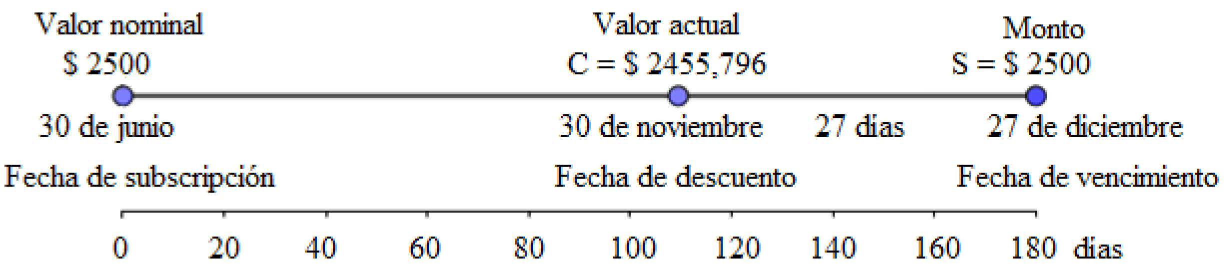
Con lectura en la Tabla 1, la fecha de descuento del 30 de noviembre tiene una numeración de 334

Los días que faltan para el vencimiento (del 30 de noviembre al 27 de diciembre) es 361-334 = 27 días

Calculando el valor actual se obtiene

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{2500}{1 + \frac{6}{25} \cdot \frac{27}{360}} = \$\,2455{,}796$$

Representando las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores se obtiene



Calculando el descuento racional es obtiene

$Dr = S - C = \$\,2500 - \$\,2455{,}796 = \$\,44{,}204$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	2500	$	
2	i	0	%	anual
3		0	=B2/100	
4	t	180	días	un año=360 días
5		0,5	=B4/360	años
6				
7	$S = C(1 + it)$	2500	=B1*(1+B3*B5)	$
8				
9	27 de diciembre	361	Con lectura en la Tabla 1	
10	30 de noviembre	334	Con lectura en la Tabla 1	
11	Días para el vencimiento	27	=B9-B10	
12	i	24	%	anual
13		0,24	=B15/100	
14				
15	$C = \frac{S}{1 + it}$	2455,796	=B7/(1+B13*B11/360)	$
16				
17				
18	$Dr = S - C$	44,204	=B7-B15	$

2) Calcular el valor actual y el descuento racional de una letra de cambio de $ 1000 a 180 días de plazo, suscrita el 31 de marzo de 2017 al 15% anual desde su suscripción, si se descuenta el 29 de julio del mismo año al 20% anual.

Solución:

Para calcular el monto se tiene los siguientes datos

$C = \$1000$

$t = 180\ días = \dfrac{180}{360} años = 0{,}5\ años$

$i = 15\%\ anual = \dfrac{15}{100} = 0{,}15\ anual$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos del monto

$$S = C(1 + it) = 1000(1 + 0{,}15 \cdot 0{,}5) = \$\,1075$$

Con lectura en la Tabla 1 se determina la **fecha de vencimiento**

En la Tabla 1, se encuentra que el 31 de marzo está numerado con 90

Como la fecha de vencimiento es de 180 días a partir del 31 de marzo se tiene

$$90 + 180 = 270$$

Con lectura en la Tabla 1, la numeración de 270 corresponde al 27 de septiembre. Por lo tanto, la fecha de vencimiento es el 27 de septiembre

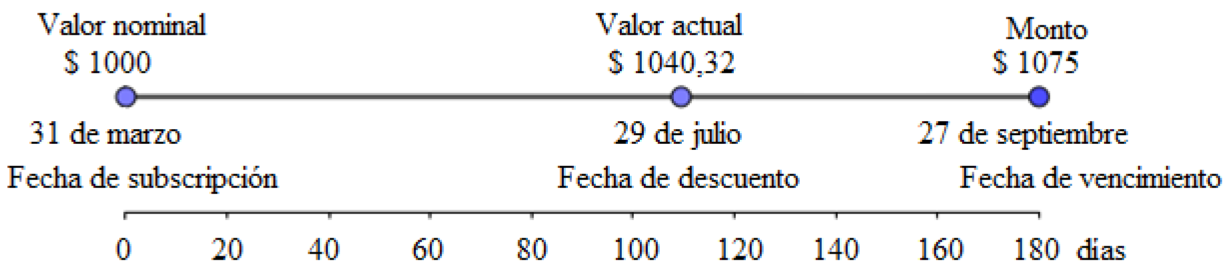
La fecha de descuento del 29 de julio, con lectura en la Tabla 1, tiene la numeración de 210

Los días que faltan para el vencimiento (del 29 de julio al 27 de septiembre) es 270-210 = 60 días

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos del valor actual con descuento racional al 20% con un tiempo de 60 días anual se obtiene

$$C = \frac{S}{1 + it} = \frac{\$\,1075}{1 + 0{,}2 \cdot \frac{60}{360}} = \$\,1040{,}32$$

Representando las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores se obtiene



Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

Calculando el descuento racional es obtiene

$Dr = S - C = \$\ 1075 - \$\ 1040{,}32 = \$\ 34{,}68$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	1000	$	
2	i	15	%	anual
3		0,15	=B2/100	
4	t	180	días	un año=360 días
5		0,5	=B4/360	años
6				
7	$S = C(1 + it)$	1075	=B1*(1+B3*B5)	$
8				
9	31 de marzo	90	Con lectura en la Tabla 1	
10	27 de septiembre	270	=B9+B4	Con lectura en la Tabla 1
11	29 de julio	210	Con lectura en la Tabla 1	
12	Días para el vencimiento	60	=B10-B11	
13	i	20	%	anual
14		0,2	=B13/100	
15				
16	$C = \frac{S}{1 + it}$	1040,32	=B7/(1+B14*B12/360)	$
17				
18				
19	$Dr = S - C$	34,68	=B7-B16	$

Nota: El descuento racional o matemático es igual a los intereses simples del capital que en fecha futura ganará el monto de la deuda.

B) DESCUENTO BANCARIO, COMERCIAL O BURSÁTIL

Se utiliza en las operaciones comerciales y consiste en cobrar los intereses por anticipado; es decir, su cálculo se realiza sobre el monto o valor al vencimiento. Se emplea una tasa de descuento para diferenciarla de la tasa de interés que se aplica al cálculo del valor actual. Su fórmula es

$$Db = Sdt$$

En donde:

$Db =$ descuento bancario o descuento bursátil

$S =$ valor del documento a la fecha de vencimiento

$d =$ tasa de descuento

$t =$ tiempo en días comprendido entre la fecha del descuento del documento y la fecha de vencimiento

Ejemplos ilustrativos

1) ¿Cuál es el descuento bancario que un banco aplica a un cliente que descuenta un pagaré de $ 3000 en el día de hoy, a 150 días plazo, considerando una tasa de descuento del 10% anual?

Solución:

Datos

$$S = \$\,3000\,;\, t = 150\ días = \frac{150}{360}\ años = \frac{5}{12}\ años;\ d = 10\%\ anual = \frac{10}{100} = 0{,}1\ anual$$

Calculando el descuento bancario

$$Db = Sdt = \$\,3000 \cdot 0{,}1 \cdot \frac{5}{12} = \$\,125$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	S	3000	$	
2	t	150	días	un año=360 días
3		0,4166667	=B2/360	años
4				
5	d	10	%	anual
6		0,1	=B5/100	
7				
8	$Db = Sdt$	125	=B1*B6*B3	$

2) Calcular el descuento bancario de un documento de $ 3000, suscrito el 15 de marzo a 180 días de plazo, si se descuenta el 15 de junio del mismo año a una tasa del 15% anual.

Solución:

Datos

$$S = \$\,3000\,;\ d = 15\%\ anual = \frac{15}{100} = 0{,}15\ anual$$

Con lectura en la Tabla 1 se determina la **fecha de vencimiento**

En la Tabla 1, se encuentra que el 15 de marzo está numerado con 74

Como la fecha de vencimiento es de 180 días a partir del 15 de marzo se tiene

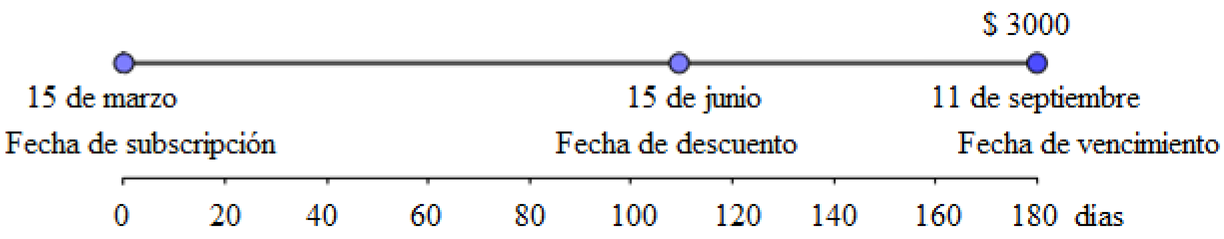
$$74 + 180 = 254$$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Con lectura en la Tabla 1, la numeración de 254 corresponde al 21 de septiembre. Por lo tanto, la fecha de vencimiento es el 21 de septiembre

La fecha de descuento del 15 de junio, con lectura en la Tabla 1, tiene la numeración de 166
Los días que faltan para el vencimiento (del 15 de junio al 21 de septiembre) es 254-166 = 88 días
Por lo tanto, $t = 88\ días$

Representado gráficamente



Remplazando valores para calcular el descuento bancario se obtiene

$$Db = Sdt = \$\ 3000 \cdot 0{,}15 \cdot \frac{88}{360} = \$\ 110$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	S	3000	$	
2	t	180	días	un año=360 días
3		0,5	=B2/360	años
4				
5	15 de marzo	74	Con lectura en la Tabla 1	
6	11 de septiembre	254	=B5+B2	Con lectura en la Tabla 1
7	15 de junio	166	Con lectura en la Tabla 1	
8	Días para el vencimiento	88	=B6-B7	
9				
10	d	15	%	anual
11		0,15	=B10/100	
12				
13	$Db = Sdt$	110	=B1*B11*B8/360	$

C)VALOR ACTUAL CON DESCUENTO BANCARIO O VALOR EFECTIVO

Es el valor efectivo que se recibe en el momento del descuento bancario de un documento, antes de la fecha de vencimiento, a una determinada tasa de descuento.

El valor actual o valor presente con descuento bancario se identifica como la diferencia entre el valor al vencimiento del documento y el descuento bancario

$$Cb = S - Db$$

Remplazando $Db = Sdt$ en la fórmula anterior

$$Cb = S - Sdt$$

Factorizando se obtiene la fórmula para calcular **valor actual con descuento bancario**. Llamada también fórmula del precio de un documento con descuento

$$Cb = S(1 - dt)$$

De donde puede deducirse la fórmula para el **monto en función del valor actual con descuento bancario**

$$S = \frac{Cb}{1 - dt}$$

Ejemplos ilustrativos

1) Calcular el valor efectivo que recibe una persona que realiza un descuento de una letra de cambio de \$ 5000, suscrita el 15 de marzo sin intereses a 180 días de plazo, si se descontó el 10 de junio del mismo año al 8% anual.

Solución:

Datos

$$S = \$\,5000\,;\ d = 8\%\ anual = \frac{8}{100} = 0{,}08$$

Con lectura en la Tabla 1 se determina la **fecha de vencimiento**

En la Tabla 1, se encuentra que el 15 de marzo está numerado con 74

Como la fecha de vencimiento es de 180 días a partir del 15 de marzo se tiene

$$74 + 180 = 254$$

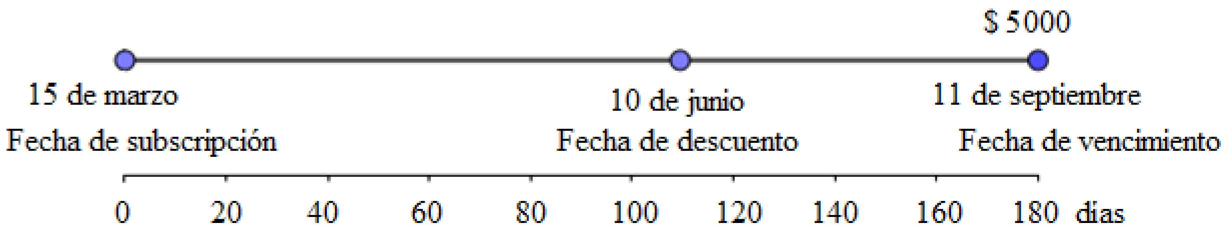
Con lectura en la Tabla 1, la numeración de 254 corresponde al 21 de septiembre. Por lo tanto, la fecha de vencimiento es el 21 de septiembre

La fecha de descuento del 10 de junio, con lectura en la Tabla 1, tiene la numeración de 161

Los días que faltan para el vencimiento (del 10 de junio al 21 de septiembre) es 254-161 = 93 días

Por lo tanto, $t = 93\ días$

Representado gráficamente



Calculando el valor efectivo se obtiene

$$Cb = S(1 - dt) = \$\ 5000\left(1 - 0{,}08 \cdot \frac{93}{360}\right) = \$\ 4896{,}67$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	S	5000	$	
2	t	180	días	un año=360 días
3		0,5	=B2/360	años
4				
5	15 de marzo	74	Con lectura en la Tabla 1	
6	11 de septiembre	254	=B5+B2	Con lectura en la Tabla 1
7	10 de junio	161	Con lectura en la Tabla 1	
8	Días para el vencimiento	93	=B6-B7	
9				
10	d	8	%	anual
11		0,08	=B10/100	
12				
13	$Cb = S(1 - dt)$	4896,67	=B1*B11*B8/360	$

2) Un cliente de un banco solicita un préstamo de $ 8000 a 180 días de plazo. Calcular el valor efectivo que recibe si le aplican una tasa de descuento del 20% anual. ¿Cuál será el descuento bancario?

Solución:

Datos

$$S = \$\ 8000\ ;\ t = 180\ días = \frac{180}{360} años = 0{,}5\ años;\ d = 20\%\ anual = \frac{20}{100} = 0{,}2\ anual$$

En este caso, el banco calcula por anticipado el interés. Por lo tanto, se trata de un descuento bancario y se aplica la fórmula para calcular el valor actual con descuento bancario o valor efectivo

$$Cb = S(1 - dt) = \$\,8000\,(1 - 0{,}2 \cdot 0{,}5) = \$\,7200$$

El descuento bancario o comercial es

$$Db = S - Cb = \$\,8000 - \$\,7200 = \$\,800$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	S	8000	\$	
2	t	180	dias	un año=360 dias
3		0,5	=B2/360	años
4				
5	d	20	%	anual
6		0,2	=B5/100	
7				
8	$Cb = S(1 - dt)$	7200	=B1*(1-B6*B3)	\$
9				
10	$Db = S - Cb$	800	=B1-B8	\$

3) ¿Cuánto dinero debe solicitar un cliente de un banco si requiere \$ 10000 pagaderos en 180 días con una tasa de descuento del 10% anual?

Solución:

Datos

$$Cb = \$\,10000\,;\; t = 180\ días = \frac{180}{360} años = 0{,}5\ años;\; d = 10\%\ anual = \frac{10}{100} = 0{,}1\ anual$$

Remplazando valores para calcular el monto en función del valor actual con descuento bancario se obtiene

$$S = \frac{Cb}{1 - dt} = \frac{\$\,10000}{1 - 0{,}1 \cdot 0{,}5} = \$\,10526{,}32$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	Cb	10000	$	
2	d	10	%	anual
3		0,1	=B2/100	
4				
5	t	180	días	
6		0,5	=B5/360	años
7				
8	$S = \frac{Cb}{1 - dt}$	10526,32	=B1/(1-B3*B6)	$
9				

1.5) ECUACIONES DE VALOR

Son aquellas que se utilizan para resolver problemas de matemática financiera en que se remplazan un conjunto de obligaciones, con diferentes fechas de vencimiento, por uno o varios valores con otra(s) fecha(s) de referencia, previo acuerdo entre el acreedor y el deudor.

Se emplean para consolidar o remplazar dos o más deudas por una sola. También se utilizan para el cálculo del monto de una serie de depósitos y para calcular el valor actual de una serie de pagos.

Ejemplos ilustrativos

1) Una empresa tiene las siguientes deudas:

$ 5000 a 80 días

$ 7000 a 160 días

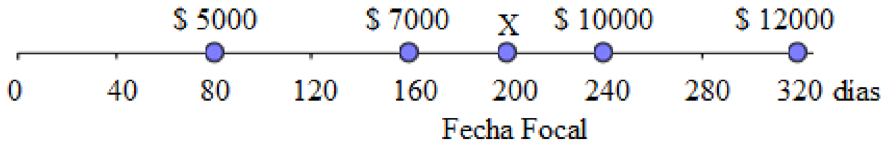
$ 10000 a 240 días

$ 12000 a 320 días

La empresa desea remplazar sus deudas por un solo pago a 200 días plazo, considerando una tasa de interés del 10% anual. Calcular el valor del pago único.

Solución:

Expresando el problema en forma gráfica



Los 200 días es la fecha focal o fecha de pago consolidado de todas las deudas.

Las dos primeras deudas a los 80 días y a los 160 días ya han vencido, por lo tanto, se calculan como monto.

Las dos últimas deudas a los 240 días y 320 días se pagan por anticipado, por lo tanto, se calculan como valor actual o como valor presente.

Calculando los tiempos en días

$t_1 = 200\ días - 80\ días = 120\ días$

$t_2 = 200\ días - 160\ días = 40\ días$

$t_3 = 240\ días - \ 200\ días = 40\ días$

$t_4 = 320\ días - \ 200\ días = 120\ días$

Planteando la ecuación de valor

$$X = C_1(1 + it_1) + C_2(1 + it_2) + \frac{S_3}{1 + it_3} + \frac{S_4}{1 + it_4}$$

$$X = 5000\left(1 + 0{,}1 \cdot \frac{120}{360}\right) + 7000\left(1 + 0{,}1 \cdot \frac{40}{360}\right) + \frac{10000}{1 + 0{,}1 \cdot \frac{40}{360}} + \frac{12000}{1 + 0{,}1 \cdot \frac{120}{360}}$$

$$X = \$\ 33747{,}46$$

Nota: Si las fechas de las deudas son anteriores a la fecha focal se calculan como monto y si su vencimiento es posterior a la fecha focal se calculan como valor actual, sea éste con tasa de interés (i) o tasa de descuento (d)

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C_1	5000	$	Primera deuda
2	C_2	7000	$	Segunda deuda
3	S_3	10000	$	Tercera deuda
4	S_4	12000	$	Cuarta deuda
5	Plazo 1	80	dias	
6	Plazo 2	160	dias	
7	Plazo 3	240	dias	
8	Plazo 4	320	dias	
9				
10	Plazo	200	dias	
11	i	10	%	
12		0,1	=B11/100	
13				
14	t_1	120	=B10-B5	dias
15	t_2	40	=B10-B6	dias
16	t_3	40	=B7-B10	dias
17	t_4	120	=B8-B10	dias
18				
19	$S = C(1 + it)$	5166,67	=B1*(1+B12*B14/360)	$
20		7077,78	=B2*(1+B12*B15/360)	$
21	$C = \frac{S}{1 + it}$	9890,11	=B3/(1+B12*B16/360)	$
22		11612,90	=B4/(1+B12*B17/360)	$
23				
24	X	33747,46	=B19+B20+B21+B22	$

2) Una empresa tiene las siguientes deudas:

$ 8000 a 40 días

$ 12000 a 120 días

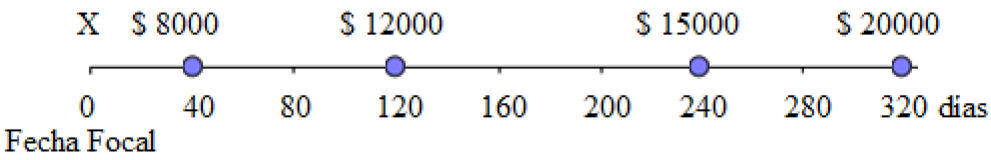
$ 15000 a 240 días

$ 20000 a 320 días

La empresa desea remplazar sus deudas por un solo pago con vencimiento el día de hoy, considerando una tasa de descuento del 12% anual. Calcular el valor del pago único el día de hoy.

Solución:

Expresando el problema en forma gráfica



Como la fecha focal está en el día de hoy, a ella se traen los diferentes valores como valores presentes a una tasa de descuento aplicando la fórmula para calcular **valor actual con descuento bancario**

$$Cb = S(1 - dt)$$

$$X = \$\,8000\left(1 - \frac{12}{100}\cdot\frac{40}{360}\right) + \$\,12000\left(1 - \frac{12}{100}\cdot\frac{120}{360}\right)$$

$$+\$\,15000\left(1 - \frac{12}{100}\cdot\frac{240}{360}\right) + \$\,15000\left(1 - \frac{12}{100}\cdot\frac{320}{360}\right)$$

$$X = \$51080$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	S_1	8000	$	Primera deuda
2	S_2	12000	$	Segunda deuda
3	S_3	15000	$	Tercera deuda
4	S_4	20000	$	Cuarta deuda
5	Plazo 1	40	dias	
6	Plazo 2	120	dias	
7	Plazo 3	240	dias	
8	Plazo 4	320	dias	
9				
10	Plazo	0	dias	
11	d	12	%	
12		0,12	=B11/100	
13				
14	t_1	40	=B5-B10	dias
15	t_2	120	=B6-B10	dias
16	t_3	240	=B7-B10	dias
17	t_4	320	=B8-B10	dias
18				
19	$Cb = S(1 - dt)$	7893,33	=B1*(1-B12*B14/360)	$
20		11520,00	=B2*(1-B12*B15/360)	$
21		13800,00	=B3*(1-B12*B16/360)	$
22		17866,67	=B4*(1-B12*B17/360)	$
23				
24	X	51080	=B19+B20+B21+B22	$

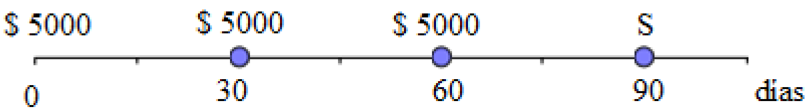
3) Una persona realiza depósitos de $ 5000 mensuales durante tres meses en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 1% mensual, liquidados en forma anticipada. Calcular el monto que acumularía al final de los tres meses.

Solución:

Datos

$$i = 1\%\ mensual = \frac{1}{100}\ mensual = 0{,}01\ mensual = 0{,}01 \cdot 12\ anual = 0{,}12\ anual$$

Representando gráficamente



Calculando el monto

$$S = C(1 + it)$$

$$S = \$\,5000\left(1 + 0{,}12 \cdot \frac{90}{360}\right) + \$\,5000\left(1 + 0{,}12 \cdot \frac{60}{360}\right) + \$\,5000\left(1 + 0{,}12 \cdot \frac{30}{360}\right)$$

$$S = \$\,5150 + \$\,5100 + \$\,5050 = \$\,15300$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	C	5000		
2		1	%	
3	i	0,01	=B2/100	mensual
4		0,12	=B3*12	anual
5				
6	t_1	90	días	
7	t_2	60	días	
8	t_3	30	días	
9				
10	$S = C(1 + it)$			
11	S_1	5150	=B1*(1+B4*B6/360)	$
12	S_2	5100	=B1*(1+B4*B7/360)	$
13	S_3	5050	=B1*(1+B4*B8/360)	$
14				
15	S	15300	=B11+B12+B13	$

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

1) Consulte en la biblioteca o en el internet sobre los tipos de documentos de crédito. Presente la consulta a través de un organizador gráfico.

Los siguientes problemas resuelva en forma manual y con Excel.

2) Calcular el descuento racional de un documento de $ 3000 suscrito el 30 de junio a 180 días de plazo, si se descontó el 20 de noviembre del mismo año con una tasa de interés del 20% anual.

$ 60,425

3) Calcular el descuento racional de un documento de $ 5000 suscrito el 30 de junio a 180 días de plazo, si se descontó el 10 de noviembre del mismo año con una tasa de interés del 20% anual.

$ 127,233

4) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

5) Calcular el descuento racional de una letra de cambio de $ 2000 a 180 días de plazo, suscrita el 24 de marzo de 2017 al 15% anual desde su suscripción, si se descuenta el 20 de julio del mismo año al 20% anual. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

$ 71,19

6) Calcular el descuento racional de una letra de cambio de $ 3000 a 180 días de plazo, suscrita el 4 de enero de 2017 al 10% anual desde su suscripción, si se descuenta el 24 de marzo del mismo año al 20% anual. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

$ 177,36

7) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

8) ¿Cuál es el descuento bancario que un banco aplica a un cliente que descuenta un pagaré de $ 5000 en el día de hoy, a 180 días plazo, considerando una tasa de descuento del 10% anual?

$ 250

9) ¿Cuál es el descuento bancario que un banco aplica a un cliente que descuenta un pagaré de $ 7000 en el día de hoy, a 180 días plazo, considerando una tasa de descuento del 15% anual?

$ 525

10) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

11) Calcular el descuento bancario de un documento de $ 7000, suscrito el 14 de febrero a 180 días de plazo, si se descuenta el 12 de julio del mismo año a una tasa del 10% anual. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

$ 62

12) Calcular el descuento bancario de un documento de $ 5000, suscrito el 15 de marzo a 180 días de plazo, si se descuenta el 10 de junio del mismo año a una tasa del 15% anual. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

$ 183

13) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

14) Calcular el valor efectivo que recibe una persona que realiza un descuento de una letra de cambio de $ 6000, suscrita el 13 de abril sin intereses a 180 días de plazo, si se descontó el 7 de junio del mismo año al 5% anual. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

$ 5895,83

15) Calcular el valor efectivo que recibe una persona que realiza un descuento de una letra de cambio de $ 7000, suscrita el 23 de marzo sin intereses a 180 días de plazo, si se descontó el 23 de junio del mismo año al 10% anual. Represente las respuestas a través de una gráfica de tiempo y valores.

$ 6828,89

16) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

17) Un cliente de un banco solicita un préstamo de $ 15000 a 180 días de plazo. Calcular el valor efectivo que recibe si le aplican una tasa de descuento del 15% anual. ¿Cuál será el descuento bancario?

$ 1125

18) Un cliente de un banco solicita un préstamo de $ 10000 a 180 días de plazo. Calcular el valor efectivo que recibe si le aplican una tasa de descuento del 20% anual. ¿Cuál será el descuento bancario?

$ 1000

19) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

20) ¿Cuánto dinero debe solicitar un cliente de un banco si requiere $ 8000 pagaderos en 180 días con una tasa de descuento del 10% anual?

$ 8421,05

21) ¿Cuánto dinero debe solicitar un cliente de un banco si requiere $ 7000 pagaderos en 180 días con una tasa de descuento del 15% anual?

$ 7567,57

22) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

23) Una empresa tiene las siguientes deudas:

$ 6000 a 40 días

$ 8000 a 120 días

$ 11000 a 240 días

$ 13000 a 320 días

La empresa desea remplazar sus deudas por un solo pago a 200 días plazo, considerando una tasa de interés del 8% anual. Calcular el valor del pago único. Represente gráficamente el presente problema.

$ 37920,93

24) Una empresa tiene las siguientes deudas:

$ 5000 a 80 días

$ 7000 a 120 días

$ 8000 a 240 días

$ 10000 a 280 días

La empresa desea remplazar sus deudas por un solo pago a 160 días plazo, considerando una tasa de interés del 10% anual. Calcular el valor del pago único. Represente gráficamente el presente problema.

$ 29692,40

25) Una empresa tiene las siguientes deudas:

$ 4000 a 40 días

$ 6000 a 120 días

$ 8000 a 200 días

$ 10000 a 280 días

La empresa desea remplazar sus deudas por un solo pago a 160 días plazo, considerando una tasa de interés del 8% anual. Calcular el valor del pago único. Represente gráficamente el presente problema.

$ 27829,78

26) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

27) Una empresa tiene las siguientes deudas:

$ 5000 a 80 días

$ 7000 a 120 días

$ 9000 a 200 días

$ 12000 a 320 días

La empresa desea remplazar sus deudas por un solo pago con vencimiento el día de hoy, considerando una tasa de descuento del 10% anual. Calcular el valor del pago único el día de hoy. Represente gráficamente el presente problema.

$ 31089

28) Una empresa tiene las siguientes deudas:

$ 6000 a 40 días

$ 8000 a 160 días

$ 10000 a 240 días

$ 12000 a 320 días

La empresa desea remplazar sus deudas por un solo pago con vencimiento el día de hoy, considerando una tasa de descuento del 8% anual. Calcular el valor del pago único el día de hoy. Represente gráficamente el presente problema.

$ 34276

29) Una empresa tiene las siguientes deudas:

$ 4000 a 40 días

$ 6000 a 120 días

$ 8000 a 240 días

$ 10000 a 280 días

La empresa desea remplazar sus deudas por un solo pago con vencimiento el día de hoy, considerando una tasa de descuento del 4% anual. Calcular el valor del pago único el día de hoy. Represente gráficamente el presente problema.

$ 27378

30) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

31) Una persona realiza depósitos de $ 7000 mensuales durante tres meses en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 2% mensual, liquidados en forma anticipada. Calcular el monto que acumularía al final de los tres meses. Represente gráficamente el presente problema

$ 21840

32) Una persona realiza depósitos de $ 10000 mensuales durante tres meses en una institución financiera que reconoce una tasa de interés del 2% mensual, liquidados en forma anticipada. Calcular el monto que acumularía al final de los tres meses. Represente gráficamente el presente problema

$ 31200

33) Consulte en la biblioteca o en el internet un problema de aplicación de ecuaciones de valor para interés simple.

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

CAPÍTULO II

INTERÉS COMPUESTO

El interés es compuesto cuando los intereses que ganan el capital prestado se capitalizan periódicamente, es decir, se suman al capital prestado a intervalos iguales de tiempo, constituyéndose de ese modo un nuevo capital al final de cada unidad de tiempo.

2.1) CONCEPTOS BÁSICOS

A) TIEMPO O PERIODO DE CAPITALIZACIÓN. – Es el espacio o periodo de tiempo anual, semestral, trimestral, mensual, diaria, etc. en el que el interés se adiciona o acumula al capital.

B) TASA DE INTERÉS. - Es la tasa anual, semestral, trimestral, mensual, diaria, etc. dependiendo de si el periodo de capitalización es anual, semestral, trimestral, mensual, diaria.

C) MONTO A INTERÉS COMPUESTO. - Es el valor del capital final o capital acumulado después de sucesivas adiciones de los intereses

Se calcula con la siguiente fórmula

$$\boldsymbol{VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn}}$$

Siendo:

$VF = monto\ a\ interés\ compuesto\ o\ valor\ futuro$

$VA = valor\ actual\ o\ valor\ presente$

$n = número\ de\ años$ o periodo de capitalización

$k = número\ de\ períodos\ compuestos\ al\ año$

$i\% = tasa\ de\ interés\ anual$

Ejemplos ilustrativos

1) Calcule el monto final o valor futuro de una inversión de $1200 al 6% anual, capitalizable anualmente. Durante un período de 3 años

Solución:

Datos:

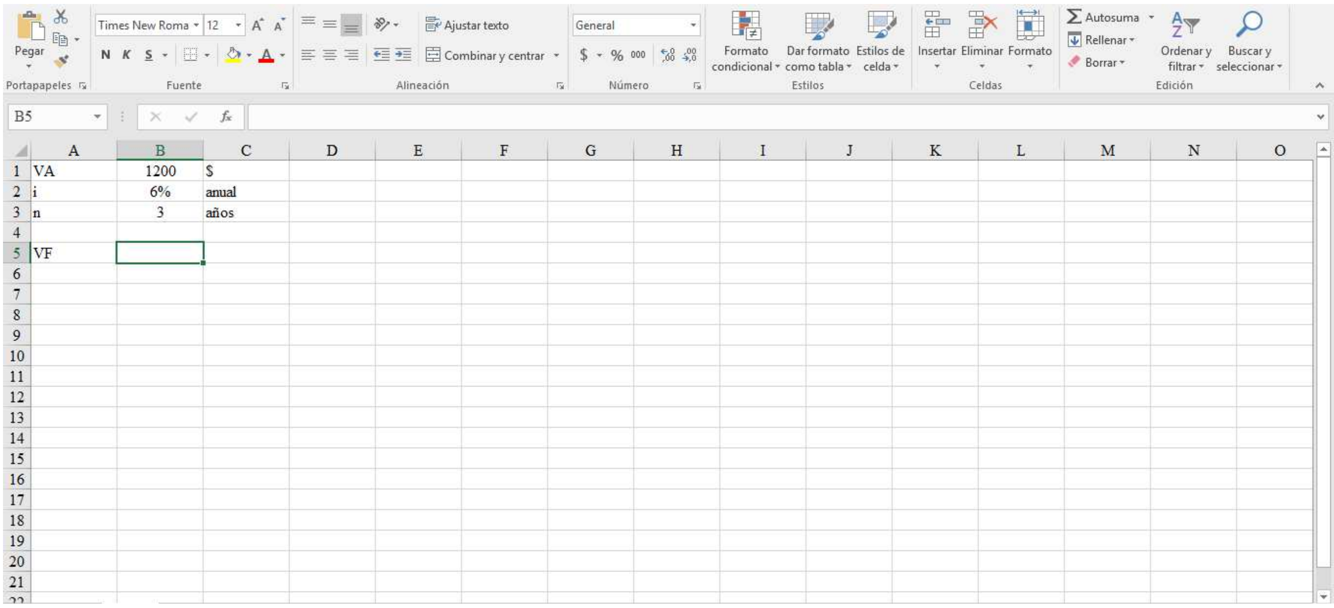
$VA = \$\ 1200; i = 6\%\ anual\ ; k = 1; n = 3\ años$

Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\ 1200 \cdot \left(1 + \frac{6}{100 \cdot 1}\right)^{1 \cdot 3} = \$\ 1429{,}22$$

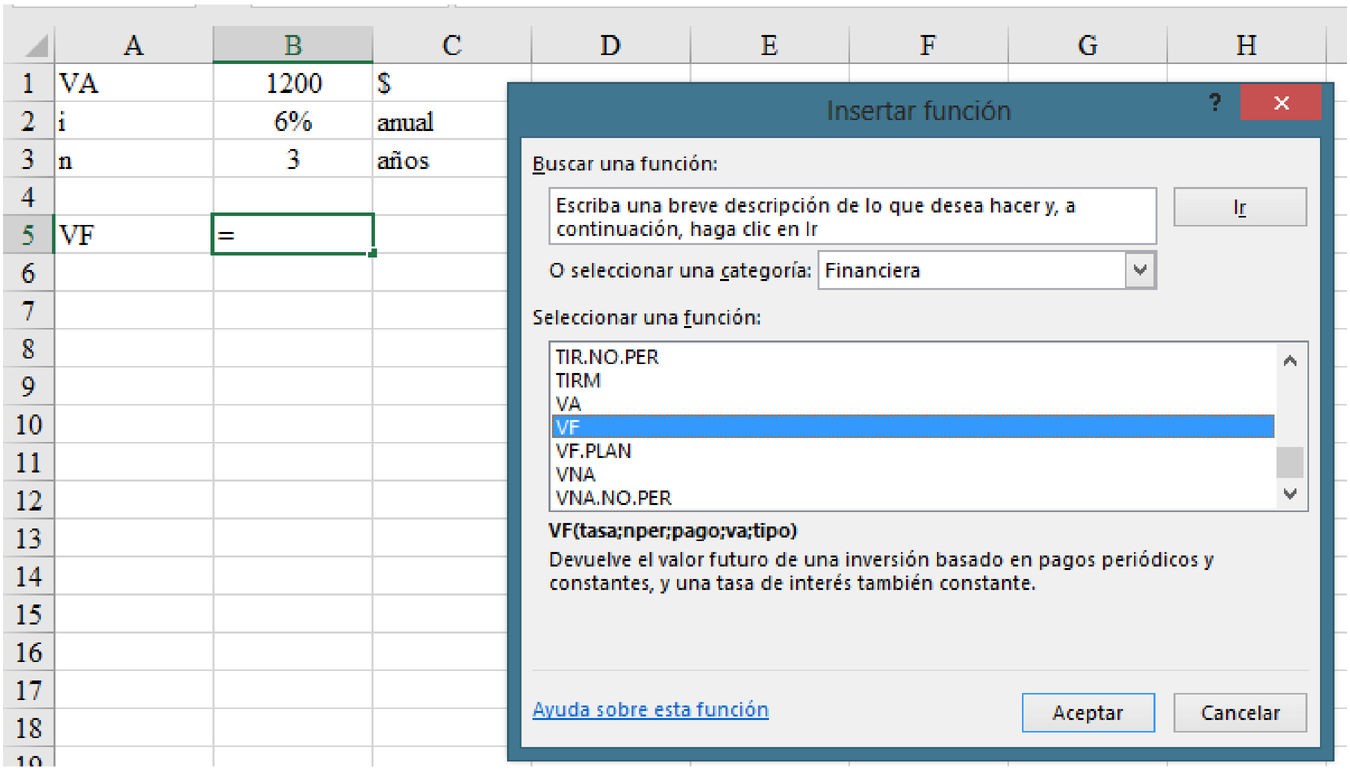
Empleando Excel

Ingrese a Excel. En la hoja de Excel digite los datos

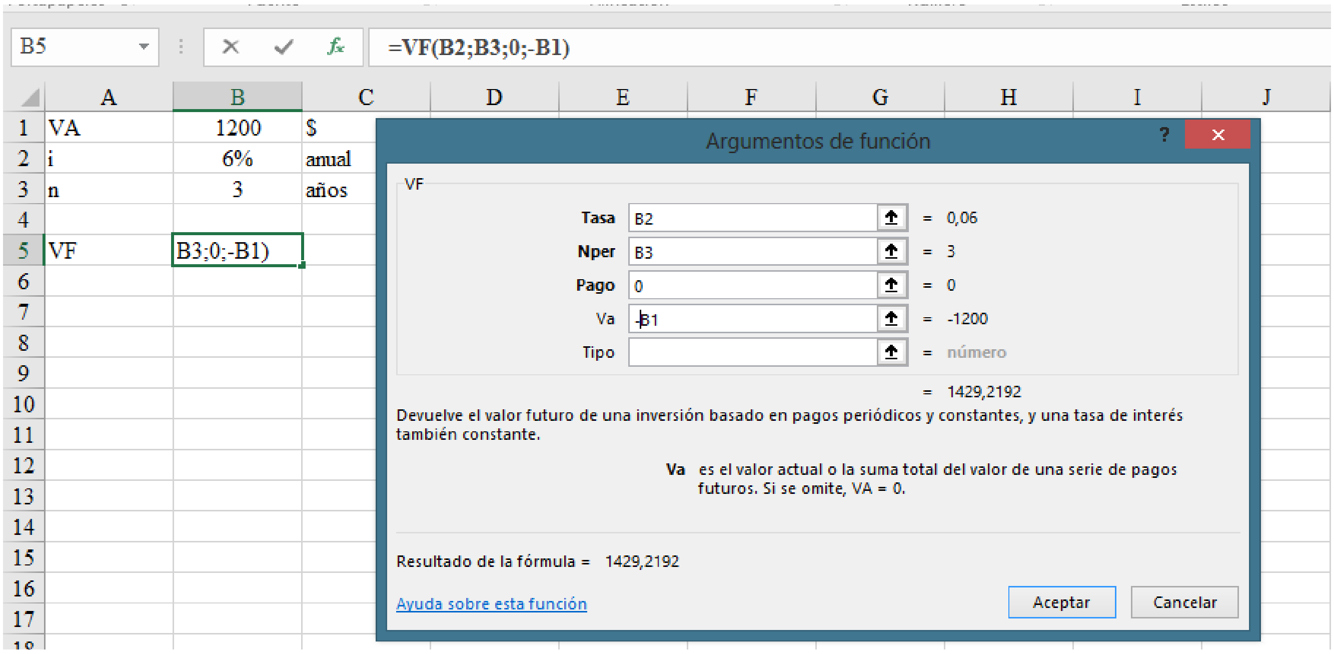


Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

Clic en fx para insertar función. En la ventana de Insertar función, en seleccionar una categoría, escoja Financiera.



En Seleccionar una función, escoja VF. En la venta Argumentos de función, digite los datos Tasa (6%), Nper (3), Pago (0), Va (-1200), en Tipo (se deja vacío).



Clic en Aceptar

B5	=VF(B2;B3;0;-B1)				
	A	B	C	D	E
1	VA	1200	$		
2	i	6%	anual		
3	n	3	años		
4					
5	VF	$ 1.429,22			

Nota: En Excel, el periodo de capitalización (n) debe estar estar expresado en la misma unidad de tiempo de la tasa de interés (i). El valor actual (VA) se ingresa con signo negativo.

2) Calcule el monto final de una inversión de $15000 al 18%, capitalizable mensualmente. Durante un período de 6 meses

Solución:

Datos:

$$VA = \$15000;\ i = 18\%\ mensual; k = 12; n = 6\ meses = \frac{6}{12}\ años$$

Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\ 15000 \cdot \left(1 + \frac{18}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot \frac{6}{12}} = \$\ 16401,65$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	15000	$
2	i	18%	mensual
3	n	6	meses
4			
5	VF	$ 16.401,65	=VF(B2/12;B3;0;-B1)

3) Calcule el monto final de una inversión de $75000 al 8%, capitalizable semianualmente. Durante un período de 12 años

Solución:

Datos:

$VA = \$\,75000; i = 8\%\ semianualmente; k = 2;\ n = 12\ años$

Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\,75000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 12} = \$\,192247{,}81$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	75000	$
2	i	8%	semianualmente
3	n	12	años
4			
5	VF	$ 192.247,81	=VF(B2/2;B3*2;0;-B1)

4) Calcule el monto final de una inversión de $35000 al 8%, capitalizable trimestralmente. Durante un período de 10 años

Solución:

Datos:

$VA = \$\,35000; i = 8\%\ trimestralmente; k = 4;\ n = 10\ años$

Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\,35000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100 \cdot 4}\right)^{4 \cdot 10} = \$\,77281{,}39$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	35000	$
2	i	8%	trimestralmente
3	n	10	años
4			
5	VF	$ 77.281,39	=VF(B2/4;B3*4;0;-B1)

5) ¿Cuánto dinero se obtiene en 3 meses si se deposita en una entidad financiera la cantidad de $ 6000 a un 10% anual?

Solución:

Datos:

$$VA = \$\,6000; i = 10\%\,anual; k = 1;\; n = 3\,meses = \frac{3}{12}\,años$$

Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\,6000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100 \cdot 1}\right)^{1 \cdot \frac{3}{12}} = \$\,6144{,}68$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	6000	$
2	i	10%	anual
3	n	3	meses
4			
5	VF	$ 6.144,68	=VF(B2;B3/12;0;-B1)

6) Se deposita $10000 en una entidad financiera que paga un 10% de interés compuesto con capitalización semestral. Calcular el capital final que se obtiene si el dinero permaneció 3 años en la entidad.

Solución:

Datos:

$VA = \$\,10000; i = 10\%\, semestral; k = 2;\ n = 3\ años$

Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\,10000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 3} = \$\,13400{,}96$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	10000	$
2	i	10%	semestral
3	n	3	años
4			
5	VF	$ 13.400,96	=VF(B2/2;B3*2;0;-B1)

7) ¿Cuánto dinero se obtiene en un semestre si se deposita en una entidad financiera la cantidad de $ 6000 a un 2% mensual?

Solución:

Datos:

$VA = \$\,6000; i = 2\%\, mensual; k = 12;\ n = 1\ semestre = \frac{1}{2}\ años$

Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\,6000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot \frac{1}{2}} = \$\,6060{,}25$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	6000	$
2	i	2%	mensual
3	n	1	semestre
4			
5	VF	$ 6.060,25	=VF(B2/12;B3*6;0;-B1)

8) Se deposita $20000 en una entidad financiera que paga un 10% de interés compuesto con capitalización anual. Calcular el capital final que se obtiene si el dinero permaneció 250 días en la entidad.

Solución:

Datos:

$$VA = \$\,20000; i = 10\%\,anual; k = 1;\ n = 250\ días = \frac{250}{360}\ años$$

Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\,20000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100 \cdot 1}\right)^{1 \cdot \frac{250}{360}} = \$\,21368{,}54$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	20000	$
2	i	10%	anual
3	n	250	dias
4			
5	VF	$ 21.368,54	=VF(B2;B3/360;0;-B1)

9) ¿Cuánto dinero se obtiene en 50 días si se deposita en una entidad financiera la cantidad de $ 10000 a un 1,5% mensual?

Solución:

Datos:

$$VA = \$\,10000; i = 1{,}5\%\,mensual; k = 12;\ n = 50\ días = \frac{50}{360}\ años$$

Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\ 10000 \cdot \left(1 + \frac{1,5}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot \frac{50}{360}} = \$\ 10020,84$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	10000	$
2	i	1,5%	mensual
3	n	50	dias
4			
5	VF	$ 10.020,84	=VF(B2/12;B3/30;0;-B1)

10) Se desea disponer de $ 20000 dentro de 3 años. ¿Cuánto se debe invertir hoy para cumplir el objetivo, si la tasa de interés que le reconoce la entidad financiera es del 10% anual?

Solución:

Datos:

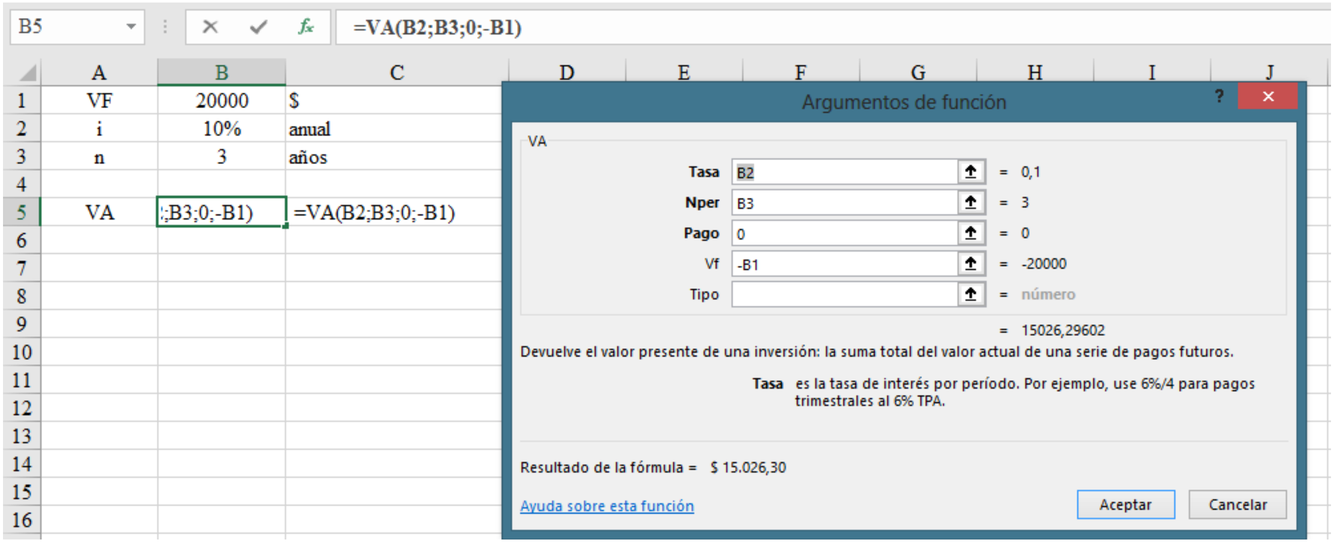
$VF = \$\ 20000; i = 10\%\ anual; k = 1;\ n = 3\ años$

Despejando de la fórmula de VF, remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} \Rightarrow VA = \frac{VF}{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn}} = \frac{\$\ 20000}{\left(1 + \frac{10}{100 \cdot 1}\right)^{1 \cdot 3}} = \$\ 15026,30$$

Empleando Excel

Repite los pasos para el cálculo de VF. En Seleccionar una función, escoja VA. En la venta Argumentos de función, digite los datos Tasa (10%), Nper (3), Pago (0), Vf (-20000), en Tipo (se deja vacío).



Clic en Aceptar

	A	B	C
1	VF	20000	$
2	i	10%	anual
3	n	3	años
4			
5	VA	$ 15.026,30	=VA(B2;B3;0;-B1)

11) Se desea disponer de $ 30000 dentro de 5 años. ¿Cuánto se debe invertir hoy para cumplir el objetivo, si la tasa de interés que le reconoce la entidad financiera es del 2% mensual?

Solución:

Datos:

$VF = \$\, 30000; i = 2\%\, mensual; k = 12;\ n = 5\ años$

Despejando de la fórmula de VF, remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} \Rightarrow VA = \frac{VF}{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn}} = \frac{\$\,30000}{\left(1 + \frac{2}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot 5}} = \$\,27147{,}38$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VF	30000	$
2	i	2%	mensual
3	n	5	años
4			
5	VA	$ 27.147,38	=VA(B2/12;B3*12;0;-B1)

11) Se desea disponer de $ 1000 dentro de 50 días. ¿Cuánto se debe invertir hoy para cumplir el objetivo, si la tasa de interés que le reconoce la entidad financiera es del 5% mensual?

Solución:

Datos:

$$VF = \$\,1000; i = 5\%\ mensual; k = 12;\ n = 50\ días = \frac{50}{360} años$$

Despejando de la fórmula de VF, remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} \Rightarrow VA = \frac{VF}{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn}} = \frac{\$\,1000}{\left(1 + \frac{5}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot \frac{50}{360}}} = \$\,993{,}09$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VF	1000	$
2	i	5%	mensual
3	n	50	dias
4			
5	VA	$ 993,09	=VA(B2/12;B3/30;0;-B1)

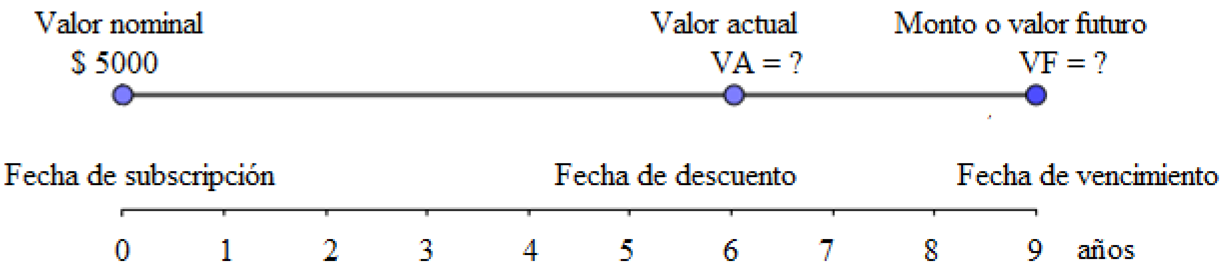
12) Calcular el valor actual de un documento cuyo valor nominal es $ 5000 a 9 años de plazo con 10% de interés anual capitalizable semestralmente desde su suscripción, si se vende 3 años antes de la fecha de vencimiento, considerando una tasa de 13% anual capitalizable semestralmente. Calcular también el descuento compuesto.

Solución:

Datos:

$VA = \$\,5000; i = 10\%\ semestral; k = 2;\ n = 9\ años$

Elaborando una gráfica de tiempo y valores



Remplazando valores y realizando los cálculos

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} = \$\,5000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 9} = \$\,12033{,}096$$

Para el cálculo del valor actual se tiene

$VF = \$\,12033{,}096; i = 13\%\ semestral; k = 2;\ n = 3\ años$

Despejando de la fórmula de VF, remplazando valores y realizando los cálculos del valor actual

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} \Rightarrow VA = \frac{VF}{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn}} = \frac{\$\,12033{,}096}{\left(1 + \frac{13}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 3}} = \$\,8246{,}69$$

Calculando el descuento compuesto

$$Dc = VF - VA \Rightarrow \$\,12033{,}096 - \$\,8246{,}69 = \$\,3786{,}406$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	5000	$
2	i	10%	semestral
3	n	9	años
4			
5	VF	$ 12.033,096	=VF(B2/2;B3*2;0;-B1)
6			
7	i	13%	semestral
8	n	3	años
9	VA	$ 8.246,69	=VA(B7/2;B8*2;0;-B5)
10			
11	Dc	$ 3.786,405	=B5-B9

13) Una persona depositó $ 75000 en un banco que paga al 8%. ¿Cuántos años deberán transcurrir para poder acumular un monto de $ 192247,81 si se capitaliza semianualmente?

Solución:

Datos:

$VF = \$\,19224781; VA = \$\,75000; i = 8\%\ semianualmente; k = 2$

Reemplazando valores

$$VF = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn} \Rightarrow 192247{,}81 = 75000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100 \cdot 2}\right)^{2n}$$

Transponiendo 75000

$$\left(1 + \frac{8}{100 \cdot 2}\right)^{2n} = \frac{192247{,}81}{75000}$$

Aplicando logaritmos

$$log\left(1 + \frac{8}{100 \cdot 2}\right)^{2n} = log\frac{192247{,}81}{75000} \Rightarrow 2n \cdot log\left(1 + \frac{8}{100 \cdot 2}\right) = log\frac{192247{,}81}{75000}$$

Despejando n y realizando los cálculos respectivos

$$n = \frac{log\frac{192247{,}81}{75000}}{2 \cdot log\left(1 + \frac{8}{100 \cdot 2}\right)} = 12\ años$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VF	192247,81	
2	VA	75000	
3	i	8	%
4	k	2	
5	$n = \dfrac{log\frac{VF}{VA}}{log\left(1+\frac{i}{100\cdot k}\right)^{k}}$	12	=(LOG10(B1/B2))/(LOG10((1+B3/(100*B4))^B4))
6			
7			

2.2) ECUACIONES DE VALOR

A igual que las ecuaciones de valor en el interés simple, son aquellas en las cuales se remplazan un conjunto de obligaciones, con diferentes fechas de vencimiento, por uno o varios valores con otra(s) fecha(s) de referencia, previo acuerdo entre el acreedor y el deudor. Se emplean para consolidar o remplazar dos o más deudas por una sola.

Ejemplos ilustrativos

1) Una empresa tiene las siguientes obligaciones:

$ 9000 a 12 meses de plazo

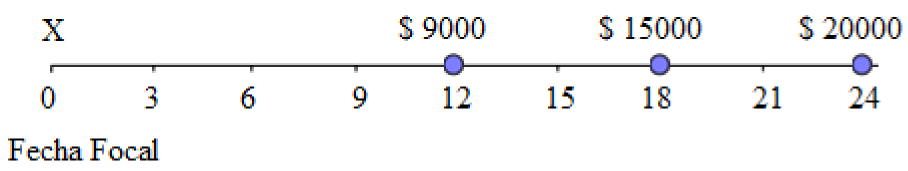
$ 15000 a 18 meses de plazo

$ 20000 a 24 meses de plazo

Si la empresa desea remplazar sus deudas con un solo pago el día de hoy, ¿cuál será el valor de ese pago considerando una tasa de interés de 15% capitalizable semestralmente?

Solución:

Elaborando una gráfica de tiempo y valores



Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Datos:

$n_1 = 12\ meses = 1\ \text{año};\ n_2 = 18\ meses = 1{,}5\ \text{años}\ ;\ n_3 = 24\ meses = 2\ \text{años}$

$i = 15\%\ semestral; k = 2$

Todas deudas se pagan por anticipado, por lo tanto, se calculan como valor actual, entonces

$$X = VA_1 + VA_2 + VA_3 = \frac{VF_1}{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn_1}} + \frac{VF_2}{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn_2}} + \frac{VF_3}{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn_3}}$$

$$X = \frac{\$\,9000}{\left(1 + \frac{15}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 1}} + \frac{\$\,15000}{\left(1 + \frac{15}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 1{,}5}} + \frac{\$\,20000}{\left(1 + \frac{15}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 2}}$$

$X = \$\,7787{,}99 + \$\,12074{,}41 + \$\,14976{,}01 = \$\,34838{,}41$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VF	9000	$
2	i	15%	semestral
3	n	1	años
4			
5	VA	$ 7.787,99	=VA(B2/2;B3*2;0;-B1)
6			
7	VF	15000	$
8	i	15%	semestral
9	n	1,5	años
10			
11	VA	$ 12.074,41	=VA(B8/2;B9*2;0;-B7)
12			
13	VF	20000	$
14	i	15%	semestral
15	n	2	años
16			
17	VA	$ 14.976,01	=VA(B14/2;B15*2;0;-B13)
18			
19	X	$ 34.838,41	=B5+B11+B17

2) Una empresa tiene las siguientes obligaciones:

$ 9000 a 12 meses de plazo

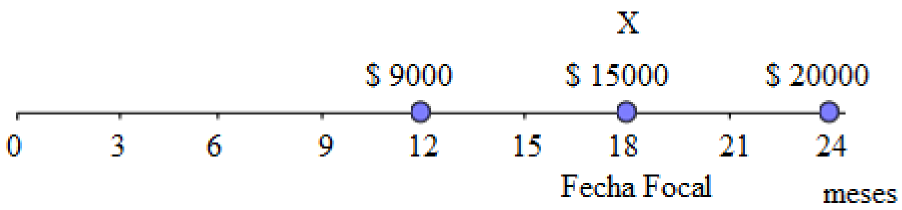
$ 15000 a 18 meses de plazo

$ 20000 a 24 meses de plazo

Si la empresa desea remplazar sus deudas con un solo pago a los 18 meses, ¿cuál será el valor de ese pago considerando una tasa de interés de 15% capitalizable semestralmente?

Solución:

Elaborando una gráfica de tiempo y valores



Datos:

$$n_1 = 18\,meses - 12\,meses = 6\,meses = \frac{6}{12}años = 0{,}5\,años$$

$$n_2 = 18\,meses - 18\,meses = 0\,meses$$

$$n_3 = 24\,meses - 18\,meses = 6\,meses = \frac{6}{12}años = 0{,}5\,años$$

$$i = 15\%\,semestral; k = 2$$

La primera deuda a los 12 meses ya ha vencido, por lo tanto, se calculan como valor futuro.

La segunda deuda a los 18 meses como coincide con la fecha focal, por lo tanto, se mantiene

La última deuda a los 24 meses se paga por anticipado, por lo tanto, se calculan como valor actual

Por lo tanto

$$X = VF + \$\,15000 + VA = VA \cdot \left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn_1} + \$\,15000 + \frac{VF}{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{kn_3}}$$

$$X = \$\,9000 \cdot \left(1 + \frac{15}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 0{,}5} + \$\,15000 + \frac{\$\,20000}{\left(1 + \frac{15}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 0{,}5}}$$

$$X = \$\,9675 + \$\,15000 + 18604{,}65 = \$43279{,}65$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	VA	9000	$
2	i	15%	semestralmente
3	n	0,5	años
4			
5	VF	$ 9.675	=VF(B2/2;B3*2;0;-B1)
6			
7		15000	$
8			
9	VF	20000	$
10	i	15%	semestral
11	n	0,5	años
12			
13	VA	$ 18.604,65	=VA(B10/2;B11*2;0;-B9)
14			
15	X	$ 43.279,65	=B5+B7+B13

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

Realice en forma manual y empleando Excel:

1) Calcule el monto final o valor futuro de una inversión de $ 1500 al 5% anual, capitalizable anualmente. Durante un período de 5 años.

$ 1914,42

2) Calcule el monto final o valor futuro de una inversión de $ 5000 al 3% anual, capitalizable anualmente. Durante un período de 3 años.

$ 5463,64

3) Calcule el monto final de una inversión de $ 5000 al 15%, capitalizable mensualmente. Durante un período de 5 meses.

$ 5320,41

4) Calcule el monto final de una inversión de $ 20000 al 5%, capitalizable semianualmente. Durante un período de 10 años.

$ 32772,33

5) Calcule el monto final de una inversión de $ 15000 al 8%, capitalizable trimestralmente. Durante un período de 5 años.

$ 22289,21

6) ¿Cuánto dinero se obtiene en 8 meses si se deposita en una entidad financiera la cantidad de $ 8000 a un 8% anual?

$ 8421,17

7) Se deposita $10000 en una entidad financiera que paga un 8% de interés compuesto con capitalización semestral. Calcular el capital final que se obtiene si el dinero permaneció 3 años en la entidad.

$ 12653,19

8) Se deposita $10000 en una entidad financiera que paga un 10% de interés compuesto con capitalización anual. Calcular el capital final que se obtiene si el dinero permaneció 200 días en la entidad.

$ 10543,77

9) Se desea disponer de $ 5000 dentro de 4 años. ¿Cuánto se debe invertir hoy para cumplir el objetivo, si la tasa de interés que le reconoce la entidad financiera es del 3% mensual?

$ 4435,27

10) Se desea disponer de $ 2000 dentro de 70 días. ¿Cuánto se debe invertir hoy para cumplir el objetivo, si la tasa de interés que le reconoce la entidad financiera es del 8% mensual?

$ 1969,23

11) Calcule el valor actual de un documento cuyo valor nominal es $ 10000 a 10 años de plazo con 8% de interés anual capitalizable semestralmente desde su suscripción, si se vende 2 años antes de la fecha de vencimiento, considerando una tasa de 10% anual capitalizable semestralmente. Realice una gráfica de tiempo y valores. Calcule el descuento compuesto.

$ 18026,42 ; $ 3884,807

12) Calcule el valor actual de un documento cuyo valor nominal es $ 15000 a 10 años de plazo con 10% de interés anual capitalizable semestralmente desde su suscripción, si se vende 3 años antes de la fecha de vencimiento, considerando una tasa de 8% anual capitalizable semestralmente. Realice una gráfica de tiempo y valores. Calcule el descuento compuesto.

$ 31454,10 ; $ 8345,370

13) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

14) Una persona depositó $35000 en un banco que paga al 8%. ¿Cuántos años deberán transcurrir para poder acumular un monto de $ 170639, si se capitaliza trimestralmente?

20 años

15) Una persona depositó $35000 en un banco que paga al 8%. ¿Cuántos años deberán transcurrir para poder acumular un monto de $ 376782, si se capitaliza trimestralmente?

30 años

16) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

17) Una empresa tiene las siguientes obligaciones

$ 10000 a 12 meses de plazo

$ 12000 a 18 meses de plazo

$ 15000 a 24 meses de plazo

Si la empresa desea remplazar sus deudas con un solo pago el día de hoy, ¿cuál será el valor de ese pago considerando una tasa de interés de 10% capitalizable semestralmente?

$ 31776,88

18) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

19) Una empresa tiene las siguientes obligaciones

$ 10000 a 12 meses de plazo

$ 20000 a 18 meses de plazo

$ 30000 a 24 meses de plazo

Si la empresa desea remplazar sus deudas con un solo pago a los 18 meses, ¿cuál será el valor de ese pago considerando una tasa de interés de 10% capitalizable semestralmente?

$ 59071,43

20) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

CAPÍTULO III

ANUALIDADES O RENTAS

Las anualidades o rentas constituyen una sucesión de pagos periódicos generalmente iguales que se realizan a intervalos de tiempo iguales y con interés compuesto.

3.1) CONCEPTOS BÁSICOS

A) RENTA. - Es el valor del pago periódico o depósito periódico, se expresa con R.

B) PERIODO O INTERVALO DE PAGO O PERIODO DE LA ANUALIDAD. - Es el tiempo que se fija entre dos pagos sucesivos; puede ser diario, semanal, quincenal, mensual, bimestral, trimestral, anual, etc. El valor equivalente a las rentas al inicio del plazo se conoce como capital o valor presente (VP). Su valor al final del plazo es el valor futuro o monto de la anualidad (VF)

C) TIEMPO O PLAZO DE UNA ANUALIDAD. - Es el intervalo de tiempo que trascurre entre el comienzo, del primer periodo de pago y el final del último.

D) TASA DE UNA ANUALIDAD. - Es el tipo de interés que se fija para el pago de las rentas o anualidades.

E) RENTA ANUAL. - Es la suma de los pagos o depósitos efectuados en un año.

F) CLASIFICACIÓN DE LAS ANUALIDADES

1) Según el tiempo

Anualidades ciertas. - Aquellas en las que su fechas inicial y terminal se conocen por estar establecidas en forma concreta. Ejemplo: cuotas de préstamos hipotecarios o quirografarios.

Anualidades eventuales o contingentes. - Aquellas en las que el comienzo y el finde la serie de pagos son imprevistos y dependen de algún acontecimiento externo. Ejemplo: los seguros de vida.

2) Según la forma de pago

Anualidades ordinarias o vencidas. - Aquellas en las que el depósito, pago o renta y la liquidación de intereses se realiza al final de cada periodo. Ejemplo: cuotas mensuales por deudas a plazo.

Anualidades anticipadas. - Son aquellas en las que el depósito, el pago y la liquidación de los intereses se hace al principio de cada periodo. Ejemplo: pago de cuota por adelantado

3) De acuerdo con la primera cuota

Anualidad inmediata. - Cuando los pagos se hacen desde el primer periodo. Ejemplo: compra de un departamento donde se paga desde el primer día de la compra.

Anualidades diferidas.- Cuando el primer pago no se realiza el primer periodo, el plazo de pago comienza después de trascurrido determinado intervalo del tiempo establecido. Ejemplo: préstamos con periodos de gracia

4) Según los intervalos de pago

Anualidad simple.- Cuando los pagos se realizan en las mismas fechas en que se capitalizan los intereses y coinciden las frecuencias de pagos y de conversión de intereses. Por ejmplo: los depósitos mensuales a una cuanta bancaria que rinde el 10% de interés anual compuesto por meses.

Anualidad general.- Cuando los periodos de capitalización de intereses son diferentes a los intevalos de pago. Ejemplo: Renta mensual con intereses capitalizables por trimestre

Otro tipo de anualidades es la **perpetuidad o anualidad perpetua**, la cual se caracteriza porque los pagos se realizan por tiempo ilimitado. Ejemplo: la beca mensual determinada por los intereses que genera un capital donado por personas o instituciones filantrópicas.

3.2) MONTO DE UNA ANUALIDAD ANTICIPADA

A cada renta se le agregan los intereses que dependen del número de periodos que haya entre la renta y el final del plazo. El monto acumulado de nk rentas anticipadas en las anualidades simples y ciertas es

$$S = R\left(1+\frac{i}{100k}\right)\left(\frac{\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{nk}-1}{\frac{i}{100k}}\right)$$

Donde:

$S =$ Monto o valor futuro

$R =$ pago periódico = renta

$n =$ plazo en años

$i =$ tasa de interés anual capitalizable en k periodos por año

Ejemplos ilustrativos

1) Calcular el monto o valor futuro que se acumula en 3 años, si se depositan \$ 1200 al inicio de cada mes en una entidad financiera que abona una tasa del 2% anual capitalizable por meses. También calcular el interés

Solución:

Datos:

$R = \$\ 1200, n = 3\ años, i = 2\%\ capitalizable\ mensual, k = 12$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos para el monto

$$S = R\left(1+\frac{i}{100k}\right)\left(\frac{\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{nk}-1}{\frac{i}{100k}}\right) = \$\ 1200\left(1+\frac{2}{100\cdot 12}\right)\left(\frac{\left(1+\frac{2}{100\cdot 12}\right)^{3\cdot 12}-1}{\frac{2}{100\cdot 12}}\right)$$

$S = \$\ 44558{,}27$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos para el interés

$I = S - C = S - kR = \$\ 44558{,}27 - 12\cdot \$\ 1200 = \$\ 30158{,}27$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	R	1200	$					
2	i	2	%	capitalizable mensualmente				
3	k	12						
4	n	3	años					
5								
6	S	44558,27	$	=B1*(1+B2/(100*B3))*(((1+B2/(100*B3))^(B4*B3)-1)/(B2/(100*B3)))				
7								
8	I	30158,27	$	=B6-B3*B1				

2) Una persona deposita al principio de cada trimestre $ 5000 a una tasa de interés de 10% anual capitalizable trimestralmente. Calcule el monto que la persona acumula en 5 años y el interés.

Solución:

Datos:

$R = \$\,5000, n = 5\ años, i = 10\%\ capitalizable\ trimestralmente, k = 4$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos para el monto

$$S = R\left(1+\frac{i}{100k}\right)\left(\frac{\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{nk}-1}{\frac{i}{100k}}\right) = \$\,5000\left(1+\frac{10}{100\cdot 4}\right)\left(\frac{\left(1+\frac{10}{100\cdot 4}\right)^{5\cdot 4}-1}{\frac{12}{100\cdot 4}}\right)$$

$S = \$\,130916{,}37$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos para el interés

$$I = S - C = S - kR = \$\ 130916{,}37 - 4\cdot\$\,5000 = \$\,110936{,}37$$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	R	5000	$					
2	i	10	%	capitalizable trimestralmente				
3	k	4						
4	n	5	años					
5								
6	S	130916,37	$	=B1*(1+B2/(100*B3))*(((1+B2/(100*B3))^(B4*B3)-1)/(B2/(100*B3)))				
7								
8	I	110916,37	$	=B6-B3*B1				

3) ¿En cuánto tiempo se acumulan $ 116486 en una cuenta bancaria que paga intereses del 7,2% anual capitalizable por meses, si se depositan $ 4500 al inicia de cada mes?

Solución:

Datos:

$S = 116486;\ i = 7{,}2\%\ capitalizable\ mensual, k = 12\ ;\ R = \$\ 4500$

Remplzazando valores en la fórmula del monto

$$S = R\left(1 + \frac{i}{100k}\right)\left(\frac{\left(1 + \frac{i}{100k}\right)^{nk} - 1}{\frac{i}{100k}}\right)$$

$$116486 = 4500\left(1 + \frac{7{,}2}{100 \cdot 12}\right)\left(\frac{\left(1 + \frac{7{,}2}{100 \cdot 12}\right)^{n \cdot 12} - 1}{\frac{7{,}2}{100 \cdot 12}}\right)$$

Transponiendo términos

$$\frac{116486}{4500\left(1 + \frac{2}{100 \cdot 12}\right)} \cdot \frac{7{,}2}{100 \cdot 12} + 1 = \left(1 + \frac{7{,}2}{100 \cdot 12}\right)^{12n}$$

Aplicando logaritmos

$$log\left(\frac{116486}{4500\left(1+\frac{2}{100\cdot 12}\right)}\cdot\frac{7,2}{100\cdot 12}+1\right)=log\left(1+\frac{7,2}{100\cdot 12}\right)^{12n}$$

$$log\left(\frac{116486}{4500\left(1+\frac{7,2}{100\cdot 12}\right)}\cdot\frac{7,2}{100\cdot 12}+1\right)=n\cdot log\left(1+\frac{7,2}{100\cdot 12}\right)^{12}$$

Despejando n y realizando las operaciones

$$n=\frac{log\left(\frac{116486}{4500\left(1+\frac{7,2}{100\cdot 12}\right)}\cdot\frac{7,2}{100\cdot 12}+1\right)}{log\left(1+\frac{7,2}{100\cdot 12}\right)^{12}}=2\ años$$

Por lo tanto, se necesitan 2 años

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	R	4500	$						
2	i	7,2	mensualmente						
3	k	12							
4	S	116486	$						
5									
6									
7									
8	$n=\frac{log\left(\frac{S\cdot i}{R\left(1+\frac{i}{100k}\right)\cdot 100k}+1\right)}{log\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{k}}$	2	años	=LOG10((B6*B2)/((B1*(1+B2/(100*B3)))*100*B3)+1)/LOG10((1+B2/(100*B3))^B3)					
9									
10									

3.3) VALOR ACTUAL DE UNA ANUALIDAD ANTICIPADA

Se calcula en forma similar al monto, pero se toma como fecha focal el inicio de la anualidad

$$VA = R\left(1 + \frac{1-\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{-nk+1}}{\frac{i}{100k}}\right)$$

Ejemplos ilustrativos

1) Una persona realiza pagos al principio de cada mes por un valor de $ 500 a una tasa de interés de 8% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto habrá pagado de capital en 5 años?

Solución:

Datos:

$R = \$\,500, n = 5\ años, i = 8\%\ capitalizable\ mensual, k = 12$

Remplazando valores y realizando las operaciones respectivas

$$VA = R\left(1 + \frac{1-\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{-nk+1}}{\frac{i}{100k}}\right) = \$500\left(1 + \frac{1-\left(1+\frac{8}{100\cdot 12}\right)^{-5\cdot 12+1}}{\frac{8}{100\cdot 12}}\right) = \$\,24823{,}61$$

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	R	500	$				
2	i	8	%	mensualmente			
3	k	12					
4	n	5	años				
5							
6	VA	24823,61	$	=B1*(1+(1-(1+B2/(100*B3))^(-B4*B3+1))/(B2/(100*B3)))			

3.4) ANUALIDAD Y PERPETUIDAD

Una perpetuidad es, se dijo, una anualidad donde la renta se mantiene fija, o variable, pero por tiempo ilimitado, y esto crea la necesidad de que el capital que la produce nunca se agote, a diferencia de las otras anualidades donde el capital al final del plazo queda siempre en ceros.

$$R = Cin$$

Donde: R = pago periódico = renta ; n = plazo en años : i = tasa de interés

Ejemplo ilustrativo

¿Cuál es el capital que debe depositarse en un banco que bonifica el 2% nominal mensual para disponer de \$ 700 mensuales por tiempo ilimitado?

Solución:

Datos:

$$R = \$\,700\ i = 2\%\ mensual = \frac{2}{100}\ mensual; n = 1\ mes = \frac{1}{12}\,años$$

Despejando, remplazando valores y realizando las operaciones respectivas

$$R = Cin \Longrightarrow C = \frac{R}{in} \Longrightarrow C = \frac{\$\,700}{\frac{2}{100}\cdot\frac{1}{12}} = \$420000$$

Empleando Excel

	A	B	C
1	R	700	$
2	i	2	%
3		0,02	
4	n	1	mes
5		0,083	años
6			
7	C	420000	=B1/(B3*B5)

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

1) Realice un organizador gráfico de las anualidades.

Resuelva en forma manual y empleando Excel:

2) Calcular el monto o valor futuro que se acumula en 5 años, si se depositan $ 700 al inicio de cada mes en una entidad financiera que abona una tasa del 3% anual capitalizable por meses. También calcular el interés

$ 45365,83; $36965,83

3) Calcular el monto o valor futuro que se acumula en 3 años, si se depositan $ 300 al inicio de cada mes en una entidad financiera que abona una tasa del 2% anual capitalizable por meses. También calcular el interés

$ 11139,57; $7539,57

4) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

5) Una persona deposita al principio de cada trimestre $ 1000 a una tasa de interés de 5% anual capitalizable trimestralmente. Calcule el monto y el interés que la persona acumula en 3 años.

$ 13021,12; 9021,12

6) Una persona deposita al principio de cada trimestre $ 1200 a una tasa de interés de 3% anual capitalizable trimestralmente. Calcule el monto y el interés que la persona acumula en 3 años.

$ 15121,67; 10321,67

7) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

8) ¿En cuánto tiempo se acumulan $ 11140 en una cuenta bancaria que paga intereses del 2% anual capitalizable por meses, si se depositan $ 300 al inicia de cada mes.

3 años

9) ¿En cuánto tiempo se acumulan $ 25529 en una cuenta bancaria que paga intereses del 3% anual capitalizable por meses, si se depositan $ 500 al inicia de cada mes.

4 años

10) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

11) ¿En cuánto tiempo se acumulan $ 13020 en una cuenta bancaria que paga intereses del 5% anual capitalizable por trimestres, si se depositan $ 1000 al inicia de cada mes.

3 años

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

12) ¿En cuánto tiempo se acumulan $ 8661 en una cuenta bancaria que paga intereses del 3% anual capitalizable por trimestres, si se depositan $ 400 al inicia de cada mes.

5 años

13) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

14) Una persona realiza pagos al principio de cada mes por un valor de $ 300 a una tasa de interés de 5% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto habrá pagado de capital en 3 años?

$ 10051,42

15) Una persona realiza pagos al principio de cada mes por un valor de $ 500 a una tasa de interés de 8% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto habrá pagado de capital en 7 años?

$ 32293,49

16) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

17) Una persona realiza pagos al principio de cada trimestre por un valor de $ 1200 a una tasa de interés de 5% anual capitalizable trimestralmente. ¿Cuánto habrá pagado de capital en 3 años?

$ 13461,36

18) Una persona realiza pagos al principio de cada trimestre por un valor de $ 1500 a una tasa de interés de 8% anual capitalizable trimestralmente. ¿Cuánto habrá pagado de capital en 5 años?

$ 25017,69

19) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

20) ¿Cuál es el capital que debe depositarse en un banco que bonifica el 4% nominal mensual para disponer de $ 500 mensuales por tiempo ilimitado?

$ 150000

21) ¿Cuál es el capital que debe depositarse en un banco que bonifica el 8% nominal mensual para disponer de $ 1200 mensuales por tiempo ilimitado?

$ 180000

22) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

CAPÍTULO IV
AMORTIZACIÓN Y DEPRECIACIÓN

4.1) AMORTIZACIÓN

Es el proceso de cancelar una deuda y sus intereses por medio de pagos períodicos en intervalos de tiempos iguales.

El capital que se debe al hacer un pago cualquiera se conoce como capital vivo de la deuda, deuda viva o más conmúnmente como **saldo insoluto**. Se trata de un saldo no saldado

La diferencia entre la deuda original y el saldo insoluto corresponde a los derechos adquiridos por el deudor, siendo la parte o porción del bien que se está amortizando y que ya es propiedad del deudor.

A) CÁLCULO DE LA RENTA O CUOTA

En la amortización cada renta o pago sirve para cubrir los intereses y reducir el capital, es decir, cada pago está compuesto por capital e intereses. La composición del pago o renta, aunque es constante en su cantidad, varía en función del número de periodos de pago, ya que, mientras aumenta el número, disminuye el interés y se incrementa el capital por cuota.

Cada abono, pago o renta que se hace para cancear la deuda se divide en dos partes, la primera para cubrir los intereses que se generan en el periodo y la segunda llamada amortización es la que se abona al capital que se adeuda, haciendo que disminuya con cada pago.

Se emplea la siguiente fórmula

$$R = \frac{VA}{\dfrac{1-\left(1+\dfrac{i}{100k}\right)^{-nk}}{\dfrac{i}{100k}}}$$

Donde:

$R =$ Renta = pago periódico

$VA =$ Valor actual

$n =$ plazo en años

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

i = tasa de interés anual capitalizable en k periodos por año

Ejemplo ilustrativo

Una persona consigue un préstamo de \$ 10000 con intereses del 12% anual capitalizable semestralmente, el cual será amortizado mediante pagos iguales, cada semestre, durante 3 años. Calcular el valor del pago semestral.

Solución:

Datos:

$VA = \$\,10000;\ i = 12\%\ semestralmente; k = 2;\ n = 3\ años$

Remplazando valores

$$R = \frac{VA}{\frac{1-\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{-nk}}{\frac{i}{100k}}} = \frac{\$\,10000}{\frac{1-\left(1+\frac{12}{100\cdot 2}\right)^{-3\cdot 2}}{\frac{12}{100\cdot 2}}} = \$\,2033{,}626$$

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F
1	VA	10000				
2	i	12	semestralmente			
3	k	2				
4	n	3	años			
5						
6	R	2033,626	=B1/((1-(1+B2/(100*B3))^(-B4*B3))/(B2/(100*B3)))			

El valor de la cuota semestral será \$ 2033,626. En esta cuota están incluidos el interés y el capital. El capital se utiliza para reducir la deuda. Con el transcurso del tiempo y número de cuotas pagadas, disminuye el interés y aumenta el capital por cada cuota.

B) SALDO INSOLUTO Y TABLA DE AMORTIZACIÓN

El saldo insoluto es la parte de la deuda no cubierta en una fecha dada. El saldo insoluto es el valor presente de todos los pagos que áun falta por hacerse después de que se ha efectuado un pago.

Periodo	Saldo insoluto al principio del periodo	Interés vencido al final del periodo	Renta o Cuota	Capital pagado por cuota al final del periodo (Amortización)
1	10000	600,000	2033,626	1433,626
2	8566,374	513,982	2033,626	1519,644
3	7046,730	422,804	2033,626	1610,822
4	5435,907	326,154	2033,626	1707,472
5	3728,436	223,706	2033,626	1809,920
6	1918,515	115,111	2033,626	1918,515
Total		**2201,758**	**12201,758**	**10000**

Forma de elaborar la tabla de amortización:

El interés vencido al final del primer periodo es

$$I = Cit = C\frac{i}{100k}t = \$10000 \cdot \frac{12}{100 \cdot 2} \cdot 1 = \$\,600$$

El capital pagado al final del primer periodo es

$$Cuota - interés = \$2033{,}626 - \$600 = \$1433{,}626$$

El saldo insoluto para el segundo periodo es

$$Capital\ al\ principio\ del\ primer\ periodo - capital\ pagado\ al\ final\ del\ primer\ periodo$$

$$\$\,10000 - \$1433{,}626 = \$\,8566{,}374$$

El interés vencido al final del segundo periodo es

$$I = Cit = C\frac{i}{100k}t = \$\,8566{,}37 \cdot \frac{12}{100 \cdot 2} \cdot 1 = \$\,513{,}982$$

El capital pagado al final del segundo periodo es

$Cuota - interés = \$2033{,}626 - \$513{,}982 = \$1519{,}644$

Así sucesivamente hasta el último periodo. Los interes se calculan sobre los saldos deudores.

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1					TABLA DE AMORTIZACIÓN				
2	Periodo	Saldo insoluto al principio del periodo		Interés vencido al final del periodo		Renta o Cuota		Capital pagado por cuota al final del periodo (Amortización)	
3	1	10000	=B11	600,000	=B3*($B$12/(100*$B$13))*$B$15	2033,626	=$B$17	1433,626	=F3-D3
4	2	8566,374	=B3-H3	513,982	=B4*($B$12/(100*$B$13))*$B$15	2033,626	=$B$17	1519,644	=F4-D4
5	3	7046,730	=B4-H4	422,804	=B5*($B$12/(100*$B$13))*$B$15	2033,626	=$B$17	1610,822	=F5-D5
6	4	5435,907	=B5-H5	326,154	=B6*($B$12/(100*$B$13))*$B$15	2033,626	=$B$17	1707,472	=F6-D6
7	5	3728,436	=B6-H6	223,706	=B7*($B$12/(100*$B$13))*$B$15	2033,626	=$B$17	1809,920	=F7-D7
8	6	1918,515	=B7-H7	115,111	=B8*($B$12/(100*$B$13))*$B$15	2033,626	=$B$17	1918,515	=F8-D8
9	Total			2201,758		12201,758		10000,00	
10									
11	VA	10000	$						
12	i	12	semestral						
13	k	2							
14	n	3	años						
15	t	1							
16									
17	R	2033,626	=B12/((1-(1+B13/(100*B14))^(-B15*B14))/(B13/(100*B14)))						
18	I	600	=B12*(B13/(100*B14))*B16						

Como se puede observar en la tabla de amortización, con el transcurso del tiempo y número de cuotas pagadas, disminuye el interés y aumenta el capital pagado por cada cuota.

C) CÁLCULO DEL SALDO INSOLUTO

Se calcula empleando la fórmula del valor actual de una anualidad, misma que se obtiene al despejar de la fórmula de la renta.

$$R = \frac{VA}{\dfrac{1-\left(1+\dfrac{i}{100k}\right)^{-nk}}{\dfrac{i}{100k}}} \Rightarrow VA = R\left(\frac{1-\left(1+\dfrac{i}{100k}\right)^{-nk}}{\dfrac{i}{100k}}\right)$$

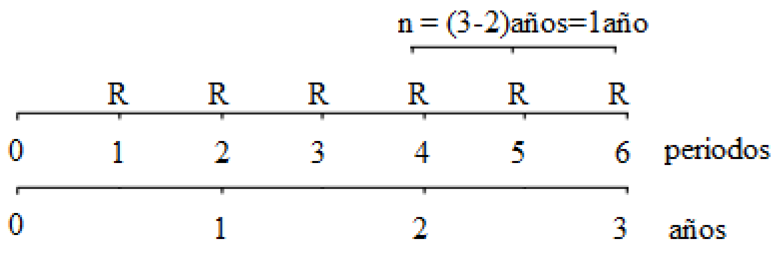
Ejemplo ilustrativo

Calular el valor insoluto al final de cuarto periodo empleando los datos del ejemplo ilustrativo del cálculo de la renta.

Solución:

Datos:

$R = \$\ 2033{,}626;\ i = 12\%\ semestralmente; k = 2$



El capital insoluto después del cuarto periodo de pago es el valor actual de los 2 periodos que faltan por cubrirse. Los 2 periodos que faltan por cubrirse representan $n = (3-2)años = 1\ año$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos

$$VA = R\left(\frac{1-\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{-nk}}{\frac{i}{100k}}\right) = \$\ 2033{,}626\left(\frac{1-\left(1+\frac{12}{100\cdot 2}\right)^{-1\cdot 2}}{\frac{12}{100\cdot 2}}\right) = \$\ 3728{,}4$$

Este valor se encuentra en la tabla de amortización como capital insoluto al final del cuarto periodo, lo que es igual, como capital insoluto al inicio del quinto periodo

D) CÁLCULO DE LA RENTA CUANDO NO COINCIDE EL PERIODO DE PAGO CON EL PERIODO DE CAPITALIZACIÓN

Es necesario transformar la tasa de interés o la capitalización de manera que coincidan tanto la capitalización como el periodo de pago.

Ejemplo ilustrativo

Una empresa obtiene un préstamo hipotecario de amortización gradual por un valor de $ 20000 a 5 años de plazo a una tasa de interés de 30% anual capitalizable semestralmente, que debe pagarse en cuotas trimestrales. Calcular el valor de la cuota trimestral

Solución:

Datos:

$VA = \$\,20000$

$i = 30\%\ capitalizable\ semestralmente; k = 2; n = 5$

$i = x\ capitalizable\ trimestralmente; k = 4; n = 5$

Primero de se debe calcular ¿ a qué tasa anual capitalizable trimestralmente es equivalente una tasa de 30% anual capitalizable semestralmente?. Para lo cual es emplea la siguiente fórmula de equivalencia

$$\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{kn}$$

Remplazando $i = 30\%\ capitalizable\ semestralmente; k = 2; n = 5$

$$\left(1+\frac{30}{100\cdot 2}\right)^{2\cdot 5}$$

Remplazando $i = x\ capitalizable\ trimestralmente; k = 4; n = 5$

$$\left(1+\frac{x}{100\cdot 4}\right)^{4\cdot 5}$$

Planteando la ecuación de equivalencia

$$\left(1+\frac{x}{100\cdot 4}\right)^{4\cdot 5} = \left(1+\frac{30}{100\cdot 2}\right)^{2\cdot 5}$$

Realizando las operaciones

$$\left(1+\frac{x}{100\cdot 4}\right)^{20} = \left(1+\frac{30}{100\cdot 2}\right)^{10}$$

Extrayendo la raíz número 20

$$\sqrt[20]{\left(1+\frac{x}{100\cdot 4}\right)^{20}} = \sqrt[20]{\left(1+\frac{30}{100\cdot 2}\right)^{10}}$$

$$1+\frac{x}{100\cdot 4}=\sqrt[2]{1+\frac{30}{100\cdot 2}}$$

Realizando las operaciones

$$1+\frac{x}{400}=\sqrt[2]{1+\frac{3}{20}} \Rightarrow 1+\frac{x}{400}=\sqrt[2]{\frac{20+3}{20}} \Rightarrow 1+\frac{x}{400}=\sqrt[2]{\frac{23}{20}} \Rightarrow \frac{x}{400}=\sqrt[2]{\frac{23}{20}}-1$$

$$x=400\left(\sqrt[2]{\frac{23}{20}}-1\right) \Rightarrow x = \ 28{,}9522\ \%\ capitalizable\ trimestralmente$$

Luego se calcula la recta

$$R=\frac{VA}{\frac{1-\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{-nk}}{\frac{i}{100k}}}=\frac{\$\ 20000}{\frac{1-\left(1+\frac{28{,}9522}{100\cdot 4}\right)^{-5\cdot 4}}{\frac{28{,}9522}{100\cdot 4}}}=\$\ 1922{,}93$$

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F
1	VA	20000	$			
2	i	28,9522	trimestralmente			
3	k	4				
4	n	5	años			
5						
6	R	1922,93	=B1/((1-(1+B2/(100*B3))^(-B4*B3))/(B2/(100*B3)))			

E) FONDOS DE AMORTIZACIÓN O DE VALOR FUTURO

Son una cantidad que se va acumulando mediante depósitos periódicos que devengan cierto interés, de modo que en un número determinado de periodos se obtenga un monto prefijado. Este sistema se utliza para reposición de activos fijos, crear fondos de reserva, pagar prestasiones futros, segros etc. Se emplea la siguiente fórmula

$$R=\frac{S}{\frac{\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{nk}-1}{\frac{i}{100k}}}$$

Donde:

R = pago periódico = renta

S = Monto o valor futuro

n = plazo en años

i = tasa de interés anual capitalizable en k periodos por año

Ejemplo ilustrativo

Una empresa desea acumular un capital de \$ 50000 en tres años mediante depósitos semestrales en una institución financiera que le reconoce una tasa de interés del 10% capitalizable semestralmente. Calcular la cuota semestral y elaborar la tabla de fondo de amortización

Solución:

Datos:

$S=\$\,50000;\ i=10\%\ capitalizable\ semestralmente; k=2; n=3$

Remplazando valores y realizando las operaciones respectivas

$$R=\frac{S}{\frac{\left(1+\frac{i}{100k}\right)^{nk}-1}{\frac{i}{100k}}}=\frac{\$\,50000}{\frac{\left(1+\frac{10}{100\cdot 2}\right)^{3\cdot 2}-1}{\frac{10}{100\cdot 2}}}=\$\,7350{,}873$$

La tabla de amortización empleando Excel es

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	TABLA DE AMORTIZACIÓN								
2	Periodo	Renta o depósito		Aumento de interés		Total añadido al fondo		Fondo acumulado	
3	1	7350,873	=B17			7350,873	=B17	7350,873	=B17
4	2	7350,873	=B17	367,544	=B17*(B12/(100*B13))	7718,417	=B4+D4	15069,290	=F4+B4
5	3	7350,873	=B17	753,465	=H4*(B12/(100*B13))	8104,338	=B5+D5	23173,628	=F5+H4
6	4	7350,873	=B17	1158,681	=H5*(B12/(100*B13))	8509,555	=B6+D6	31683,183	=F6+H5
7	5	7350,873	=B17	1584,159	=H6*(B12/(100*B13))	8935,033	=B7+D7	40618,216	=F7+H6
8	6	7350,873	=B17	2030,911	=H7*(B12/(100*B13))	9381,784	=B8+D8	50000,000	=F8+H7
9	Total	44105,240	=SUMA(B3:B8)	5894,760	=SUMA(D3:D8)	50000,000	=SUMA(F3:F8)		
10									
11	S	50000	$						
12	i	10	semestral						
13	k	2							
14	n	3	años						
15									
16	R	7350,873	=B11/((((1+B12/(100*B13))^(B14*B13))-1)/(B12/(100*B13)))						
17	I	367,54367	=B17*(B12/(100*B13))						

En el primer periodo solo se registra el valor de la renta

En el segundo periodo se consideran los intereses ganados en la primera renta

Se suman los interes más la renta y se obtiene el total añadido al fondo

El fondo acumulado al final del periodo se obtiene sumando el total añadido al fondo más el fondo acumulado del periodo anterior

Y así scesivamente hasta que el último depósito coincida con el monto inicial.

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

1) Realice un organizador gráfico de la amortización.

Resuelva en forma manual y empleando Excel:

2) Una persona consigue un préstamo de $ 5000 con intereses del 8% anual capitalizable semestralmente, el cual será amortizado mediante pagos iguales, cada semestre, durante 2 años. Calcule el valor del pago semestral y elabore la tabla de amortización.

$ 1377,45

3) Una persona consigue un préstamo de $ 10000 con intereses del 10% anual capitalizable semestralmente, el cual será amortizado mediante pagos iguales, cada semestre, durante 4 años. Calcule el valor del pago semestral y elabore la tabla de amortización.

$ 1547,22

4) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

5) Una empresa consigue un préstamo de $ 20000 con intereses del 8% anual capitalizable mensualmente, el cual será amortizado mediante pagos iguales, cada mes, durante 8 meses. Calcule el valor del pago mensual y elabore la tabla de amortización.

$ 2575,581

6) Una empresa consigue un préstamo de $ 30000 con intereses del 8% anual capitalizable mensualmente, el cual será amortizado mediante pagos iguales, cada mes, durante 8 meses. Calcule el valor del pago mensual y elabore la tabla de amortización.

$ 3863,372

7) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

8) Una persona consigue un préstamo de $ 20000 con intereses del 12% anual capitalizable semestralmente, el cual será amortizado mediante pagos iguales, cada semestre, durante 3,5 años. Calcule el valor del pago semestral y valor insoluto al final de quinto periodo.

$ 3582,70 ; $ 6568,50

9) Una persona consigue un préstamo de $ 30000 con intereses del 8% anual capitalizable semestralmente, el cual será amortizado mediante pagos iguales, cada semestre, durante 3,5 años. Calcule el valor del pago semestral y valor insoluto al final del tercer periodo.

$ 4998,29 ; $ 18143,26

10) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

11) Una empresa obtiene un préstamo hipotecario de amortización gradual por un valor de $ 30000 a 6 años de plazo a una tasa de interés de 12% anual capitalizable semestralmente, que debe pagarse en cuotas trimestrales. Calcular el valor de la cuota trimestral.

$ 1763,09

12) Una empresa obtiene un préstamo hipotecario de amortización gradual por un valor de $ 25000 a 5 años de plazo a una tasa de interés de 10% anual capitalizable semestralmente, que debe pagarse en cuotas trimestrales. Calcular el valor de la cuota trimestral.

$ 1599,06

13) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

14) Una empresa obtiene un préstamo hipotecario de amortización gradual por un valor de $ 25000 a 5 años de plazo a una tasa de interés de 10% anual capitalizable semestralmente, que debe pagarse en cuotas mensuales. Calcular el valor de la cuota mensual.

$ 528,69

15) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

16) Una empresa obtiene un préstamo hipotecario de amortización gradual por un valor de $ 25000 a 5 años de plazo a una tasa de interés de 10% anual capitalizable trimestralmente, que debe pagarse en cuotas mensuales. Calcular el valor de la cuota mensual.

$ 657,84

17) Una empresa desea acumular un capital de $ 60000 en tres años mediante depósitos semestrales en una institución financiera que le reconoce una tasa de interés del 12% capitalizable semestralmente. Calcular la cuota semestral y elaborar la tabla de fondo de amortización.

$ 8601,758

18) Una empresa desea acumular un capital de $ 80000 en tres años mediante depósitos semestrales en una institución financiera que le reconoce una tasa de interés del 10% capitalizable semestralmente. Calcular la cuota semestral y elaborar la tabla de fondo de amortización.

$ 11761,397

19) Cree y resuelva un problema similar al anterior.

20) Consulte en la biblioteca o en el interner un problema de aplicación de la amortización.

4.2) DEPRECIACIÓN

Es la pérdida del valor de los activos con el paso del tiempo desde el momento cuando son adquiridos o se ponen en servicio. Es decir, la pérdida de valor de un activo fijo y tangible a consecuencia de su insuficiencia, uso u obsolescencia se denomina depreciaión.

A) CONCEPTOS BÁSICOS

Vida útil.- La vita útil de un activo es el tiempo que existe entre su compra y su retiro. La vida útil se expresa con n y se mide en años, unidades de servicio o n´mero de piezas producidas.

Valor de rescate.- El valor de rescate de un activo es el que tendrá al final de su vida útil.

Precio original.- Es el valor de inicio para la depreciación.

Depreciación acumulada.- Se obtiene sumando la de un año cualquiera con la de los anteriores.

Valor contable o valor en libros.- Es el valor que tiene el activo al final de un año determinado luego de haberse hecho el cargo por depreciación.

Base de depreciación.- Es el capital total en que se deprecia un activo y es igual a la diferencia entre el precio original y el valor de rescate

B) MÉTODO DE LA LÍNEA RECTA

En el presente método, el cargo anual es el mismo para todos los años de la vida útil del activo, es decir, ofrece el mismo servicio durante cada uno de los periodos de operación.

La depreciación anual por el método de la línea recta se calcula empleando:

$$R = \frac{C - C_n}{n}$$

Donde:

C = precio original del activo

C_n = valor de rescate

n = vida útil del activo en años

Ejemplos ilustrativos

1) Una empresa compró una imprenta offset en \$ 30000. Se estima que la impresora offset tendrá 5 años de vida útil y \$ 2500 como valor de rescate. Empleando el método de la línera recta, calcule la depresiación anual y elabore la tabla de depreciación respectiva.

Solución:

Datos:

$C = \$\,30000;\ C_n = \$\,2500; n = 5\ años$

La depreciación para cada año es

$$R = \frac{C - C_n}{n} = \frac{\$\,30000 - \$\,2500}{5} = \$\,5500$$

Significa que la imprenta offset disminuirá su valor en \$ 5500 en cada uno de los 5 años de su vida útil. En la elaboración de la tabla depreciación se inicia escribiendo la depreciación anual en todos los renglones de la seguna columna, el precio original del activo en el primer renglón de la última columna y el valor de rescate en el último renglón de la última columna.

Fin de año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor contable
0			30000
1	5500		
2	5500		
3	5500		
4	5500		
5	5500		2500

Luego

En la tercera columna (depreciación acumulada), es igual a la suma de las depreciaciones anuales hasta ese periodo

Fin de año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor contable
0			30000
1	5500	5500	

2	5500	5500+5500 =11000	
3	5500	5500+ 11000 = 16500	
4	5500	5500+16500 = 22000	
5	5500	5500+22000= 27500	2500

En la cuarta columna (valor contable) se obtiene de restar la depreciaciación anual del valor en libros anterior (valor contable anterior)

Fin de año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor contable
0			30000
1	5500	5500	30000-5500 = 24500
2	5500	11000	24500-5500 =19000
3	5500	16500	19000-5500 =13500
4	5500	22000	13500-5500 = 8000
5	5500	27500	2500

Por lo tanto la tabla de depreciación es

Fin de año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor contable
0			30000
1	5500	5500	24500
2	5500	11000	19000
3	5500	16500	13500
4	5500	22000	8000
5	5500	27500	2500

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	C	30000					
2	C_n	2500					
3	n	5					
4	R	5500	=(B1-B2)/B3				
5							
6	Fin de año	Depreciación anual		Depreciación acumulada		Valor contable	
7	0					30000	=B1
8	1	5500	=B4	5500	=B4	24500	=F7-B8
9	2	5500	=B4	11000	=D8+B9	19000	=F8-B9
10	3	5500	=B4	16500	=D9+B10	13500	=F9-B10
11	4	5500	=B4	22000	=D10+B11	8000	=F10-B11
12	5	5500	=B4	27500	=D11+B12	2500	=F11-B12

Nota:

La suma de los valores de las columnas 3 y 4 en cualquier periodo es igual al precio original del activo.

El valor contable al final de k-ésimo año, en el método de la línea recta se calcula empleando:

$$C_k = C - k(R)$$

Por ejmplo al término del cuarto año es

$$C_4 = \$\,30000 - 4(\$\,5500) = \$\,8000$$

tal como se obtuvo en la tabla anterior

2) ¿ Cuál es el valor de la depreciación anual de una máquina que costó $ 30000 si será empleada durante 10 años y al final se gastarán $ 1000 en su remoción y cambio por otra más moderna?. También elabore la tabla de depreciación respectiva.

Solución:

En este caso sucede que el valor de restacate del activo es un gasto y por lo tanto será negativo para los respectivos cálculos.

Datos:

$C = \$\,30000;\ C_n = -\$\,1000; n = 10\ años$

La depreciación para cada año es

$$R = \frac{C - C_n}{n} = \frac{\$\,30000 - (-\$\,1000)}{10} = \$\,3100$$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Significa que la máquina disminuirá su valor en $ 3100 en cada uno de los 10 años de su vida útil.

La tabla de depreciación es

Fin de año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor contable
0			30000
1	3100	3100	26900
2	3100	6200	23800
3	3100	9300	20700
4	3100	12400	17600
5	3100	15500	14500
6	3100	18600	11400
7	3100	21700	8300
8	3100	24800	5200
9	3100	27900	2100
10	3100	31000	-1000

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	C	30000					
2	C_n	-1000					
3	n	10					
4	R	3100	=(B1-B2)/B3				
5							
6	Fin de año	Depreciación anual		Depreciación acumulada		Valor contable	
7	0					30000	=B1
8	1	3100	=B4	3100	=B4	26900	=F7-B8
9	2	3100	=B4	6200	=D8+B9	23800	=F8-B9
10	3	3100	=B4	9300	=D9+B10	20700	=F9-B10
11	4	3100	=B4	12400	=D10+B11	17600	=F10-B11
12	5	3100	=B4	15500	=D11+B12	14500	=F11-B12
13	6	3100	=B4	18600	=D12+B13	11400	=F12-B13
14	7	3100	=B4	21700	=D13+B14	8300	=F13-B14
15	8	3100	=B4	24800	=D14+B15	5200	=F14-B15
16	9	3100	=B4	27900	=D15+B16	2100	=F15-B16
17	10	3100	=B4	31000	=D16+B17	-1000	=F16-B17

3) Calcular el valor de rescate de un activo que costó $ 20000 si se depecia de manera constante en $ 1000 cada año y durante 5 años, y su valor en libros aumenta 10% por factores de la inflación.

Solución:

El valor de rescate o de compraventa de un activo se deprecia con el método de la línea recta después de n año y considerando la inflación es:

$$C_n = C(1+i)^n - R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Donde:

C_n = valor de rescate

C = precio original

i = tasa de inflación anual

R = depreciación por año y es constante

n = años después de la adquisición o vida útil del activo en años

Datos:

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

$C = \$\,20000; R = \$\,1000;\ n = 5\ años; i = 12\% = \dfrac{12}{100} = 0{,}12$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos

$$C_n = C(1+i)^n - R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow C_n = \$\,20000(1+0{,}12)^5 - \$\,1000\left[\frac{(1+0{,}12)^5 - 1}{0{,}12}\right]$$

$C_n = \$\,26105{,}10$

Empleando Excel

	B	C	D	E	F
1	C	20000	$		
2	n	5	años		
3	R	1000	$		
4	i	10	%		
5		0,1			
6					
7	C_n	26105,10	=C1*(1+C5)^C2-C3*(((1+C5)^C2-1)/C5)		

Interpretación: A pesar de haberse depreciado, el activo aumentó su valor original en $ 26105,10 durante los 5 años después de su adquisición, esto es debido a que la inflación y otros factores producen un efecto mayor que el que ocasiona la depreciación, por lo que el precio se incrementa.

4) Calcule el año después del cual un activo que costó $ 35000 se depecia de manera constante en $ 1000 cada año con un valor de rescate de $ 55329,11cuyo valor en libros aumenta 12% por factores de la inflación.

Solución:

Datos:

$C = \$\,35000; R = \$\,1000;\ C_n = \$\,55329{,}11; i = 12\% = \dfrac{12}{100} = 0{,}12$

Remplazando valores y realizando los cálculos respectivos

$$C_n = C(1+i)^n - R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$\$\ 553229{,}11 = \$\ 35000(1+0{,}12)^n - \$\ 1000\left[\frac{(1+0{,}12)^n - 1}{0{,}12}\right]$$

Despendo n se obtiene

$n = 5\ años$

Empleando Excel

	B	C	D	E	F	G
1	C	35000	$			
2	R	1000	$			
3	i	12	%			
4		0,12				
5	C_n	55329,11	$			
6						
7	n	5	=LOG10((C4*C5-C2)/(C4*C1-C2))/LOG10(1+C4)			

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

1) Realice un organizador gráfico de la depreciación.

Resuelva en forma manual y empleando Excel.

2) Una empresa compró una imprenta offset en $ 40000. Se estima que la impresora offset tendrá 5 años de vida útil y $ 5000 como valor de rescate. Empleando el método de la línera recta, calcule la depresiación anual y elabore la tabla de depreciación respectiva.

$ 7000

3) Una empresa compró una máquina para hacer ladrillos en $ 30000. Se estima que la máquina tendrá 10 años de vida útil y $ 2500 como valor de rescate. Empleando el método de la línera recta, calcule la depresiación anual y elabore la tabla de depreciación respectiva.

$ 2750

4) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

5) Una empresa compró una máquina en \$ 50000. Se estima que la máquina tendrá 10 años de vida útil y \$ 2000 como valor de rescate. Empleando el método de la línera recta, calcule el valor contable al término del séptimo año de vida últil.

\$ 16400

6) Una empresa compró una máquina en \$ 60000. Se estima que la máquina tendrá 10 años de vida útil y \$ 3000 como valor de rescate. Empleando el método de la línera recta, calcule el valor contable al término del sexto año de vida últil.

\$ 25800

7) Cree y resuelva con problema similar al anterior

8) Termine de llenar la siguiente tabla de depreciación

Fin de año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor contable
0			
			41000
		18000	
			23000
		36000	
	9000		5000

9) Termine de llenar la siguiente tabla de depreciación

Fin de año	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor contable
0			40000
		3700	
			32600
		11100	
			25200
		18500	
			17800
		25900	
			10400
		33300	

10) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

11) ¿Cuál es el valor de la depreciación anual de una máquina que costó $ 23000 si será empleada durante 6 años y al final se gastarán $ 1000 en su remoción y cambio por otra más moderna?. También elabore la tabla de depreciación respectiva.

$ 4000

12) ¿Cuál es el valor de la depreciación anual de una máquina que costó $ 30000 si será empleada durante 8 años y al final se gastarán $ 1000 en su remoción y cambio por otra más moderna?. También elabore la tabla de depreciación respectiva.

$ 3875

13) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

14) Calcule el valor de rescate de un activo que costó $ 30000 si se depecia de manera constante en $ 1000 cada año y durante 5 años, y su valor en libros aumenta 12% por factores de la inflación.

$ 46517,40

15) Calcule el valor de rescate de un activo que costó $ 25000 si se depecia de manera constante en $ 1000 cada año y durante 6 años, y su valor en libros aumenta 10% por factores de la inflación.

$ 36573,42

16) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

17) Calcule el año después del cual un activo que costó $ 40000 se depecia de manera constante en $ 1200 cada año con un valor de rescate de $ 76320,44 cuyo valor en libros aumenta 12% por factores de la inflación.

7 años

18) Calcule el año después del cual un activo que costó $ 30000 se depecia de manera constante en $ 1000 cada año con un valor de rescate de $ 45431,22 cuyo valor en libros aumenta 10% por factores de la inflación.

6 años

19) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

20) Consulte en la biblioteca o en internet un problema de aplicación de la depreciación por el método de la línea recta.

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

CAPÍTULO V

INVERSIONES

El sistema financiero es un intermediario entre las entidades económicas con un exceso de ahorro y las entidades con déficit de ahorro. Para lo cual las instituciones financieras crean activos financieros conocidos con el nombre genérico de títulos o valores.

El objetivo de cualquier inversión es obtener ganancia (rendimiento). Existen 3 fuentes de rendimiento: intereres (pago por el uso de capital), dividendos (parte de las utilidades que se distribuyen periódicamente entre los accionistas en efectivo o en acciones) y ganancias de capital (vendiendo un activo financiero a un precio superior al de la compra).

La principal fuente de financiamiento empleada por lo gobiernos, las grandes empresas o los grupos de inversionistas son los bonos y obligaciones. Un bono u obligación representa para el emisor la responsabilidad de pagar en el largo plazo el capital prestado, en una fecha específica y además pagar intereres periódicos hasta la fecha de vencimiento del bono u obligación.

5.1) BONOS Y OBLIGACIONES

Bono es instrumento financiero o título de crédito emitido por alguna entidad de gobierno. Obligación es un instrumento financiero o título de crédito emitido por una empresa privada. Los bonos y obligaciones son créditos emitidos a un plazo determinado, ganan intereses en intervalos de tiempo bien definidos y son empleados para recabar dinero proveniente de un inversionista. Sin embargo, esta clasificación, no es estricta, ya que en muchas ocaciones en el ámbito financiero generalmente solo se habla de obligaciones

5.2) CLASIFICACIÓN DE LAS OBLIGACIONES

A) NOMINATIVAS O NOMINALES.- Son aquellas en las que se especifica el nombre del propietario

B) AL PORTADOR.- No se especifica el nombre del propietario

C) DE ACUERDO CON EL TIPO DE GARANTÍA DE PAGO QUE LAS RESPALDA

1) Fiduciaria.- Constituida en un fideicomiso

2) Hipotecaria.- Constituida por una hipoteca sobre bienes que son propiedad de la empresa emisora

3) Prendaria.- Constituida por diversos bienes de la empresa emisora

4) Quirografaria.- Garantía que otorga la empresa emisora por su bueba reputación en cuanto a su cumplimiento con las obligaciones contraídas.

D) POR SU MANERA DE GENERAR EL PAGO DE INTERESES A LOS INVERSIONISTAS

1) Cupones.- Son pagarés que están impresos en serie y unidos a la misma obligación o bono, indicándose en ellos la fecha de su vencimiento

2) Sin cupones.- No presentan cupones debido a que los interees que se generan con capitalizables y se pagan al vencimiento de la obligación.

3) Obligaciones que no pagan intereses.- Se llaman obligaciones, bonos de descuento puro o bonos u obligaciones cupón cero. En estos casos nos se paga ningún interés debido a que este tipo de obligaciones se venden en una cantidad muy inferior a su valor nominal,es decir, se venden aplicando una tasa de descuento.

5.3) PARTES ESENCIALES DE UN BONO U OBLIGACIÓN

A) VALOR NOMINAL.- Es el valor marcado en el documento y constituye el capital que el inversionista inicial proporsiona al emisor del mismo, excepto cuando el documento es colocado con descuento.

B) VALOR DE REDENCIÓN.- Es la cantidad que el emisor de la obligación o bono tendrá que entregar al tenedor (inversionista) del documento al concluir el plazo estipulado para la vigencia de la emisión. La redención de un bono u obligación se lleva a cabo en la **fecha de vencimiento**, llamada también **fecha de redención**.

Cuando el **valor de redención es igual al valor nominal**, se dice que la obligación o bono se **redime a la par**

Cuando el **valor de redención es menor al valor nominal**, se dice que la obligación o bono tiene una **emisión bajo la par o con descuento**

Cuando el **valor de redención es mayor al valor nominal**, se dice que la obligación o bono se **redime sobre la par o con premio.**

C) TASA DE INTERÉS NOMINAL O TASA DE CUPÓN.- Es la tasa utilizada por el emisor de la obligación o bono para el pago de los intereses. Puede ser

1) Fija.- Es cuando la tasa de interés no varía con respecto a las condiciones del mercado. La tasa es establecida al momento de la emisión y está vigente durante la vida de la obligación o bono.

2) Variable.- Es cuando los intereses son ajustados periódicamente según las condiciones del mercado.

3) Real.- Es cuando el valor nominal se ajusta periódicamente con la inflación y sobre este valor ajustado se calculan los intereses con la tasa de cupón pactada al momento de la emisión.

Ejemplos ilustrativos

1) ¿Qué significa la expresión: un bono con valor moninal de $ 100 se redime a $ 106?

Solución:

Significa que el valor de redención del bono será de 106% de su valor nominal, es decir,

$$\frac{106}{100}\cdot \$\ 100 = \$\ 106$$

En este caso el bono se redime sobre la par o también se puede decir que el bono se redime a 6% más de su valor nominal.

2) Los propietarios de la empresa D&M están planeando ampliar su negocio. Por tal motivo emimen obligaciones con valor nominal de $ 50 cada una. Las obligaciones vencerán a la par dentro de 5 años y pagarán un interés trimestral de 10% anual. Un inversionista compró una obligación por $ 40. ¿A qué pagos tiene derecho el inversionista y cuál será el interés total que recibirá por su inversión?.

Solución:

a) Los pagos a los cuales tiene derecho el inversionista son:

- El inversionista recibira $ 50 en la fecha de vencimiento, es decir dentro de 5 años.

- También recibirá cada 3 meses el interés del cupón correspondiente cuyo valor es:

$$I = Cit = \$50\cdot\frac{10}{100}\cdot\frac{3}{12} = \$\ 1{,}25$$

b) Como en 5 años existen 20 periodos trimestrales, el interés total ganado por el inversionista es:

$$\$\ 1{,}25\cdot 20 = \$\ 25$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	Valor nominal de una obligación	50	$	
2	Número de obligaciones compradas	1		
3	Valor nominal total	50	=B1*B2	$
4	Vencimiento	5	años	
5	i	10	%	
6		0,1	=B5/100	
7	t	3	meses	
8		0,25	=B7/12	años
9	i cupón	1,25	=B1*B6*B8	$
10				
11	Periodos trimestrales	20	=B4*4	
12	i total	25	=B9*B14	$

3) Si el pago de los intereres es cada semestre a la tasa de 12% anual, calcule el interés total que recibirá un inversionista que compra 2 obligaciones de valor nominal de $ 100 con vencimiento a la par en 15 años.

Solución:

$$Valor\ nominal\ total = valor\ nominal \cdot número\ de\ obligaciones$$

$$Valor\ nominal\ total = \$\,100 \cdot 2 = \$\,200$$

El interés del cupón correspondiente en un semestre (6 meses) con tasa de 12% es:

$$I = Cit = \$200 \cdot \frac{12}{100} \cdot \frac{6}{12} = \$\,12$$

El interés total ganado por el inversionista en 15 años (30 semestres) es:

$$\$\,12 \cdot 30 = \$\,360$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	Valor nominal de una obligación	100	$	
2	Número de obligaciones compradas	2		
3	Valor nominal total	200	=B1*B2	$
4	Vencimiento	15	años	
5	i	12	%	
6		0,12	=B5/100	
7	t	6	meses	
8		0,5	=B7/12	años
9	i cupón	12	=B3*B6*B8	$
10				
11	Periodos semestrales	30	=B4*2	
12	i total	360	=B9*B11	$

4) ¿En cuánto se transfiere un bono que se redime a 108, si tiene un valor nominal de $ 100 y se compra a $ 98?

Solución:

El valor de redención del bono será de 108% de su valor nominal, es decir,

$$\frac{108}{100} \cdot \$\,100 = \$\,108$$

El valor de tranferencia es

$$\frac{108}{100} \cdot \$\,98 = \$\,105{,}84$$

Empleando Excel

	A	B	C	D
1	Valor nominal	100	$	
2	Remide	108	%	
3		1,08	=B2/100	
4		108	=B3*B1	
5	Valor de compra	98	$	
6	Valor de transferencia	105,84	=B3*B5	$

5.4) VALOR O PRECIO DEL BONO EN LA FECHA DE PAGO DE INTERÉS

$$P = C(1+r)^{-n} + I\left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right]$$

Donde:

P = precio del bono en la fecha de pago de intereres

C = valor de redención del bono

r = tasa de interés por periodo o tasa de rendimiento

n = número de cupones

I = valor de cada cupón

Ejemplos ilustrativos

1) Un inversionista desea ganar un rendimiento de 14% anual capitalizable semestralmente. Calcular el precio de venta de un bono que tiene un valor nominal de $ 800, paga intereses semestrales a 10% anual y su redención será a la par dentro de 5 años.

Solución:

Datos:

$$r = 14\%\ anual = \frac{14}{100} = 0{,}14\ anual = \frac{0{,}14}{2} semestral = 0{,}07\ semestral; t = 5\ años$$

$$C = \$\ 800; i = 10\%\ anual = \frac{10}{100} = 0{,}1\ anual = \frac{0{,}1}{2}\ semestral = 0{,}05\ semestral$$

El valor de cada cupon en un semestre (t = 1 semestre) por concepto de intereses es

$$I = Cit = \$\ 800 \cdot 0{,}05 \cdot 1 = \$\ 40$$

El número de cupones semestrales en 5 años es

$$n = 5 \cdot 2 = 10\ cupones$$

Remplazando valores en la fórmula del precio del bono en la fecha de pago de intereres se obtiene

$$P = C(1+r)^{-n} + I\left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right]$$

$$P = \$\ 800(1+0{,}07)^{-10} + \$40\left[\frac{1-(1+0{,}07)^{-10}}{0{,}07}\right]$$

$$P = \$\ 687{,}62$$

Por lo tanto el precio que deberá pagar el inversionista por cada bono es de \$ 687, 62

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	C	800	\$				
2	i	10	%	anual			
3		0,1	=B2/100				
4		0,05	=B3/2	semestral			
5	I	40	=B1*B4*1	semestral	\$		
6	t	5	años				
7	n	10	=B6*2	semestral			
8	r	14	%	anual			
9		0,14	=B8/100				
10		0,07	=B9/2	semestral			
11							
12	P	687,62	=B1*(1+B10)^-B7+B5*((1-(1+B10)^-B7)/B10)				\$

2) Resolver el ejemplo anterior, si los bonos se redimen a 115

Solución:

El valor de redención es

$$\frac{115}{100} \cdot \$\,800 = \$\,920$$

Remplazando valores en la fórmula del precio del bono en la fecha de pago de intereres se obtiene

$$P = C(1+r)^{-n} + I\left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right]$$

$$P = \ \$\,920(1+0{,}07)^{-10} + \$40\left[\frac{1-(1+0{,}07)^{-10}}{0{,}07}\right]$$

$$P = \$\,748{,}62$$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	C	800	$				
2		10	%				
3	i	0,1	=B2/100	anual			
4		0,05	=B3/2	semestral			
5	I	40	=B1*B4*1	semestral	$		
6	t	5	años				
7	n	10	=B6*2	semestral			
8		14	%				
9	r	0,14	=B8/100	anual			
10		0,07	=B9/2	semestral			
11							
12	P	748,62	=B15*(1+B10)^-B7+B5*((1-(1+B10)^-B7)/B10)				$
13							
14	Redención	115					
15		920	=(B14/100)*B1		$		

5.5) PRECIO DE UN BONO COMPRADO ENTRE FECHAS DE PAGO DE INTERESES

En este caso, el interés del cupón que está por venderse pertenece, una parte de él, al vendedor de la obligación o bono y la otra parte pertenece al comprador (inversionista). Para lo cual

a) Se calcula el valor del bono en la última fecha de pago de intereses, inmediatamente antes de la fecha de compra-venta.

b) Se calcula el interés simple del referido valor tomando en cuenta los días exactos a partir de la última fecha de pago de intereses considerando el número de días conprendidos entre la fecha de negociación y la fecha futura de pago de intereses.

Ejemplo ilustrativo

Un inversionista desea ganar un rendimiento de 12% anual capitalizable semestralmente. Calcular el precio de compra de un bono que tiene un valor nominal de $ 500, paga intereses semestrales a 10% anual redimible a la par el 1 de abril de 2020, si se compra el 1 de julio de 2017.

Solución:

Datos:

$$r = 12\%\ anual = \frac{12}{100} = 0{,}12\ anual = \frac{0{,}12}{2} semestral = 0{,}06\ semestral$$

$$C = \$\ 500; i = 10\%\ anual = \frac{10}{100} = 0{,}1\ anual = \frac{0{,}1}{2}\ semestral = 0{,}05\ semestral$$

El valor de cada cupon en un semestre (t = 1 semestre) por concepto de intereses es

$$I = Cit = \$\ 500 \cdot 0{,}05 \cdot 1 = \$\ 25$$

El número de cupones semestrales desde 2017 a 2020 (3 años) es

$$n = 3 \cdot 2 = 6\ cupones$$

Remplazando valores en la fórmula del precio del bono en la fecha de pago de intereres se obtiene

$$P = C(1+r)^{-n} + I\left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right] = \$\ 500(1+0{,}06)^{-6} + \$\ 25\left[\frac{1-(1+0{,}06)^{-6}}{0{,}06}\right]$$

$$P = \$\ 475{,}41$$

Del 1 de abril al 1 de julio de 2017 con lectura en la Tabla 1 se obtiene 182-91 = 91 días. Empleando la fórmula del monto a interés simple se tiene

$$S = C(1+it) = 475{,}41\left(1 + 0{,}12.\frac{91}{360}\right) = \$\ 489{,}83$$

Por lo tanto el precio del bono es $ 489,83

Empleando Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	C	500	$				
2		10	%	anual			
3	i	0,1	=B2/100				
4		0,05	=B3/2	semestral			
5	I	25	=B1*B4*1	semestral	$		
6	Fecha de compra	1	7	2017			
7	Fecha de vencimiento	1	4	2020			
8	t	91	dias	con lectura en la tabla			
9		0,253	=B8/360	años			
10	n	6	=(D7-D6)*2	semestral			
11		12	%	anual			
12	r	0,12	=B8/100				
13		0,06	=B9/2	semestral			
14							
15	P	475,41	=B1*(1+B10)^-B7+B5*((1-(1+B10)^-B7)/B10)				$
16							
17	S	489,83	=B15*(1+B12*B9)				

TAREA DE APRENDIZAJE

1) Realice un organizador gráfico del presente tema.

Resuelva en forma manual y empleando Excel:

2) Determine el valor de redención de una obligación con valor nominal de $ 200 que se redime a $ 150

$ 300

3) Determine el valor de vencimiento de una obligación con valor nominal de $ 800 que se redime en 10% más de su valor nominal.

$ 880

4) Determine el valor de vencimiento de una obligación con valor nominal de $ 500 que se redime en 12% menos de su valor nominal.

$ 440

5) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

6) Los propietarios de la empresa D&M están planeando ampliar su negocio. Por tal motivo emimen obligaciones con valor nominal de $ 100 cada una. Las obligaciones vencerán a la par dentro de 10 años y pagarán un interés semestral de 8% anual. Un inversionista compró una obligación por $ 90. ¿A qué pagos tiene derecho el inversionista y cuál será el interés total que recibirá por su inversión?.

$ 100 en la fecha de vencimiento; cada semestre por interés del cupón = $ 4 ; interés total = $ 80

7) Los propietarios de fábrica desean ampliar su negocio. Por tal motivo emimen obligaciones con valor nominal de $ 100 cada una, pagando intereres mensuales de 12% anual. Las obligaciones vencerán a la par dentro de 10 años. Un inversionista compró 20 obligaciones, ¿A qué pagos tiene derecho el inversionista y cuál será el interés total que recibirá por su inversión?.

$ 100 en la fecha de vencimiento; cada mes por interés del cupón = $ 20 ; interés total = $ 2400

8) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

9) Si el pago de los intereres es cada semestre a la tasa de 12% anual, calcule el interés total que recibirá un inversionista que compra 3 obligaciones de valor nominal de $ 100 con vencimiento a la par en 10 años.

$ 360

10) Si el pago de los intereres es cada mes a la tasa de 12% anual, calcule el interés total que recibirá un inversionista que compra 5 obligaciones de valor nominal de $ 100 con vencimiento a la par en 5 años.

$ 300

11) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

12) ¿En cuánto se transfiere un bono que se redime a 106, si tiene un valor nominal de $ 100 y se compra a $ 95?

$100,7

13) ¿En cuánto se transfiere un bono que se redime a 108, si tiene un valor nominal de $ 100 y se compra a $ 94?

$101,52

14) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

15) Un inversionista desea ganar un rendimiento de 12% anual capitalizable semestralmente. Calcular el precio de venta de un bono que tiene un valor nominal de $ 500, paga intereses semestrales a 10% anual y su redención será a la par dentro de 5 años.

$ 463,20

16) Un inversionista desea ganar un rendimiento de 14% anual capitalizable semestralmente. Calcular el precio de venta de un bono que tiene un valor nominal de $ 600, paga intereses semestrales a 10% anual y su redención será a la par dentro de 7 años.

$ 495,05

17) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

18) Un inversionista desea ganar un rendimiento de 12% anual capitalizable semestralmente. Calcular el precio de venta de un bono que tiene un valor nominal de $ 600, paga intereses semestrales a 10% anual y los bonos se redimen a 120 dentro de 5 años.

$ 622,85

19) Un inversionista desea ganar un rendimiento de 8% anual capitalizable semestralmente. Calcular el precio de venta de un bono que tiene un valor nominal de $ 1200, paga intereses semestrales a 10% anual y los bonos se redimen a 115 dentro de 5 años.

$ 1418,93

20) Cree y resuelva con problema similar al anterior.

21) Un inversionista desea ganar un rendimiento de 14% anual capitalizable semestralmente. Calcular el precio de compra de un bono que tiene un valor nominal de $ 800, paga intereses semestrales a 10% anual redimible a la par el 1 de marzo de 2020, si se compra el 1 de junio de 2017.

$ 749,63

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

22) Un inversionista desea ganar un rendimiento de 12% anual capitalizable semestralmente. Calcular el precio de compra de un bono que tiene un valor nominal de \$ 600, paga intereses semestrales a 10% anual redimible a la par el 1 de junio de 2020, si se compra el 1 de octubre de 2017.

$ 593,70

23) Cree y resuelva con problema similar al anterior

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

TABLAS PARA CALCULAR EL TIEMPO

Tabla 1
Número de cada día del año a partir del primero de enero

Día del mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Día del mes
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335	1
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336	2
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337	3
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338	4
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339	5
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340	6
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341	7
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342	8
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343	9
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344	10
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345	11
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346	12
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347	13
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348	14
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349	15
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350	16
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351	17
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352	18
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353	19
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354	20
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355	21
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356	22
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357	23
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358	24
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359	25
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360	26
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361	27
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362	28
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363	29
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364	30
31	31		90		151		212	243		304		365	31

Tabla 2
Número de cada día del año a partir del primero de enero para años bisiestos

Día del mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Día del mes
1	1	32	61	92	121	153	183	214	245	275	306	336	1
2	2	33	62	93	122	154	184	215	246	276	307	337	2
3	3	34	63	94	123	155	185	216	247	277	308	338	3
4	4	35	64	95	124	156	186	217	248	278	309	339	4
5	5	36	65	96	125	157	187	218	249	279	310	340	5
6	6	37	66	97	126	158	188	219	250	280	311	341	6
7	7	38	67	98	127	159	189	220	251	281	312	342	7
8	8	39	68	99	128	160	190	221	252	282	313	343	8
9	9	40	69	100	129	161	191	222	253	283	314	344	9
10	10	41	70	101	130	162	192	223	254	284	315	345	10
11	11	42	71	102	131	163	193	224	255	285	316	346	11
12	12	43	72	103	132	164	194	225	256	286	317	347	12
13	13	44	73	104	133	165	195	226	257	287	318	348	13
14	14	45	74	105	134	166	196	227	258	288	319	349	14
15	15	46	75	106	135	167	197	228	259	289	320	350	15
16	16	47	76	107	136	168	198	229	260	290	321	351	16
17	17	48	77	108	137	169	199	230	261	291	322	352	17
18	18	49	78	109	138	170	200	231	262	292	323	353	18
19	19	50	79	110	139	171	201	232	263	293	324	354	19
20	20	51	80	111	140	172	202	233	264	294	325	355	20
21	21	52	81	112	141	173	203	234	265	295	326	356	21
22	22	53	82	113	142	174	204	235	266	296	327	357	22
23	23	54	83	114	143	175	205	236	267	297	328	358	23
24	24	55	84	115	144	176	206	237	268	298	329	359	24
25	25	56	85	116	145	177	207	238	269	299	330	360	25
26	26	57	86	117	146	178	208	239	270	300	331	361	26
27	27	58	87	118	147	179	209	240	271	301	332	362	27
28	28	59	88	119	148	180	210	241	272	302	333	363	28
29	29	60	89	120	149	181	211	242	273	303	334	364	29
30	30		90	121	150	182	212	243	274	304	335	365	30
31	31		91		151		213	244		305		366	31

ANEXOS

ANEXO 1
REGLA DE TRES

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES. - Dos magnitudes (propiedad física que puede ser medida) son directamente proporcionales (DP) cuando al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, entonces el valor correspondiente a la otra aumentará o disminuirá respectivamente en la misma proporción.

Ejemplo ilustrativo: Una persona recorre 4 metros en 5 segundos. (Espacio vs. Tiempo)

Magnitud	Valores correspondientes				
A: Espacio (metros)	4	8	12	16	20
B: Tiempo (segundos)	5	10	15	20	25

Al dividir sus valores correspondientes el cociente es siempre constante, es decir, si dos magnitudes A y B son directamente proporcionales, se denota: A (DP) B o A α B, entonces:

$$\frac{A}{B} = K$$

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES. - Dos magnitudes son inversamente proporcionales (IP) cuando al aumentar o disminuir el valor de una de ellas entonces el valor de la otra disminuirá o aumentará respectivamente en la misma proporción.

Ejemplo ilustrativo: Un automóvil recorre 160 km (Velocidad vs. Tiempo)

Magnitud	Valores correspondientes				
A: Velocidad (km/h)	5	10	20	40	80
B: Tiempo (h)	32	16	8	4	2

Al multiplicar sus valores correspondientes el producto es siempre constante, es decir, si dos magnitudes A y B son inversamente proporcionales, se denota: A (IP) B o A $\frac{1}{\alpha}$ B, entonces $A \cdot B = K$

Nota: Si intervienen 3 o más magnitudes todas ellas las podemos colocar en una misma expresión.

Ejemplo: Si A α B y A $\frac{1}{\alpha}$ C, se puede expresar así:

$$\frac{A \cdot C}{B} = K$$

REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

Consiste en que dados 3 valores correspondientes a 2 dos magnitudes directamente proporcionales se debe encontrar un cuarto valor.

Ejemplo ilustrativo: Un ciclista recorre 12 km en 16 minutos. ¿Qué distancia recorrerá en una hora?

Solución:

A mayor espacio recorrido empleará mayor tiempo, entonces el espacio y tiempo son magnitudes directamente proporcionales

Magnitud	Valores correspondientes	
A: Espacio (km)	12	x
B: Tiempo (min)	16	60

a) Planteo:

$$\begin{array}{ccc} 12 \text{ km} & & 16 \text{ min} \\ \text{X} & & 60 \text{ min} \end{array}$$

b) Regla: Multiplicando en Aspa (Método: Aspa)

$$\text{x} \cdot 16 \text{ min} = 12 \text{ km} \cdot 60 \text{ min}$$

$$\text{x} = \frac{12 \text{ km} \cdot 60 \text{ min}}{16 \text{ min}} = 45 \text{ km}$$

c) Comprobación: Si Aα B, entonces**:**

$$\frac{\text{A}}{\text{B}} = \text{K} \Rightarrow \frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2} = K \Rightarrow \frac{12}{16} = \frac{x}{60}$$

Remplazando la respuesta obtenida:

$$\frac{12}{16} = \frac{45}{60} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

Lo que se quería comprobar

REGLA DE 3 SIMPLE INVERSA

Consiste en que dados 3 valores correspondientes a 2 magnitudes inversamente proporcionales se debe encontrar un cuarto valor.

Ejemplo ilustrativo: 3 obreros pueden hacer una obra en 24 días ¿En cuánto tiempo harán la misma obra 2 obreros?

Solución: Con menos obreros la obra se construirá en más días, entonces el número de obreros y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales.

Magnitud	Valores correspondientes	
A: Obreros	3	2
B: Tiempo (días)	24	x

a) Planteo: Como 1 hora = 60 minutos

3 obreros $\longrightarrow$ 24 días

2 obreros $\longrightarrow$ x

b) Regla: Multiplicando en Paralelo (Método: Paralelas)

3 obreros · 24 días = 2 obreros · x

$$x = \frac{3 \text{ obreros} \cdot 24 \text{ días}}{2 \text{ obreros}} = 36 \text{ días}$$

c) Comprobación:

$$A \frac{1}{\alpha} B \Rightarrow A \cdot B = K \Rightarrow A_1 \cdot B_1 = A_2 \cdot B_2 = k$$
$$3 \cdot 24 = 2x$$

Remplazando el valor calculado:
$$3 \cdot 24 = 2 \cdot 36 \Rightarrow 72 = 72$$
Lo que se quería comprobar.

REGLA DE TRES COMPUESTA

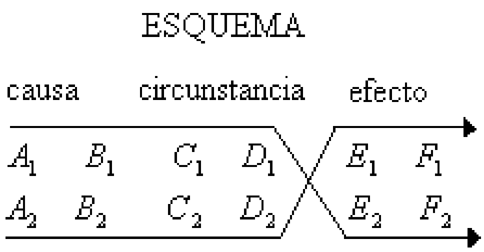
Es aquella en la que las magnitudes que se comparan son 3 o más.

Método de las Rayas: La regla de 3 compuesta tiene 3 partes:

a) Causa: Realizadores de la obra o acción y sus condiciones

b) Circunstancia: Magnitudes relacionadas con el tiempo

c) Efecto: Lo realizado, la obra, sus medidas, su dificultad



Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

Ejemplo ilustrativo: Para hacer una zanja de 30 metros de largo por 10 de ancho, 15 obreros han trabajado 6 días a razón de 12 horas diarias. ¿Cuántos días trabajarán 18 obreros a 9 horas diarias en hacer una zanja de 45 metros de largo por 20 de ancho?

Solución: A más obreros (A) la obra se hará en menos días (B), por lo tanto, $A\ \frac{1}{\alpha}\ B$. A menos horas diarias de trabajo (C) la obra se hará en más días (B), por lo tanto, $B\ \frac{1}{\alpha}\ C$. A más metros de largo (D) la obra se hará en más días (B), por lo tanto, B α D. Y a más metros de ancho (E)

La obra se hará en más tiempo, por lo tanto, Bα E.

Magnitud	Valores correspondientes	
A: Obreros	15	18
B: Tiempo (días)	6	X
C: Tiempo (horas diarias)	12	9
D: Metros de largo	30	45
E: Metros de ancho	10	20

a) Planteo:

Causa	**Circunstancia**		**Efecto**	
Obreros	Días	Horas diarias	Largo	Ancho
15	6	12	30	10
18	x	9	45	20

b) Regla: Método de las rayas

$$18\cdot x\cdot 9\cdot 30\cdot 10 = 15\cdot 6\cdot 12\cdot 45\cdot 20 \Rightarrow x = \frac{15\cdot 6\cdot 12\cdot 45\cdot 20}{18\cdot 9\cdot 30\cdot 10} = 20 \text{ días}$$

c) Comprobación: De acuerdo con los datos se tiene que:

$$\frac{ABC}{DE} = k \Rightarrow \frac{A_1\cdot B_1\cdot C_1}{D_1\cdot E_1} = \frac{A_2\cdot B_2\cdot C_2}{D_2\cdot E_2} = k$$

$$\frac{15\cdot 6\cdot 12}{30\cdot 10} = \frac{18\cdot x\cdot 9}{45\cdot 20} \Rightarrow \frac{18}{5} = \frac{18}{5}$$

Tal como se quería comprobar.

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

Resolver los siguientes problemas y realizar la respectiva comprobación. Parte de la solución lo puede consultar en https://es.scribd.com/document/709324314/Interes-Simple#logout

1) Bertha Ibujés lava por cada 32 minutos 10 pantalones. ¿Cuántos pantalones lavará en 1h 20 minutos?

25 pantalones

2) 10 obreros pueden hacer una obra en 24 días ¿En cuánto tiempo harán la misma obra 8 obreros?

30 días

3) 6 caballos tienen ración para 15 días, si se aumentan 3 caballos más. ¿Para cuántos días alcanzará la ración anterior?

30 días

4) Mario Suárez trabaja en un colegio de 700 estudiantes, en el cuál reprobaron el año el 5%. ¿Cuántos estudiantes no fueron promovidos en el colegio de Mario?

35 estudiantes

5) ¿Dyanita Rivera le pregunta a su hija Emily Suárez ¿De qué cantidad es $ 920 el 20 %? ¿Cuál es la respuesta?

$ 4600

6) En un engranaje, el piñón mayor tiene 40 dientes y el menor tiene 25 dientes. Si el piñón mayor da 200 vueltas. ¿Cuántas vueltas da el menor?

320 vueltas

7) Una guarnición de 1300 hombres tienen víveres para 120 días. Si se desea que los víveres duren 10 días más. ¿Cuántos hombres habría que retirar de la guarnición?

100 hombres

8) A un peón se le ofrece un sueldo de $ 1900 anuales y un caballo. Al cabo de 8 meses es despedido recibiendo un total de $ 1200 y el caballo. ¿Cuál es el valor del caballo?

$ 200

9) Segundo Suárez, un artesano, pensó hacer 20 figuras de madera en 15 días, pero tardó 6 días más por trabajar 2 horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó diariamente?

5 horas

10) Mathías Suárez contrata a 24 obreros, los cuales se comprometen a cavar una zanja de 50 m de largo, 8m de ancho y 2 m de profundidad en 10 días. Mathías decide aumentar todas las dimensiones de la zanja en un 50%. ¿Cuántos obreros se necesitan para terminar el contrato en la mitad del plazo fijado si aumentan su eficiencia en un 50%?

108 obreros

ANEXO 2
PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Las progresiones aritméticas es una sucesión de números en las cuales la diferencia entre dos términos consecutivos es constante, es decir, cada elemento se obtiene sumando al anterior un número fijo llamado diferencia, que se representa por la letra d. Ejemplo: La secuencia o sucesión 2, 4, 6, 8, 10 es una progresión aritmética con una diferencia constante de 2

Las progresiones aritméticas se presentan generalmente con la siguiente fórmula llamada **término general de una progresión aritmética,** la cual permite calcular cualquier término de la progresión aritmética.

$$\boldsymbol{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

Donde:

$a_n = término$

$a_1 = es\ el\ primer\ término$

$n = número\ de\ términos\ en\ la\ secuencia$

$d = diferencia\ entre\ los\ términos\ consecutivos$

Nota:

Si la diferencia de una progresión aritmética es positiva, la progresión es creciente; es decir cada término es mayor que el anterior.

Si la diferencia de una progresión aritmética es cero, la progresión es constante, es decir, tiene todos sus términos iguales.

Si la diferencia de una progresión aritmética es negativa, la progresión es decreciente, es decir, cada término es menor que el anterior.

Ejemplo ilustrativo:

Mathías comienza ahorrando \$ 1, y luego ahorra cada mes 50 centavos más que en el mes anterior. ¿Cuántos dólares ahorra en el mes número 120?

Solución:

Datos:

$a_1 = \$\ 1$

$d = 50\ centavos = \$0{,}5$

$n = 120\ meses$

Remplazando valores en la fórmula

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{120} = 1 + (120-1) \cdot 0{,}5 = 60{,}5$

Por lo tanto, Mathías ahorra \$ 60,5 en el mes número 120

Interpolación de medios aritméticos

Dado los medios aritméticos $a_1, a_1, \ldots \ldots . a_n$, interpolar n números entre otros dos conocidos **a** y **b**, consiste en construir una progresión aritmética $\boldsymbol{a}, a_1, a_1, \ldots \ldots . a_n, \boldsymbol{b}$

Para lo cual es necesario conocer la diferencia que ha de tener la progresión, la misma que se obtiene despejando de la fórmula del término general

$$\boldsymbol{a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow d = \frac{a_n - a_1}{n-1}}$$

Ejemplo ilustrativo:

Interpolar 3 medios aritméticos entre 4 y 12

Solución:

Datos:

La progresión tiene cinco elementos: $4, a_2, a_3, a_4, 12$

$u_1 = 4\ , u_n = 12\ y\ n = 5$

Remplazando valores en la fórmula

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1}$$

$$d = \frac{12-4}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$$

Remplazando valores en la fórmula

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_2 = 4 + (2-1) \cdot 2 = 6$$

$$a_3 = 4 + (3-1) \cdot 2 = 8$$

$$a_4 = 4 + (4-1) \cdot 2 = 10$$

Por lo tanto, la progresión aritmética es

4,6,8,10,12

Suma de términos de una progresión aritmética

Se denotará por S_n a la suma $a_1 + a_2 + \cdots a_n$

Se tiene entonces:

$$\boldsymbol{S_n} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

Al invertir el orden

$$\boldsymbol{S_n} = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \cdots + a_3 + a_2 + a_1$$

y sumando,

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) + \cdots (a_{n-2} + a_3) + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

Ahora bien, por la propiedad de los términos equidistantes se sabe que:

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \cdots a_n + a_1$$

Por tanto, $2S_n = n(a_1 + a_n)$ y despejando:

$$\boldsymbol{S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n}$$

La fórmula anterior es equivalente a

$$\boldsymbol{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$$

Y al remplazar $a_n = a_1 + (n-1)d$ se obtiene otra fórmula equivalente

$$\boldsymbol{S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)}$$

Nota: Cuando **Carl Frederich Gauss** (1777-1855) tenía 10 años, en la escuela primaria de su aldea natal su profesor solicitó a los alumnos que sumaran los números del 1 al 100. Ante el asombro del profesor, apenas éste había acabado de dictar el problema, Gauss dio la solución: 5050

Lo que este insigne matemático observó fue que la suma 1 + 100 era igual a 2 + 99, igual a 3 + 98, ... etc. es decir, según la anécdota, se presume fue la primera persona en deducir y aplicar la fórmula

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{100} = \frac{1 + 100}{2} \cdot 100 = 5050$$

Ejemplo ilustrativo:

Emily ahorra cada mes 50 centavos más que en el mes anterior. En 10 años sus ahorros suman $3690.

a) Determinar lo que ahorró el primer mes

b) Determinar lo que ahorró el último mes.

Datos:

$d = 50\ centavos = \$0{,}5$

$n = 10\ años = 10 \cdot 12\ meses = 120\ meses$

Solución:

a) Remplazando valores en la fórmula

$$\boldsymbol{S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)}$$

$$3690 = \frac{120}{2}(2a_1 + (120-1) \cdot 0{,}5)$$

$$3690 = 60(2a_1 + 119 \cdot 0{,}5)$$

$$3690 = 60(2a_1 + 59{,}5)$$

$$3690 = 120a_1 + 3570$$

$$a_1 = \frac{3690 - 3570}{120} = 1$$

Por lo tanto, Emily ahorró el primer mes \$ 1

b) Remplazando valores en la fórmula

$$\boldsymbol{S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n}$$

$$3690 = \frac{1 + a_n}{2} \cdot 120$$

$$3690 = (1 + a_n) \cdot 60$$

$$3690 = 60 + 60a_n$$

$$a_n = \frac{3690 - 60}{60} = 60{,}5$$

Por lo tanto, Emily ahorró el último mes \$ 60,5

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

1) Calcular el primer término de una progresión aritmética de 15 términos cuya diferencia es -2, sabiendo que el último es 50

78

2) Una progresión aritmética comienza por 2, termina por 3 y su diferencia es 1/10. ¿Cuántos términos hay en la progresión?

11

3) Hallar el número de términos de una progresión aritmética que comienza por 30 y termina por -10 sabiendo que su diferencia es -5.

9

4) En una progresión que se compone de 5 términos, el primero es 7 y el último es 9. Construir la progresión.

7, 7.5, 8, 8.5, 9

5) Un cuerpo que cae en el vacío recorre 16 m durante el primer segundo, 48 m durante el segundo, 80 m durante el tercero, y así sucesivamente. ¿Cuántos metros recorre el cuerpo durante el séptimo segundo? ¿Cuál es la distancia total recorrida en 10 segundos?

208 m; 1600 m

6) Una pila de troncos de madera se forma colocando 16 troncos debajo, 15 troncos sobre estos, 14 sobre estos últimos, y así sucesivamente, hasta poner un solo tronco arriba. ¿Cuántos troncos hay en la pila?

136

ANEXO 3
PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Una *progresión geométrica* es una sucesión en la que cada elemento se obtiene multiplicando el anterior por un número fijo llamado razón, y que se representará por la letra r

Ejemplo:

¿Es la sucesión 5, 15, 45, 135, 405,…. una progresión geométrica?

Solución:

$$\frac{15}{5} = \frac{45}{15} = \frac{135}{45} = \frac{405}{135} = 3$$

Si es una progresión geométrica de razón 3

Deducción de término enésimo de una progresión geométrica

La fórmula del término enésimo de una progresión geométrica u_n se encuentra sin más que observar que:

$u_1, u_2, u_3, u_4, \dots \dots \dots \dots u_n$

$u_2 = u_1 \cdot r$

$u_3 = u_2 \cdot r = u_1 \cdot r \cdot r = u_1 \cdot r^2$

$u_4 = u_3 \cdot r = u_1 \cdot r^2 \cdot r = u_1 \cdot r^3$

Nótese que, en todos los casos, el término correspondiente es el producto de dos cantidades:

- La primera es siempre u_1

- La segunda es una potencia de base r y exponente un cierto número, que se obtiene restando una unidad al subíndice.

En definitiva, la expresión del término general es:

$$\boldsymbol{u_n = u_1 \cdot r^{n-1}}$$

Si la razón de una progresión geométrica es mayor que uno, la progresión es *creciente*, es decir, cada término es mayor que el anterior.

Si la razón de una progresión geométrica está comprendida entre cero y uno, la progresión es *decreciente*, es decir, cada término es menor que el anterior.

Si la razón de una progresión geométrica es igual a uno, la progresión es *constante*, es decir, tiene todos los términos iguales.

Si la razón de una progresión geométrica es menor que cero, la progresión es *alterna*, es decir, sus términos son alternativamente positivos y negativos.

Nota: En toda progresión geométrica el producto de dos términos equidistantes de los extremos es igual al producto de los extremos

Sea la progresión

$a, \dots., m, \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots s, \dots., u$

Donde entre a y m hay n términos y entre s y u también hay n términos. Entonces, m y s son equidistantes de los extremos.

Se va a demostrar que

$m \cdot s = a \cdot u$

Aplicando la ecuación del enésimo término se tiene:

$m = a \cdot r^{n-1}$

$u = s \cdot r^{n-1}$

Dividiendo estas igualdades, se tiene:

$$\frac{m}{u} = \frac{a \cdot r^{n-1}}{s \cdot r^{n-1}} = \frac{a}{s} \Rightarrow m \cdot s = a \cdot u$$

Deducción de la ecuación de la suma de los términos de una progresión geométrica

Sea la progresión:

$u_1, u_2, u_{3,} u_4, \dots \dots \dots \dots \dots \dots u_n$

Cuya razón es r y S_n la suma de todos sus términos se obtiene:

$S = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \cdots + u_n \qquad (1)$

Multiplicando los dos miembros de esta igualdad por la razón:

$S_n \cdot r = u_1 \cdot r + u_2 \cdot r + u_3 \cdot r + u_4 \cdot r + \cdots + u_n \cdot r \qquad (2)$

Y como cada término multiplicado por la razón da el siguiente, la ecuación (2) se transforma en:

$S_n \cdot r = u_2 + u_3 + u_4 + u_n + \cdots + u_n \cdot r \qquad (3)$

Restando (1) de (3) se obtiene:

$S_n \cdot r = u_2 + u_3 + u_4 + u_n + \cdots + u_n \cdot r$

$-S_n = -(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \cdots + u_n)$

$S_n \cdot r - S_n = u_n \cdot r - u_1$

Sacando factor común se obtiene

$S_n(r-1) = u_n \cdot r - u_1$

Finalmente transponiendo S_n queda:

$$S_n = \frac{u_n \cdot r - u_1}{r-1}$$

Remplazando $u_n = u_1 r^{n-1}$ en la ecuación anterior se tiene:

$$S_n = \frac{u_1 \cdot r^{n-1} \cdot r - u_1}{r-1} = \frac{u_1 \cdot r^{n-1+1} - u_1}{r-1} = \frac{u_1 \cdot r^n - u_1}{r-1}$$

Sacando factor común

$$S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r-1}$$

Al cambiar de signo a la expresión anterior se obtiene:

$$S_n = \frac{u_1(1 - r^n)}{1-r}$$

Por lo tanto, la Suma de n términos de una progresión geométrica se calcula aplicando:

$$\boldsymbol{S_n = \frac{u_n \cdot r - u_1}{r-1} = \frac{u_1(r^n - 1)}{r-1} = \frac{u_1(1 - r^n)}{1-r}}$$

Suma de una progresión geométrica decreciente con infinitos términos

La expresión

$$S_n = \frac{u_1(1 - r^n)}{1-r}$$

Es igual a

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

$$S_n = \frac{u_1 - u_1 r^n}{1 - r}$$

Esta última ecuación también puede escribir de la siguiente forma:

$$S_n = \frac{u_1}{1 - r} - \frac{u_1 r^n}{1 - r}$$

En una progresión geométrica decreciente la razón r es una fracción propia (el numerador menor que el denominador), y si una fracción propia se eleva a una potencia positiva, cuando mayor sea el exponente, menor es la potencia de la fracción. Entonces la potencia r^n resulta cada vez menor (en valor absoluto) a medida que n crece, es decir que cuando n aumenta indefinidamente (n es infinito) r^n tiende al límite cero, por lo que la siguiente expresión también tiende a cero

$$\frac{u_1 r^n}{1 - r}$$

Entonces cuando en una progresión geométrica el número de términos (n) sea infinito, el valor de la suma de sus términos es:

$$S_n = \frac{u_1}{1 - r} - \frac{u_1 r^n}{1 - r} = \frac{u_1}{1 - r} - 0$$

Es decir:

$$\boldsymbol{S_n = \frac{u_1}{1 - r}}$$

Ejemplos ilustrativos:

1) Hallar el 7º término de 3, 2, 4/3,……….

Solución:

Observando la progresión se tiene: a=3, n=7, $r = 2 \div 3 = \frac{2}{3}$, $u_7 = ?$

Remplazando se obtiene:

$$u_n = u_1 r^{n-1}$$

$$u_7 = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{7-1} = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 = 3 \cdot \frac{2^6}{3^6} = \frac{2^6}{3^5} = \frac{64}{243}$$

2) El quinto término de una progresión geométrica es $\frac{16}{125}$ y el sexto término $\frac{32}{625}$. Hallar el primer término.

Solución:

Se tiene como datos:

$$u_5 = \frac{16}{125}; u_6 = \frac{32}{625}; n = 6; u_1 = ?$$

Con el 5to y el 6to términos se calcula la razón dividiendo el 6to término para el 5to término, obteniéndose:

$$r = \frac{32}{625} \div \frac{16}{125} = \frac{2}{5}$$

Remplazando valores en el término enésimo se obtiene:

$$u_n = u_1 r^{n-1}$$

$$\frac{32}{625} = u_1 \left(\frac{2}{5}\right)^{6-1} \Rightarrow \frac{32}{625} = u_1 \cdot \frac{2^5}{5^5} \Rightarrow \frac{32}{625} = u_1 \cdot \frac{32}{3125} \Rightarrow u_1 = \frac{32 \cdot 3125}{625 \cdot 32} \Rightarrow u_1 = 5$$

3) Hallar la suma de los 10 primeros términos de $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1......$

Solución:

Se tiene n=10, a=$\frac{1}{4}$, $r = 1 \div \frac{1}{2} = 1 \cdot \frac{2}{1} = 2$

Remplazando valores en el término enésimo se tiene:

$$u_n = u_1 r^{n-1}$$

$$u_n = \frac{1}{4} \cdot 2^{10-1} = 128$$

Remplazando valores en la suma se tiene:

$$S_n = \frac{u_n \cdot r - u_1}{r - 1}$$

$$S_{10} = \frac{128 \cdot 2 - \frac{1}{4}}{2-1} = \frac{1023}{4} = 255{,}75$$

4) Interpolar 7 medios geométricos entre 8 y $\frac{1}{32}$

Solución:

Recordando que interpolar es formar una progresión cuyos extremos sean los números dados, que este caso como se tiene que ubicar 7 medios geométricos entre 8 y 1/32 se tiene que:

$n = 9;\ u_1 = 8$ y $u_9 = \frac{1}{32}$

Remplazando valores y despejando r en el término enésimo se tiene:

$$\frac{1}{32} = 8r^{9-1} \Rightarrow \frac{1}{32} = 8r^8 \Rightarrow r^8 = \frac{1}{32 \cdot 8} = \frac{1}{256} \Rightarrow r = \sqrt[8]{\frac{1}{256}} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

Si la razón es 1/2 se multiplica 8 por 1/2 para obtener el 2º término, el 2º término por 1/2 para obtener el 3er término y así sucesivamente. Se tiene:

$$8 \cdot \frac{1}{2} = 4;\ \ 4 \cdot \frac{1}{2} = 2;\ \ 2 \cdot \frac{1}{2} = 1;\ 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2};\ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4};\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8};\ \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16};\ \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

Interpolando se tiene la progresión:

$$8,4,2,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\frac{1}{16},\frac{1}{32}$$

5) El lunes una persona gana 2 dólares y cada día después gana el doble de lo que gana el anterior. ¿Cuánto gana el sábado y cuánto de lunes a sábado?

Solución:

En este problema $u_1 = 2; r = 2$

Para saber cuánto gana el sábado n = 6 y se remplaza valores en el término enésimo, de donde obtiene:

$u_n = u_1 r^{n-1}$

$u_6 = 2 \cdot 2^{6-1} = 64$

Para saber cuánto gana de lunes a sábado se remplaza valores en la suma, de donde se obtiene:

$$S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_6 = \frac{2(2^6 - 1)}{2 - 1} = \frac{2(64 - 1)}{1} = \frac{2(63)}{1} = 126$$

O también aplicando

$$S_n = \frac{u_n \cdot r - u_1}{r - 1} \Rightarrow S_6 = \frac{64 \cdot 2 - 2}{2 - 1} = \frac{128 - 2}{1} = 126$$

6) Un padre proyecta depositar en el banco 1$ el día que su hijo cumple un año y triplicar la cantidad en cada uno de los cumpleaños de su hijo. ¿Cuánto tendría que depositar al cumplir su hijo 10 años?

Solución:

En este problema $u_1 = 1; r = 3$

Remplazando valores en el término enésimo se obtiene:

$$u_n = u_1 r^{n-1}$$

$$u_{10} = 1 \cdot 3^{10-1} = 1 \cdot 3^9 = 19683$$

7) Hallar la suma de la progresión infinita $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + ...$

Solución:

$$a = \frac{3}{4}; r = \frac{1}{4} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

Remplazando valores en la suma:

$$S_n = \frac{u_1}{1 - r}$$

$$S_n = \frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{8} = 1{,}125$$

8) Hallar el valor de 0,666….

Solución:

$$0,666\ldots\ldots = \frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + \cdots$$

Esta es la suma de una progresión geométrica al infinito cuya razón es $\frac{1}{10}$

Remplazando valores en la suma

$$S_n = \frac{u_1}{1-r}$$

$$S_n = \frac{\frac{6}{10}}{1-\frac{1}{10}} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{2}{3}$$

9) Hallar el valor de 2,4545…

Solución:

$$2,4545\ldots\ldots = 2 + \frac{45}{100} + \frac{45}{10000} + \cdots$$

Después de 2 se tiene la suma de una progresión geométrica al infinito cuya razón es 1/100

Remplazando valores en la suma

$$S_n = \frac{u_1}{1-r}$$

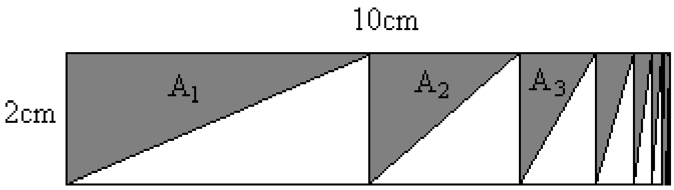
$$S_n = \frac{\frac{45}{100}}{1-\frac{1}{100}} = \frac{\frac{45}{100}}{\frac{99}{100}} = \frac{5}{11}$$

Entonces, se suma

$$2,4545\ldots\ldots = 2 + \frac{5}{11} = \frac{22+5}{11} = \frac{27}{11}$$

10) Se tiene un rectángulo de 10cm de largo por 2cm de alto. Se divide en dos partes iguales por una paralela a la altura y en una de estas partes se considera el triángulo determinado por una diagonal (el cual se ha sombreado en la figura). La otra parte se vuelve a dividir en dos de la misma manera y en una de estas partes se toma uno de los triángulos determinados por la diagonal, y así sucesivamente. ¿Cuánto vale el límite de la suma de las áreas de estos triángulos?

Solución:



Observando la gráfica se deduce que hay que calcular la suma de una progresión geométrica al infinito cuya razón es 1/2

Calculando el A_1 se tiene:

$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\frac{10}{2} \cdot 2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Remplazando valores en la suma

$$S_n = \frac{u_1}{1-r}$$

$$S_n = \frac{5}{1-\frac{1}{2}} = \frac{5}{\frac{2-1}{2}} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$$

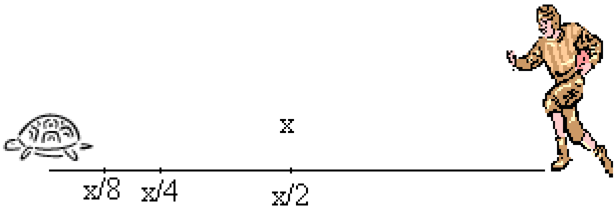
Entonces

$$S_n = 10\ cm^2$$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

11) En la famosa paradoja de Aquiles y la tortuga, Aquiles, en el primer minuto, reduce a la mitad la distancia que originalmente lo separa de la tortuga, en el próximo minuto, reduce a la mitad la distancia que originalmente la separa de la tortuga, en el próximo medio minuto reduce a la mitad la distancia que ahora la separa de la tortuga, en el próximo cuarto de minuto reduce la distancia restante a la mitad, y así sucesivamente, calcúlese el tiempo máximo que tardará Aquiles en alcanzar la tortuga.

Solución:



$x = distancia;\ t_1 = 1\text{ min};\ t_2 = \frac{1}{2}min;\ t_3 = \frac{1}{4}min$

$S_n = t_1 + t_2 + t_3 + \cdots \Rightarrow S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots$

Remplazando valores en la suma

$S_n = \frac{u_1}{1-r} \Rightarrow S_n = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2\ min$

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

1) El primer término de una progresión geométrica es 8 y el último es 40,5. Si la razón es 3/2, ¿cuántos términos tiene la progresión?

5

2) El primer término de una progresión geométrica es 7 y el último es 448. Si la razón es 2, ¿cuántos términos tiene la progresión?

7

3) El primer término de una progresión geométrica es 5 y el último es 5120. Si tiene 6 términos, ¿cuál es la razón?

4

4) Hallar la suma de los ocho primeros términos de una progresión geométrica cuyo quinto término es 1/2 y cuyo último término es 4.

$\frac{255}{32}$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

5) Hallar la suma de los nueve primeros términos de una progresión geométrica cuyo tercer término es 10 y el sexto es 0,01.

1111,111

6) Un padre proyecta depositar en el banco 1$ el día que su hijo cumple un año y duplicar la cantidad en cada uno de los cumpleaños de su hijo. ¿Cuánto tendría que depositar al cumplir su hijo 20 años?

524288 $

7) Una máquina costó 60000 $. Se calcula que al final de cada año sufre una depreciación igual al 10% del valor que tiene al principio de ese año. ¿Cuál será su valor al cabo de 5 años?

35 429,40 $

8) El valor de una mercadería se deprecia 3% cada año. Su precio original fue de 20 000 $. ¿Cuál será su valor al cabo de 6 años?

17 174, 68 $

9) El número de bacterias en un cultivo está aumentando un 20% cada hora. Si al principio había 400000 bacterias en el cultivo, ¿cuántas habrá al cabo de 4 horas?

829 440 bacterias

10) La población de una ciudad aumenta 40% cada 10 años. Si su población en 2020 era de 50000 habitantes, ¿cuál será su población en 2070?

268 912 habitantes

ANEXO 4
LOGARITMOS

Un logaritmo de un número *b* en base *a* se define de la siguiente manera:

$$\log_a b = c \text{ si y solo si } a^c = b$$

Siempre se considera que la base *a* es un número positivo diferente de 1. De esta manera entonces también *b* tiene que ser un número positivo.

Los logaritmos fueron inventados por el matemático escocés John Neper y publicados en 1614. Neper buscaba una forma de realizar multiplicaciones y divisiones mediante sumas y restas, mucho más fáciles de realizar. Así creó un grupo de números 'artificiales' que sustituyen a cada número real. A cada número *real* le corresponde un número *artificial* que llamó *logaritmo*. Los logaritmos creados por Neper se basan en la constante e = 2,71828.... Más tarde en 1617 el matemático Henry Briggs adaptó los logaritmos de Neper (Neperianos) a base 10 que resultan más convenientes.

En base 10, el logaritmo de 1 es 0, el logaritmo de 10 es 1, el logaritmo de 100 es 2 y así siguiendo. El logaritmo de un número entre 1 y 10 estará entre 0 y 1, el logaritmo de un número entre 10 y 100 estará entre 1 y 2, etc.

Ejemplos ilustrativos

De acuerdo con la definición tenemos que:

$log\ _2 8 = 3$, ya que $2^3 = 8$

$log_{10} 100 = 2$, ya que $10^2 = 100$

$log\ \ 1000 = 3$, ya que $10^3 = 1000$

$log_{25} 5 = \frac{1}{2}$, ya que $25^{\frac{1}{2}} = 5$

$log\ _{\frac{1}{2}} 8 = -3$, ya que $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Propiedades de los logaritmos

A partir de la definición de logaritmo podemos ver que las conocidas propiedades de las potencias pueden ser traducidas a los logaritmos. Por ejemplo, sabemos que $a^1 = a$ para cualquier a, esto se escribe en términos de logaritmos como $\log_a a = 1$. A continuación se proporciona una tabla con las propiedades más importantes de los logaritmos.

Propiedades de los logaritmos	
$log_{\,a}1 = 0$	$log_{\,a}a = 1$
$log_{\,a}bc = log_{\,a}b + log_{\,a}c$ Logaritmo del producto	$log_{\,a}\dfrac{b}{c} = log_{\,a}b - log_{\,a}c$ Logaritmo del cociente
$log_{\,a}b^n = n log_{\,a}b$ Logaritmo de la potencia	$log_{\,a}\sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n} log_{\,a}b$ Logaritmo de la raíz
$log_{\,a}\dfrac{1}{b} = -log_{\,a}b$ Logaritmo del recíproco	$log_{\,a}b = \dfrac{log_{\,c}b}{log_{\,c}a}$ Cambio de base
$a^{log_{\,a}n} = n$	$a^{log_{\,b}c} = c^{log_{\,b}a}$

Logaritmos naturales

La propiedad del cambio de base expresa que todos los logaritmos pueden ponerse en términos de uno solo. Los más usuales son los **logaritmos comunes** que son los de base 10 y se denotan por *log* "a secas" y los logaritmos de base *e* que se llaman **logaritmos naturales** o *neperianos* y se denotan por *ln*. Es decir,

$logx$ $\quad log_{10}x$ y lnx es lo mismo que $log_{\,e}x$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Gráfica

Los logaritmos en una base dada se pueden ver como una función cuyo dominio es la parte positiva de los números reales y que consiste en asignar a cada número real positivo su correspondiente logaritmo.

Ejemplo ilustrativo: Graficar $f(x) = log\ _2x$

Solución:

Se elabora la tabla de valores dando valores a la y. Y luego se grafica

$Si\ f(x) = log\ _2x \rightarrow y = log\ _2x \rightarrow 2^y = x$

x	y
0,03125	-5
0,0625	-4
0,125	-3
0,25	-2
0,5	-1
1	0
2	1
4	2
8	3
16	4
32	5

$x = 2^y$

$x = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32} = 0{,}03125$

$x = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$

$x = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

$x = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

$x = 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$x = 2^0 = 1$

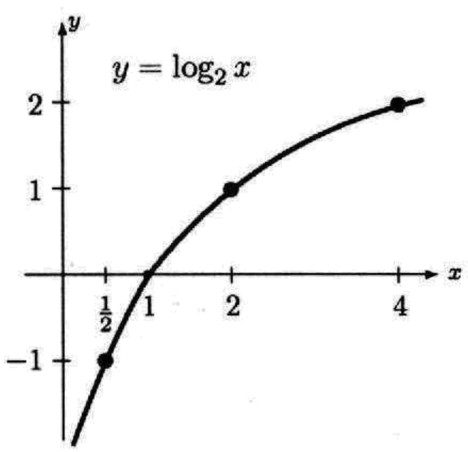
$x = 2^1 = 2$

$x = 2^2 = 4$

$x = 2^3 = 8$

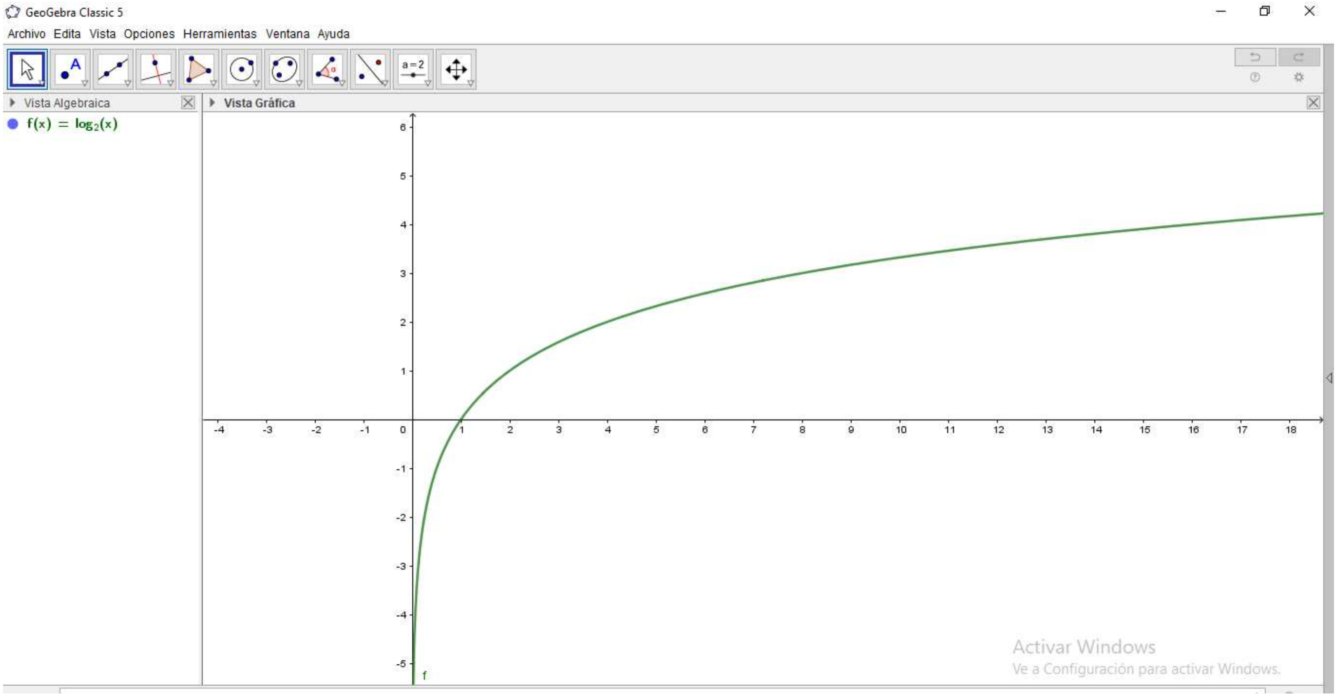
$x = 2^4 = 16$

$x = 2^5 = 32$

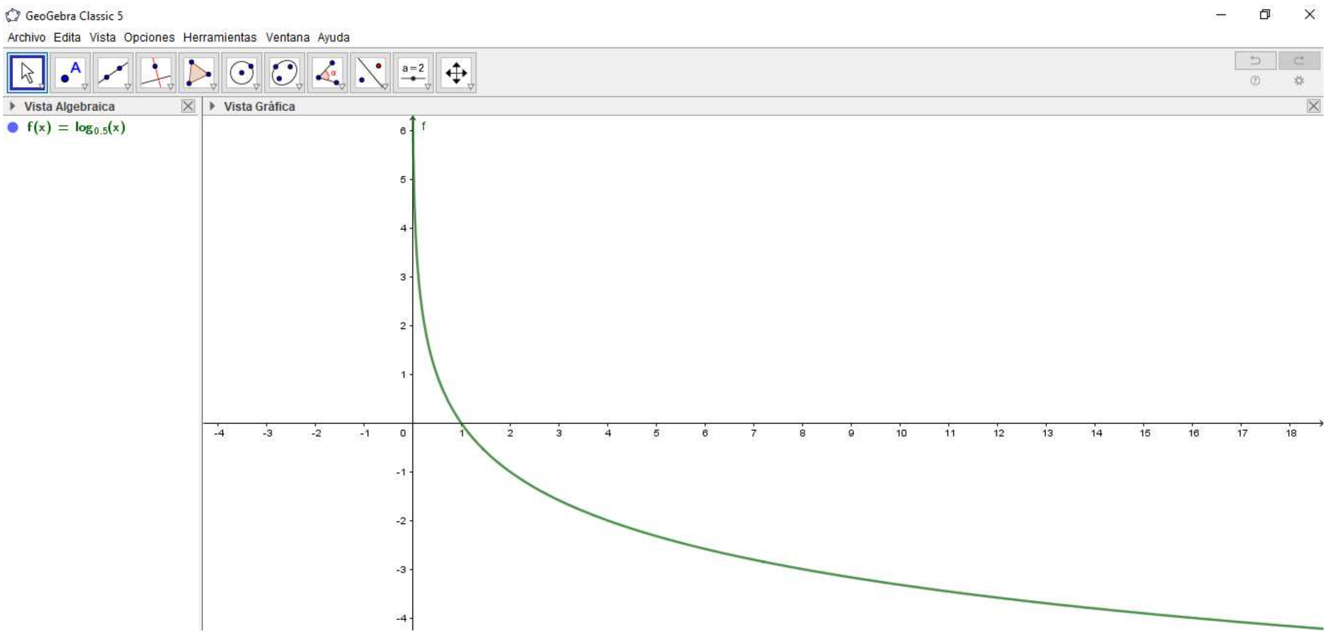


Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Empleando GeoGebra

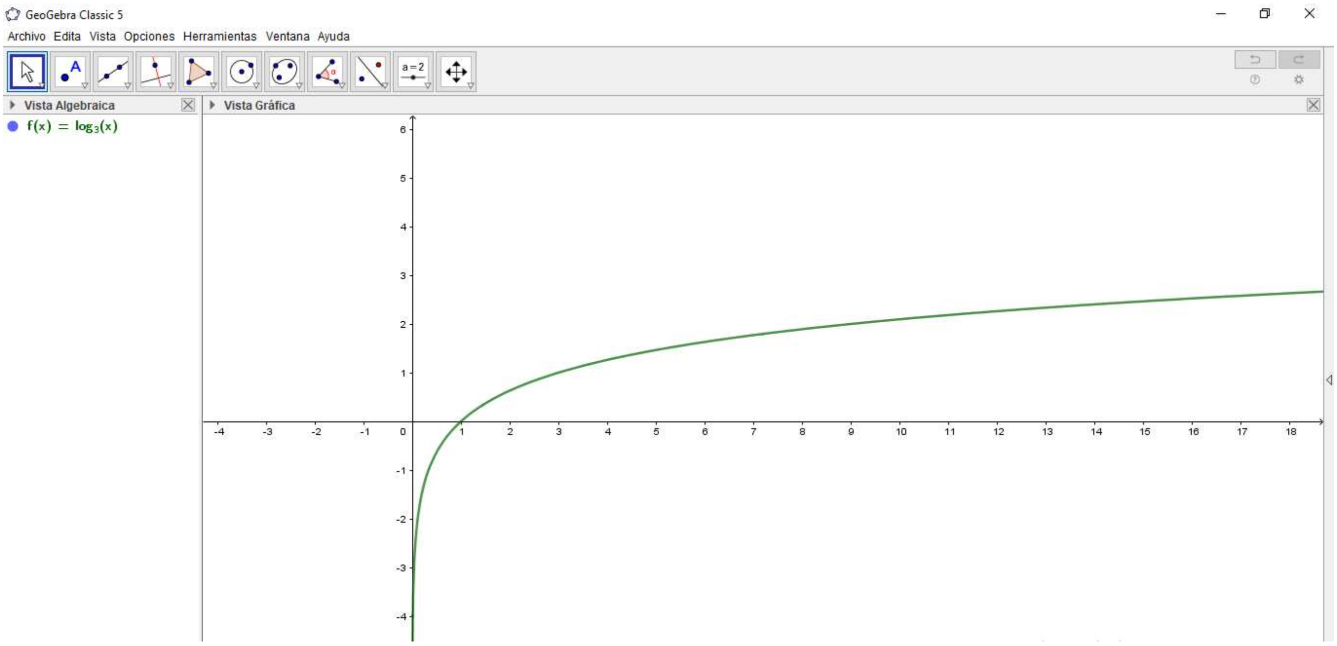


En realidad, las gráficas de las funciones logarítmicas son parecidas a la anterior siempre que la base sea mayor que 1. Si la base es menor que 1 se invierte con respecto al eje x.



Gráfica $y = log\ _{a}x$ cuando $0 < a < 1$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433



Gráfica $y = log\ _a x$ cuando $a > 1$

Ecuaciones exponenciales

Ejemplos ilustrativos

1) $\mathbf{5^{\log_2(x^2-3x+5)} = 3^{\log_2 5}}$

Solución:

Aplicando la propiedad $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

$5^{\log_2(x^2-3x+5)} = 5^{\log_2 3}$

$\log_2(x^2 - 3x + 5) = \log_2 3$

$x^2 - 3x + 5 = 3$

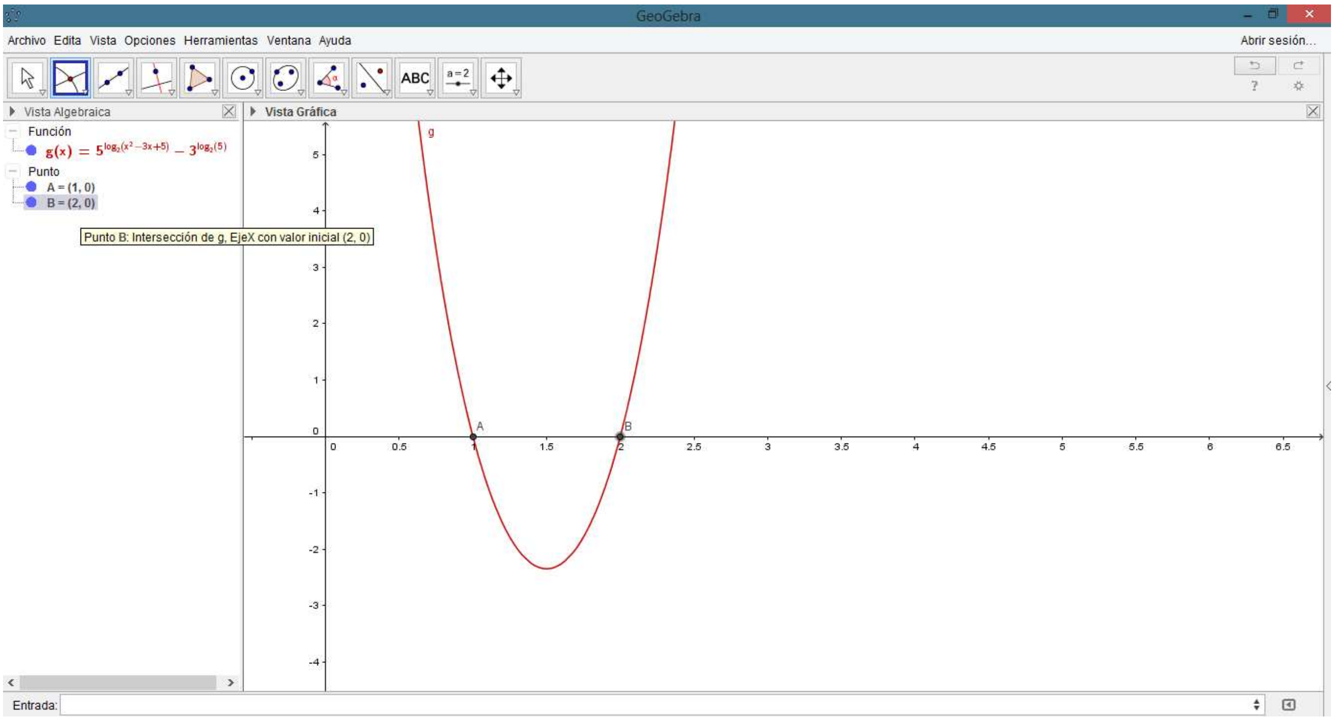
$x^2 - 3x + 5 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x - 2)(x - 1) = 0$

$x = 2; x = 1$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Empleando GeoGebra



2) $\mathbf{64^{log_2(x-1)} = 5^{\log_5 729}}$

Solución:

$(2^6)^{log_2(x-1)} = 5^{\log_5 729}$

$(2)^{6 \cdot log_2(x-1)} = 5^{\log_5 729}$

$2^{\log_2 (x-1)^6} = 5^{\log_5 729}$

Aplicando la propiedad $a^{\log_a n} = n$

$(x-1)^6 = 729$

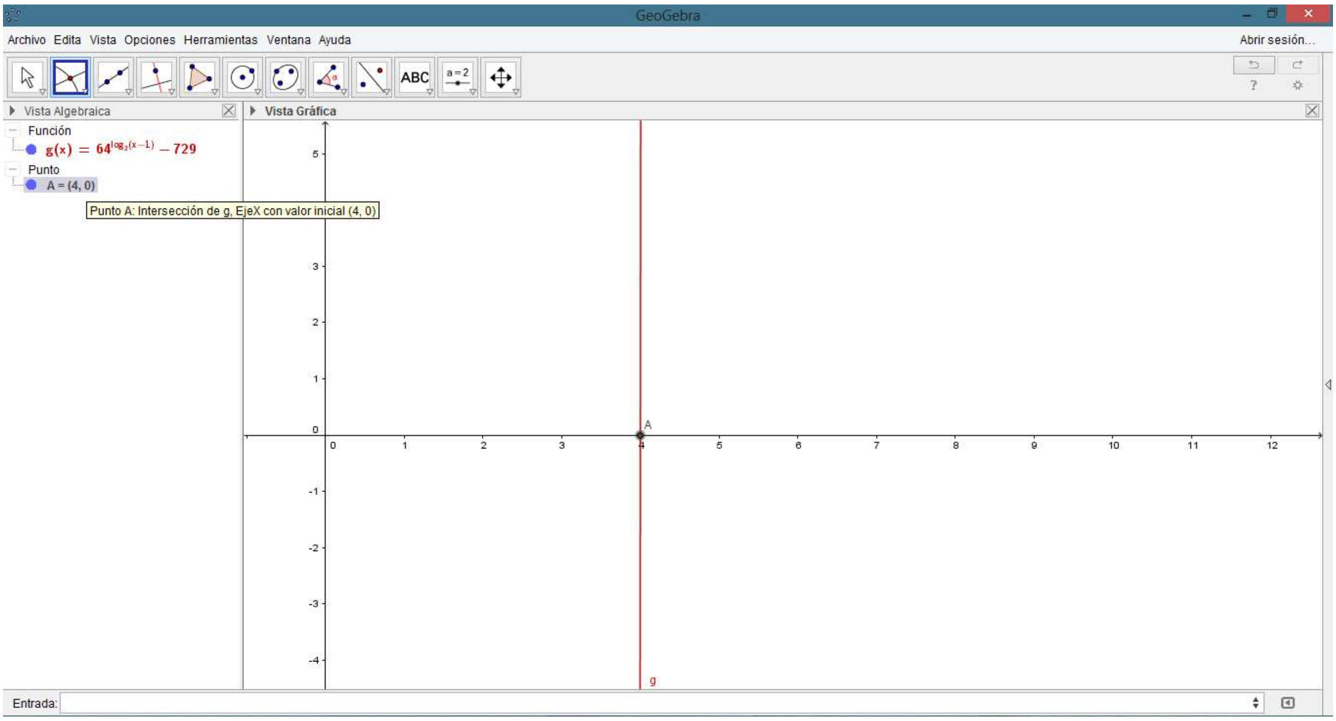
$x - 1 = \sqrt[6]{729}$

$x - 1 = \sqrt[6]{3^6}$

$x - 1 = 3 \Longrightarrow x = 3 + 1 \Longrightarrow x = 4$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

Empleando GeoGebra



3) Una ley de cicatrización de la piel dañada por heridas o quemaduras es $A_2 = A_1 \cdot e^{-\frac{n}{10}}$ donde A_2 (en cm^2) es el área que no ha sanado en n días y A_1 (en cm^2) es el área original dañada. Hallar el número de días que se necesitan para que el área que no ha cicatrizado sea solamente la cuarta parte del área original dañada.

Solución:

Lo que se desea es hallar el valor de n tal que: $A_2 = \dfrac{A_1}{4}$

Reemplazando y operando en la ecuación $A_2 = A_1 \cdot e^{-\frac{n}{10}}$ se obtiene:

$$\frac{A_2}{4} = A_1 \cdot e^{-\frac{n}{10}} \Rightarrow \frac{1}{4} = e^{-\frac{n}{10}}$$

Aplicando logaritmos: $\log\dfrac{1}{4} = \log e^{-\frac{n}{10}} \Rightarrow \log 1 - \log 4 = -\dfrac{n}{10}\log e$

Despejando n: $n = \dfrac{10\log 4}{\log e} = \dfrac{10 \cdot 0{,}6020}{0{,}4343} = 13$

Entonces, 13 días es la respuesta

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

4) La vida media de cierta sustancia radioactiva es de 1000 años. Si se tiene 2 gramos de dicha sustancia. ¿Cuántos gramos quedarán al cabo de 5000 años?

Solución: Una sustancia radioactiva se desintegra según la ecuación $y = k_0 e^{-k \cdot t}$ donde:

k_0 = cantidad inicial correspondiente a t=0

Y = cantidad que aún queda sin desintegrar en el tiempo t (en siglos)

k = constante que depende de la sustancia

La vida media de la sustancia es el tiempo que debe transcurrir para que la cantidad que quede sea la mitad de la original.

Si t = 1000 años es la vida media de la sustancia tenemos:

$$\frac{k_0}{2} = k_0 e^{-10k}$$

De donde remplazando valores y aplicando logaritmos se obtiene:

$\frac{1}{2} = e^{-10k} \Rightarrow k = 0{,}14$

Sustituyendo en

$$y = k_0 e^{-k \cdot t}$$

Se obtiene:

$$y = 2e^{-0{,}14 \cdot 50} = 2 \cdot e^{-7{,}2} gr$$

Ecuaciones logarítmicas

Ejemplos ilustrativos

1) $\boldsymbol{log\sqrt{x+14} + log\sqrt{x+7} - log1{,}2 = 1}$

Solución:

$log\sqrt{x+14}\sqrt{x+7} - log1{,}2 = 1$

$log\sqrt{(x+14)(x+7)} - log1{,}2 = 1$

$log\dfrac{\sqrt{(x+14)(x+7)}}{1{,}2} = 1$

$10^1 = \dfrac{\sqrt{x^2+7x+14x+98}}{1{,}2}$

$10 \cdot 1{,}2 = \sqrt{x^2+21x+98}$

$$12 = \sqrt{x^2 + 21x + 98}$$

$$12^2 = \left(\sqrt{x^2 + 21x + 98}\right)^2$$

$$144 = x^2 + 21x + 98$$

$$x^2 + 21x + 98 - 144 = 0$$

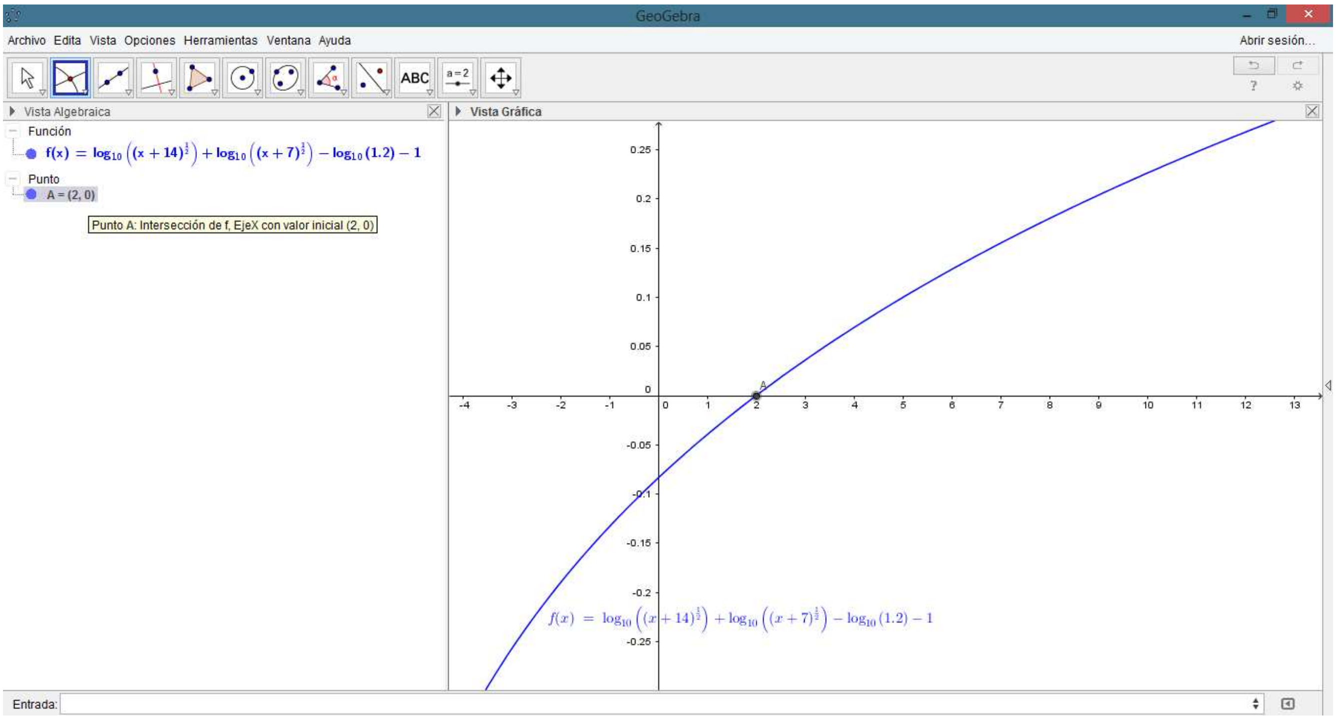
$$x^2 + 21x - 46 = 0$$

$$(x + 23)(x - 2) = 0$$

$$x = -23\,;x = 2$$

$$\boldsymbol{x = 2}$$

Empleando GeoGebra



2) $\boldsymbol{\log_x\left(\frac{x^{4x-6}+1}{2}\right) = 2x - 3}$

Solución:

$$x^{2x-3} = \frac{x^{4x-6} + 1}{2}$$

$$\frac{x^{2x}}{x^3} = \frac{\frac{x^{4x}}{x^6} + 1}{2}$$

$$2x^{2x} = x^3\left(\frac{x^{4x}}{x^6} + 1\right)$$

$$2x^{2x} = x^3\left(\frac{x^{4x} + x^6}{x^6}\right)$$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés *https://orcid.org/0000-0002-3962-5433*

$$2x^{2x} = \frac{x^{4x} + x^6}{x^3}$$

$$2x^3x^{2x} = x^{4x} + x^6$$

$$x^{4x} - 2x^3x^{2x} + x^6 = 0$$

$$(x^{2x} - x^3)(x^{2x} - x^3) = 0$$

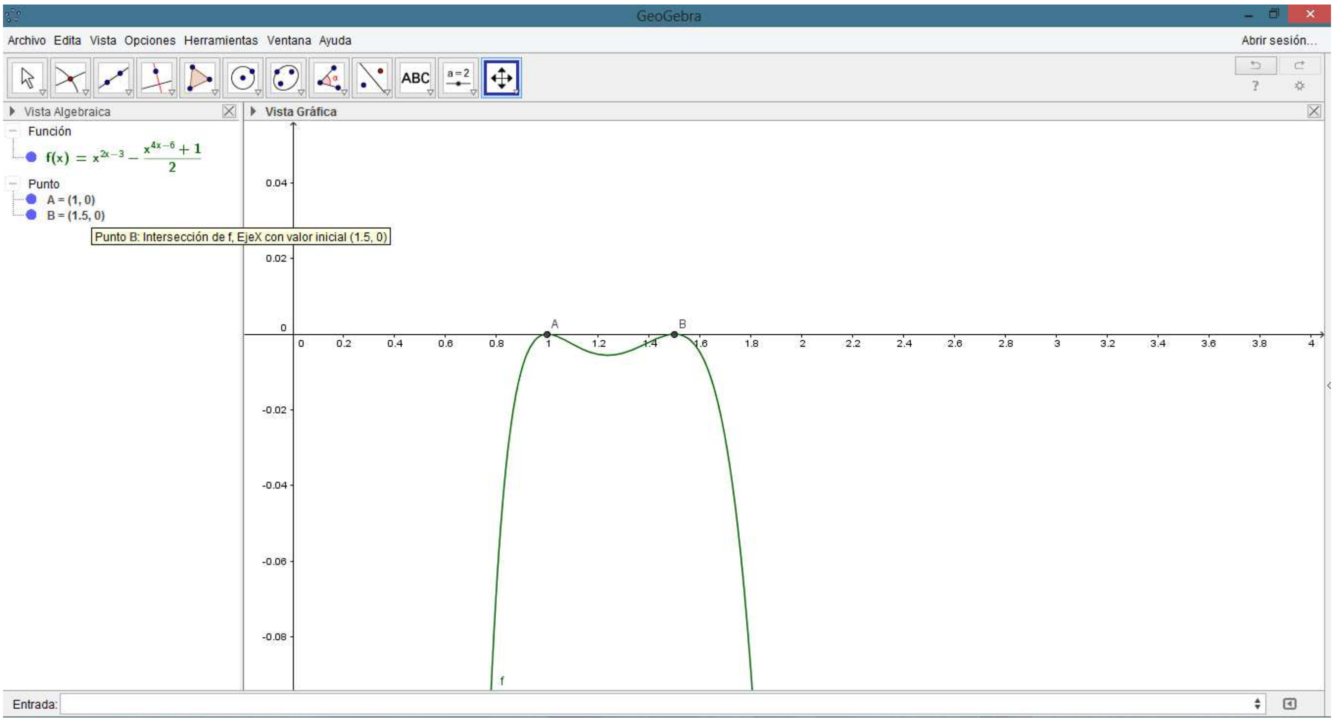
$$x^{2x} - x^3 = 0$$

$$x^{2x} = x^3$$

$$x = 1$$

$$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Empleando GeoGebra



TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

Desarrollar

1) $\log\sqrt[3]{\dfrac{m^2n^5}{r^2t^6}}$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{2\log m + 5\log n - 2\log r - 6\log t}{3}$

2) $\log\left(\dfrac{x^3\sqrt{x+1}}{x+5}\right)^4$ $\qquad\qquad$ $12\log x + 2\log(x+1) - 4\log(x+5)$

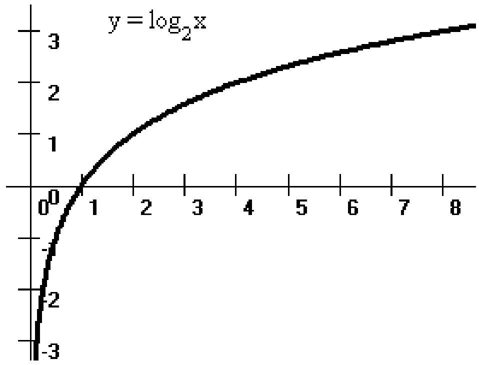
En cada caso determinar x

3) $\log x = \dfrac{\log a}{2} + 3\log c - 6\log d$ $\qquad x = \dfrac{\sqrt{a}\cdot c^3}{d^6}$

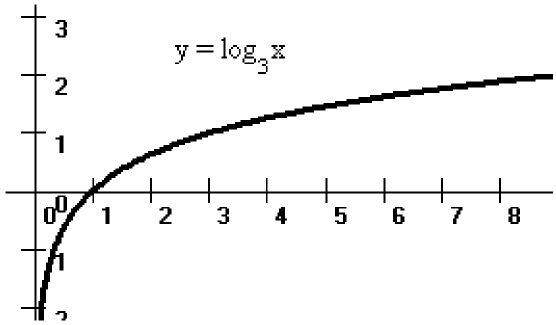
4) $\ln x = 3\ln m + 2\ln n + \dfrac{\ln p}{3} - 3\ln q$ $\qquad x = \dfrac{m^3 n^2 \sqrt[3]{p}}{q^3}$

Graficar en forma manual y con GeoGebra

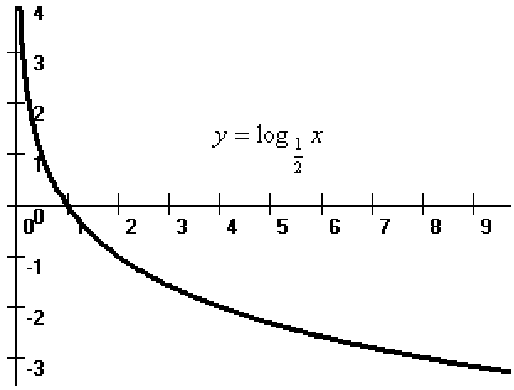
5) Graficar $y = \log_2 x$



6) Graficar $y = \log_3 x$

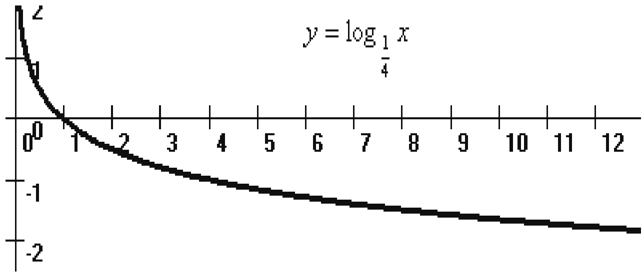


7) Graficar $y = \log_{\frac{1}{2}} x$



Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

8) Graficar $y = \log_{\frac{1}{4}} x$



Resolver

9) $\log_2 128$ — 7

10) $\log_3 \sqrt{3}$ — 1/2

11) $\log_2 0,25$ — -2

12) $\log_8 512$ — 3

13) $2^{\log_2 5}$ — 5

14) $24^{\log_{24} 5}$ — 5

15) $\log_{24} 24$ — 1

16) $\log_{2^3} 2$ — $\frac{1}{3}$

17) $\log_{5^3} 25^5$ — $\frac{10}{3}$

18) $\log_2 \log_4 \log_8 64$ — -1

Resolver las siguientes ecuaciones en forma manual y con algún medio tecnológico:

19) $3^x = 729$ — 6

20) $7^x = 320$ — 2,9643

21) $\sqrt[3]{2^{2x+1}} = \frac{1}{32}$ — -8

22) $\sqrt{5^{3x-1}} = \frac{1}{25^x}$ — $\frac{1}{7}$

Mgs. Mario Orlando Suárez Ibujés https://orcid.org/0000-0002-3962-5433

23) $\sqrt{2^{x-1}} = \sqrt[3]{16}$ $\qquad \dfrac{11}{3}$

24) $3^{x+1} = 45$ $\qquad$ 2,465

25) $4^{2x-3} = 225$ $\qquad$ 3,453

26) $3 \cdot 2^x = 4 \cdot 5^x$ $\qquad$ -0,314

27) $4^{x+1} = 3^{x-1}$ $\qquad$ -8,6376

27) $5 \cdot 3^{2x+1} = 7^{1-x}$ $\qquad$ -0,184

29) $2^{x^2-3x} = 16$ $\qquad$ 4; -1

30) $\dfrac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} = \dfrac{1}{3}$ $\qquad$ 0,15

31) $1285^{x^2+5x+6} = 1$ $\qquad$ -2; -3

32) $2^x + 4^x = 72$ $\qquad$ 3

33) $2^{x+1} + 4^x = 288$ $\qquad$ 4

34) $3^{x+1} + 9^x = 108$ $\qquad$ 2

35) $3^x + 9^{x+1} = 38$ $\qquad$ 0,6

36) $4 \cdot 5^{2x} - 4 \cdot 5^x + 1 = 0$ $\qquad$ -0,43

37) $9^{x+1} - 3^x = 6534$ $\qquad$ 3

38) $\log 4x = 3$ $\qquad$ 250

39) $\log(\log x) = 1{,}17609$ $\qquad$ 10^{15}

40) $\log \dfrac{1}{2x-3} = -2$ $\qquad \dfrac{703}{2}$

41) $\log_9 \sqrt[x]{27} = 4$ $\qquad \dfrac{3}{8}$

42) $\log_{\sqrt{2}} x = -6$ $\qquad \dfrac{1}{8}$

43) $7^{\log_7(2x-19)} = x+4$ 23

44) $2^{\log_2(8x-5)} = 3^{\log_3(5x+16)}$ 7

45) $10^{\log(x+5)} = 2x-8$ 13

46) $e^{\ln 2} = \log_{(x-12)} 2x$ 18; 8

47) $64^{\log_2(x-1)} = 5^{\log_5 729}$ 4

48) $3^{\log_3(2x-9)} = 5^{\log_5(x+16)}$ 25

49) $5^{\log_2(x^2-3x+5)} = 3^{\log_2 5}$ 2; 1

50) $2(7^{\log_2 x}) + 5(x^{\log_2 7}) = 343$ 4

51) $4\log_{\sqrt{2}} x - \log_3 3 = \log_5 5$ $\sqrt[4]{2}$

52) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$ 16

53) $\log(x-5) + \log(x+4) = 1$ 6

54) $\log(x^2-3x) = 1$ 5; -2

55) $\log_x^2 9 + 4 = 4 \cdot \log_x 9$ 3

56) $\log x^{\log x} - \log x^4 = 5$ 10^5; 10^{-1}

57) $\log_x(x^2-10x+25) = 0$ 6; 4

58) $\log_2(x+1) + \log_2(x-3) = 5$ 7; -5

59) $\log 16 + \log x + \log(x-1) = \log 15 + \log(x^2-4)$ 10; 6

60) $\dfrac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)} = 3$ 3; 2

61) $\log(7x-9)^2 + \log(3x-4)^2 = 2$ 2 ;13/21

62) $\log\sqrt{7x+4} + \log\sqrt{2x+3} = 1 + \log 1{,}5$ 3

BIBLIOGRAFÍA

Acevedo, C. (2002). *Matemáticas Financieras*. Primera edición. Corporación Unificada Nacional.

Alemán C y González Z. (2005). Modelos Financieros en Excel. Grupo Editorial Patria.

Alvares, A. (2005). *Matemáticas Financieras.* Mc Graw-Hill

Ávalos, M. (2004). *Matemáticas Financieras.* Compañía Editorial Continental.

Baca, G. (2002). *Matemática Financiera*. Fondo Educativo Panamericano.

Bodie, Z y Merton R. (2003). *Finanzas*. Pearson Prentice Hall.

Cabeza de Vergara, L y Castrillón, J. (2002). *Matemáticas Financieras.* Ediciones Uninorte

Canovas, R. (2004). *Matemáticas Financieras: fundamentos y aplicaciones.* Editorial Trillas.

Casparri, M y Bernardello, A. (2003). *Operaciones financieras con Microsoft Excel*. Editorial Omicron System.

Daniel, Y. (2008). *Matemáticas Financieras para el crédito, el ahorro y la inversión.* Universidad Autónoma Metropolitana.

Fuentes, L. (2019). *Apuntes de Matemática Financiera.*

García, J. (2000). *Matemáticas financieras.* 3ra edición. Prentice Hall.

García, L. (1999). *Administración financiera*. 3ra edición. Editorial EAFIT.

Gómez, J. (1992). *Matemáticas financieras*. Tecnotextos.

Jaramillo, F. (2004). *Matemáticas Financieras Básicas Aplicadas.* Alfaomega

Linero, G. (1999). *Matemáticas financieras aplicadas*. Universidad del Valle.

Mata, A.D. (2013). *Matemáticas Financieras*. McGraw-Hill Interamericana Editores S.A.

Meza, J. (2011). *Matemáticas financieras aplicadas uso de las calculadoras financieras y Excel.* ECOE EDICIONES.

Montenegro, J. (2020). *Matemática financiera aplicada a los negocios y las finanzas familiares*.

Mora, A. (1994). *Matemáticas Financieras.* McGraw-Hill Interamericana Editores S.A.

Pareja, I. (2005). *Deciones de Inversión*.

Ramírez, J. y Martínez, E. (2010). *Matemática Financiera, Interés, Tasas y Equivalencias, Aplicaciones en Microsoft Excell.* Editorial Trillas de Colombia LTDA.

Rosillo, J. (2002). *Matemáticas Financieras y Decisiones de Inversión.* UDAD.

Rosillo, J. y Martínez C. (2004). *Modelos de Evaluación de Riesgo en Deciones Financieras.* Universidad Externado de Colombia.

Ruiz, H. (1985). *Matemáticas Financieras.* Universidad Santo Tomás.

Serrano, J. y Villarreal, J. (1998). *Fundamentos de finanzas*. Mc Graw-Hill

Suárez, M. (2011). *Ecuaciones de primer grado.* http://www.monografias.com/trabajos88/ecuaciones-de-primergrado/ecuaciones-de-primer-grado.shtml

Suárez, M. (2011). *Regla de tres*. https://es.scribd.com/document/60410972/Regla-de-tres

Suárez, M. (2012). *Interaprendizaje Holístico de Matemática*. https://es.scribd.com/document/97164559/Interaprendizaje-Holistico-de-Matematica

Suárez, M. (2015). *Interés Compuesto con la Calculadora FX 9860 G II.* https://es.scribd.com/document/283056873/Interes-Compuesto-con-la-Calculadora-fx-9860-GII

Suárez, M. (2016). *Logaritmos en forma manual y con GeoGebra*. https://es.scribd.com/doc/314388518/Logaritmos-en-Forma-Manual-y-Con-GeoGebra

Suárez, M. (2016). *Logaritmos*. https://es.scribd.com/doc/309410891/Logaritmos

Suárez, M., Arciniegas, E y Pineda, M. (2017). *Matemática y sus aplicaciones empleando las TIC. Volumen I.* Universidad Técnica del Norte. http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/7071

Suárez, M. (2017). *Banco de Preguntas Pre-Bi.* https://es.scribd.com/document/354666702/Banco-de-Preguntas-Pre-BI#logout

Suárez, M. (2024). *Interés Simple*. https://es.scribd.com/document/709324314/Interes-Simple#logout

Trejos, C. (1996). *Ingeniería económica*. Universidad del Valle.

Vélez, I. (2006). *Decisiones de Inversión para la valoración financeira de proyectos y empresas.* Politécnico Grancolombiano y Pontificia Universidad Javeriana.

Vidaurri, H. (2001). *Matemáticas financieras*.Thomson Learning.

Villalobos, J.L. (2007). *Matemáticas Financieras*. Pearson.

Weston, F. y Brighman, E. (1995). *Fundamentos de administración financiera*. Mc Graw-Hill.

Weston, J. y Copelano, T. (1994). Manual de Administración Financiera. Mc Graw-Hill.

Zbigniew, K. (2007). *Matemáticas Financieras el valor del dinero en el tiempo.* McGraw-Hill Interamericana.

DATOS BIOGRÁFICOS DEL AUTOR

Un viernes de Semana Santa del 24 de marzo de 1978 Mario Orlando Suárez Ibujés nace en el Barrio "La Florida" de la ciudad de Ibarra, Imbabura-Ecuador. Los primeros estudios los realiza en la Escuela Fiscal Mixta "Alejandro Pasquel Monge", del mismo barrio, en la cual fue Abanderado del Estandarte de la Escuela, Abanderado del Pabellón Nacional y Mejor Egresado. Los estudios secundarios los realiza en el colegio "Teodoro Gómez de la Torre" de la ciudad de Ibarra, en el cual fue el Mejor Alumno en Matemática durante los tres últimos años, Abanderado del Estandarte del Colegio y Mejor Egresado. Los estudios de tercer nivel los realiza en la Universidad Técnica del Norte (UTN) de la ciudad de Ibarra, en la cual siendo el Mejor Egresado obtiene el título de Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad Física y Matemática. Los estudios de cuarto nivel los realiza en la UTN, en la cual obtiene el título de Magíster en Gerencia de Proyectos Educativos y Sociales, y en la Universidad Politécnica Estatal del Carchi, en la que obtiene con Mención Honorífica el título de Magíster en Estadística Aplicada. Actualmente me encuentra estudiando el doctorado PhD en Educación en la Universidad Benito Juárez-México.

Experiencia profesional:

- Docente de Matemática en la Escuela Alejandro Pasquel Monge.
- Docente de Matemática en el Colegio Universitario UTN.
- Docente de Matemática de Educación General Básica (EGB) y Bachillerato General Unificado (BGU) en la Academia Militar San Diego.
- Docente de Matemática del Bachillerato Internacional (BI) y (EGB) en la Unidad Educativa. Teodoro Gómez de la Torre, en donde inicia su experiencia profesional docente a los 20 años.
- Docente de Matemática de EGB en la Unidad Educativa Mariano Suárez Veintimilla.
- Presidente de la Asociación de Profesores y empleados en la Unidad Educativa Mariano Suárez Veintimilla.
- Docente de Matemática de BGU y BI en la Unidad Educativa Ibarra.
- Líder del equipo de Asesores Educativos en la Coordinación Zonal 1-Educación.
- Director Distrital de Educación 10D02 Antonio Ante-Otavalo.
- Docente de la UTN en la Facultad de Ciencias Administrativas y Económicas (FACAE).
- Docente ocasional en la Facultad de Posgrado de la UTN.
- Actual Asesor Educativo en la Coordinación Zonal 1-Educación.

Libros publicados:

- Unidades para Producir Medios Instruccionales en Educación (coautor a los 24 años).
- Interaprendizaje Holístico de Matemática (autor).
- Hacia un Interaprendizaje Holístico de Álgebra y Geometría (autor).
- Matemática Recreativa (coautor).
- Interaprendizaje de Probabilidades y Estadística Inferencial Empleando Excel, Winstats y Graph (autor).
- Interaprendizaje de Estadística Básica (coautor).
- Probabilidades y Estadística empleando las TIC (autor).
- Matemática y sus aplicaciones empleando las TIC (coautor).
- Los Poliprismas y su aplicación en la enseñanza de la Matemática (autor).

- El PAPT en Cotacachi (coautor).
- Docentes en Iberoamérica: Reflexiones hacia la Excelencia Educativa (coautor).
- Hacia un interaprendizaje de Matemática Financiera (autor).

Obras artísticas inéditas

- Poliprisma 3.0, Poliprisma 4.0, Poliprisma 7.0, Poliprisma 9.0 y Poliprisma 9.1. Se trata de rompecabezas tridimensionales bicolores integrados de partes prismáticas con su respectiva guía didáctica, los cuales tienen derecho de autor registrado en el Instituto Ecuatoriano de la Propiedad Intelectual (IEPI).
- Juego Matemático en la Chakana.

Temas didácticos publicados en internet

175 temas sobre Estadística, Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría, Lógica Proposicional, Teoría de Conjuntos, Cálculo Diferencial e Integral y planificaciones didácticas se encuentran publicados en:

- http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/760
- http://www.monografias.com/usuario/perfiles/mario_suarez_7/monografias
- http://es.scribd.com/mariosuarezibujes

Principales reconocimientos

Estudiantiles:

- **Escuela Alejando Pasquel Monge:** 1984-1990

Abanderado del Estandarte de la Escuela en quinto grado, Abanderado del Pabellón Nacional en sexto grado y Mejor Egresado

- **Colegio Teodoro Gómez de la Torre:** 1990-1996

Mejor Alumno en Matemática durante los 3 últimos años, Abanderado del Estandarte del Colegio y Mejor Egresado

- **Universidad Técnica del Norte:** 1996-2000

Mejor Egresado

- **Universidad Politécnica Estatal del Carchi:** 2023

Mención Honorífica en la Maestría de Estadística Aplicada

Profesionales:

- Diploma de Reconocimiento al mérito profesional por el aporte a la educación otorgado por la Unidad Educativa "Sarance". Otavalo-Ecuador, año 2024.
https://www.facebook.com/share/p/mRSRzPuYTXUPanoR/?mibextid=xfxF2i
https://www.facebook.com/share/p/YTyLodqDJpfLHahv/?mibextid=xfxF2i

- Premio Educa Latinoamérica 2024 en la categoría Educación de Excelencia otorgado por la Cámara Peruana de Desarrollo y Educación. Lima-Perú, año 2024.

https://www.youtube.com/watch?v=Ok6alM5GXiU&t=15s
https://www.scribd.com/document/717050277/Premio-Educa-Latinoamerica-2024

- Condecoración "Placa por la excelente trayectoria académica y profesional" otorgado por el área de Matemática y Física de la Unidad Educativa Teodoro Gómez de la Torre. Ibarra-Ecuador, año 2024.
https://youtu.be/CbpybMj6Xfo

- Condecoración "Medalla Julio Miguel Aguinaga" al mérito educativo otorgado por el Gobierno Autónomo Descentralizado Municipal de Antonio Ante. Atuntaqui-Ecuador, año 2024.
https://www.youtube.com/watch?v=3VqYG7lLhjQ
https://www.youtube.com/watch?v=99t2paNDI6I

- Doctor Honoris Causa otorgado por la Universidad del Norte de Tamaulipas. Perú-Lima, año 2024.
https://es.scribd.com/document/708966545/Mario-Orlando-Suarez-Ibujes-Doctor-Honoris-Causa-UNT
https://www.youtube.com/shorts/NA-hLFXaxqo
https://www.youtube.com/watch?v=5cREEjBLBZw

- Colegiatura Internacional de Doctor Honoris Causa otorgado por el Colegio Internacional de Doctores. Costa Rica-San José, año 2024
https://es.scribd.com/document/708961975/Mario-Orlando-Suarez-Ibujes-Colegiatura-Internacional-de-Doctor-Honoris-Causa

- Educador de Eminencia otorgado por Universidad Ricardo Palma-Escuela de Marketing y Administración Comercial. Costa Rica-San José, año 2024
https://es.scribd.com/document/708961975/Mario-Orlando-Suarez-Ibujes-Colegiatura-Internacional-de-Doctor-Honoris-Causa

- Doctor Honoris Causa, Orden Dorada Magisterial y Galardón a la Excelencia Educativa Cusco 2023 por parte de la Organización Internacional para la Inclusión y Calidad Educativa OIICE. Perú-Cusco, año 2023.
https://es.scribd.com/document/649433171/Galardon-a-La-Excelencia-Educativa-OIICE-Cusco-2023

https://www.imbaburaenlinea.com/2023/06/08/docente-imbabureno-recibe-reconocimiento-internacional/?fbclid=IwAR0ls92m6pLJ_rPo6d5WQkibkLO7U65w87WJSn7gHKx-ZwaoMnJIKkLTRXo
https://youtu.be/JJGzdiSlu6c

- Placa de Reconocimiento profesional otorgado por el Centro Cultural Antonio Ante. Ecuador-Atuntaqui, año 2023.

- Placa de Homenaje y Reconocimiento por las valiosas enseñanzas y su compromiso para la educación del país I Cohorte de Maestría en Pedagogía Mención Currículo en Línea de la Universidad Técnica del Norte. Ecuador- Ibarra, año 2023.

- Diploma de reconocimiento por el aporte a la investigación científica y tecnológica al haber contribuido con publicaciones científicas durante el año 2017. Universidad Técnica del Norte. Ecuador-Ibarra, año 2018.

- Galardón Nacional Estatuilla "Nöus" por ser el ganador del VI Concurso Nacional y I Internacional de Excelencia Educativa, premio otorgando por la Fundación para la Integración y Desarrollo de América Latina (FIDAL) y la Revista Edu@news. Ecuador-Quito, año 2014. Se encuentra publicado en
https://www.youtube.com/watch?v=hilX-jZUM8g
https://www.youtube.com/watch?v=l-H_rkSZdbs

- Galardón Nacional a la Excelencia Docente "Rita Lecumberri" en la categoría Educador Innovador otorgado por el Ministerio de Educación del Ecuador, año 2013.
https://www.youtube.com/watch?v=fN614do_3lI
https://es.scribd.com/doc/135847484/Premio-Rita-Lecumberri

- Diploma y placa de reconocimiento por la excelente trayectoria como docente investigador y destacado profesor universitario. Universidad Técnica del Norte. Asociación de Profesores de la Facultad de Ciencias Administrativas y Económicas. Ecuador- Ibarra, año 2013.

- Estatuilla "El Pensador" al Mérito Académico. Asociación General de Profesores de la Universidad Técnica del Norte. Ecuador-Ibarra, año 2013.

- Diploma como Profesor tutor de estudiantes ganadores de Concursos Intercolegiales de Matemática. Academia Militar "San Diego". Ecuador-Ibarra, año 2008.

- Diploma de Honor por haber aportado positivamente al desarrollo académico de Academia Militar "San Diego". Academia Militar "San Diego". Ecuador-Ibarra, año 2005.

- Diploma como Asesor de proyectos ganadores en la Primera Feria Binacional de Ciencia y Tecnología Ecuador Colombia. Unidad Educativa Experimental "Teodoro Gómez de la Torre". Ecuador-Ibarra, año 2005.

- Diploma al Mejor Trabajo de Investigación. Certificado de la UTN-Centro Universitario de Investigación Científica y Tecnológica, por haber presentado la Tesis "Interaprendizaje de poliedros irregulares de bases paralelas empleando al Multiprisma" en la Casa Abierta. Ecuador- Ibarra, año 2003.

- Galardón Nacional Mención Especial en Ciencias Básica, otorgado por la Universidad Central del Ecuador en el II Concurso Nacional de Innovación por haber triunfado con el Proyecto Multiprisma (Un rompecabezas tridimensional bicolor integrado por partes prismáticas). Ecuador-Quito, año 2001.

RESUMEN HOJA DE VIDA

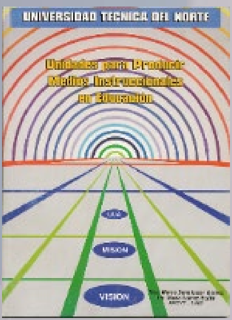
Mario Orlando Suárez Ibujés es asesor educativo en la Coordinación Zonal 1-Educación de Ecuador y docente ocasional de la Facultad de Posgrado en la Universidad Técnica del Norte de Ecuador. Es Licenciado en Ciencias de la Educación en la especialidad Física y Matemática, Magíster en Gerencia de Proyectos Educativos y Sociales, Magíster en Estadística Aplicada, Diplomado en Investigación cualitativa aplicada a la educación, Especialista en Didáctica de la Matemática, Doctor Honoris Causa por la Organización Internacional para la Inclusión y Calidad Educativa (OIICE), Doctor Honoris Causa por la Universidad del Norte de Tamaulipas y tiene una Colegiatura Oficial Internacional de Doctorado Honoris Causa por el Colegio Internacional de Doctores. Actualmente es estudiante del Doctorado (PhD) en Educación en la Universidad Benito Juárez de México.

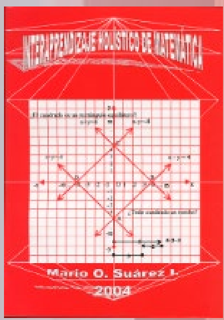
Es autor de 12 libros, 2 artículos en revistas indexadas, 5 rompecabezas tridimensionales llamados Poliprismas, un Juego Matemático en la Chakana y de 280 temas didácticos sobre diversos temas de Educación y Matemática publicados en repositorios de internet.

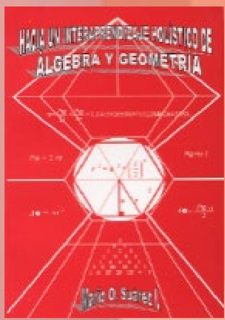
Entre sus principales reconocimientos se encuentran: Premio Nacional "Mención Especial en Ciencias Básicas" otorgado por la Universidad Central del Ecuador, Premio Nacional a la Excelencia Educativa "Estatuilla Nöus" otorgado por la Fundación para la Integración y Desarrollo de América Latina (FIDAL), Premio Nacional a la Excelencia Docente "Rita Lecumberri" otorgado por el Ministerio de Educación del Ecuador, Premio Internacional "Galardón a la Excelencia Educativa" otorgado por la OIICE, Premio Internacional "Orden Dorada Magisterial" otorgado por la OIICE, Galardón Internacional "Educador de Eminencia" otorgado por Universidad Ricardo Palma de Perú, Condecoración "Medalla Julio Miguel Aguinaga" otorgado por el Gobierno Municipal de Antonio Ante, Imbabura, Ecuador, y Premio Educa Latinoamérica 2024 en la categoría Educación de Excelencia otorgado por la Cámara Peruana de Desarrollo y Educación.

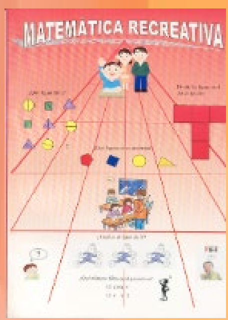
MÉRITOS ESTUDIANTILES

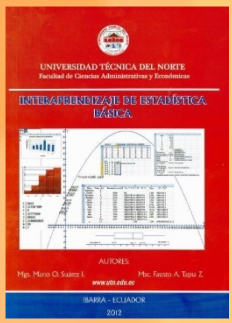
LIBROS PUBLICADOS

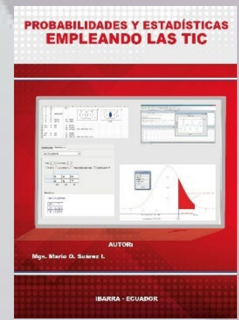


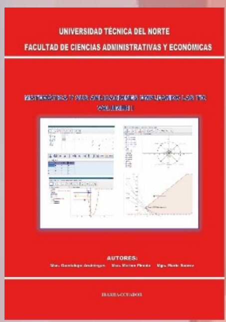


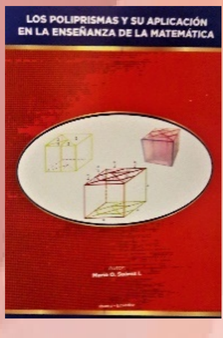


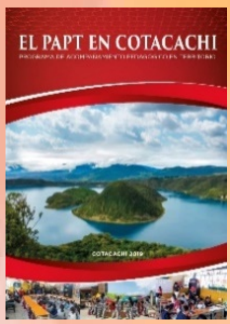


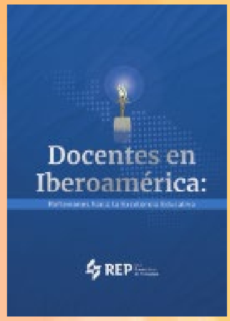


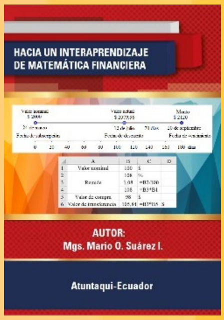












MÉRITOS PROFESIONALES