MODELO COSTO-VOLUMEN-UTILIDAD

José R. Santic Agüero
Doctor en Educación y Magíster en Gestión Educacional (UMCE)
Ingeniero Comercial, Contador Auditor y Licenciado en Ciencias Económicas
(Universidad de Chile)

Santiago, julio 2025

Tabla de contenido

1 INTRODUCCIÓN

Un aspecto clave en la gestión financiera de toda organización es la capacidad de comprender y anticipar la relación entre los costos, el volumen de actividad y las utilidades con miras a garantizar su sostenibilidad y rentabilidad. En este contexto, el modelo Costo-Volumen-Utilidad (CVU), basado en el sistema de costeo conocido como variable, marginal o directo, se presenta como una herramienta analítica que permite explorar la interconexión de dichas variables y tomar decisiones estratégicas sobre precios, niveles de actividad y rentabilidad.

Aunque a primera vista el término "utilidad" puede asociarse principalmente a empresas con fines de lucro, es importante comprender que la esencia del modelo CVU trasciende este tipo de organizaciones.

Lejos de ser exclusivo de empresas industriales o comerciales, el CVU constituye un marco conceptual aplicable **a todo tipo de entidad**, independientemente de su naturaleza o propósito. Ya se trate de un taller que produce muebles, un centro médico, una organización sin fines de lucro, o una institución educacional como un colegio o universidad, los principios del CVU siguen siendo pertinentes.

En el ámbito educacional, por ejemplo, el "volumen" puede hacer referencia al número de estudiantes matriculados, a la cantidad de cursos ofrecidos, o a las horas de clases impartidas. Los "costos" abarcan desde las remuneraciones del personal docente y administrativo, el mantenimiento de infraestructura, hasta los materiales didácticos y recursos tecnológicos. La "utilidad", en este caso, puede entenderse como el cumplimiento de objetivos estratégicos, la eficiencia en el uso de los recursos, el impacto social o académico generado, o la capacidad de reinvertir excedentes en la mejora de la infraestructura y de la calidad educativa.

El modelo CVU se configura como una herramienta de planificación, control y toma de decisiones que permite visualizar cómo las distintas variables inciden en el resultado operativo de una organización, tal como se refleja en su Estado de Resultados. Comprender sus fundamentos permite responder preguntas clave como: ¿Cuántos estudiantes se requieren para cubrir los costos fijos? ¿Qué volumen de matrícula se necesita para que un diplomado sea rentable?, ¿Qué efecto tendría un cambio en el valor de la colegiatura o una política de reducción de costos en los resultados financieros institucionales?

En este apunte se abordan los conceptos centrales del modelo CVU, su utilidad en la toma de decisiones y ejemplos prácticos que ilustran su aplicabilidad en diversos tipos de organizaciones, con énfasis especial a instituciones educativas.

2 ANÁLISIS DE COSTO-VOLUMEN-UTILIDAD

En toda organización es fundamental la obtención de utilidades, ya que permite retribuir la inversión de los propietarios. Además, la parte de las utilidades que no se distribuye, sino que se capitaliza, incrementa el patrimonio y constituye una fuente adicional de financiamiento para nuevas inversiones. Esas utilidades se reflejan en el Estado de Resultados y surgen de comparar el total de ingresos con el total de costos.

La técnica de Costo-Volumen-Utilidad (CVU), también conocida por su sigla en inglés CVP (*Cost-Volume-Profit*), permite pronosticar el impacto que tienen los cambios en el nivel de actividad, ingresos y costos totales sobre la utilidad. En una empresa industrial o comercial, los ingresos dependen principalmente del precio del producto y de la cantidad de unidades producidas y vendidas. En una organización de servicios, como una entidad educativa, las variables clave son el precio del servicio (por ejemplo, el valor de la mensualidad) y el nivel de actividad, medido por la cantidad de estudiantes matriculados o las horas de clase impartidas. Los costos totales, por su parte, varían según los costos variables unitarios, los costos fijos y también el nivel de actividad de la entidad.

La técnica CVU se enfoca en la interacción entre las siguientes variables (Garrison, 2007, p.236):

- Precios de los productos o servicios
- Volumen o nivel de actividad
- Costos variables por unidad
- Costos fijos totales
- Mezcla de productos o servicios ofrecidos

Esta herramienta resulta de gran utilidad para la planificación, el control de las operaciones y la toma de decisiones, por ejemplo: qué productos vender o servicios ofrecer, qué política de precios o aranceles adoptar, o qué costos racionalizar y en qué medida.

Según Albornoz (2012), entre las principales las aplicaciones del punto de equilibrio se encuentran:

- Estimar utilidades para distintos volúmenes de actividad.
- Analizar el impacto de políticas de precios sobre la utilidad.
- Controlar los resultados obtenidos en relación con el nivel de ventas o servicios prestados.
- Evaluar el aporte de cada línea de productos o servicios a la absorción de costos fijos y generación de utilidades.
- Determinar cuántas unidades se deben producir y vender para alcanzar un determinado nivel de utilidades.

Aplicación del modelo CVU en el sector educativo

El modelo CVU es especialmente útil en el sector educativo, donde los costos fijos suelen ser significativos y el volumen de estudiantes incide directamente en la rentabilidad. A continuación, algunos ejemplos:

1. Universidades:

   Para la apertura de un nuevo diplomado. Una vez proyectados los costos (remuneraciones de docentes, arriendo, publicidad, materiales impresos por estudiante, licencias de software, etc.) y definido el arancel, la universidad puede calcular cuántos alumnos necesita matricular para cubrir los costos y obtener utilidades.

2. Colegios:

   - Evaluar el impacto financiero de abrir un nuevo nivel de enseñanza como prekínder. Tras estimar los costos (habilitación de salas de clase, remuneración de educadoras y asistentes, materiales didácticos, colaciones) y fijar el valor de la colegiatura, el modelo CVU permite proyectar cuántos niños deben matricularse para que ese nivel sea rentable.

   - Determinar la cantidad mínima de estudiantes necesaria para que actividades extracurriculares (deportivas o culturales) cubran los costos adicionales (honorarios de entrenadores, uso de instalaciones, equipos e indumentaria).

- Calcular el precio adecuado del servicio de transporte escolar, considerando costos fijos (infraestructura, remuneraciones de conductores) y variables (combustible, mantenimiento, insumos por alumno). Esto aplica tanto si el servicio lo ofrece el propio establecimiento como una empresa externa.

3. Salas cunas y jardines infantiles:

   Para analizar la viabilidad de extender el horario de funcionamiento de la entidad, el modelo CVU permite evaluar si el cobro adicional por niño cubre los costos extras (horas adicionales del personal, mayor consumo de energía, limpieza, colaciones etc.).

2.1 Tipos de análisis en el modelo CVU

El modelo CVU incluye dos tipos principales de análisis: el de contribución o de sensibilidad y la determinación del punto de equilibrio operacional.

2.1.1 Análisis de Contribución o de Sensibilidad

Este análisis permite determinar el impacto que podrían tener, sobre las utilidades de la entidad reflejadas en el Estado de Resultados, los cambios en las variables como el **precio** de los productos o servicios, el **volumen** de producción y ventas, los diferentes componentes de **costos** y la **mezcla** de productos o servicios.
En el caso de un establecimiento educacional, estos cambios podrían referirse a:

- **Precio**: Subvención escolar, arancel, mensualidad, o valor cobrado por hora de clase.

- **Volumen**: Número de estudiantes matriculados o cantidad de horas de clases impartidas.

- **Costos**: Costos asociados a la prestación del servicio educacional y operacionales.

- **Mezcla** de productos o servicios: Combinación de niveles educativos que el establecimiento imparte.

Este tipo de análisis responde a preguntas del tipo: *¿Qué sucedería si* ...? Por ejemplo:

- ¿Qué sucedería con la utilidad neta si el precio de venta aumenta en un 5%?

- ¿Cómo se vería afectada la utilidad si la matrícula de estudiantes creciera en 10%?

- ¿Qué ocurriría si, ante un aumento del 6% en los costos del servicio educacional, se ajusta la mensualidad en ese mismo porcentaje?

Aspectos clave de cada variable:

1. **Costo**:
   Los costos son, en general, elementos que pueden ser controlados directamente por la organización. Es esencial gestionarlos eficientemente y minimizar su impacto sin afectar la calidad del servicio. En particular, en un establecimiento educacional, considerar lo siguiente:

   - **Costos Fijos:** Son aquellos que no varían dentro de un rango de tiempo o nivel de actividad determinado, sin importar los cambios en la demanda.
     Ejemplos: remuneraciones del personal docente y administrativo, mantenimiento de infraestructura, servicios básicos (agua, luz, gas, internet), plataformas tecnológicas, y publicidad institucional.

   - **Costos Variables:** Son los que cambian proporcionalmente con el nivel de la actividad.
     Ejemplos: Materiales educativos (libros, impresiones, licencias digitales), costos de certificaciones, exámenes, tutorías y actividades extracurriculares.

2. **Precio:**
   Al definir los precios en el sector educativo, deben considerarse tres dimensiones:

   - **Accesibilidad:** El valor de la colegiatura debe ser competitivo y acorde a las condiciones socioeconómicas de las familias, lo cual puede incluir escalas diferenciadas o becas.

- **Percepción de valor**: El precio debe estar alineado con la calidad del servicio (programas bilingües, Bachillerato Internacional, énfasis artístico o deportivo, entre otros).

- **Regulación**: Deben observarse las normativas vigentes como aquellas referidas al derecho a la educación, inclusión, financiamiento y fiscalización de aranceles.

3. **Volumen:**
   El volumen hace referencia a la cantidad de estudiantes o servicios prestados y debe ser analizado en función de**:**

- **Capacidad instalada**: Depende de la infraestructura, tamaño de las salas y la relación profesor-alumno. Es fundamental evitar tanto la sobrecarga como la subutilización.

- **Demanda**: Afectada por factores como reputación del establecimiento ubicación, sistemas de postulación, orientación institucional y contexto económico de las familias. Estrategias de marketing y fidelización pueden ayudar a estabilizar la matrícula.

- **Efecto en costos**: Un mayor número de estudiantes reduce el costo fijo por alumno, pero puede requerir inversiones adicionales en infraestructura o personal.

4. **Mezcla de productos o servicios ofrecidos**:

   Dado que cada línea de producto o servicios tiene distintos márgenes de contribución, es fundamental analizar cuál combinación es más eficiente y rentable para la organización. En educación, esto podría implicar equilibrar los niveles de enseñanza (prebásica, básica, media) o los servicios complementarios ofrecidos.

Apoyo tecnológico en el análisis

El uso de herramientas como planillas electrónicas (por ejemplo, Excel) facilita este tipo de análisis, ya que permite simular fácilmente diferentes escenarios mediante la modificación de variables como precios, costos fijos y variables, volumen y mezcla de productos o servicios. Esto agiliza la toma de decisiones estratégicas para mejorar la rentabilidad de la organización.

2.1.2 Análisis del Punto de Equilibrio

El **punto de equilibrio** es el nivel de producción, ventas o prestación de servicios en el cual una organización no genera utilidades ni pérdidas. Es decir, es el nivel de actividad que, una vez superado, comienza a generar beneficios; si no se alcanza, se producen pérdidas. Este punto también se conoce como *Umbral de Rentabilidad*, ya que marca el límite a partir del cual la entidad empieza a obtener resultados positivos.

La técnica del punto de equilibrio relaciona tres factores clave: **volumen**, **costos** y **utilidades**, y tiene como objetivo (Albornoz, 2012, p. 41):

- Determinar el nivel de ventas (en unidades o en valores monetarios), o el porcentaje de utilización de la capacidad instalada necesario para cubrir los costos totales.

- Evaluar la rentabilidad asociada a distintos niveles de ventas.

El punto de equilibrio puede expresarse en **unidades físicas** o en **valores monetarios**.

Por ejemplo:

- En una mueblería: cantidad de sillas producidas.
- En un hospital: número de pacientes atendidos.
- En un colegio: cantidad de estudiantes matriculados.
- En una institución que imparte clases particulares: horas de clases ofrecidas.

En términos monetarios, el punto de equilibrio corresponde al nivel de ingresos operacionales que permite cubrir exactamente el total de los costos, sin obtener ni ganancias ni pérdidas.

Como se mencionó en el análisis de sensibilidad, el uso de planillas electrónicas facilita la estimación del punto de equilibrio en distintos escenarios, permitiendo simular variaciones en costos, precios y niveles de actividad.

2.1.3 Supuestos del Análisis CVU

Según Horngren et al. (2012, p. 68), el modelo CVU se basa en los siguientes supuestos:

- Los cambios en ingresos y costos se deben exclusivamente a variaciones en la cantidad de unidades vendidas (o servicios prestados).

- Los costos totales se pueden dividir en dos componentes: uno fijo, que permanece constante dentro de cierto rango de actividad, y uno variable, que cambia en función del volumen. Sin embargo, la clasificación como fijo o variable depende del horizonte temporal: mientras más corto sea, mayor será la proporción de costos considerados fijos.

- En una representación gráfica, tanto los ingresos totales como los costos totales se comportan de forma lineal en relación con el volumen de unidades, dentro de un rango relevante de actividad.

- El precio de venta, el costo variable por unidad y los costos fijos totales son conocidos y constantes dentro del periodo y escala de análisis.

2.1.4 El modelo CVU y las organizaciones sin fines de lucro

Entre estas organizaciones se encuentran los establecimientos escolares y las instituciones de educación superior.
A continuación, se presentan algunos ejemplos de aplicación del modelo CVU en este tipo de entidades, con el objetivo de responder a preguntas como:

- ¿Cómo impactan posibles cambios en la cantidad de estudiantes, en el valor de la colegiatura o en el nivel de costos sobre el resultado financiero del establecimiento?

- ¿Cuántos párvulos necesita un jardín infantil para cubrir sus costos y alcanzar su punto de equilibrio? ¿Y cuántos serían necesarios para alcanzar una meta de utilidades?

- Si se ofrecen programas extraprogramáticos, como actividades deportivas, ¿cuántos estudiantes deben participar para cubrir los costos fijos (honorarios de entrenadores, mantenimiento de instalaciones) y los costos variables (equipamiento, vestuario, materiales)?

- Si una universidad planea implementar un nuevo diplomado, ¿cuántos participantes deben inscribirse para que sea financieramente viable, es decir, para cubrir los costos fijos (equipamiento, materiales, capacitación) y los costos variables por estudiante?

¿Tiene sentido aplicar el modelo CVU en entidades sin fines de lucro?

Podría pensarse que, al no tener como objetivo principal la generación de utilidades, el modelo CVU no es pertinente en este tipo de organizaciones. No obstante, Ramírez (2013) sostiene lo contrario:

"Las entidades sin fines de lucro deben obtener un remanente (o al menos llegar al punto de equilibrio) para poder crecer y ser capaces de mejorar el servicio que llevan a cabo. Por ejemplo, de ordinario las librerías y cafeterías de las universidades tratan de generar utilidades para subsidiar otros costos de la institución." *(p. 171)*

Además, es importante tener presente que, al tratarse de entidades sin fines de lucro, las utilidades que eventualmente generen y que se reflejan en su Estado de Resultados deben ser capitalizadas. Esto significa que deben incorporarse al Patrimonio institucional, constituyéndose así en una fuente adicional de financiamiento con recursos propios.

3 CLASIFICACIÓN DE COSTOS

Para aplicar el modelo CVU, tanto en el análisis de contribución como en el cálculo del punto de equilibrio, es indispensable clasificar los costos de la organización en **fijos y variables**. Para ello, primero debe identificarse la *actividad* principal de la entidad y luego determinar los **generadores de actividad***,* es decir, los factores que permiten medir el nivel de esa actividad.

Ejemplos de actividad y su generación:

Actividad	Generador de actividad
Ensamblar bicicletas (taller)	Número de bicicletas ensambladas.
Producir pan (panadería)	Kilogramos de pan producidos.
Realizar exámenes médicos (laboratorio)	Número de procedimientos realizados.
Lavar prendas (lavandería)	Kilogramos de ropa lavada.
Prestar servicios educacionales (colegio)	Números de estudiantes matriculados.

Según Hansen y Mowen (2007), "los generadores de actividades explican los cambios en los costos de las actividades mediante la medición de los cambios en los productos finales de dichas actividades (el consumo)" (p. 68). En consecuencia, para determinar si un costo es variable o fijo, debe plantearse la siguiente pregunta: ¿qué ocurre con el costo si varía el generador o factor de actividad de la organización?

Cabe tener presente que la clasificación de un costo como fijo o variable también depende del horizonte temporal considerado: mientras más corto sea el período de análisis, mayor será la proporción de costos totales que se consideran fijos.

3.1 Costos variables

De acuerdo con Garrison et al. (2007), un costo variable es "aquel que varía, en total, en proporción directa con los cambios en el nivel de la actividad" (p. 54). En la misma línea, Hansen y Mowen (2007) definen los costos variables como "aquellos que varían en forma total en proporción directa a los cambios en el generador de actividad" (p. 68). Por su parte, Horngren et al. (2006) conceptualizan un costo variable como "aquel que cambia en proporción directa a los cambios en el nivel del causante del costo" (p. 46).

En otras palabras, los costos variables son aquellos que cambian en su totalidad en la misma, mayor o menor proporción que los cambios en el generador o causante del costo, dentro del plazo y rango de actividad considerados. Dicho nivel de actividad puede expresarse, por ejemplo, en unidades producidas o vendidas, número de estudiantes matriculados en un colegio, cantidad de pacientes atendidos en un hospital o número de horas de clases particulares impartidas por un profesor.
Así, si una entidad no produce bienes ni presta servicios, el costo variable será cero. Sin embargo, a medida que aumenta el nivel de actividad, estos costos también aumentan. Es importante destacar que el costo variable unitario permanece constante dentro del rango relevante de actividad.

Por ejemplo, supóngase que, en el taller de bicicletas mencionado anteriormente, la actividad consiste en la colocación de sillines y el generador de actividad es el número de bicicletas ensambladas. En ese caso, la cuenta contable “sillines”, que refleja el costo de cada uno, ¿corresponde a un costo variable? ¿Y de qué tipo?
Asumiendo que el valor unitario del sillín (costo variable unitario) es de $20.000, el costo total de los sillines para distintos volúmenes de producción sería el siguiente:

Cantidad de bicicletas ensambladas (generador de la actividad)	Costo de cada sillín $	Costo variable total de los sillines $
0	20.000	0
20	20.000	400.000
40	20.000	800.000
60	20.000	1.200.000
80	20.000	1.600.000
100	20.000	2.000.000
120	20.000	2.400.000

Se aprecia que a medida que se ensamblan más bicicletas, el costo total de los sillines aumenta en proporción directa, es decir, a mayor número de bicicletas ensambladas, mayor costo por concepto de sillines. Por ello, el importe acumulado en la cuenta de costo “sillines” se considera que es un costo variable proporcional. En efecto, a medida que la cantidad de bicicletas ensambladas aumenta, el costo total de los sillines se incrementa en igual proporción. Por ejemplo, cuando la cantidad de bicicletas ensambladas se triplica de 20 a 60, dicho costo también se triplica de $400.000 a $1.200.000.

Se aprecia también en el ejemplo, que el costo de cada sillín, que se denomina costo variable unitario, es constante.

3.1.1 Representación de los costos variables como una ecuación

El comportamiento de los costos variables se puede representar por una ecuación lineal, como la siguiente:

$$CVT = cv \cdot q$$

Donde:

$CVT = Costo\ variable\ total$

$cv = Costo\ variable\ unitario$
$q = cantidad\ de\ unidades\ del\ generador\ de\ actividad$

Según la tabla anterior:

$CVT = 20.000 \cdot q$

cv	q	$CVT = cv \cdot q$
20.000	0	$CVT = 20.000 \cdot 0 = \$0$
20.000	10	$CVT = 20.000 \cdot 10 = \$200.000$
20.000	20	$CVT = 20.000 \cdot 20 = \$400.000$
20.000	30	$CVT = 20.000 \cdot 30 = \$600.000$
20.000	40	$CVT = 20.000 \cdot 40 = \$800.000$
20.000	100	$CVT = 20.000 \cdot 100 = \$2.000.000$

3.1.2 Representación gráfica de los costos variables

Los costos variables proporcionales se representan gráficamente por una línea recta, donde el costo variable total depende del nivel del generador o factor de actividad.

Si:

$CVT = Costo\ variable\ total$
$cv = costo\ variable\ por\ unidad$
$q = cantidad\ de\ unidades\ del\ generador\ de\ actividad$

La recta que representa a los costos variables totales es:

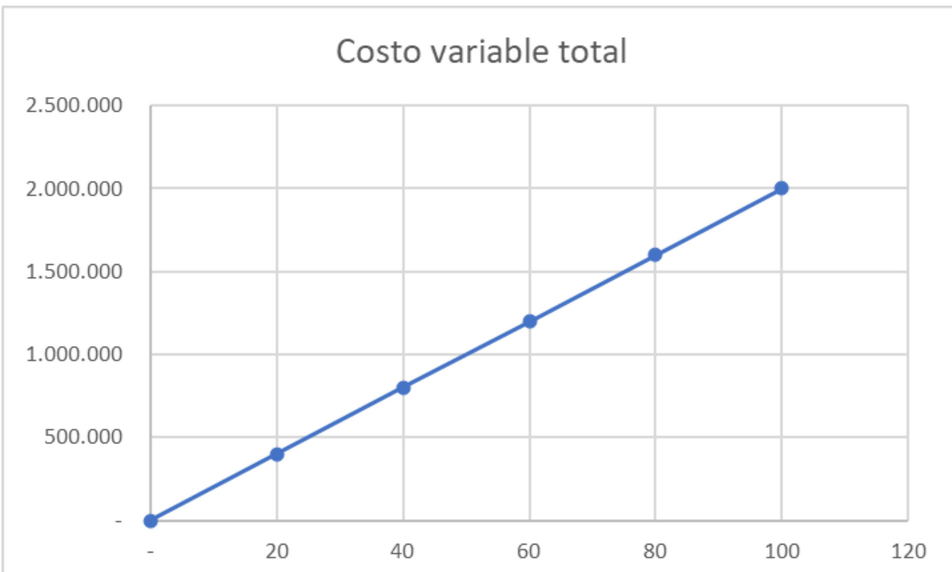
$CVT = cv \cdot\ q$

En el ejemplo del taller de bicicletas:
$cv = \$20.000$
$q = cantidad\ de\ bicicletas$

Por lo que la ecuación de la recta es:
$CVT = 20.000 \cdot\ q$

Para dibujar la recta del costo variable total, en el plano cartesiano se eligen dos niveles de actividad, por ejemplo, ensamblar cero y 80 bicicletas.

Si
$q = 0\ bicicletas,$
$CVT = 20.000 \cdot\ 0 = \$0$
Si
$q = 80\ bicicletas,$
$CVT = 20.000 \cdot\ 80 = \$1.600.000$



Se ve en el gráfico que, si la cantidad de bicicletas ensambladas es cero, la recta del costo variable total se inicia en el origen del plano cartesiano y a medida que aumenta esa cantidad hasta 80 unidades, dicho costo también aumenta en forma proporcional. Cuando la cantidad de bicicletas ensambladas es 100, el costo variable total es $(20.000\ \cdot\ 100 = \$2.000.000)$.

3.1.3 Costos variables en establecimientos educacionales

Las categorías de rubros de costos y sus componentes que se describen a continuación constituyen una guía general, ya que la clasificación de un ítem de costo o gasto como costo o gasto variable puede variar según la naturaleza de cada establecimiento. Los rubros que comúnmente se consideran como costos variables son los siguientes:

a) En colegios o escuelas:

- **Material didáctico**: Incluye libros de cuentos, cuadernos, lápices, pinceles, marcadores, plumones, papel, pizarras, plasticina, cartulina, rompecabezas, audiolibros, bloques lógicos, láminas, videos u otros suministros, cuyo consumo varía según la cantidad de estudiantes y las actividades educativas planificadas.

- **Actividades extracurriculares**: Costos asociados a eventos deportivos, culturales o musicales, así como a viajes o visitas a museos o industrias. Estos gastos se consideran variables en función del número de alumnos que participen.

- **Servicios externalizados**: Comprende, por ejemplo, gastos por transporte escolar, servicios de casino o limpieza, cuya contratación puede variar según el número de estudiantes o la realización de eventos escolares.

b) En jardines infantiles:

- **Material didáctico**: incluye materiales de enseñanza y aprendizaje como cuadernos de trabajo, plasticina, hilos, cartulinas, libros de cuentos, pizarras individuales, juegos, juguetes, plumones, pinceles, rompecabezas, bloques lógicos, audiolibros, láminas, videos, entre otros. Su consumo depende de la cantidad de párvulos y de las actividades planificadas.

- **Alimentación y servicios asociados**: Estos costos varían según la cantidad de párvulos que asisten al establecimiento.

- **Actividades extracurriculares**: Incluye los costos incurridos de paseos, visitas a lugares de interés patrimonial o celebraciones especiales, los cuales dependen del número párvulos participantes y de la planificación de dichas actividades.

3.2 Costos fijos

Los costos fijos son aquellos que, en términos totales, permanecen constantes dentro de un rango relevante de tiempo o actividad, independientemente de los cambios en el nivel del generador de dicha actividad. Un ejemplo típico es el arriendo, que se mantiene constante sin importar el volumen de operaciones o el uso de la capacidad instalada.

Según Welsch et al. (2005), los costos fijos “permanecen esencialmente constantes en el corto plazo, sin importar los cambios en la producción o en el volumen de actividad” (p. 61). De manera similar, Morales et al. (2018), señala que “un costo se clasifica como fijo cuando se espera que permanezca constante en el corto plazo (un año) y a lo largo del rango relevante de la actividad de la empresa” (p. 34). Ramírez (2013) define el rango relevante como “el nivel en que un costo fijo no se modifica debido al aumento o disminución de las actividades necesarias en los diferentes procesos productivos” (p. 37). Por su parte, Morales et al. (2018), señalan que “los patrones de comportamiento de los costos fijos y variables en función al volumen de producción resultan válidos para un período limitado y por medio de una escala precisa de actividad de la compañía, las que juntas constituyen el llamado rango relevante” (p. 34). Por su parte, Villajuana (2013) lo describe como “el intervalo de capacidad productiva o de nivel de actividad, dentro del cual la necesidad de recursos derivados de la infraestructura o tecnología es la misma” (p. 31). Según este autor, los costos fijos permanecen constantes solo en un cierto rango relevante, debido a que se vinculan y están condicionados por la capacidad instalada o máxima de la organización.

Por ejemplo, si un colegio dispone de 6 salas con capacidad para 30 alumnos cada una, su capacidad máxima es de 180 alumnos. Dentro de ese rango (0 a 180), los honorarios docentes por hora se consideran costos fijos. Si se incorporan 10 estudiantes adicionales, se supera el rango relevante, lo que obliga a habilitar una nueva sala y contratar más horas docentes, transformando ese costo en variable. Sin embargo, no necesariamente se requerirá un nuevo jefe de unidad técnico-profesional, lo que demuestra que algunos costos son más fijos que otros.

Los costos fijos por unidad varían en forma inversa al nivel de actividad. Siguiendo con el ejemplo del taller de bicicletas, supóngase que la remuneración para los supervisores del taller es de $1.000.000 mensuales y que se requiere de un solo supervisor en un rango de instalación de hasta 60 sillines y a dos supervisores para un rango entre 61 y 120 sillines.

Cuenta remuneración de supervisores $	Cantidad de bicicletas ensambladas (generador de la actividad)	Costo unitario $
1.000.000	20	50.000,0
1.000.000	40	25.000,0
1.000.000	60	16.666,7
2.000.000	80	25.000,0
2.000.000	100	20.000,0
2.000.000	120	16.666,7

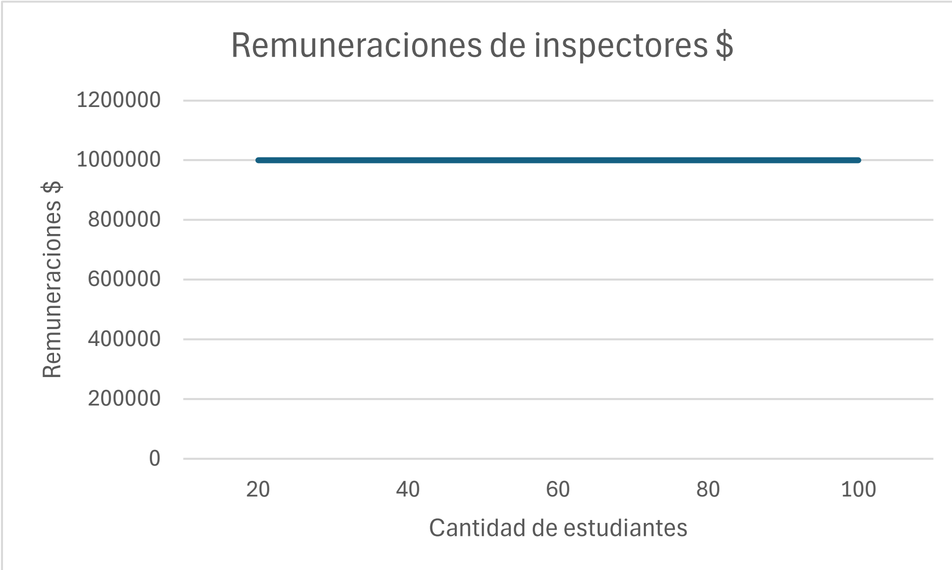
Se ve que para el rango relevante entre 20 y 60 sillines la remuneración total de supervisores permanece constante en $1.000.000 y que cambia a $2.000.000 para el rango relevante entre 80 y 120 sillines. Obsérvese, también, que dentro de cada rango relevante el costo unitario varía en forma inversa con la cantidad de bicicletas ensambladas, es decir, disminuye a medida que la cantidad aumenta, en otras palabras, cuando cambia el generador de actividad de la empresa; dicho costo unitario se reduce debido a que los costos fijos se distribuyen entre más unidades.

Otros ejemplos de costos fijos en establecimientos educacionales incluyen: remuneraciones del director o directora, sueldos del personal administrativo, arriendo del edificio, depreciación de activos fijos, seguros, contribuciones de bienes raíces, mantención de infraestructura, permisos municipales y la parte fija de los servicios básicos como luz, agua, teléfono, gas e internet.

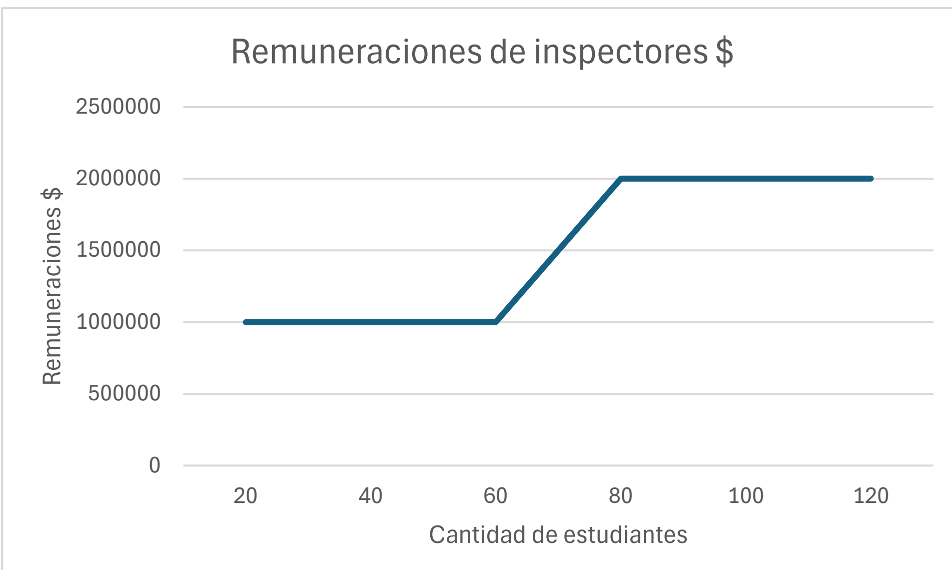
Finalmente, es importante destacar que los costos fijos pueden presentarse incluso cuando no se está produciendo u ofreciendo el servicio. Además, aunque se denominen fijos, pueden variar por razones ajenas al volumen de actividad, como reajustes, cambios en el mercado o modificaciones contractuales.

3.2.1 Representación gráfica de los costos fijos

Los costos fijos pueden representarse mediante una línea recta horizontal en un plano cartesiano que ilustra distintos niveles de actividad, como los volúmenes de producción, ventas o prestación de servicios. En el gráfico siguiente, se simula que, para un rango de hasta 100 estudiantes, el costo mensual de las remuneraciones de los inspectores es de $1.000.000.



En la imagen siguiente se aprecia que para un rango relevante el costo se mantiene constante, pero que experimenta un salto ante un nuevo rango relevante.



Costo total: Es la suma del costo fijo total más el costo variable total.

Costo total	=	Costo fijo total	+	Costo variable total
CT	=	CF	+	CVT

3.2.2 Consideraciones sobre el rubro de costo Mano de obra

El costo de las remuneraciones asociadas a la mano de obra puede clasificarse como fijo o variable, según su naturaleza, función y relación con el nivel de actividad de la organización. Si la mano de obra está directamente vinculada a la producción y venta de bienes o a la prestación de servicios, se considera un costo variable, ya que al aumentar o disminuir el nivel de actividad, la necesidad de mano de obra también se ajusta proporcionalmente.

En un establecimiento educacional, la mano de obra se considera variable cuando fluctúa en función del volumen de actividad educativa, como el número de estudiantes, clases u horas de clase impartidas. Algunos ejemplos son:

- Remuneración de profesores contratados por hora o por clase, como ocurre en contratos a honorarios según la cantidad de cursos o alumnos inscritos.

- Bonificaciones por desempeño profesional, que dependen del logro de objetivos de aprendizaje o de los resultados en pruebas estandarizadas.

- Sueldos del personal asistente para actividades extracurriculares, cuyo monto varía según la cantidad de estudiantes inscritos en cada taller.

- Remuneración de tutores contratados para necesidades puntuales.

En cambio, la mano de obra se considera un costo fijo cuando su remuneración no depende del número de estudiantes matriculados ni de la cantidad de clases impartidas. Por ejemplo:

- Remuneración de docentes con sueldo mensual fijo, independiente del número de horas trabajadas o de estudiantes atendidos.

- Sueldos del personal administrativo, como secretarios, recepcionistas, contadores, porteros, personal de primeros auxilios, mantenimiento y aseo.

- Remuneración de directivos y coordinadores de programas, cuyo pago es fijo sin importar la matrícula o número de cursos.

- Sueldos del personal de seguridad y mantenimiento.

- Beneficios laborales como seguros médicos.

Es importante considerar que el costo de la mano de obra suele estar compuesto por elementos fijos, establecidos en contratos laborales y que no varían en el corto plazo, y elementos variables, como el pago de horas extras o incentivos por metas cumplidas. En tales casos, este costo se clasifica como mixto y puede segmentarse entre una parte fija y otra variable, utilizando la información contable disponible o mediante procedimientos gráficos o matemáticos.

Finalmente, al clasificar la mano de obra como costo fijo o variable, debe considerarse el factor tiempo. Por ejemplo, en el corto plazo, como dentro del año de operación, un costo puede parecer fijo si existen contratos laborales que impiden ajustar la dotación de personal frente a cambios en el nivel de producción, ventas o prestación de servicios.

3.3 Costos mixtos

Los costos mixtos corresponden a aquellos rubros que combinan simultáneamente un componente fijo y otro variable. Son costos que se incrementan con los cambios en el nivel del generador de actividad de la organización, pero no lo hacen de manera estrictamente lineal o proporcional. Dentro de esta categoría, se distinguen dos tipos principales: **costos semivariables** y **costos semifijos o escalonados**.

3.3.1 Costos semivariables

Los costos semivariables son aquellos que presentan un comportamiento mixto frente al volumen de actividad. Incluyen un componente fijo, presente incluso cuando no hay actividad, y una parte variable que varía en función del nivel de actividad.
Por ejemplo:

- La **remuneración de vendedores**, que puede incluir un sueldo base fijo según contrato y una comisión variable en función de las ventas realizadas.

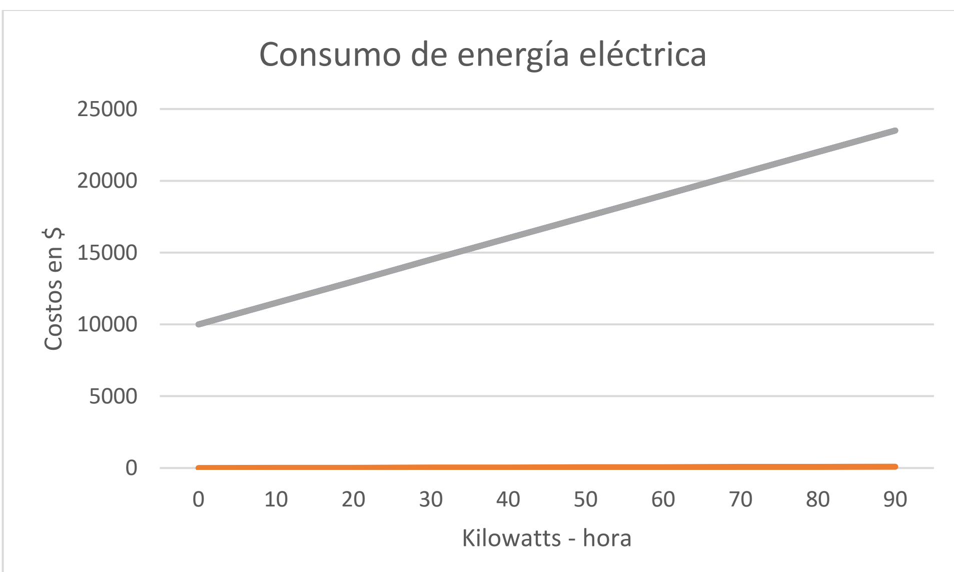
- El **consumo de energía eléctrica**, que contempla un cargo fijo por administración y transporte del servicio, y otro variable calculado según los kilowatts-hora (kWh) consumidos.

- El **servicio telefónico**, que suele tener un importe fijo por el acceso a la red y un monto adicional por cada llamada realizada.

Supóngase los siguientes consumos de energía eléctrica y los costos correspondientes:

Kilowatt- hora	Costos $
0	10000
10	11500
20	13000
30	14500
40	16000
50	17500
60	19000
70	20500
80	22000
90	23500

Gráficamente, el consumo de energía eléctrica, considerado como costo semivariable, se visualiza a continuación.



3.3.2 Ecuación de costos semivariables

$$Costo\ semivariable\ total$$
$$= Componente\ variable\ unitario\ por\ unidad\ de\ actividad\ x\ nivel\ de\ actividad$$
$$+ Componente\ fijo\ total$$

En símbolos, se puede escribir como sigue:

$y = costo\ semivariable\ total.$
$cv = costo\ variable\ por\ unidad\ de\ actividad\ o\ tasa\ de\ costo\ variable.$
q
$= generador\ de\ actividad\ (unidades, horas\ de\ mano\ de\ obra, horas\ máquina, etc.)$
$CF = costo\ fijo\ total$

$$\boldsymbol{y = cv \cdot\ q + CF}$$

Mediante esta ecuación se puede calcular el costo semivariable total para cualquier nivel de actividad dentro del rango considerado como relevante.

Ejemplo: Los vendedores de una empresa reciben una remuneración anual fija de \$8.400.000 y una comisión del 15% de las ventas efectuadas. Con estos datos, la ecuación lineal del total de costo semivariable (y) es:

$y = 0{,}15 \cdot\ q + 8.400.000$

De esta manera:

Si el volumen de ventas es \$10.000.000:
$y = 0{,}15 \cdot\ 10.000.000 + 8.400.000 = 1.500.000 + 8.400.000 = \$9.900.000$

Si el volumen de ventas es \$12.000.000:

$y = 0{,}15 \cdot\ 12.000.000 + 8.400.000 = 1.800.000 + 8.400.000 = \$10.200.000$

3.3.3 Costos semifijos o escalonados

Los costos semifijos, también conocidos como escalonados, son aquellos que varían en forma discontinua o por tramos ante diferentes volúmenes de producción, ventas o niveles de prestación de servicios. Es decir, permanecen constantes dentro de un determinado rango de actividad, pero se incrementan abruptamente al superar ese umbral.

Según Ramírez (2013), un costo fijo escalonado “es el que está en su máximo potencial de generar ingresos y requiere un aumento para enfrentar el incremento de las actividades” (p. 37).

Un ejemplo clásico es la remuneración de supervisores, que permanece constante dentro de un rango de actividad definido (también llamado rango relevante), pero debe incrementarse cuando ese nivel supera el límite superior del rango, lo que obliga a incorporar un nuevo supervisor.

En un establecimiento educacional, si se requiere un inspector por cada 200 estudiantes, se necesitarán:

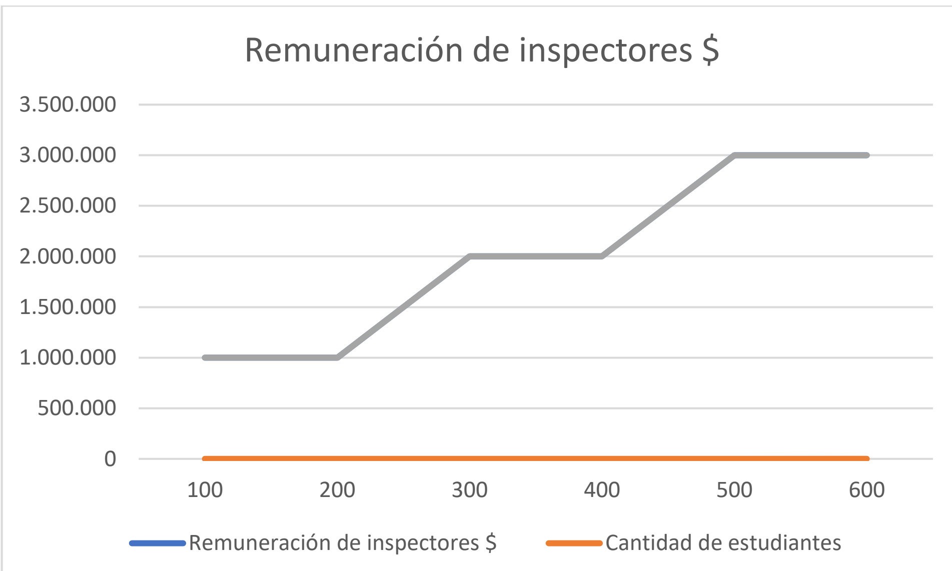
- Un inspector para hasta 200 estudiantes
- Dos inspectores si la matrícula se encuentra entre 201 y 400 estudiantes
- Tres inspectores si se ubica entre 401 y 600 estudiantes.

En la tabla siguiente se presenta el caso de un colegio que, para un rango de entre 1 y 200 estudiantes, emplea a un solo inspector, con una remuneración mensual de $1.000.000. Dentro de ese rango, el costo permanece constante. Sin embargo, cuando la cantidad de estudiantes supera los 200, se hace necesario contratar a un segundo inspector, lo que duplica el costo total de remuneraciones a $2.000.000. Es decir, el aumento en el costo es del 100%, mientras que la matrícula podría haber crecido solo en un 50% (por ejemplo, de 200 a 300 estudiantes).

Este comportamiento evidencia que la remuneración de los inspectores, si bien se incrementa con el nivel de actividad del establecimiento, no lo hace de forma proporcional, sino en escalones.

Cantidad de estudiantes	Remuneración de inspectores $
100	1.000.000
200	1.000.000
300	2.000.000
400	2.000.000
500	3.000.000
600	3.000.000

Gráficamente, la información de costos de la tabla anterior es la siguiente:



Un caso particular en Chile es la cantidad de educadoras y asistentes de párvulos en una sala cuna o jardín infantil; al respecto, el Decreto 315 del 29/06/2011, versión del 01/02/2020 al 31/12/2021, establece, en su artículo N°10, entre otros asuntos, lo siguiente:

> Para el nivel de sala cuna se exigirá una Educadora o Educador de Párvulos hasta 42 lactantes, distribuidos en dos grupos a lo menos, y una Técnica o Técnico de Educación Parvularia hasta 7 lactantes, debiendo aumentarse el personal a partir del lactante que excede de dichas cifras.
> Para el nivel medio menor se exigirá una Educadora o Educador de Párvulos hasta 32 niños o niñas y una Técnica o Técnico de Educación Parvularia hasta 25 niños o niñas, debiendo aumentarse el personal a partir del niño o niña que excede de dichas cifras. (p.6)

> Si se excede el límite establecido por ley, los costos fijos variarán aumentando su nivel.

Cabe agregar que para una organización un mismo servicio puede ser costo fijo o variable. Por ejemplo, un colegio puede tener su propio servicio de casino, caso en el cual una parte significativa del costo es fija, pero si está externalizado, el costo asociado es variable. Lo mismo con el mantenimiento de los computadores y demás equipos tecnológicos del establecimiento escolar, ya que, si la entidad cuenta con personal propio para esos efectos, el costo asociado a ese servicio es fijo y, si lo subcontrata y debe pagar por mantenciones efectuadas, el costo es variable.

A modo de resumen sobre la clasificación de los costos, Ramírez (2013) señala:

> Que un costo se clasifique en alguna de las categorías anteriores está en función de qué tanto reacciona ante un cambio en una determinada actividad o actividades. Un costo que permanece constante independientemente de que aumente o disminuya una cierta actividad, es un costo fijo; por el contrario, si se modifica, se lo considera variable; finalmente, si un costo se mantiene en un determinado nivel, aun sin que se lleve a cabo alguna actividad, pero se incrementa cuando ésta aumenta, se trata de un costo mixto. (p. 35)

Para aplicar el modelo CVU, es necesario segmentar los costos semivariables y semifijos en sus componentes fijo y variable. En el caso de los costos semivariables, esta segmentación puede realizarse a partir de la información proporcionada por el área de contabilidad de costos de la empresa. En cuanto a los costos semifijos o escalonados, se recomienda utilizar métodos como el del Punto Alto–Punto Bajo o la Regresión Lineal Simple, los cuales se explican más adelante.

Estos mismos métodos también pueden emplearse para segmentar los costos semivariables cuando no se disponga de información contable detallada que permita realizar la separación de forma directa.

3.4 Segmentación de los costos mixtos

Para segmentar los costos mixtos, ya sean semifijos o semivariables, en sus componentes fijos y variables, se emplean preferentemente los siguientes métodos: el método del Punto Alto–Punto Bajo, el método de Regresión por Mínimos Cuadrados y el método gráfico. A continuación, se abordan los dos primeros.

3.4.1 Método del Punto Alto-Punto Bajo

Este método se utiliza para estimar las porciones fija y variable de un costo mixto (semivariable o semifijo), tomando como referencia dos niveles de actividad: el más alto y el más bajo. El cálculo se basa en una interpolación aritmética entre estos dos extremos.

A través de este procedimiento, es posible formular una función de costo lineal utilizando datos conocidos. Para ello, se traza una línea recta que une los puntos correspondientes al mayor y menor nivel de actividad registrados.

Según Ramírez (2013), este método parte de los siguientes supuestos:

- Los niveles de actividad más alto y más bajo se consideran los puntos más representativos para analizar el comportamiento del costo mixto.

- Se presume que existe una relación de proporcionalidad lineal entre los costos variables y los factores de actividad que los generan.

- Se asume la ausencia de factores estacionales u otras influencias externas que puedan alterar el patrón lineal de comportamiento de los costos fijos y variables.

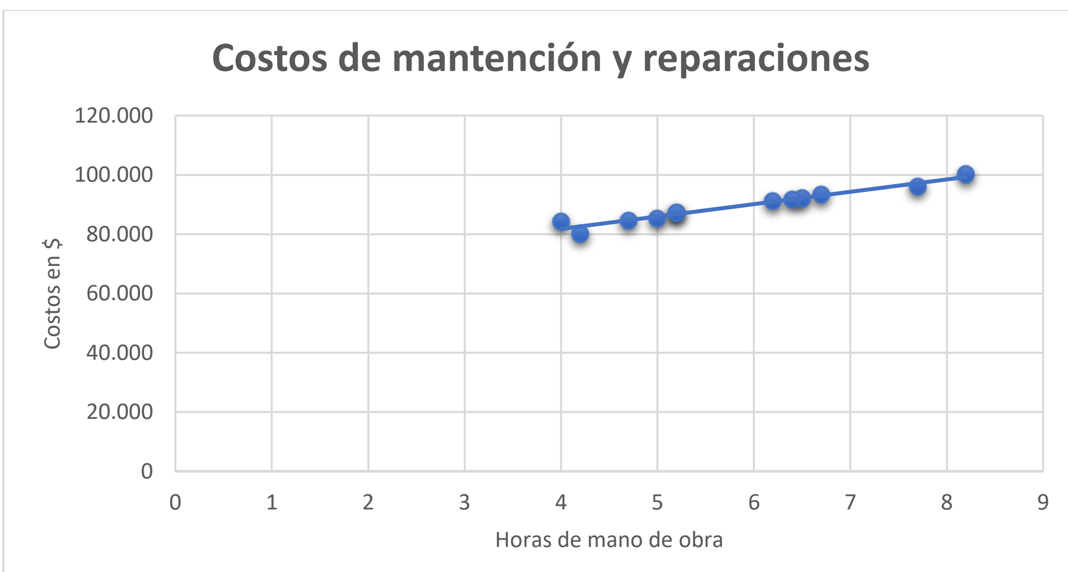
Ejemplo: Supóngase que una entidad contabiliza en una sola cuenta los desembolsos relacionados con la mantención y reparación de los equipos computacionales, sin diferenciar entre ambos conceptos.

Los costos de mantención pueden clasificarse como fijos, ya que deben realizarse siguiendo un calendario establecido, independientemente del nivel de uso de los equipos. En cambio, los costos por reparación se consideran variables, ya que solo se incurren cuando los equipos presentan fallas o requieren intervención.
Dado que la contabilidad no distingue entre estos dos tipos de costos, se optará por aplicar el método del Punto Alto - Punto Bajo para realizar la segmentación correspondiente y así identificar las porciones fija y variable del costo total registrado.

La información disponible es la siguiente:

Mes	Generador de actividad Horas de mano de obra directa (x)	Costo de mantención y reparaciones (y)
Enero	6,2	91.200
Febrero	6,7	93.200
Marzo	6,5	92.100
Abril	5,2	87.100
Mayo	4,4	84.200
Junio	5,0	85.300
Julio	*4,2*	80.100
Agosto	4,7	84.600
Septiembre	5,2	87.300
Octubre	*8,2*	100.200
Noviembre	7,7	96.100
Diciembre	6,0	91.600
Total	70,0	1.073.000

Primeramente, se dibuja un diagrama de dispersión correspondiente a los datos de la tabla anterior, para apreciar si los puntos corresponden a un período de actividad normal; los puntos altos y bajos deben ser representativos de la relación entre el generador de la actividad y el costo correspondiente.



Como se aprecia, existe una relación lineal entre las horas de mano de obra y el costo de mantención y reparaciones durante todo el período, entre las 4,2 horas (nivel de actividad mínimo) y las 8,2 horas (nivel de actividad máximo) de mano de obra utilizadas en mantención y reparación de los equipos.

Al existir una relación lineal entre las variables, se trata de una línea recta cuya ecuación es la siguiente:

$$y = mx + n$$

Para el método del Punto Alto-Punto Bajo:

$y = costo\ semivariable\ del\ nivel\ de\ actividad\ más\ alto\ (o\ más\ bajo)\ del\ período.$
$n = porción\ de\ costos\ fijos: n = y - mx$
$x = nivel\ de\ actividad\ más\ alto\ (o\ más\ bajo) del\ período.$
$m = tasa\ de\ costo\ variable\ por\ unidad\ de\ actividad\ (pendiente\ de\ la\ recta).$

$$m = \frac{Costo\ actividad\ más\ alta - Costo\ actividad\ más\ baja}{Nivel\ de\ actividad\ más\ alto - Nivel\ de\ actividad\ más\ bajo}$$

Al observar los datos, se identifican los períodos con los niveles de actividad más alto y más bajo; en este caso, corresponden a los meses de julio y octubre, respectivamente. A continuación, se determinan los costos totales asociados a dichos períodos.

En el ejemplo, el nivel más alto de actividad es de 8,2 horas de mano de obra, con un costo total de $100.200 (punto: 8,2; 100200). El nivel más bajo es de 4,2 horas, con un costo asociado de $80.100 (punto: 4,2; 80100).

Advertencia: En algunas situaciones, los niveles de actividad más alto y más bajo **no coinciden** necesariamente con los valores más altos y más bajos de costo. Es posible que el período con mayor actividad no presente el costo más elevado. En tales casos, los analistas priorizan los niveles extremos de actividad para aplicar el método del Punto Alto - Punto Bajo, ya que estos reflejan de manera más representativa la variabilidad en el nivel de actividad, lo que permite una mejor estimación de los componentes fijo y variable del costo mixto.

Con los datos del ejemplo, la tasa de costo variable es:

$$m = \frac{Cambio\ en\ costos}{Cambio\ en\ el\ nivel\ de\ actividad}$$

$$m = \frac{100.200 - 80.100}{8,2 - 4,2} = \frac{20.100}{4,0} = 5.025$$

Costos fijos: Se obtienen despejando *n* de la ecuación:

$$y = mx + n$$
$$n = y - mx$$

Se pueden calcular utilizando el punto más alto o el más bajo. En ambos casos, el resultado es el mismo:

Costos fijos calculados con el punto más alto:

$$n = Costo\ semivariable\ más\ alto - tasa\ de\ costo\ variable\ por\ unidad\ de\ actividad \cdot nivel\ más\ alto\ de\ actividad$$

$$n = 100.200 - 5.025 \cdot 8,2 = 100.200 - 41.205 = 58.995$$

Costos fijos calculados con el punto más bajo:

$$n = Costo\ semivariable\ mínimo - tasa\ de\ costo\ variable\ por\ unidad\ de\ actividad \cdot nivel\ mínimo\ de\ actividad$$

$$n = 80.100 - 5.025 \cdot 4,2 = 80.100 - 21.105 = 58.995$$

Por consiguiente, el costo fijo de $58.995 no se altera dentro del rango de horas de mano de obra. Así, la segmentación del costo de mantención y reparaciones ascendente a $1.073.000, se desglosa en su parte fija y variable, como sigue:

Mes	Horas de mano de obra directa (nivel de actividad) x	Costo total de mantención y reparaciones $ y	Costo fijo $	Costo variable $
Enero	6,2	91.200	58.995,0	32.205,0
Febrero	6,7	93.200	58.995,0	34.205,0
Marzo	6,5	92.100	58.995,0	33.105,0
Abril	5,2	87.100	58.995,0	28.105,0
Mayo	4,4	84.200	58.995,0	25.205,0
Junio	5,0	85300	58.995,0	26.305,0
Julio	*4,2*	80.100	58.995,0	21.105,0
Agosto	4,7	84.600	58.995,0	25.605,0
Septiembre	5,2	87.300	58.995,0	28.305,0
Octubre	*8,2*	100.200	58.995,0	41.205,0
Noviembre	7,7	96.100	58.995,0	37.105,0
Diciembre	6,0	91.600	58.995,0	32.605,0
Total	**70,0**	**1.073.000**	**707.940**	**365.060,0**

La información anterior dice que los costos fijos de la unidad de mantenimiento son $n = \$58.995$ y que el costo variable por hora de reparación es $m = \$5.025$.

Por tanto, la función de costo-volumen correspondiente al costo de mantención y reparaciones, en el método de estimación punto alto-punto bajo, es:

$Total\ costos\ mixtos =$
$tasa\ variable\ por\ unidad\ multiplicada\ por\ el\ nivel\ de\ actividad\ más\ parte\ fija$

$$y = mx + n$$
$$y = 5.025{,}0 \cdot x + 58.995$$

Donde:

$y\ =\ Costo\ total\ de\ mantención\ y\ reparaciones$
$x\ =\ Horas\ de\ mano\ de\ obra\ directa$
$n\ =\ Parte\ fija$

La ecuación anterior permite estimar el nivel del costo mixto para distintos niveles de actividad, en este caso, cantidades de horas de mano de obra directa.

Por ejemplo, si las horas de mano de obra fueran 9, el costo mixto se podría estimar en:
$y = 5.025 \cdot\ 9 + 58.995 = 45.225 + 58.995 = \$104.220$

Nota: Si se calcula el coeficiente de correlación a los datos del ejercicio se verá que es 0,98. Como es un valor muy cercano a 1, la estimación de la porción variable y fija del costo mixto es confiable.

Ventajas y limitaciones:

Según Hansen y Mowen (2007), el método de punto alto-punto bajo tiene dos ventajas. Primera, es objetivo, es decir, si dos analistas utilizan el método en un conjunto de datos llegarán a la misma respuesta. Segunda, es fácil de calcular, ya que utiliza tan sólo dos puntos de datos. Por otra parte, tiene el inconveniente que puede utilizar puntos fuera del rango relevante que entreguen relaciones de costos-actividades atípicas.

El inconveniente del método Punto alto-Punto bajo de considerar solo dos puntos de datos se supera usando el método de regresión por mínimos cuadrados que considera todos los datos disponibles y que se describe a continuación.

3.4.2 Método de Regresión por Mínimos Cuadrados

El método de regresión por mínimos cuadrados es una técnica estadística que permite establecer una relación entre una variable dependiente - como un costo semivariable o semifijo - y una variable independiente, como el nivel de actividad, es decir, el volumen de producción, ventas o prestación de servicios.

Esta herramienta permite:

- Segmentar el costo mixto en sus componentes fijo y variable.
- Estimar el costo total para diferentes niveles de actividad.

La relación entre ambas variables se expresa mediante la ecuación de una recta:

$$y = mx + n$$

Donde:

$y = Costo\ semifijo\ o\ semivariable\ (variable\ dependiente)$
$n = Costos\ fijos$
$m = Costo\ variable\ por\ unidad\ de\ actividad\ (pendiente\ de\ la\ recta)$
$x = Nivel\ de\ actividad\ (variable\ independiente)$

Para determinar los valores *m* y *n* se utiliza el método de los mínimos cuadrados y sus condiciones se expresan como:

$$m = \frac{a(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{a(\sum x^2) - (\sum x)^2}$$

$$n = \frac{(\sum y)(\sum x^2) - \sum x \sum(xy)}{a(\sum x^2) - (\sum x)^2}$$

Donde $a = Número\ de\ observaciones$. Por ejemplo, si la información está referida a los 12 meses del año: $a = 12$.

Utilizando el mismo ejemplo anterior:

Mes	Horas de mano de obra (x)	Costo total de mantención y reparaciones ($) ($y$)	x^2	xy
Enero	6,2	91.200	38,4	565.440
Febrero	6,7	93.200	44,9	624.440
Marzo	6,5	92.100	42,3	598.650
Abril	5,2	87.100	27,0	452.920
Mayo	4,4	84.200	19,4	370.480
Junio	5,0	85.300	25,0	426.500
Julio	*4,2*	80.100	17,6	336.420
Agosto	4,7	84.600	22,1	397.620
Septiembre	5,2	87.300	27,0	453.960
Octubre	*8,2*	100.200	67,2	821.640
Noviembre	7,7	96.100	59,3	739.970
Diciembre	6,4	91.600	41,0	586.240
Total	$\boldsymbol{\sum x = 70,0}$	$\boldsymbol{\sum y = 1.073.000}$	$\boldsymbol{\sum x^2 = 426,2}$	$\boldsymbol{\sum xy = 6.337.640}$

Aplicando las fórmulas anteriores para *m* y *n,* se tiene:

$$m = \frac{12 \cdot 6.337.640 - 70 \cdot 1.073.000}{12 \cdot 426{,}2 - 70 \cdot 70} = \frac{76.051.680 - 75.110.000}{5.114{,}4 - 4.900} = \frac{941.680}{214{,}4}$$
$$= 4{,}392{,}16$$

$$n = \frac{1.073.000 \cdot 426{,}2 - 70 \cdot 6.337.640}{12 \cdot 426{,}2 - 70 \cdot 70} = \frac{457.312.600 - 443.634.800}{5.114{,}4 - 4.900} = \frac{13.677.800}{214{,}4}$$
$$= 63.795{,}7$$

Por tanto,

$$y = 4{,}392{,}16\, x + 63.795{,}7$$

Esto quiere decir que los costos fijos son $63.795,7 y que el costo variable por hora de mano de obra es de $4.392,16. De esta manera, la segmentación del costo de mantención y reparaciones ascendente a $1.073.000, se desglosa en su parte fija y variable, como sigue:

Mes	Horas de mano de obra	Costo total de mantención y reparaciones $	Porción fija $	Porción variable $
Enero	6,2	91.200	63.795,7	27.404,3
Febrero	6,7	93.200	63.795,7	29.404,3
Marzo	6,5	92.100	63.795,7	28.304,3
Abril	5,2	87.100	63.795,7	23.304,3
Mayo	4,4	84.200	63.795,7	20.404,3
Junio	5,0	85.300	63.795,7	21.504,3
Julio	*4,2*	80.100	63.795,7	16.304,3
Agosto	4,7	84.600	63.795,7	20.804,3
Septiembre	5,2	87.300	63.795,7	23.504,3
Octubre	*8,2*	100.200	63.795,7	36.404,3
Noviembre	7,7	96.100	63.795,7	32.304,3
Diciembre	6,4	91.600	63.795,7	27.804,3
Total	**70,0**	**1.073.000**	**765.548,5**	**307.451,5**

Este método estadístico de regresión simple se puede utilizar también con fines presupuestarios, por ejemplo, para responder a la pregunta: ¿cuál sería el costo de mantención y reparaciones si se emplean 9 horas de mano de obra directa?

Respuesta: para $x = 9$, el costo sería de $103.325,1.

$$y = 4{,}392{,}16 \ \cdot 9 + 63.795{,}7$$

$$y = 39.529{,}4 + 63.795{,}7 = 103.325{,}1$$

Comparando ambos métodos, el del punto alto – punto bajo y el de regresión simple, se observa que no hay variaciones significativas en sus resultados. La validez del ajuste lineal efectuado se debe verificar calculando el coeficiente de correlación, que, en este caso, es 0,98. Como este valor es cercano a 1, la estimación lineal efectuada es confiable.

3.5 Rol del plan de cuentas de costos en la clasificación de los costos

El plan de cuentas constituye una herramienta clave para estructurar de manera uniforme todos los registros contables, lo que facilita la identificación del tipo de costo asociado a cada cuenta, el análisis de su comportamiento frente a variaciones en el volumen de actividad, y la asignación adecuada de los costos a los respectivos centros de costos o unidades educativas.

En relación con su diseño y estructura, se recomienda:

- Incluir cuentas que permitan clasificar los costos según su comportamiento: variables, fijos, semivariables o semifijos.

- Incorporar subcuentas específicas que faciliten una mayor desagregación. Por ejemplo, distinguir las remuneraciones pagadas por contrato fijo de aquellas pagadas a honorarios.

- Segmentar los gastos por centros de costo. En un establecimiento escolar, esto puede realizarse según niveles de enseñanza (preescolar, básico, medio); en una universidad, según niveles formativos (pregrado, posgrado) o programas académicos.

4 ESTRUCTURA DE COSTOS

Se refiere a la parte o proporción del costo total que es costo variable y costo fijo y se expresa en porcentaje.

Ejemplo 1:

Si para atender a 1.500 estudiantes un colegio incurre en un costo total de \$50.000.000, de los cuales \$ 15.000.000 son costos variables y \$ 35.000.000 son costos fijos, ¿Cuál es su estructura de costos?

Se sabe que el Costo Total (CT) es igual a los Costos Fijos (CF) más los Costos Variables Totales (CVT).

$CT = CF + CVT$
$50.000.000 = 35.000.000 + 15.000.000$

Estructura de costos:

Para determinarla se resuelve el problema de porcentaje que dice: ¿qué tanto por ciento es una cantidad de otra? En este ejemplo, ¿qué porcentaje de los costos totales son costos fijos y costos variables?

Costos fijos	$\frac{CF}{CT} \cdot 100 = \frac{35.000.000}{50.000.000} \cdot 100$	70%
Costos variables totales	$\frac{CVT}{CT} \cdot 100 = \frac{15.000.000}{50.000.000} \cdot 100$	30%
Costo total	$\frac{CT}{CT} \cdot 100 = \frac{50.000.000}{50.000.000} \cdot 100$	100%

La estructura de costos del establecimiento es: 70% de costos fijos y 30% de costos variables totales.

Ejemplo 2: Si un colegio, para prestarles el servicio educacional a 500 estudiantes, incurre en un costo total de \$22.000.000, de los cuales \$ 8.000.000 son costos variables, ¿Cuál es su estructura de costos?

$CT = CF + CVT$
Despejando CF:

$CF = CT - CVT$

$CF = 22.000.000 - 8.000.000 = 14.000.000$

Estructura de costos:

Costos fijos	$\frac{14.000.000}{22.000.000} \cdot 100$	63,6%
Costos variables totales	$\frac{8.000.000}{22.000.000} \cdot 100$	36,4%
Costo total	$\frac{22.000.000}{22.000.000} \cdot 100$	100%

La estructura de costos del establecimiento es: 63,6% de costos fijos y 36,4% de costos variables totales.

Ejemplo 3: Si un jardín infantil incurre en un costo total de $25.000.000 mensuales, de los cuales $15.000.000 son costos fijos, ¿Cuál es su estructura de costos?

$CT = CF + CVT$

Despejando CVT:

$CVT = CT - CF$
$CVT = 25.000.000 - 15.000.000 = 10.000.000$

Estructura de costos:

Costos fijos	$\frac{15.000.000}{25.000.000} \cdot 100$	60%
Costos variables totales	$\frac{10.000.000}{25.000.000} \cdot 100$	40%
Costo total	$\frac{25.000.000}{25.000.000} \cdot 100$	100%

La estructura de costos del jardín infantil es: 60% de costos fijos y 40% de costos variables totales.

Ejemplo 4: En el Colegio Federico Froebel S.A y Filiales, los rubros de costos y gastos que se ven en su Estado de Resultados del año 2018 disponibles en Internet, son los siguientes:

Rubros de costos	Miles de $
Costo de ventas	2.169.001
Gastos de administración	1.501.653
Costos financieros	356.581
Resultado por unidades de reajuste	151.958
Costo total	**4.179.193**

Calcular la estructura porcentual de los costos y gastos de este colegio.

Rubros de costos	Miles de $	%
Costo de ventas	2.169.001	$\frac{2.169.001}{4.179.193} \cdot 100 = 51{,}9\%$
Gastos de administración	1.501.653	$\frac{1.501.653}{4.179.193} \cdot 100 = 35{,}9\%$
Costos financieros	356.581	$\frac{356.581}{4.179.193} \cdot 100 = 8{,}5\%$
Resultado por unidades de reajuste	151.958	$\frac{151.958}{4.179.193} \cdot 100 = 3{,}7\%$
Costo total	**4.179.193**	$\frac{\mathbf{4.179.1931}}{\mathbf{4.179.193}} \cdot \mathbf{100 = 100}\%$

Como se observa, es el Costo de ventas y los Gastos de administración los rubros más relevante de la estructura de costos del establecimiento, representando en conjunto el 87,8% del costo total.

5 CONCEPTUALIZACIÓN DEL ANÁLISIS DE CONTRIBUCIÓN O DE SENSIBILIDAD

Como se ha señalado, el análisis de contribución permite evaluar el impacto que generan ciertos cambios en las utilidades o excedentes de una organización. Dichos cambios pueden producirse en las siguientes variables: a) costos variables y fijos, b) precio de venta, c) volumen de ventas o ingresos por prestación de servicios, y d) composición de las ventas o de los servicios prestados.

En el caso de una institución educacional, estos cambios podrían referirse, por ejemplo, al costo de prestación del servicio educativo (ya sea variable o fijo), al valor de la colegiatura, al número de estudiantes matriculados, o a la participación relativa de los distintos niveles educativos respecto del total de alumnos.
En otras palabras, este tipo de análisis busca responder preguntas del tipo: *¿Qué ocurriría si…?* Por ejemplo:

- ¿Qué pasaría con la utilidad neta de la institución si la cantidad de estudiantes se reduce en un 10%?

- ¿Cómo variaría el excedente de una escuela si la matrícula aumenta en un 10%?

Para los efectos del análisis de contribución o de sensibilidad, el Estado de Resultados se puede presentar gráficamente como sigue:

<table>
<tr><td rowspan="3">Ingresos de operación</td><td>Menos Costos variables</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">= Margen de contribución</td><td>Menos Costos fijos</td></tr>
<tr><td>= Utilidad o pérdida</td></tr>
</table>

Como se observa en la tabla anterior, los ingresos de operación deben cubrir en primer lugar los costos variables. La diferencia entre ambos conceptos constituye el **Margen de Contribución**, el cual representa el monto disponible para cubrir los costos fijos y, eventualmente, generar una utilidad o, en su defecto, una pérdida.

Por tanto, para realizar este análisis de contribución, es necesario que el Estado de Resultados del establecimiento se estructure desglosando los costos totales en costos variables y costos fijos, presentando sus rubros de la manera que se muestra en el ejemplo siguiente, correspondiente a una matrícula de 1.000 estudiantes ($q = 1.000$):

	Valores unitarios			Valores totales		
Conceptos		($)	%		($)	%
Ingresos de operación	p	250.000	100,0	$Y = p \cdot q$	250.000.000	100,0
- Costos variables	cv	150.000	60,0	$CVT = cv \cdot q$	150.000.000	60,0
Margen de contribución	mc	100.000	40,0	MC	100.000.000	40,0
- Costos fijos				CF	80.000.000	32,0
Utilidad bruta o de operación				UB	20.000.000	8,0

Del estado anterior se desprende lo siguiente:

5.1 Margen de Contribución

En términos unitarios, el Margen de Contribución corresponde a la diferencia entre el precio de venta del bien o servicio y su costo variable por unidad:

$$mc = p - cv$$

En valores totales, se define como la diferencia entre los Ingresos de Operación y los Costos Variables Totales asociados a la producción y venta del bien o a la prestación del servicio:

$$MC = Y - CVT$$

De este modo, el Margen de Contribución representa el monto que queda disponible, a partir de los Ingresos de Operación, una vez descontados los Costos Variables.

Este margen permite analizar tres situaciones posibles:

- Si el margen supera los Costos Fijos, se genera una utilidad.
- Si el margen no alcanza a cubrir los Costos Fijos, se incurre en una pérdida.
- Si el margen es igual a los Costos Fijos, la institución se encuentra en punto de equilibrio, es decir, sin pérdidas ni utilidades.

En resumen, el Margen de Contribución permite conocer en qué medida los Ingresos de Operación, dado un determinado nivel de actividad, contribuyen a absorber los costos fijos y a generar utilidades.

Matemáticamente se expresa como sigue:

$$MC = Y - CVT$$
$$MC = p \cdot q - cv \cdot q$$

$$MC = 250.000 \cdot 1.000 - 150.000 \cdot 1000 = 250.000.000 - 150.000.000 = 100.000.000$$

En el ejemplo, la matrícula de 1.000 alumnos generó un Margen de Contribución de $100.000.000, que permite absorber o pagar los Costos Fijos de la entidad que son $80.000.000, y generar una Utilidad de Operación de $20.000.000.

5.2 Razón del Margen de Contribución

Representa el porcentaje de los ingresos por ventas que contribuye a cubrir los costos fijos y generar utilidades. Se puede denominar Razón de Contribución Marginal o Coeficiente del Margen de Contribución, y se calcula como sigue:

$$\boxed{Razón\ del\ margen\ de\ contribución = \frac{Margen\ de\ contribución\ total}{Ingresos\ de\ operación} = \frac{MC}{Y}}$$

$$Razón\ del\ margen\ de\ contribución = \frac{MC}{Y} = \frac{100.000.000}{250.000.000} \cdot 100 = 40\%$$

O bien:

$$\boxed{Razón\ del\ margen\ de\ contribución = \frac{Margen\ de\ contribución\ unitario}{Precio\ de\ venta} = \frac{mc}{p}}$$

$$Razón\ del\ margen\ de\ contribución = \frac{mc}{p} = \frac{100.000}{250.000} \cdot 100 = 0{,}40 \cdot 100 = 40\%$$

En este caso, significa que se dispone del 40% del precio de venta del producto o servicio prestado para cubrir o pagar los costos fijos.

Ejemplo: Dados los siguientes datos, calcular la Razón del Margen de Contribución.

$cv = \$1$
$p = \$9$

Solución:

Razón de costo variable es: $\frac{cv}{p} = \frac{1}{9} = 0{,}1111 = 11{,}11\%$
Razón del margen de contribución: $1 - 0{,}1111 = 0{,}8889 = 88{,}89\%$

O bien:

$$\frac{mc}{p} = \frac{9-1}{9} = \frac{8}{9} = 0{,}8889 = 0{,}8889 \cdot 100 = 88{,}89\%$$

5.3 Razón de Costos Variables

Es un indicador financiero que muestra qué proporción de cada unidad monetaria ingresado por ventas se dedica a cubrir los costos variables de la organización.

Fórmulas: La Razón de Costos Variables puede expresarse de dos maneras, según el nivel de análisis:

1. En términos totales: Son los Costos Variables Totales (CVT) divididos entre los Ingresos de Operación (Y):

$$Razón\ de\ costos\ variables = \frac{CVT}{Y} = \frac{150.000.000}{250.000000} \cdot 100 = 0{,}60 \cdot 100 = 60\%.$$

2. En términos unitarios: Es el Costo Variable Unitario (cv) dividido entre el Precio de Venta (p)

$$Razón\ de\ costos\ variables = \frac{cv}{p} = \frac{150.000}{250.000} \cdot 100 = 0{,}60 \cdot 100 = 60\%.$$

Interpretación: Que la Razón de costo variable sea 60% significa:

- Que el 60% de cada unidad de ingreso se destina a cubrir los costos variables.

- El restante 40% es el margen de contribución sobre ventas, destinado a cubrir los costos fijos y eventualmente generar utilidades.

Ejemplo: Dados los siguientes datos, calcular la Razón de Costos Variables y la Razón del Margen de Contribución.

$cv = \$1.000$
$p = \$10.000$

Solución:

Razón de costo variable es: $\frac{cv}{p} = \frac{1000}{10000} = 0{,}1 = 10{,}0\%$
Razón del margen de contribución: $1 - 0{,}1 = 0{,}90 = 90{,}0\%$

O bien:

$$\frac{mc}{p} = \frac{10 - 1}{10} = \frac{9}{10} = 0{,}90 = 90{,}0\%$$

Se desarrollan a continuación algunos ejemplos sobre Análisis de Contribución o de Sensibilidad que permiten apreciar el impacto en las utilidades de la entidad respondiendo a la pregunta: *¿qué ocurría si* …? Los cambios se formulan en relación con el Estado de Resultados del establecimiento escolar mostrado anteriormente que tiene una matrícula de 1.000 estudiantes. La medición del efecto en los resultados (utilidades o pérdidas) se facilita si se utiliza una planilla de cálculo electrónica.

5.4 Impacto de cambios en variables incidentes en los resultados

Se desarrollan a continuación ejemplos donde se aprecia el impacto en los resultados de la organización de cambios en las siguientes variables: nivel de actividad (q), precio del producto o servicio (p), costo variable unitario (cv) y costos fijos (CF). Para estos efectos, las planillas de cálculo, como Excel, facilitan las operaciones.

Ejemplo 1. Impacto en los resultados de un cambio en el nivel de actividad (q)

Determinar la utilidad bruta de una entidad educativa si la cantidad de estudiantes, que era 1.000, sube en un 10%, con la estructura de precios y costos actuales.

Cantidad de alumnos	$1000 + 1000 \cdot 0{,}10 = 1.000 + 100 = 1.100$

Conceptos	Valores unitarios $	Detalles	Totales $	%
Ingresos de operación	250.000	$250.000 \cdot 1.100$	275.000.000	100,0
Menos: Costos variables	150.000	$150.000 \cdot 1.100$	-165.000.000	60,0
Margen de contribución	100.000		110.000.000	40,0
Menos: Costos fijos			-80.000.000	-29,1
Utilidad bruta			30.000.000	10,9

Cada alumno adicional incrementa la utilidad del establecimiento en el importe del margen de contribución unitario, que es de $100.000. Como en el ejemplo el aumento fue de 100 alumnos, el impacto en la utilidad es un incremento de $10.000.000, ($\$100.000 \cdot 100 = \$10.000.000$), por lo que sube de $20.000.000, cuando la cantidad era de 1.000 estudiantes, a $30.000.000 cuando la matrícula se eleva a 1.100 alumnos, es decir, en 50%.

$$\frac{30000000 - 20000000}{20000000} = 0{,}50 = 0{,}50 \cdot 100 = 50\%$$

Ejemplo 2. Impacto en los resultados de un cambio en el precio ($\boldsymbol{p}$)

Determinar la utilidad bruta de la entidad si el precio de la colegiatura sube en un 10%, con la cantidad de estudiantes y costos actuales.

Cantidad de alumnos	1.000
Precio colegiatura	$250.000 \cdot 1{,}10 = \$275.000$

Conceptos	Valores unitarios $	Detalles	Totales $	%
Ingresos de operación	275.000	$275.000 \cdot 1.000$	275.000.000	100,0
Menos: Costos variables	150.000	$150.000 \cdot 1.000$	-150.000.000	54,5
Margen de contribución	125.000		125.000.000	45,5
Menos: Costos fijos			-80.000.000	29,1
Utilidad bruta			45.000.000	16,4

Cuando el valor de la colegiatura aumenta en un 10%, manteniendo constantes las demás variables, la utilidad se incrementa de $20.000.000 a $45.000.000, es decir, en $25.000.000 (en 125%).

$$\frac{45000000-20000000}{20000000}\cdot 100=\frac{25000000}{20000000}\cdot 100=125\%$$

Ejemplo 3. Impacto en los resultados de un cambio en el costo variable unitario (cv)

Determinar el beneficio bruto de la entidad si el costo variable unitario disminuye en 10%, manteniéndose la cantidad de alumnos, el precio de la colegiatura y costos fijos actuales.

Cantidad de alumnos	1.000
Costo variable unitario	$150.000\cdot 0{,}90=\$135.000$

Conceptos	Valores unitarios $	Detalles	Totales $	%
Ingresos de operación	250.000	$250.000\cdot 1.000$	250.000.000	100,0
Menos: Costos variables	135.000	$135.000\cdot 1.000$	-135.000.000	54,0
Margen de contribución	115.000		115.000.000	46,0
Menos: Costos fijos			-80.000.000	32,0
Utilidad bruta			35.000.000	14,0

Cuando se reduce el costo variable unitario en un 10%, manteniendo constantes las demás variables, la utilidad aumenta de $20.000.000 a $35.000.000, o sea, en 75%.

$$\frac{35000000-20000000}{20000000}\cdot 100=\frac{15000000}{20000000}\cdot 100=75\%$$

Ejemplo 4. Impacto en los resultados de un cambio en los costos fijos (CF)

Determinar la utilidad bruta de la entidad si los costos fijos bajan en 10%, manteniéndose la ratio de costos variables, cantidad de alumnos y el precio de la colegiatura actual.

Cantidad de alumnos	1.000
Costos fijos	$80.000.000 \cdot 0{,}90 = \$72.000.000$

Conceptos	Valores unitarios $	Detalles	Totales $	%
Ingresos de operación	250.000	$250.000 \cdot 1.000$	250.000.000	100.0
Menos: Costos variables	150.000	$150.000 \cdot 1.000$	-150.000.000	60.0
Margen de contribución	100.000		100.000.000	40.0
Menos: Costos fijos			-72.000.000	28,8
Utilidad bruta			28.000.000	11,2

Cuando los costos fijos disminuyen en un 10%, manteniendo constantes las demás variables, la utilidad aumenta de $20.000.000 a $28.000.000, es decir, en 40%.

$$\frac{28000000 - 20000000}{20000000} \cdot 100 = \frac{8000000}{20000000} \cdot 100 = 40\%$$

Ejemplo 5: Determinar la utilidad bruta de la entidad si se incluyen todos los cambios vistos en los ejemplos anteriores, esto es: la cantidad de estudiante y el precio de la colegiatura se eleva en un 10%, el costo variable unitario se reduce en un 10% y los costos fijos se reducen en un 10%.

Cantidad de alumnos	$1.000 \cdot 1{,}10 = 1.100$
Precio colegiatura	$250.000 \cdot 1{,}10 = 275.000$
Costo variable unitario	$150.000 \cdot 0{,}90 = 135.000$
Costos fijos	$80.000.000 \cdot 0{,}90 = 72.000.000$

Conceptos	Valores unitarios $	Detalles	Totales $	%
Ingresos de operación	275.000	$275.000 \cdot 1.100$	302.500.000	100,0
Menos: Costos variables	135.000	$135.000 \cdot 1.100$	-148.500.000	49,1
Margen de contribución	140.000		154.000.000	50,9
Menos: Costos fijos			-72.000.000	23,8
Utilidad bruta			82.000.000	27,1

La combinación de los cambios supuestos se traduce en un incremento de la utilidad de $20.000.000 a $82.000.000, es decir, en 310%.

$$\frac{82000000 - 20000000}{20000000} \cdot 100 = \frac{62000000}{20000000} \cdot 100 = 310\%$$

Ejemplo 6: Un organización educativa que hace clases particulares de estadística online, cobra una mensualidad de $250.000 por alumno e incurre en un costo variable unitario por concepto de remuneraciones a sus profesores y consumo de material didáctico de $160.000. ¿Cómo puede saber si un aumento del 10% en esa mensualidad es más o menos conveniente que una disminución del 10% en ese costo variable?

Solución: El análisis de sensibilidad que se pide se puede llevar a cabo mediante el cálculo del margen de contribución en cada escenario.

Margen de contribución original:

$$p - cv = 250.000 - 160.000 = 90.000$$

Margen de contribución aumentando la mensualidad en 10%:

$$p \text{ incrementado en } 10\%: 250000 + 0{,}10 \cdot 250000 = 250000 + 25000 = 275.000$$

Margen de contribución con la mensualidad incrementada en 10%:

$$mc = 275.000 - 160.000 = 115.000$$

$$cv \text{ disminuido en } 10\% = 160000 - 0{,}10 \cdot 160000 = 160.000 - 16000 = 144.000$$

Margen de contribución con el costo variable unitario disminuido en 10%:

$$mc = 250.000 - 144.000 = 106.000$$

El aumento de la mensualidad en un 10% resulta en un margen de contribución unitario igual a $115.000, superior a los $106.000 que se obtendría reduciendo en un 10% el costo variable unitario.

5.5 Observación general sobre el análisis de contribución

Al sensibilizar el resultado financiero de una organización, es importante tener presente que los cambios analizados - como los abordados en los ejercicios anteriores

- pueden afectar el volumen de ventas o el nivel de ingresos de operación por los servicios prestados. Por ello, resulta fundamental considerar la elasticidad de la demanda del bien o servicio, es decir, cuán sensible es la cantidad demandada ante variaciones en los factores que la determinan.

En el caso del sector educativo, en sus distintos niveles, la elasticidad de la demanda puede variar en función de diversos factores, como la cercanía del establecimiento al hogar de las familias, las alternativas disponibles de colegios, los sistemas de postulación existentes o el nivel de ingreso de las familias.

Entre las distintas elasticidades relevantes, destaca la *Elasticidad Precio de la Demanda*.

A continuación, se presentan tres casos relativos a esta elasticidad:

Fórmula general:

$$\boxed{E_d = \frac{\%\ de\ cambio\ en\ la\ cantidad\ demandada}{\%\ de\ cambio\ en\ el\ precio}}$$

- **Demanda elástica**: La demanda es elástica cuando, ante un aumento en el precio de un bien o servicio, la cantidad demandada disminuye en una proporción mayor. Por ejemplo, si el precio aumenta en un 5% y la cantidad demandada disminuye en un 10%, se considera que la demanda es elástica. Ratio de cálculo: mayor que 1.

  $$E_d = \frac{-10\%}{5\%} = \frac{-0{,}10}{0{,}05} = -2$$

  El valor absoluto de la elasticidad es, $|-2| = 2$, lo que indica que la demanda es elástica. Una variación en el precio provoca una respuesta más que proporcional en la cantidad demandada.

- **Demanda inelástica**: La demanda es inelástica cuando, ante un aumento en el precio, la cantidad demandada disminuye en una proporción menor. Por ejemplo, si el precio sube un 10% y la cantidad demandada se reduce solo un 5%, se trata de una demanda inelástica.
  Ratio de cálculo: menor que 1.

$$E_d = \frac{-5\%}{10\%} = \frac{-0,05}{0,10} = -0,5$$

El valor absoluto de la elasticidad es $|-0,5| = 0,50$, lo que indica que la demanda es inelástica. Es decir, la cantidad demandada responde menos que proporcionalmente a un cambio en el precio, lo que es común en bienes esenciales o con pocos sustitutos.

- **Elasticidad unitaria**: La demanda tiene elasticidad unitaria cuando el cambio porcentual en el precio provoca un cambio igual (en valor absoluto) en la cantidad demandada. Por ejemplo, si el precio sube un 12% y la cantidad demandada disminuye también un 12%.
  Ratio de cálculo: igual a 1.

  $$E_d = \frac{-12\%}{12\%} = \frac{-0,12}{0,12} = -1$$

  El valor absoluto de la elasticidad es $|-1| = 1$, lo que indica una respuesta proporcional exacta de la cantidad demandada frente a una variación en el precio.

¿La demanda por educación preescolar y universitaria es elástica o inelástica?

En general, la educación preescolar tiende a ser inelástica, ya que es considerada esencial para el desarrollo temprano de los niños. Por ello, muchas familias están dispuestas a asumir aumentos en el precio para mantener este servicio. Por ejemplo, si la colegiatura mensual sube de $250.000 a $275.000 (un aumento del 10%) y la matrícula baja de 150 a 141 niños (una reducción del 6%), entonces:

$$E_d = \frac{-6\%}{10\%} = \frac{-0,06}{0,10} = -0,6$$

El valor absoluto es menor que 1, lo que confirma una demanda inelástica.

En el caso de la educación universitaria, también suele comportarse de manera inelástica, ya que se percibe como una inversión a futuro, con expectativas de mejores oportunidades laborales e ingresos. Sin embargo, la existencia de más alternativas (como universidades estatales, becas, carreras técnicas, etc.) hace que, aunque siga siendo inelástica, su elasticidad sea mayor (menos rígida) que en el caso de la educación preescolar.

5.6 Efectos de un análisis de contribución en el margen de contribución, utilidades y en el punto de equilibrio

En general, al efectuar un análisis de contribución como el anterior, introduciendo cambios en el precio de venta o en los costos variables unitarios y fijos, se producen los siguientes efectos en el margen de contribución, utilidades y el punto de equilibrio (Yermanos y Correa, 2011, p. 38):

Al disminuir los costos variables unitarios			**Al aumentar los costos variables unitarios**	
El margen de contribución y las utilidades se incrementan.	El punto de equilibrio disminuye. Se necesitará vender menos unidades de producto para cubrir los costos totales.		El margen de contribución y las utilidades disminuyen.	El punto de equilibrio aumenta. Se necesitará vender más unidades de producto para cubrir los costos totales.

Al disminuir el precio de venta			**Al aumentar el precio de venta**	
El margen de contribución y las utilidades se disminuyen.	El punto de equilibrio aumenta. Se necesitará vender más unidades de producto para cubrir los costos totales.		El margen de contribución y las utilidades se aumentan.	El punto de equilibrio disminuye. Se necesitará vender menos unidades de producto para cubrir los costos totales.
Al disminuir los costos fijos			**Al aumentar los costos fijos**	
El punto de equilibrio disminuye. Se necesitará vender menos unidades de producto para cubrir los costos totales.			El punto de equilibrio aumenta. Se necesitará vender más unidades para cubrir el mayor costo total.	

Observación: Lo que en la tabla anterior se dice en relación con el punto de equilibrio, se podrá constatar luego de comprender su concepto que se desarrolla a continuación:

6 TÉCNICA DEL PUNTO DE EQUILIBRIO

La técnica del punto de equilibrio es una herramienta de análisis financiero que permite determinar el nivel de actividad necesario para que una organización obtenga una utilidad igual a cero. Es decir, identifica el nivel de producción y ventas, o de prestación de servicios, en el cual no se generan ni beneficios ni pérdidas. En otras palabras, se alcanza el punto de equilibrio cuando los ingresos totales igualan a los costos totales, o, si se prefiere, cuando el margen de contribución total es igual a los costos fijos totales.

El punto de equilibrio puede expresarse en unidades físicas o monetarias. En el primer caso, si se trata de una empresa comercial, corresponderá a la cantidad de unidades vendidas que cubren exactamente todos los costos. En el segundo caso, se refiere al monto de ventas necesario para que la utilidad sea igual a cero.

En contextos no lucrativos, como un establecimiento escolar, las unidades físicas podrían representar el número de estudiantes atendidos que permite cubrir los costos totales sin generar excedentes. A partir de ese número, el ingreso adicional por cada estudiante comenzará a generar beneficios. De manera análoga, el punto de equilibrio en términos monetarios corresponde a los ingresos de operación que, reflejados en el Estado de Resultados, resultan en un excedente (o utilidad) igual a cero.

El análisis del punto de equilibrio se basa en ciertos **supuestos fundamentales**, entre los que destacan:

- Existe una relación lineal entre los ingresos y los costos variables dentro de un rango relevante de actividad.

- Es posible descomponer los costos totales en componentes fijos y variables de forma clara.

Para determinar el punto de equilibrio, se utilizará la siguiente simbología:

p = Precio de venta por unidad del producto o servicio. En una entidad educativa será el ingreso percibido por cada alumno.

q = Cantidad de unidades producidas y vendidas. En una organización educativa, dependiendo de su giro, será la cantidad de alumnos o las horas de clase impartidas.

cv = Costo variable por unidad producida y vendida. En una entidad educacional es el costo variable por estudiante o por hora de clase impartida.

$mc = p - cv =$ Margen de contribución unitario (Diferencia entre el precio y el costo variable unitario).

CVT = Costos variables totales (Costo variable unitario multiplicado por la cantidad producida y vendida).

$CVT = cv \cdot q$

CF = Costos fijos de la organización.

CT = Costos totales (Suma de los costos variables totales y los costos fijos).

$CT = CVT + CF = cv \cdot q + CF$

Y = Ingresos de operación totales de la entidad (Precio multiplicado por la cantidad producida y vendida).

$Y = p \cdot q$

$Y_e =$ Ingresos de operación totales en el punto de equilibrio (Precio multiplicado por la cantidad producida o vendida de equilibrio).

$Y_e = p \cdot q_e$

$MC =$ Margen de contribución total (Diferencia entre los Ingresos de operación y el Costo variable total)

$MC = Y - CVT = p \cdot q - cv \cdot q$

Con estos antecedentes, la fórmula para calcular el punto de equilibrio se determina como sigue:

6.1 Punto de equilibrio en unidades físicas

En términos de las variables previamente definidas, el punto de equilibrio corresponde a la cantidad producida y vendida, o la cantidad de alumnos atendidos por un establecimiento escolar, o las horas de clase impartidas, que permiten que los ingresos totales sean iguales a los costos totales en un Estado de Resultados; es decir, cuando la utilidad o excedente es igual a cero. A continuación, se describen dos métodos para determinarlo: el de la Ecuación del Estado de Resultados y el del Margen de Contribución.

6.1.1 Método de la Ecuación del Estado de Resultados

Este método, conocido también como Enfoque de Utilidad de Operación, consiste en expresar la estructura del Estado de Resultados en la forma de una ecuación, como sigue:

Utilidad bruta o de operación	=	Ingresos de operación	-	Costos variables totales	-	Costos fijos
UB	=	$Y = p \cdot q$	-	$CVT = cv \cdot q$	-	CF

$$Ingresos\ de\ Operación\ (Y) = Precio\ de\ venta \cdot Cantidad\ de\ unidades\ producidas\ y\ vendidas$$

$$Y = p \cdot q$$

$$Costos\ variables\ totales\ (CVT) = Costo\ variable\ unitario \cdot Cantidad\ de\ unidades\ producidas\ y\ vendidas$$

$$CVT = cv \cdot q$$

$$Utilidad\ Bruta (UB) = Ingresos\ de\ operación - Costos\ variables\ totales - Costos\ fijos$$

$\boldsymbol{UB = Y - CVT - CF}$

O, más desarrollada, la ecuación de resultados es:

$$\boldsymbol{UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF}$$

Esta ecuación, en el modelo de CVU, permite calcular la Utilidad Bruta o de Operación (antes de deducir el impuesto a la renta) para diferentes niveles de actividad o de unidades producidas y vendidas y de posibles cambios en los costos variables y fijos.

Ejercicios de utilización de la Ecuación de Resultados

Ejercicio: Determine el costo variable unitario (cv) y la utilidad bruta (UB) según la siguiente información:

$p = 3.000$
$q = 1.200$
$MC = \$720.000$
$CF = \$650.000$
$cv = ?$
$UB = ?$

Solución:

Cálculo de cv:

$MC = p \cdot q - cv \cdot q$
$720.000 = 3.000 \cdot 1200 - cv \cdot 1200$
$720.000 = 3.600.000 - 1200\ cv$
$720.000 - 3.600.000 = -1.200\ cv$
$-2.880.000 = -1.200\ cv$

Multiplicando por -1 ambos miembros:

$-2.880.000 = -1.200\ cv$

$$cv = \frac{2.880.000}{1.200}$$

$cv = \$2.400$

Cálculo de UB:

$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$
$UB = 3.000 \cdot 1.200 - 2.400 \cdot 1200 - 650.000$
$UB = 3.600.000 - 2.880.000 - 650.000$
$UB = \$70.000$

Ejercicio: Determine el Margen de contribución (MC) y la Utilidad bruta (UB) según la siguiente información:

$p = 3.500$
$q = 1.000$
$CF = \$750.000$
$cv = 2.500$
$MC = ?$
$UB = ?$

Solución:

Cálculo del MC:

$MC = p \cdot q - cv \cdot q$
$MC = 3.500 \cdot 1000 - 2.500 \cdot 1000$
$MC = 3.500.000 - 2.500.000$

$MC = \$1.000.000$

Cálculo de UB:
$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$
$UB = 3.500 \cdot 1.000 - 2.500 \cdot 1.000 - 750.000$
$UB = 3.500.000 - 2.500.000 - 750.000$

$UB = \$250.000$

O bien:

$UB = MC - CF$

$UB = 1.000.000 - 750.000$

$UB = \$250.000$

Ejercicio: Determine la cantidad (q) y el Costo fijo (CF) según la siguiente información:

$p = 3.500$
$MC = 1.000.000$
$UB = 250.000$
$cv = 2.500$
$q = ?$
$CF = ?$

Solución:

Cálculo de q:

$MC = p \cdot q - cv \cdot q$
$1.000.000 = 3.500 \cdot q - 1.500 \cdot q$
$1.000.000 = 2.000\, q$

$$q = \frac{1.000.000}{2.000}$$

$q = 500$

Cálculo de CF:

$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$
$250.000 = (3.500 \cdot 500) - (1500 \cdot 500) - CF$
$250.000 = 1.750.000 - 750.000 - CF$
$250.000 = 1.000.000 - CF$
$250.000 - 1.000.000 = -CF$
$-750.000 = -CF$

$CF = \$750.000$

Ejercicio: Determine el Margen de contribución (MC) y el Costo fijo (CF) según la siguiente información:

$p = 3.000$
$q = 6.000$
$cv = 2.000$
$UB = 120.000$
$MC = ?$
$CF = ?$

Solución:

Cálculo de MC:

$MC = p \cdot q - cv \cdot q$
$MC = 3.000 \cdot 6.000 - 2.000 \cdot 6.000$
$MC = 18.000.000 - 12.000.000$
$MC = \$6.000.000$

Cálculo de CF:

$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$

$120.000 = (3.000 \cdot 6.000) - (2.000 \cdot 6.000) - CF$
$120.000 = 18.000.000 - 12.000.000 - CF$
$120.000 = 6.000.000 - CF$
$120.000 - 6.000.000 = -CF$
$-5.880.000 = -CF$
$CF = \$5.880.000$

Ejercicio: Determine el Precio (p) y la Utilidad bruta (UB) con los siguientes datos:

$q = 9.000$
$MC = 900.000$
$CF = 460.000$
$cv = 2.000$
$p = ?$
$UB = ?$

Solución:

Cálculo de p:

$MC = p \cdot q - cv \cdot q$
$900.000 = p \cdot 9.000 - 2.000 \cdot 9.000$
$900.000 = p \cdot 9.000 - 18.000.000$
$900.000 + 18.000.000 = p \cdot 9.000$
$18.900.000 = p \cdot 9.000$
$p = \frac{18.900.000}{9.000}$

$p = \$2.100$

Cálculo de UB:

$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$
$UB = (2.100 \cdot 9.000) - (2.000 \cdot 9.000) - 460.000$
$UB = 18.900.000 - 18.000.000 - 460.000$
$UB = \$440.000$

<u>Ejercicio</u>: Una empresa dedicada a preparar estudiantes para rendir la prueba de acceso a la educación superior tiene costos fijos mensuales de $1.700.000. El valor cobrado por hora de clase es de $25.000, y el costo variable asociado a cada hora (incluyendo remuneraciones docentes y materiales didácticos) es de $15.000. La empresa desea determinar cuántas horas de clase debe impartir mensualmente para obtener una utilidad equivalente al 20% de los ingresos generados.

Datos:

$p = precio\ por\ hora\ de\ clase = 25.000$
$cv = costo\ variable\ por\ hora = 15.000$
$CF = costos\ fijos = 1.700.000$
$UB = utilidad\ deseada = 20\%\ de\ los\ ingresos = 0{,}20 \cdot (p \cdot q) = 0{,}20 \cdot 25000 \cdot q$

Se quiere encontrar el número de horas de clase q que permita cubrir los costos y, además, obtener una utilidad del 20% de los ingresos.

Solución:

Los ingresos totales son:

$$Y = p \cdot q = 25000 \cdot q$$

Los costos variables totales son:

$$CVT = cv \cdot q = 15000 \cdot q$$

Los costos totales son:

$$CT = CVT + CF = 15000 \cdot q + 1700000$$

La utilidad buscada es el 20% de los ingresos:

$$UB = 0{,}20 \cdot Y = 0{,}20 \cdot 25000 \cdot q$$

Reemplazando en la Ecuación de Resultados:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$0{,}20 \cdot 25000 \cdot q = 25000 \cdot q - 15000 \cdot q - 1700000$$
$$5000\ q = 25000\ q - 15000\ q - 1700000$$
$$5000q = 10000\ q - 1700000$$
$$5000\ q - 10000\ q = -1700000$$
$$-5000\ q = -1700.000$$

$$q = \frac{-1.700.000}{-5.000} = 340\ horas$$

Por tanto, la empresa debe impartir 340 horas de clase mensuales para alcanzar una utilidad del 20% de los ingresos.

Comprobación:

Ingresos de operación	$Y = p \cdot q$	$25.000 \cdot 340$	$\$8.500.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$15.000 \cdot 340$	$-\$5.100.000$
= Margen de contribución total	MC		$\$3.400.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-\$1.700.000$
= Utilidad bruta	UB		$\$1.700.000$

La UB de $1.700.000 es, precisamente, el 20% de los ingresos de operación: $0{,}20 \cdot 8.500.000 = \$1.700.000$.

Determinación del Punto de Equilibrio

Dada la definición de Punto de Equilibrio, donde la utilidad es cero, su cálculo en unidades físicas se puede efectuar despejando q, luego de hacer $UB = 0$ en la Ecuación de Resultados:

$$\boxed{\mathbf{0 = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF}}$$

q = cantidad de equilibrio y se denominará q_e.

Ejemplo1: Un comerciante compra un producto en $20.000 para revenderlo después con un 30% de ganancia. Los costos fijos, principalmente el arriendo del local donde exhibe el producto es $240.000. ¿Cuántas unidades del producto deberá vender para alcanzar el punto de equilibrio?

Solución:
Datos:
$p = 20.000 + 20.000 \cdot 0{,}30 = 20.000 + 6.000 = 26.000$
$cv = 20.000$
$CF = 240.000$

Aplicando la ecuación de resultados, haciendo $UB = 0$ y despejando q:

$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$
$0 = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$
$0 = 26.000 \cdot q - 20.000 \cdot q - 240.000$
$0 = q(26.000 - 20.000) - 240.000$
$0 = 6.000 \cdot q - 240.000$
$240.000 = 6.000 \cdot q$

$$q = \frac{240.000}{6.000}$$

$q_e = 40\ unidades\ del\ producto$

Es decir, el comerciante alcanza el punto de equilibrio vendiendo 40 unidades del producto; si vende menos obtendrá pérdidas y, si vende más, logrará utilidades.
Este cálculo se comprueba confeccionando el correspondiente Estado de Resultados donde la Utilidad Bruta debe ser cero:

Comprobación:

Ingresos de la operación	$Y = p \cdot q$	$26.000 \cdot 40$	$\$1.040.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$20.000 \cdot 40$	$-\$800.000$
= Margen de contribución total	MC		$\$240.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-\$240.000$
= Utilidad bruta	UB		$0

Se demuestra que el comerciante está operando en el punto de equilibrio porque, al vender 25 unidades de su producto, el margen de contribución total que genera es igual a sus costos fijos.

Una vez alcanzado el punto de equilibrio, en este caso 40 unidades de producto, la Utilidad Bruta aumentará en el monto del margen de contribución unitario por cada unidad adicional vendida, es decir, en $6.000 ($mc = p - cv = 26.000 - 20.000 = 6.000$), lo que se comprueba confeccionando el Estado de Resultados para una cantidad de 41 productos.

Comprobación:

Ingresos de la operación	$Y = p \cdot q$	$26.000 \cdot 41$	$\$1.066.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$20.000 \cdot 41$	$-\$820.000$
Margen de contribución	MC		$\$246.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-\$240.000$
Utilidad bruta (UB)	UB		$6.000

<u>Ejemplo 2</u>: Una organización sin fines de lucro que acoge a niños en situación de vulnerabilidad recibe anualmente una donación de $100.000.000. El costo de atender a uno de estos niños es de $2.000.000 al año y sus costos fijos ascienden a $30.000.000. ¿A cuántos niños podrá atender esta organización con la donación recibida?

Solución:

La igualdad básica del Estado de Resultados es:

$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$, donde q es la cantidad de niños por atender.
$UB = 0$, porque la organización no busca beneficios.
El ingreso es $Y = p \cdot q = 100.000.000$.

Reemplazando en la Ecuación de Resultados se tiene:
$0 = 100.000.000 - 2.000.000 \cdot q - 30.000.000$
$0 = 70.000.000 - 2.000.000 \cdot q$

$2.000.000 \cdot q = 70.000.000$

$$q = \frac{70.000.000}{2.00.000} = 35\ niños$$

Es decir, la organización podrá atender a 35 niños con los $100.000.000 anuales recibidos como donación.

<u>Ejemplo 3</u>: Una municipalidad recibe del Estado un aporte mensual de $50.000.000 para entregar un subsidio de arriendo a la población más vulnerable. Este servicio comunitario presenta costos fijos mensuales de $5.000.000, y el costo variable promedio del subsidio por persona es de $150.000.

a) ¿Cuántas personas reciben esta transferencia estatal?
b) ¿Cuántas familias recibirían este beneficio si el aporte del Estado se reduce en un 20%?

Solución:
Datos:

Aporte mensual: $50.000.000
Costos fijos: $5.000.000
Costo variable por subsidio: $150.000

Cantidad de personas beneficiadas actualmente:

$Y = p \cdot q = 50.000.000$
$cv = 150.000$
$CF = 5.000.000$

$UB = 0$, porque la municipalidad no busca beneficios.

La Ecuación de Resultados es:

$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$, donde q es la cantidad de familias beneficiadas.

$0 = 50.000.000 - 150.000 \cdot q - 5.000.000$
$0 = 45.000.000 - 150.000 \cdot q$
$150.000 \cdot q = 45.000.000$

$$q = \frac{45.000.000}{150.000} = 300\ familias$$

Es decir, la municipalidad podrá otorgar subsidios de arriendo a 300 familias con los \$50.000.000 recibidos del Estado.

Si esa transferencia se redujera en 20%, la cantidad de familias que podría recibir el subsidio de arriendo es:

$Y = p \cdot q = 50.000.000 \cdot (1 - 0{,}20) = 50.000.000 \cdot 0{,}80 = 40.000.000$
$cv = 150.000$
$CF = 5.000.000$
$0 = 40.000.000 - 150.000 \cdot q - 5.000.000$

$0 = 35.000.000 - 150.000 \cdot q$
$150.000 \cdot q = 35.000.000$

$$q = \frac{35.000.000}{150.000} = 233{,}3 \approx 233\ familias$$

Es decir, al disminuir el aporte estatal en 20%, habría 67 personas que no percibirían el subsidio de arriendo ($300 - 233 = 67$). En términos porcentuales, esta disminución es $\frac{67}{300} \cdot 100 = 22{,}3\%$, superior al 20% de reducción del aporte estatal, debido a que los costos fijos se han mantenido en \$5.000.000.

6.1.2 Método del Margen de Contribución

Como se ha dicho, el Margen de Contribución es la diferencia entre los Ingresos de Operación y los Costos Variables Totales de producción y ventas o de prestación de servicios.

En la Ecuación de Resultados:

$$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$$

$(p \cdot q) - (cv \cdot q) = MC$, es decir, el Margen de Contribución total, ya que corresponde a la diferencia entre los Ingresos de Operación totales $(p \cdot q)$ y los Costos Variables Totales $(cv \cdot q)$.

$$UB = MC - CF$$
$$MC = p \cdot q - cv \cdot q$$
$$MC = q(p - cv)$$
$$UB = q(p - cv) - CF$$

Determinación del punto de equilibrio en unidades físicas q_e:

Como en el punto de equilibrio, $UB = 0$

$$0 = q_e \cdot (p - cv) - CF$$

$$CF = q_e \cdot (p - cv)$$

Entonces, según el método del margen de contribución, el punto de equilibrio en unidades físicas se obtiene despejando q_e de la ecuación anterior:

$$\boxed{\boldsymbol{q_e = \frac{CF}{p - cv}}}$$

Es decir:

$$\boxed{\boldsymbol{q_e = \frac{Costos\ Fijos}{Precio\ de\ venta\ por\ unidad - Costo\ variable\ por\ unidad}}}$$

En el modelo CVU, el punto de equilibrio se determina dividiendo los costos fijos entre el margen de contribución unitario. Este punto, representado por q_e, indica el nivel de actividad que una organización debe alcanzar para cubrir tanto sus costos variables como fijos, sin generar pérdidas ni utilidades en su Estado de Resultados. Es decir, el punto de equilibrio se alcanza cuando los ingresos operacionales son iguales a los costos totales.

- En una entidad productiva, q_e representa la cantidad de unidades que se deben producir y vender.

- En una organización comercial, equivale a la cantidad de bienes que deben comprarse y venderse.

- En una entidad educativa, depende de su naturaleza: puede, por ejemplo, referirse al número de alumnos matriculados o a la cantidad de horas de clase que se deben impartir para cubrir los costos.

El denominador $p - cv$, conocido como el margen de contribución unitario (mc), corresponde al excedente del precio de venta unitario (p) luego de cubrir el costo variable unitario (cv). En otras palabras, el margen de contribución representa cuánto de cada venta o prestación de servicio queda disponible para cubrir los costos fijos y, eventualmente, generar utilidad.

Por consiguiente, el punto de equilibrio en unidades físicas se puede expresar también como sigue:

$$\boxed{\boldsymbol{q_e = \frac{Costos\ Fijos}{Margen\ de\ contribuci\acute{o}n\ unitario}}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{q_e = \frac{CF}{mc}}}$$

Cabe agregar que, una vez alcanzado el punto de equilibrio, la Utilidad Bruta o de Operación aumentará según el margen de contribución unitario de cada unidad adicional producida y vendida y, en el caso de una institución educativa, podría ser por cada alumno adicional matriculado.

Ejemplo 1: Una universidad desea evaluar la viabilidad financiera de sus programas extracurriculares, para lo cual necesita determinar cuántos estudiantes deben inscribirse en dichos programas con el fin de cubrir los costos adicionales que estos generan. La información disponible es la siguiente:

- Costos fijos adicionales: $50.000.000 anuales (correspondientes a honorarios de entrenadores, mantenimiento de instalaciones, entre otros).
- Costo variable por estudiante: $500.000 anuales (incluye equipos deportivos, materiales, etc.).
- Precio de venta del programa**:** $1.500.000 anuales por estudiante.

Solución:

Cálculo del punto de equilibrio:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv}$$

$$q_e = \frac{50000000}{1500000 - 500000} = \frac{50000000}{1000000} = 50 \; estudiantes$$

La universidad necesita que al menos 50 estudiantes participen en los programas extracurriculares para cubrir todos los costos adicionales y no incurrir en pérdidas ni obtener ganancias.

Ejemplo 2: Una empresa que ofrece servicios de transporte escolar desea fijar el precio por alumno de manera que le permita alcanzar un nivel determinado de beneficios. Para ello, dispone de la siguiente información:

- Costos fijos anuales: $100.000.000 (incluyen infraestructura, remuneraciones de conductores, etc.).

- Costo variable por alumno: $300.000 anuales (incluye materiales, suministros, etc.).

- Utilidad deseada: $40.000.000 anuales.

Se pide: ¿Cuál debiera ser el precio por alumno si se estima poder transportar 200 alumnos y 250 alumnos al año?

Solución para 200 alumnos:

$$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$$
$$40000000 = (p \cdot 200) - (300000 \cdot 200) - 100000000$$
$$40000000 = (p \cdot 200) - 60000000 - 100000000$$

Reordenando:

$$40000000 + 60000000 + 100000000 = (p \cdot 200)$$
$$110000000 = (p \cdot 200)$$

$$p = \frac{200000000}{200} = 1.000.000$$

Por tanto, para que la empresa de transporte obtenga una ganancia anual de \$40.000.000, bajo el supuesto de 200 alumnos transportados, cada uno de ellos debe pagar \$1.000.000 al año.

Solución para 250 alumnos:

$$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$$
$$40000000 = (p \cdot 250) - (300000 \cdot 250) - 100000000$$
$$40000000 = (p \cdot 250) - 75000000 - 100000000$$

Reordenando:

$$40000000 + 75000000 + 100000000 = (p \cdot 250)$$
$$215000000 = (p \cdot 250)$$

$$p = \frac{215000000}{200} = 860.000$$

Por tanto, si la empresa transportara 250 alumnos, el precio por alumno necesario para alcanzar la utilidad deseada bajaría a \$860.000 anuales.

Ejemplo 3: Un jardín infantil tiene costos fijos por \$3.000.000. El ingreso que percibe por cada párvulo es de \$220.000, con un costo variable por párvulo de \$70.000. Determine:

a) La cantidad de niños que debe tener el jardín infantil para comenzar a percibir beneficios.
b) ¿Qué ocurre si atiende a un niño adicional a la cantidad de equilibrio?
c) ¿Qué ocurre si atiende a 30 niños?
d) ¿Qué ocurre si atiende a 15 niños?
e) Prepare el estado de resultados que demuestre que el jardín infantil está en equilibrio con la cantidad de párvulos determinada como de equilibrio.

Solución a):

$CF = 3.000.000$
$p = \$220.000$
$cv = \$70.000$

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{3.000.000}{220.000 - 70.000} = \frac{3.000.000}{150.000} = 20\ párvulos$$

Solución b):

$CF = \$3.000.000$
$p = \$220.000$
$cv = \$70.000$

Si atiende a un niño por sobre la cantidad de equilibrio, la utilidad de operación del jardín infantil aumentará en el importe del margen de contribución, es decir en:
$p - cv = 220.000 - 70.000 = \$150.000$

<u>Comprobación:</u>

$UB = (p \cdot q) - (cv \cdot q) - CF$
$UB = (220.000 \cdot 21) - (70.000 \cdot 21) - 3.000.000$
$UB = 4.620.000 - 1.470.000 - 3.000.000 = \$150.000$

Solución c):

Si la cantidad de niños es $q = 30$, entonces el jardín infantil obtendrá utilidades, porque dicha cantidad es mayor que la de equilibrio ($20\ párvulos$):

$$Resultado\ (UB) = 220.000 \cdot 30 - 70.000 \cdot 30 - 3.000.000$$
$$Resultado\ (UB) = 6.600.000 - 2.100.000 - 3.000.000$$
$$= \$1.500.000\ (utilidad, porque\ es\ un\ valor\ positivo).$$

A esta utilidad se pudo llegar multiplicando el margen de contribución por el incremento de párvulos por sobre el punto de equilibrio, es decir, por $30 - 20 = 10$.

En efecto:
$(p - cv)\ multiplicado\ por\ la\ variación\ en\ la\ cantidad\ de\ niños$:

$$(220.000 - 70.000) \cdot 10 = 150.000 \cdot 10 = \$1.500.000$$

Solución d):

Si la cantidad de niños es $q = 15$, entonces el jardín obtendrá pérdidas, porque dicha cantidad es menor que la de equilibrio ($20\ párvulos$):

$$Resultado\ (UB) = 220.000 \cdot 15 - 70.000 \cdot 15 - 3.000.000$$
$$Resultado\ (UB) = 3.300.000 - 1.050.000 - 3.000.000$$
$$= -\$750.000\ (pérdida, porque\ es\ un\ valor\ negativo).$$

A esta pérdida se pudo llegar multiplicando el margen de contribución por el decremento de párvulos, es decir, por $15 - 20 = -5$.

En efecto:
$(p - cv)\ multiplicado\ por\ la\ variación\ en\ la\ cantidad$:

$$(220.000 - 70.000) \cdot (-5) = 150.000 \cdot (-5) = -\$750.000$$

Solución e):

Estado de resultados en situación de equilibrio:

Ingresos de la operación	$Y = p \cdot q$	$220.000 \cdot 20$	$\$4.400.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$70.000 \cdot 20$	$-\$1.400.000$
Margen de contribución total	MC		$\$3.000.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-\$3.000.000$
Utilidad bruta	UB		\$0

Como con 20 párvulos se llegó a una $UB = 0$, se demuestra que esa cantidad de párvulos es la de equilibrio.

Ejemplo 4: Una agencia de viajes que organiza giras de estudio trabaja con una compañía aérea que cobra \$80.000 por cada boleto de ida y vuelta a la ciudad austral de Punta Arenas. Por cada boleto vendido, la agencia recibe una comisión del 15% y además incurre en un costo variable de \$2.500 por boleto. Sus costos fijos mensuales ascienden a \$3.990.000. ¿Cuántos boletos debe vender la agencia para alcanzar el punto de equilibrio?

Solución:

$$p = 80.000 \cdot 0{,}15 = 12.000$$
$$cv = 2.500$$
$$CF = 3.990.000$$
$$q_e = \frac{CF}{mc}$$

Como $mc = p - cv = 12.000 - 2.500 = 9.500$ por boleto de avión

$$q_e = \frac{3.990.000}{9.500} = 420\ boletos$$

Por tanto, para alcanzar el punto de equilibrio, la agencia deberá vender 420 boletos aéreos a Punta Arenas.

Ejemplo 5: La información mensual de costos de una empresa que fabrica y vende buzos para escolares es la siguiente:

Ítems	Rubros de costos	$
Costos de producción fijos		
	Arriendo del local	1.000.000
	Depreciaciones de maquinarias	100.000
	Sueldos del personal administrativo	1.500.000
	Publicidad contratada	200.000
	Total	2.800.000
Costos de producción variables por unidad		
	Materia prima	2.000
	Sueldos de operarios	4.000
	Comisiones en ventas	1.000
	Otros costos	500
	Total	7.500
Previo de venta de cada buzo		25.000

Se solicita: Determinar la cantidad de buzos que debe confeccionar y vender la empresa para estar en equilibrio. Mostrar, también, los resultados considerando que se producen y venden 140, 150, 160 y 170 buzos.

Solución:

$CF = 2.800.000$
$p = 25.000$
$cv = 7.500$

$$q_e = \frac{2.800.000}{25.000 - 7.500} = \frac{2.800.000}{17.500} = 160 \; buzos$$

La empresa está en equilibrio si produce y vende 160 buzos.

Los estados de resultados en la situación de equilibrio y considerando unidades por debajo y por encima de ese punto, se muestra a continuación:

Unidades	140	150	160	170	180
Ingresos de operación	3.500.000	3.750.000	4.000.000	4.250.000	4.500.000
Menos: Costos variables totales	1.050.000	1.125.000	1.200.000	1.275.000	1.350.000
Margen de contribución	2,450.000	2.625.000	2.800.000	2.975.000	3.150.000
Menos: Costos fijos	2.800.000	2.800.000	2.800.000	2.800.000	2.800.000
Utilidad bruta (pérdida)	(350.000)	(175.000)	0	175.000	350.000

Como se ve, unidades vendidas por debajo de la de equilibrio generan pérdidas (cifras entre paréntesis) y por sobre ella, utilidades.

Ejemplo 6: Un emprendimiento familiar consiste en fabricar atriles de madera para sostener teléfonos celulares sobre un escritorio. Por concepto de arriendo del taller y otros costos fijos paga mensualmente la suma de $525.000. Cada atril lo vende en $5.000 y el costo variable de cada atril (principalmente madera y pegamento) es de $1.500.

a) Calcular el punto de equilibrio en unidades físicas, es decir, en cantidad de atriles.
b) ¿Qué sucede con el punto de equilibrio si el precio sube en 10%?
c) ¿Qué sucede con el punto de equilibrio si los costos fijos disminuyen en 10%?
d) ¿Qué sucede con el punto de equilibrio si los costos variables unitarios decrecen en 10%?
e) ¿Qué sucede con el punto de equilibrio si el precio aumenta en 5% y los costos fijos y variables unitarios disminuyen en 5%?

Datos:

$$CF = 525.000$$
$$p = 5.000$$
$$cv = 1.500$$

Solución a):

$$q_e = \frac{525.000}{5.000 - 1.500} = \frac{525.000}{3.500} = 150\ atriles$$

Solución b):

$CF = 525.000$
$p = 5.000\ \cdot 1{,}10 = 5.500$
$cv = 1.500$

$$q_e = \frac{525.000}{5.500 - 1.500} = \frac{525.000}{3.000} \approx 131\ atriles$$

Al aumentar en un 10% el precio del atril, el punto de equilibrio se reduce en 19 unidades, $(150 - 131 = 19)$, es decir, en 12,7%.

Solución c):

$CF = 525.000 \cdot 0{,}90 = 472.500$
$p = 5.000$
$cv = 1.500$

$$q_e = \frac{472.500}{5.000 - 1.500} = \frac{472.500}{3.500} = 135\ atriles$$

Si los costos fijos disminuyen en 10%, el punto de equilibrio baja en $15\ unidades$ $(150 - 135 = 15)$, es decir en 10,0%.

Solución d):

$CF = 525.000$
$p = 5.000$
$cv = 1.500 \cdot 0{,}90 = 1.350$

$$q_e = \frac{525.000}{5.000 - 1.350} = \frac{525.000}{3.650} \approx 144\ atriles$$

Si los costos variables unitarios se reducen en 10%, el punto de equilibrio disminuye en $6\ unidades$ $(150 - 144 = 6)$, es decir en 4%.

Solución e):

$CF = 525.000 \cdot 0{,}95 = 498.750$
$p = 5.000 \cdot 1.05 = 5{,}250$
$cv = 1.500 \cdot 0{,}95 = 1.425$

$$q_e = \frac{498.750}{5.250 - 1.425} = \frac{1.425.000}{1.625} \approx 130\ atriles$$

El punto de equilibrio disminuye en $20\, unidades\ (150 - 130 = 20)$, es decir, en 13,3%.

6.2 Punto de equilibrio en unidades monetarias

6.2.1 Punto de equilibrio en unidades monetarias utilizando valores unitarios

El punto de equilibrio también puede expresarse en unidades monetarias, es decir, en pesos u otra divisa, a partir del cálculo realizado en unidades físicas. Para ello, se multiplica ambos miembros de la igualdad por el precio unitario *p*, como se muestra a continuación:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv}$$

$$q_e \cdot p = \frac{CF \cdot p}{p - cv}$$

Dividiendo el numerador y el denominador del segundo miembro por *p*, y considerando que $q_e \cdot p = Y_e$, se tiene el punto de equilibrio en unidades monetarias, también conocido como nivel de ventas o Ingresos de operación en el punto de equilibrio:

$$\boxed{\boldsymbol{Y_e = \frac{CF}{1 - \frac{cv}{p}}}}$$

O bien:

$$\boxed{\boldsymbol{Y_e = \frac{CF}{\frac{p - cv}{p}}}}$$

El denominador de esta última expresión, $\frac{p-cv}{p}$, representa el margen de contribución expresado como porcentaje del precio de venta (p) y se conoce como **Razón del margen de contribución** o **Coeficiente del margen de contribución**. Por tanto, el punto de equilibrio en unidades monetarias se puede expresar también como:

$$\boldsymbol{Y_e = \frac{CF}{Razón\ del\ margen\ de\ contribución} = \frac{CF}{mc\ en\ \%}}$$

Alternativamente, si la cantidad de equilibrio ya está calculada, el punto de equilibrio en unidades monetarias se puede determinar multiplicando el precio del producto o servicio por esa cantidad:

$$\boldsymbol{Y_e = p \cdot q_e}$$

Ejemplo: Determinar los ingresos de operación de equilibrio de un colegio con los siguientes datos:

$$CF = \$15.300.000$$
$$p = \$250.000$$
$$cv = \$80.000$$

$$Y_e = \frac{CF}{Razón\ del\ margen\ de\ contribución}$$

$$Y_e = \frac{CF}{\frac{p-cv}{p}} = \frac{15.300.000}{\frac{250.000-80.000}{250.000}} = \frac{15.300.000}{\frac{170.000}{250.000}} = \frac{15.300.000}{0{,}68} = \$22.500.000$$

O bien:

$$Y_e = \frac{CF}{1-\frac{cv}{p}} = \frac{15.300.000}{1-\frac{80.000}{250.000}} = \frac{15.300.000}{1-0{,}32} = \frac{15.300.000}{0{,}68} = \$22.500.000$$

Alternativamente, calculando previamente el punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p-cv}$$

$$q_e = \frac{15.300.000}{250.000 - 80.000} = \frac{15.300.000}{170.000} = 90$$

$$q_e = 90$$

$$Y_e = p \cdot q_e$$

$$Y_e = 250.000 \cdot 90 = \$22.500.000$$

También se pueden calcular los ingresos de equilibrio sin determinar previamente el punto de equilibrio en unidades físicas, utilizando:

a) La relación entre el costo variable unitario y el precio:

$$Razón\ de\ costos\ variables = \frac{Costos\ variables\ unitario}{precio\ de\ venta} = \frac{cv}{p}$$

Si Y_e es el nivel de ingresos de equilibrio:

$$Razón\ de\ costos\ variables = \frac{80.000}{250.000} = 0{,}32$$
$$Y_e - \frac{cv}{p} \cdot Y_e - CF = 0$$

Factorizando Y_e:

$$Y_e\left(1 - \frac{cv}{p}\right) - CF = 0$$
$$Y_e(1 - 0{,}32) - 15.300.000 = 0$$
$$Y_e(1 - 0{,}32) = 15.300.000$$

$$0{,}68Y_e = 15.300.000$$

$$Y_e = \frac{15.300.000}{0{,}68} = \$22.500.000$$

b) La relación entre el margen de contribución y el precio de venta:

$$Raz\acute{o}n\ del\ margen\ de\ contribuci\acute{o}n = \%\, mc = \frac{Margen\ de\ contribuci\acute{o}n\ unitario}{precio\ de\ venta}$$

$$= \frac{mc}{p}$$

$$Y_e = \frac{CF}{\%\, mc}$$

$p\ =\ \$250.000$
$cv\ =\ \$80.000$
$mc\ =\ \$250.000 - 80.000 = 170.000$

$$Raz\acute{o}n\ del\ margen\ de\ contribuci\acute{o}n = \%\, mc = \frac{170.000}{250.000} \cdot 100 = 68\% = 0{,}68$$

$$Y_e = \frac{CF}{\%\, mc} = \frac{15.300.000}{0{,}68} = \$22.500.000$$

6.2.2 Punto de equilibrio en unidades monetarias utilizando valores totales

Si se prefiere usar costos variables totales (CVT) y volumen de ventas o ingresos de operación totales (Y), en vez de costo variable unitario (cv) y precio de venta por unidad (p), la fórmula del punto de equilibrio en unidades monetarias se puede expresar como sigue:

$$\boldsymbol{Y_e = \frac{CF}{\frac{Y - CVT}{Y}}}$$

O bien:

$$\boldsymbol{Y_e = \frac{CF}{1 - \frac{CVT}{Y}}}$$

Es decir:

$$\boldsymbol{Y_e = \frac{Costos\ Fijos}{1 - Porcentaje\ de\ costos\ variables\ totales\ como\ \%\ de\ las\ ventas\ en\ \$}}$$

Además, como $\frac{Y-CVT}{Y} = Raz\acute{o}n\ del\ margen\ de\ contribuci\acute{o}n = \%\, MC$, el punto de equilibrio en unidades monetarias se puede expresar como sigue:

$$\boldsymbol{Y_e = \frac{Costos\ Fijos}{Raz\acute{o}n\ del\ margen\ de\ contribuci\acute{o}n}}$$

$$\boldsymbol{Y_e = \frac{CF}{\%\ MC}}$$

Ejemplo 1: El Estado de Resultados de una empresa muestra la siguiente información:

Ingresos por ventas	Y	$50.000.000	100%
Menos: Costos variables totales	CVT	-15.000.000	30%
Margen de contribución total	MC	35.000.000	70%
Menos Costos fijos	CF	-13.300.000	27%
Utilidad bruta	UB	$21.700.000	43%

Determinar el punto de equilibrio en unidades monetarias, es decir, en términos de ingresos por ventas.

Solución:

$$Y_e = \frac{CF}{1 - \frac{CVT}{Y}} = \frac{13.300.000}{1 - \frac{15.000.000}{50.000.000}} = \frac{13.300.000}{1 - 0,30} = \$19.000.000$$

O bien:

$$Y_e = \frac{CF}{\frac{Y - CVT}{Y}} = \frac{13.300.000}{\frac{50.000.000 - 15.000.000}{50.000.000}} = \frac{13.300.000}{\frac{35.000.000}{50.000.000}} = \frac{13.300.000}{0,70}$$
$$= \$19.000.000$$

Alternativamente: Como se ve en la table anterior, $\%MC = 70\%$

$$Y_e = \frac{CF}{\%\ MC}$$

$$Y_e = \frac{13.300.000}{0,70} = \$19.000.000$$

Por tanto, está empresa está en equilibrio si sus ingresos por ventas ascienden a \$19.000.000.

Comprobación:

Ingresos por ventas	Y	\$19.000.000	100%
Menos: Costos variables totales	$CVT = 19.000.000 \cdot 0{,}30$	-5.700.000	30%
Margen de contribución Total	MC	13.300.000	70%
Menos Costos fijos	CF	-13.300.000	70%
Utilidad bruta	UB	\$0	0%

Ejemplo 2: Una empresa tiene costos fijos ascendentes a \$8.400.000 y el porcentaje de costos variables sobre las ventas es del 70%. Calcular el punto de equilibrio en pesos.

Solución:

Si el porcentaje de costos variables sobre las ventas es del 70%, significa que el margen de contribución sobre las ventas es del 30% ($100\% - 70\% = 30\%$), es decir:

$$\frac{p - cv}{p} = 0{,}30$$

Por consiguiente:

$$Y_e = \frac{CF}{\frac{p - cv}{p}} = \frac{8.400.000}{0{,}30} = \$28.000.000$$

Es decir, el punto de equilibrio en unidades monetarias es \$28.000.000.

6.3 Efecto del análisis de contribución en el nivel del punto de equilibrio

Según la fórmula del punto de equilibrio, este variará ante cualquier cambio en una de las tres variables que lo determinan: los costos fijos totales **(CF)**, el precio del producto o servicio (p) y el costo variable unitario **($\boldsymbol{cv}$)**.

6.3.1 Cambios en los costos fijos

Cuando los costos fijos (CF) se modifican, el punto de equilibrio se ajusta en la misma dirección. Es decir:

- **Si los CF aumentan**, también lo hará el punto de equilibrio, ya que la empresa deberá vender una mayor cantidad de productos o, en el caso de una organización de servicios, atender un nivel más alto de actividad (por ejemplo, más estudiantes en un colegio o más pacientes en un hospital) para cubrir dichos costos adicionales.

- **Si los CF disminuyen**, el punto de equilibrio se reducirá en proporción a esa disminución.

Ejemplo 1: Un establecimiento educacional presenta costos fijos totales anuales (CF) de \$100.800.000, los cuales aumentan posteriormente a \$120.960.000. El ingreso por estudiante (p) es de \$250.000 y el costo variable por estudiante (cv) es de \$70.000. Se solicita determinar el punto de equilibrio en número de estudiantes antes y después del incremento en los costos fijos.

Solución:

Punto de equilibrio cuando los CF son \$100.800.000	Punto de equilibrio cuando los CF son \$120.960.000
$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{250.000 - 70.000} = 560$	$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{120.960.000}{250.000 - 70.000} = 672$

Se observa que cuando los CF aumentan de \$100.800.000 a \$120.960.000, es decir, en 20%, la cantidad de alumnos para estar en equilibrio sube de 560 a 672, es decir, también en 20%. Se necesitarán más estudiantes para cubrir los costos totales.

Ejemplo 2: Un establecimiento educacional presenta costos fijos totales anuales (CF) de \$100.800.000, los cuales disminuyen posteriormente a \$90.000.000. El ingreso por estudiante (p) es de \$250.000 y el costo de la prestación del servicio educacional por cada uno de ellos (cv) es de \$70.000. Determinar el punto de equilibrio en número de estudiantes antes y después de la reducción de los costos fijos.

Solución:

Punto de equilibrio cuando los CF son \$100.800.000	Punto de equilibrio cuando los CF son \$90.000.000
$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{250.000 - 70.000} = 560$	$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{90.000.000}{250.000 - 70.000} = 500$

Se aprecia que cuando los CF disminuyen de $100.800.000 a $90.000.000, es decir, en 10,7%, la cantidad de alumnos para estar en equilibrio baja de 560 a 500, es decir, también en 10,7%. Se necesitarán menos estudiantes para cubrir los costos totales.

6.3.2 Cambios en el precio de venta o de prestación de un servicio

Cuando se modifica el precio de venta del producto o el de la prestación del servicio, el punto de equilibrio se ve afectado en sentido inverso al cambio en dicho precio.

- **Si el precio aumenta**, el margen de contribución unitario también lo hace, lo que implica que se requiere un menor nivel de actividad para alcanzar el punto de equilibrio, ya que cada unidad vendida o servicio prestado aporta más a la cobertura de los costos fijos.

- **Si el precio disminuye**, el margen de contribución se reduce, lo que obliga a operar con un mayor nivel de actividad para cubrir los mismos costos fijos, elevando así el punto de equilibrio.

Ejemplo 1: Un establecimiento educacional presenta costos fijos totales anuales (CF) de $100.800.000. El ingreso por estudiante o valor de la mensualidad (p), es inicialmente de $250.000 y se evalúa un aumento a $270.000. El costo variable por estudiante (cv) es de $70.000. Se solicita determinar el punto de equilibrio en cantidad de estudiantes antes y después del incremento en el valor de la mensualidad

Solución:

Punto de equilibrio cuando la mensualidad es \$250.000	Punto de equilibrio cuando la mensualidad es \$270.000
$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{250.000 - 70.000} = 560$	$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{270.000 - 70.000} = 504$

El aumento del valor de la mensualidad de \$250.000 a \$270.000, es decir, en 8%, permite reducir el punto de equilibrio de 560 a 504 estudiantes, es decir, en 10%, lo que significa que el establecimiento necesitará atender a 56 estudiantes menos para cubrir sus costos fijos, gracias a un mayor margen de contribución por estudiante.

Ejemplo 2: Un establecimiento educacional presenta costos fijos totales anuales (CF) de \$100.800.000. El ingreso por estudiante, correspondiente al valor de la mensualidad (p), es inicialmente de \$250.000 y se proyecta una disminución a \$240.000. El costo variable por estudiante (cv) es de \$70.000. Se solicita determinar el punto de equilibrio en número de estudiantes antes y después de la reducción en el valor de la mensualidad.

Solución:

Punto de equilibrio cuando la mensualidad es \$250.000	Punto de equilibrio cuando la mensualidad es \$240.000
$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{250.000 - 70.000} = 560$	$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{240.000 - 70.000} \approx 593$

La disminución en el valor de la mensualidad desde \$250.000 a \$240.000, es decir, en 4%, provoca un aumento en el punto de equilibrio de 560 a aproximadamente 593 estudiantes, o sea, en 5,9%. Se requerirán, entonces, 33 estudiantes adicionales para cubrir los costos fijos, debido a una reducción en el margen de contribución unitario.

6.3.3 Cambios en el costo variable unitario

Cuando se produce una variación en el costo variable unitario (cv), el punto de equilibrio se ve afectado en la misma dirección que dicho cambio:

- Si el **costo variable unitario aumenta**, el margen de contribución por unidad disminuye, por lo tanto, se requerirá un mayor nivel de actividad (más unidades vendidas o servicios prestados) para cubrir los costos fijos, incrementando así el punto de equilibrio.

- Si el **costo variable unitario disminuye**, el margen de contribución aumenta, lo que permite alcanzar el punto de equilibrio con un menor nivel de actividad.

<u>Ejemplo 1</u>: Un establecimiento educacional presenta costos fijos totales anuales (CF) de $100.800.000. El ingreso por estudiante, correspondiente al valor de la mensualidad (p), es de $250.000. El costo variable por estudiante (cv) es de $70.000, pero se estima un posible aumento a $75.000. Se solicita determinar el punto de equilibrio en número de estudiantes antes y después de dicho aumento en el costo variable unitario.

Solución:

Punto de equilibrio cuando el costo variable unitario es $70.000	Punto de equilibrio cuando el costo variable unitario es $75.000
$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{250.000 - 70.000} = 560$	$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{250.000 - 75.000} = 576$

El aumento del costo variable por estudiante de $70.000 a $75.000, es decir, en 7,1%, reduce el margen de contribución, lo que implica que el punto de equilibrio sube de 560 a aproximadamente 576 estudiantes, o sea, en 2,9%. Entonces, el establecimiento deberá atender a 16 estudiantes adicionales para cubrir sus costos fijos.

<u>Ejemplo 2</u>: Un establecimiento educacional presenta costos fijos totales anuales (CF) de $100.800.000. El ingreso por estudiante, correspondiente al valor de la mensualidad (p), es de $250.000. El costo variable por estudiante (cv) es de $70.000, pero se estima una posible disminución a $65.000. Se solicita determinar el punto de equilibrio en número de estudiantes antes y después de dicho aumento en el costo variable unitario.

Solución:

Punto de equilibrio cuando el costo variable unitario es \$70.000	Punto de equilibrio cuando el costo variable unitario es \$65.000
$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{250.000 - 70.000} = 560$	$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{100.800.000}{250.000 - 65.000} \approx 545$

La disminución del costo variable por estudiante de \$70.000 a \$65.000, es decir, en 7,1%, incrementa el margen de contribución, lo que permite reducir el punto de equilibrio de 560 a aproximadamente 545 estudiantes, o sea, en 2,7%. Entonces, el establecimiento podrá cubrir sus costos fijos con 15 estudiantes menos.

<u>Ejemplo 3 (combinado)</u>**:** Un servicio de Asistencia Técnica Educativa ofrece clases particulares para estudiantes de enseñanza media. Se cuenta con la siguiente información:

- Precio por hora de clase (p): \$27.000
- Pago al docente por hora: \$13.500
- Otros costos variables por hora: \$8.100
- Costos fijos anuales (CF): \$40.500.000

Se plantean los siguientes ejercicios:

a) Calcule el punto de equilibrio en cantidad de horas de clase.
b) Calcule el nuevo punto de equilibrio si los costos fijos aumentan en \$3.510.000
c) Con los datos originales, calcule el punto de equilibrio en cantidad de horas de clase si lo que paga el estudiante disminuye a \$25.500, los costos variables por hora se reducen en \$600 y los costos fijos anuales disminuyen en \$5.400.000.

Solución a):

$cv\ = 13500 + 8100 = 21.600$
$p = \$27.000$
$CF = \$40.500.000$

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{40.500.000}{27.000 - 21.600} = \frac{40.500.000}{5.400} = 7.500\ horas\ de\ clase$$

Solución b):

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{40.500.000 + 3.510.000}{27.000 - 21.600} = \frac{44.010.000}{5.400} = 8.150\ horas\ de\ clase$$

Solución c)

$cv\ = 21.600 - 600 = \$21.000$
$p = \$25.500$
$CF = \$40.500.000 - 5.400.000 = 35.100.000$

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{35.100.000}{25.500 - 21.000} = \frac{35.100.000}{4.500} = 7.800\ horas$$

Conclusión general:

Escenario	Punto de equilibrio (horas de clase)
Situación original	7.500
Con aumento de costos fijos	8150
Con disminución en precio, costos variables y costos fijos	7.800

6.4 Planeación de utilidades: Determinación del nivel de actividad para lograr un objetivo de utilidad

El objetivo de esta sección es responder a la siguiente interrogante: ¿cuál debe ser el nivel de producción y ventas - o el nivel de actividad en una organización de servicios - para alcanzar una utilidad deseada o utilidad objetivo?

Para ello, se contemplan dos escenarios posibles:

- **Utilidad bruta o utilidad de operación:** Corresponde a la utilidad antes de impuestos. El análisis se basa únicamente en los ingresos, costos variables y costos fijos.

- **Utilidad neta:** Se obtiene al descontar de la utilidad bruta el impuesto a la renta, por lo que el cálculo del nivel de actividad necesario debe considerar este efecto tributario.

6.4.1 Nivel de actividad para alcanzar un objetivo de Utilidad Bruta

Para alcanzar un objetivo de utilidad bruta (antes de impuesto a la renta) se usa la Ecuación de Resultados.

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

Reordenando los términos de esta ecuación:

$$p \cdot q - cv \cdot q = UB + CF$$

Factorizando q:

$$q(p - cv) = UB + CF$$

Despejando ***q*,** se tiene la cantidad necesaria para lograr un objetivo de utilidad bruta:

$$q = \frac{Costos\ Fijos\ totales + Utilidad\ bruta\ deseada\ u\ objetivo}{Precio\ de\ venta\ por\ unidad - Costo\ variable\ por\ unidad}$$

$$\boxed{\boldsymbol{q = \frac{CF + UB}{p - cv}}}$$

6.4.2 Nivel de actividad para alcanzar un objetivo de Utilidad Neta

La $Utilidad\ Neta\ (UN)$ se obtiene descontando de la Utilidad Bruta el monto correspondiente al impuesto a la renta:

Sea t la tasa de impuesto a la renta, entonces, el monto del impuesto es:

$$Impuesto = UB \cdot t$$

Por lo que la Utilidad Neta (UN) se define como:

$UN = UB - UB \cdot t = UB(1 - t).$

Despejando la UB, se tiene:

$$UB = \frac{UN}{1 - t}$$

Si se parte de la fórmula general para calcular el nivel de actividad (cantidad de unidades físicas) necesario para alcanzar una utilidad bruta deseada:

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv}$$

Y se reemplaza UB por $\frac{UN}{1-t}$, se obtiene la fórmula para calcular el nivel de actividad requerido para lograr una Utilidad Neta deseada:

$$\boxed{\boldsymbol{q = \frac{CF + \frac{UN}{1 - t}}{p - cv}}}$$

Donde:

- q: cantidad de unidades (productos o servicios) necesaria para obtener un objetivo de utilidad
- CF: costos fijos totales
- UN: utilidad neta objetivo
- t: tasa de impuesto a la renta
- p: precio unitario
- cv: costo variable unitario
- $p - cv$: margen de contribución unitario

6.4.3 Nivel de actividad para alcanzar un objetivo de Utilidad considerando el impuesto a la renta y el porcentaje de retención de utilidades para el pago de dividendos o retiros de los socios

Sea:

$r = tasa\ de\ retención\ de\ utilidades$

Considerando una tasa de retención de utilidades para el pago de dividendos o retiros de los socios, la fórmula para lograr un nivel de actividad para obtener una determinada utilidad neta se expresa como sigue:

$$\boxed{\boldsymbol{q = \frac{CF + \frac{UN}{(1-t)(1-r)}}{p - cv}}}$$

Ejemplo: Una empresa elabora un producto que vende a varios distribuidores a 10.000 pesos cada uno, su costo variable unitario es de 5.800 pesos y sus costos fijos son de $10.836.000 anuales. Sus dueños desean obtener el 20% de utilidades netas sobre su activo total que, según el balance general, es de $19.010.250; además, quieren retirar el próximo año, a modo de remuneración, el 15% de las utilidades. La tasa de impuesto a la renta es del 25%.

(a) ¿Cuál deberá ser el volumen de productos que debe vender la empresa para cumplir con estos objetivos?
(b) ¿Cuál sería el punto de equilibrio en unidades físicas y monetarias?

Solución a):

El objetivo de utilidades netas es el 20% del activo total, es decir:

$UN = 19010250 \cdot 0{,}20 = 3802050$

Fórmula:

$$q = \frac{CF + \frac{UN}{(1-t)(1-r)}}{p - cv}$$

$$q = \frac{10836000 + \frac{3802050}{(1-0{,}25)(1-0{,}15)}}{10000 - 5800} =$$

$$q = \frac{10836000 + \frac{3802050}{0{,}75 \cdot 0{,}85)}}{4200} = \frac{10836000 + \frac{3.802.050}{0{,}6375}}{4200} = \frac{10836000 + 5964000}{4200}$$
$$= \frac{16800000}{4200} = 4.000\ unidades$$

Por tanto, la empresa debe vender 4000 unidades de su producto para lograr una utilidad neta del 20% de su activo total, es decir, $3.802.050.

Comprobación:

Ingresos de la operación	$Y = p \cdot q$	$10.000 \cdot 4.000$	$\$40.000.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$5.800 \cdot 4.000$	$-\$23.200.000$
Margen de contribución total	MC		$\$16.800.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-\$10.836.000$
Utilidad bruta	UB		$5.964.000
Menos: Impuestos ($t = 25\%$)			-1.491.000
Utilidad antes de retención			4.473.000
Menos: retención remuneración para los dueños ($r = 15\%$)			-670.950
Utilidad neta	UN		3.802.050

Solución b):

$$q_e = \frac{CF}{p - cv}$$

$$q_e = \frac{10836000}{10000 - 5800} = \frac{10836000}{4200} = 2580\, unidades$$

El punto de equilibrio se logra vendiendo 2.580 unidades del producto.

Comprobación usando la Ecuación de Resultados:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$UB = 10000 \cdot 2580 - 5800 \cdot 2580 - 10836000$$

$$UB = 25800000 - 14964000 - 10836000 = 0$$

Al ser la $UB = 0$ se comprueba que el punto de equilibrio es de 2580 unidades de producto.

6.4.4 Ecuación de Resultados incluyendo impuesto a la renta y de distribución de utilidades

Una vez incorporado el efecto del impuesto a la renta sobre la utilidad, la Ecuación de Resultados, inicialmente expresada como:

$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$, debe ajustarse para calcular la Utilidad Neta.

Sea t la tasa de impuesto a la renta, el monto de impuesto se calcula como:

$$Impuesto = UB \cdot t$$

Por lo tanto, la Utilidad Neta se define como:

$$UN = UB - UB \cdot t = UB(1 - t)$$

Despejando UB:

$$UB = \frac{UN}{1 - t}$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación original de resultados:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

$$\frac{UN}{1 - t} = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

Finalmente, despejando UN, se obtiene la Ecuación de Resultados que permite calcular la Utilidad neta incluyendo el efecto del impuesto a la renta:

$$\boxed{\boldsymbol{UN = (1 - t) \cdot (p \cdot q - cv \cdot q - CF)}}$$

Ahora, considerando, además, una tasa de retención para distribución de utilidades (r), como provisión para el pago de dividendos o retiro de los socios, la Ecuación de Resultados para calcular la Utilidad Neta se expresa como sigue:

$$\boxed{\boldsymbol{UN = [(1 - t) \cdot (1 - r)](p \cdot q - cv \cdot q - CF)}}$$

Ejemplo 1: Cálculo de Utilidad Neta considerando impuesto a la renta.

Supóngase que una institución educativa proyecta lo siguiente:

- Precio unitario por estudiante (p): $250.000
- Costo variable unitario (cv): $70.000
- Costos fijos anuales (CF): $100.800.000

- Nivel de actividad (q): 600 estudiantes
- Tasa de impuesto a la renta (t): 25% o 0,25. Este impuesto corresponde pagar por ingresos proveniente de actividades distintas del giro educacional.

Paso 1: Calcular la utilidad bruta (UB):

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$UB = 250.000 \cdot 600 - 70.000 \cdot 600 - 100.800.000$$
$$UB = 150.000.000 - 42.000.000 - 100.800.000 = 7.200.000$$

Paso 2: Calcular la utilidad neta (UN):

$$\boldsymbol{UN} = UB \cdot (1 - t) = 7.200.000 \cdot (1 - 0{,}25) = 7.200.000 \cdot 0{,}75 = \mathbf{5.400.000}$$

Verificación usando la fórmula final:

$$UN = (1 - t) \cdot (p \cdot q - cv \cdot q - CF)$$
$$UN = 0{,}75 \cdot (250.000 \cdot 600 - 70.000 \cdot 600 - 100.800.000)$$

$$\boldsymbol{UN} = 0{,}75 \cdot (7.200.000) = \mathbf{5.400.000}$$

Conclusión:

Con una matrícula de 600 estudiantes, esta institución obtendría una utilidad neta de $5.400.000, una vez descontado el impuesto a la renta del 25 %.

Ejemplo 2: Con los datos siguientes, verificar la fórmula para la Utilidad Neta considerando el impuesto a la renta y el de retención de utilidades para el pago de dividendos o remuneración de sus dueños o socios:

$$UN = [(1 - t) \cdot (1 - r)](p \cdot q - cv \cdot q - CF)$$

Datos:
$p = 10000$
$cv = 58000$
$CF = 10836000$
$q = 4000$
$t = 0{,}25$
$r = 0{,}15$

$$UN = [(1-t)\cdot(1-r)](p\cdot q - cv\cdot q - CF)$$

$$UN = [(1-0{,}25)\cdot(1-0{,}15)](10000\cdot 4000 - 5800\cdot 4000 - 10836000)$$
$$UN = 0{,}6375\cdot(40.000.000 - 23200000 - 10836000)$$
$$UN = 0{,}6375\cdot(5964000)$$

$$\boldsymbol{UN} = \$\mathbf{3.802.050}$$

6.4.5 Ejemplos sobre cómo lograr un objetivo de Utilidad Bruta o Neta

Ejemplo 1: Con la siguiente información de un colegio:

$$p\ =\ precio\ de\ la\ colegiatura = \$250.000$$
$$cv\ = costo\ variable\ por\ alumno = \$75.000$$
$$CF = costos\ fijos\ totales = \$25.000.000$$

Determinar la cantidad de estudiantes para obtener una Utilidad Bruta de \$10.000.000.

Solución:

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv}$$

$$q = \frac{25.000.000 + 10.000.000}{250.000 - 75.000} = \frac{35.000.000}{175.000} = 200\ estudiantes$$

Es decir, con una matrícula de 200 estudiantes, el colegio logra una utilidad bruta de \$10.000.000.

Ejemplo 2: Un colegio desea determinar cuántos estudiantes debe matricular para cubrir sus costos fijos anuales de \$200.000.000 (correspondientes a remuneraciones, arriendos y servicios básicos). El costo variable anual por estudiante asciende a \$1.000.000, considerando gastos como material didáctico y actividades extracurriculares. Dado que el precio de la colegiatura es de \$5.000.000 por estudiante al año, ¿cuántos estudiantes deben matricularse para estar en equilibrio y para alcanzar una utilidad de operación de \$40.000.000?

Solución:

Cantidad de estudiantes en el punto de equilibrio:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv}$$

$$q_e = \frac{200.000.000}{5.000.000 - 1.000.000} = \frac{200.000.000}{4.000.000} = 50\ estudiantes$$

El colegio debe matricular al menos 50 estudiantes para cubrir sus costos fijos.

Cálculo de la cantidad de estudiantes para logra una utilidad de operación anual de $40.000.000:

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv}$$

$$q = \frac{200000000 + 40000000}{5000000 - 1000000} = \frac{240000000}{4000000} = 60\ estudiantes$$

Para lograr una utilidad de operación anual de $40.000.000, el colegio debe matricular a 60 estudiantes.

<u>Ejemplo 3:</u> Una entidad está organizando un evento para recaudar fondos y desea calcular cuántos participantes necesita para cubrir sus costos y obtener una utilidad. Los datos disponibles son:

- Costos fijos: $20.000.000 (principalmente alquiler del local y publicidad).
- Costo variable por participante: $10.000 (materiales, refrigerios)
- Precio de la entrada por participante: $ 50.000.

Solución:

Cálculo del punto de equilibrio:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv}$$

$$q_e = \frac{20.000.000}{50.000 - 10.000} = \frac{20.000.000}{40.000} = 500\ participantes$$

La entidad necesita al menos 500 participantes para cubrir los costos del evento. Para generar utilidades deberá atraer a más de 500 participantes. Por ejemplo, si los participantes fueran 501, es decir, uno por encima del punto de equilibrio, la utilidad sería de $40.000 correspondiente al margen de contribución unitario.

Comprobación usando la Ecuación de Resultados:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

$$UB = 50000 \cdot 501 - 10000 \cdot 501 - 20000000$$

$$UB = 25050000 - 5010000 - 20000000 = \$40.000$$

Ejemplo 4: Una empresa que fabrica y comercializa un único producto tiene costos fijos mensuales de $1.620.000. El costo variable por unidad es de $120.000. El precio de venta por unidad se determina aumentando el costo variable en un 30%.

Se solicita:

a) Calcular la cantidad mínima de unidades que debe vender para evitar pérdidas.

b) Determinar cuántas unidades debe vender para obtener una utilidad bruta mensual de $900.000 y comprobar el resultado.

c) Determinar cuántas unidades debe vender para obtener una utilidad neta mensual de $900.000, considerando una tasa de impuesto a la renta del 25%, y comprobar el resultado.

Solución a):

$CF = \$1.620.000$
$cv = \$120.000$
$p = \$120.000 \cdot 1{,}30 = \$\,156.000$

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv}$$

$$q_e = \frac{1.620.000}{156.000 - 120.000} = \frac{1.620.000}{36.000} = 45\ unidades$$

Por tanto, vendiendo 45 unidades la empresa no incurre en pérdidas, pero tampoco percibe ganancias.

Solución b):

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv} = \frac{1.620.000 + 900.000}{156.000 - 120.000} = \frac{2.520.000}{36.000} = 70\ productos$$

Es decir, vendiendo 70 unidades, que equivalen a $10.920.000 de ingresos de operación (70 unidades a $156.000 cada una), la empresa obtiene la utilidad deseada de $900.000.

Comprobación:

Ingresos por ventas	$Y = p \cdot q$	$156.000 \cdot 70$	$\$10.920.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$120.000 \cdot 70$	$-8.400.000$
Margen de contribución	MC		$2.520.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-1.620.000$
Utilidad bruta (UB)	UB		$\$900.000$

Solución c):

$$q = \frac{CF + \frac{UN}{1 - t}}{p - cv}$$

$$q = \frac{1.620.000 + \frac{900.000}{1 - 0{,}25}}{156.000 - 120.000} = \frac{(1.620.000 + 1.200.000)}{36.000} = \frac{2.820.000}{36.000} = 78{,}3333 \approx 78\ \ productos$$

Comprobación:

Ingresos por ventas	$Y = p \cdot q$	$156.000 \cdot 78{,}3333$	$\$12.219.996$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$120.000 \cdot 78{,}3333$	$-9.399.996$
Margen de contribución total	MC		$2.820.000$
Menos: Costos fijos	CF		- $1.620.000$
Utilidad bruta	UB		$1.200.000$
Menos: Impuesto a la renta		$1.200.000 \cdot 0{,}25 =$	
Utilidad neta	UN		$\$900.000$

Ejemplo 5: Un jardín infantil cobra una mensualidad de \$240.000 por párvulo. El costo variable por niño es de \$72.000, mientras que los costos fijos mensuales ascienden a \$5.040.000, incluyendo remuneraciones de educadoras, arriendo del local y otros gastos generales.

Se solicita:

a) Calcular cuántos párvulos se necesitan para comenzar a obtener utilidades.
b) Determinar la cantidad necesaria para obtener utilidades brutas equivalentes al 40% de los ingresos de operación y comprobar el resultado.
c) Determinar cuántos párvulos se requieren para generar utilidades netas equivalentes al 40% de los ingresos de operación, considerando una tasa de impuesto a la renta del 25%. Comprobar el resultado.

Solución a):

$CF = \$5.040.000$
$cv = \$72.000$
$p = \$240.000$

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv}$$
$$q_e = \frac{5.040.000}{240.000 - 72.000} = \frac{5.040.000}{168.000} = 30\ párvulos$$

El jardín debe atender al menos 30 párvulos para no tener pérdidas.

Solución b):

Utilizando la Ecuación de Resultados:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

La UB deseada es el 40% de los ingresos, es decir:

$$UB = 0{,}40 \cdot (p \cdot q) = 0{,}40 \cdot (240.000 \cdot q)$$

$$0{,}40 \cdot (240.000 \cdot q) = 240.000 \cdot q - 72.000 \cdot q - 5.040.000$$
$$96.000 \cdot q = 168.000 \cdot q - 5.040.000$$
$$5.040.000 = 168.000 \cdot q - 96.000 \cdot q$$
$$5.040.000 = 72.000 \cdot q$$

$$q = \frac{5.040.000}{72.000} = 70\ párvulos$$

EL jardín, con 70 párvulos, equivalentes a ingresos de operación de $16.800.000 (70 niños a $240.000 por cada uno), el jardín logra una utilidad del 40% de esos ingresos.

Comprobación:

Ingresos de operación	$Y = p \cdot q$	$240.000 \cdot 70$	$\$16.800.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$72.000 \cdot 70$	$-5.040.000$
Margen de contribución total	MC		$11.760.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-5.040.000$
Utilidad bruta	UB		$\$6.720.000$

La UB es el 40% de $16.800.000, es decir, $16.800.000 \cdot 0{,}40 = \$6.720.000$.

Solución c):
Utilizando la Ecuación de Resultados:

$$UN = (1 - t) \cdot (p \cdot q - cv \cdot q - CF)$$
$$UN = 0{,}40 \cdot p \cdot q = 0{,}40 \cdot 240.000 \cdot q = 96.000q$$

$96.000 \cdot q = (1 - 0{,}25) \cdot (240.000 \cdot q - 72.000 \cdot q - 5.040.000)$
$96.000 \cdot q = (0{,}75) \cdot (168.000 \cdot q - 5.040.000)$
$96.000 \cdot q = 126.000 \cdot q - 3.780.000)$
$3.780.000 = 30.000 \cdot q$

$$q = \frac{3.780.000}{30.000} = 126\ párvulos$$

El jardín debe atender 126 párvulos para generar utilidad neta mensual igual al 40% de los ingresos.

Comprobación:

Ingresos de operación	$Y = p \cdot q$	$240.000 \cdot 126$	$\$30.240.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$72.000 \cdot 126$	$-\ 90.720.000$
Margen de contribución total	MC		$21.168.000$
Menos: Costos fijos	CF		- $5.040.000$
Utilidad bruta	UB		16.128.000
Menos: Impuesto a la renta		$16.128.000 \cdot 0{,}25 =$	4.032.000
Utilidad neta	UN		$12.096.000

La UN es el 40% de los ingresos ascendentes a $30.240.000, es decir, $30.240.000 \cdot 0{,}40 = \$12.096.000$.

<u>Ejemplo 6</u>: Si la utilidad neta mensual que quiere obtener una empresa es $900.000 cuando la tasa de impuesto a la renta es del 25%, ¿cuál debiera ser la Utilidad Bruta o de Operación que debe lograr?

Solución:

Para obtener una utilidad neta de $900.000 mensuales, considerando que el impuesto a la renta es del 25%, la empresa debe calcular cuál debe ser su utilidad bruta (o de operación) antes de impuestos.

$$UB = \frac{UN}{1-t}$$

$$UB = \frac{900.000}{1-0,25} = \frac{900.000}{0,75} = 1.200.000$$

La empresa debe lograr una utilidad bruta de $1.200.000 mensuales para que, después de impuestos, le queden $900.000 netos.

6.5 Planeación de utilidades: Determinación del nivel de ingresos de operación para lograr un objetivo de Utilidad Bruta o Neta

Esta etapa de la planeación financiera no busca determinar cuántas unidades deben producirse y venderse para alcanzar una meta de utilidad, sino calcular el nivel de ingresos por ventas o por prestación de servicios que la entidad debe generar para alcanzar dicho objetivo.

El análisis distingue entre:

- El nivel de ingresos necesario para obtener una utilidad bruta específica (antes de impuestos).
- El nivel de ingresos requerido para lograr una utilidad neta, considerando la carga tributaria correspondiente.

Este enfoque resulta especialmente útil cuando las unidades físicas de producción o servicio no son el principal criterio de planificación, sino los ingresos totales proyectados.

6.5.1 Nivel de ingresos de operación para alcanzar un objetivo de Utilidad Bruta

Para desarrollar esta aplicación se usa la Ecuación de Resultados.

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

Reordenando los términos de esta ecuación:

$p \cdot q - cv \cdot q = UB + CF$

$q(p - cv) = UB + CF$

Despejando q**,** se tiene que:

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv}$$

Multiplicando ambos miembros por *p:*

$$p \cdot q = \frac{(CF + UB) \cdot p}{p - cv}$$

Recordando que $Y = p \cdot q$ y dividiendo el numerador y denominador de la fracción entre *p:*

$$\boldsymbol{Y_{objetivo} = \frac{(CF + UB)}{\frac{p - cv}{p}}}$$

Dado que $\frac{p-cv}{p}$ es el margen de contribución en relación con el precio, o sea, la Razón del margen de contribución, la fórmula anterior se puede expresar como:

$$\boldsymbol{Y_{objetivo} = \frac{CF + UB}{\%\, mc}}$$

Si no se dispone de los valores unitarios (p y cv), el nivel de ingresos de operación para obtener una cierta utilidad bruta se calcula con la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{Y_{objetivo} = \frac{CF + UB}{1 - \frac{CVT}{Y_{real}}}}$$

Donde:

CF = Costos fijos
UB = Utilidad Bruta o de Operación
CVT = Costos variables totales

$Y_{objetivo}$ = Ingresos de operación para obtener una cierta utilidad
Y_{real} = Ingresos de operación según la contabilidad

Ejemplo: Un establecimiento escolar obtuvo ingresos anuales por concepto de colegiaturas de $210.000.000. Sus costos fijos ascendieron a $60.000.000, mientras que los costos variables totales fueron de $84.000.000, lo que representa el 40% de los ingresos de operación. Se desea calcular el nivel de ingresos necesario para alcanzar una utilidad antes del impuesto a la renta de $21.000.000, manteniendo la proporción del 40% entre costos variables e ingresos.

Datos:

$Y_{objetivo}$ = ¿?
Y_{real} = $210.000.000
$CVT = \$84.000.000$
$CF = \$60.000.000$

$UB = \$21.000.000$

$$Y_{objetivo} = \frac{(CF + UB)}{1 - \frac{CVT}{Y_{real}}} = \frac{60.000.000 + 21.000.000}{1 - \frac{84.000.000}{210.000.000}} = \frac{81.000.000}{1 - 0{,}40} = \frac{81.000.000}{0{,}60} = 135.000.000$$

El establecimiento debe generar ingresos por $135.000.000 anuales para obtener una utilidad bruta de $21.000.000, manteniendo el 40% como proporción de costos variables.

Comprobación:

Recordando que: $UB = Ingresos - Costos\ variables\ totales - Costos\ fijos$
Y que la relación entre los costos variables totales y los ingresos de operación se mantienen en 40%:

$$UB = 135.000.000 - 135.000.000 \cdot 0{,}40 - 60.000.000$$
$$UB = 135.000.000 - 54.000.000 - 60.000.000$$

$$UB = \$21.000.000$$

6.5.2 Nivel de ingresos de operación para alcanzar un objetivo de Utilidad Neta

Según se vio anteriormente:

$UN = UB - UB \cdot t$, siendo t = tasa de impuesto a la renta. Factorizando UB, se tiene:

$UN = UB\,(1 - t)$

$UB = \dfrac{UN}{1-t}$

Por tanto, la fórmula para calcular los ingresos de operación necesarios para obtener una determinada utilidad neta es la siguiente:

$$\boxed{\boldsymbol{Y_{objetivo} = \dfrac{CF + \dfrac{UN}{1-t}}{\dfrac{p-cv}{p}} = \dfrac{CF + \dfrac{UN}{1-t}}{\%\, mc}}}$$

<u>Ejemplo 1</u>: Una empresa presenta costos fijos por $8.400.000 mensuales. El porcentaje de costos variables sobre las ventas es del 70%. Se solicita calcular el volumen de ventas (ingresos de operación) necesario para alcanzar:

a) Una utilidad bruta de $20.100.000.
b) Una utilidad neta de $14.760.000, considerando una tasa de impuesto a la renta del 25%

Solución:

Si el porcentaje de costos variables sobre las ventas es del 70%, significa que el margen de contribución sobre las ventas será del 30% ($100\% - 70\% = 30\%$), es decir:

$\%\, mc = \dfrac{p - cv}{p} = 0{,}30$

Por consiguiente:

a) Volumen de ventas para obtener una utilidad bruta de $20.100.000:

$$Y = \frac{(CF + UB)}{\frac{p - cv}{p}} = \frac{(8.400.000 + 20.100.000)}{0{,}30} = \frac{28.500.000}{0{,}30} = \$95.000.000$$

Se requieren ventas por $95.000.000 para obtener una utilidad bruta de $20.100.000.

b) Volumen de ventas para obtener una utilidad neta de $14.760.000 $si\ t = 25\% = 0{,}25$:

$$Y = \frac{CF + \frac{UN}{1 - t}}{\frac{p - cv}{p}} = \frac{8.400.000 + \frac{14.760.000}{1 - 0{,}25}}{0{,}30} = \frac{8.400.000 + 19.680.000}{0{,}30} = \frac{28.080.000}{0{,}30} = \$93.600.000$$

Se necesitan ventas por $93.600.000 para lograr una utilidad neta de $14.760.000 después de impuestos.

Ejemplo 2: Una empresa, sujeta a una tasa de impuesto a la renta del 20%, desea obtener una utilidad neta de $5.000.000. Sus costos fijos ascienden a $30.000.000 mensuales, y su margen de contribución promedio es del 35%. Se solicita calcular el nivel de ingresos por ventas necesario para alcanzar dicha ganancia, y elaborar el correspondiente Estado de Resultados.

Solución:
Datos:

$UN = \$5.000.000$
$CF = \$30.000.000$

$$\%\, mc = \frac{p - cv}{p} = 0{,}35 = 35\%$$
$cv = 100\% - 35\% = 65\% = 0{,}65$

$t = 20\% = 0{,}20$

Por consiguiente: Volumen de ingresos de la operación (volumen de ventas) para obtener una utilidad neta de $5.000.000 es:

$$Y = \frac{CF + \frac{UN}{1 - t}}{\frac{p - cv}{p}} = \frac{30.000.000 + \frac{5.000.000}{1 - 0{,}20}}{0{,}35} = \frac{30.000.000 + 6.250.000}{0{,}35} = \frac{36.250.000}{0{,}35} = \$103.571.428{,}6$$

La empresa debe generar ingresos por ventas de aproximadamente $103.571.429 para lograr una utilidad neta de $5.000.000.

Estado de Resultados:

Ingresos por ventas	Y		$\$103.571.428{,}6$
Menos: Costos variables totales	$CVT = 0{,}65 \cdot Y$	$0{,}65 \cdot 103.571.428{,}6$	$-\ 67.321.428{,}6$
Margen de contribución total	MC		$36.250.000{,}0$
Menos: Costos fijos	CF		$-\ 30.000.000{,}0$
Utilidad bruta	UB		$6.250.000{,}0$
Menos: Impuesto a la renta		$6.250.000\ \cdot\ 0{,}2$	$1.250.000{,}0$
Utilidad neta	UN		$\$5.000.000{,}0$

Ejemplo 3: Una pequeña empresa, tras acumular pérdidas en sus primeros seis meses de operación, busca planificar el nivel de ingresos por ventas que necesita alcanzar para recuperar su equilibrio financiero. Con base en la siguiente información:

- Costos fijos mensuales: $1.500.000
- Margen de contribución promedio: 30%
- Tasa de impuesto a la renta: 25%

Se solicita:

a) Determinar el nivel de ventas necesario para alcanzar el punto de equilibrio ($utilidad\ =\ 0$).
b) Calcular los ingresos necesarios para obtener una utilidad bruta de $600.000.
c) Calcular los ingresos necesarios para obtener una utilidad neta de $600.000, considerando la tasa de impuesto de 25%.

Solución a):

$$Y_e = \frac{CF}{\%\,mc}$$

$$Y_e = \frac{1.500.000}{0,30} = \$5.000.000$$

La empresa debe alcanzar ingresos por ventas de $5.000.000 mensuales para no tener pérdidas.

Solución b):

Para obtener una $UB = \$600.000$

$$q = \frac{CF + UB}{\%\, mc}$$

$$Y_e = \frac{1.500.000 + 600.000}{0,30} = \$7.000.000$$

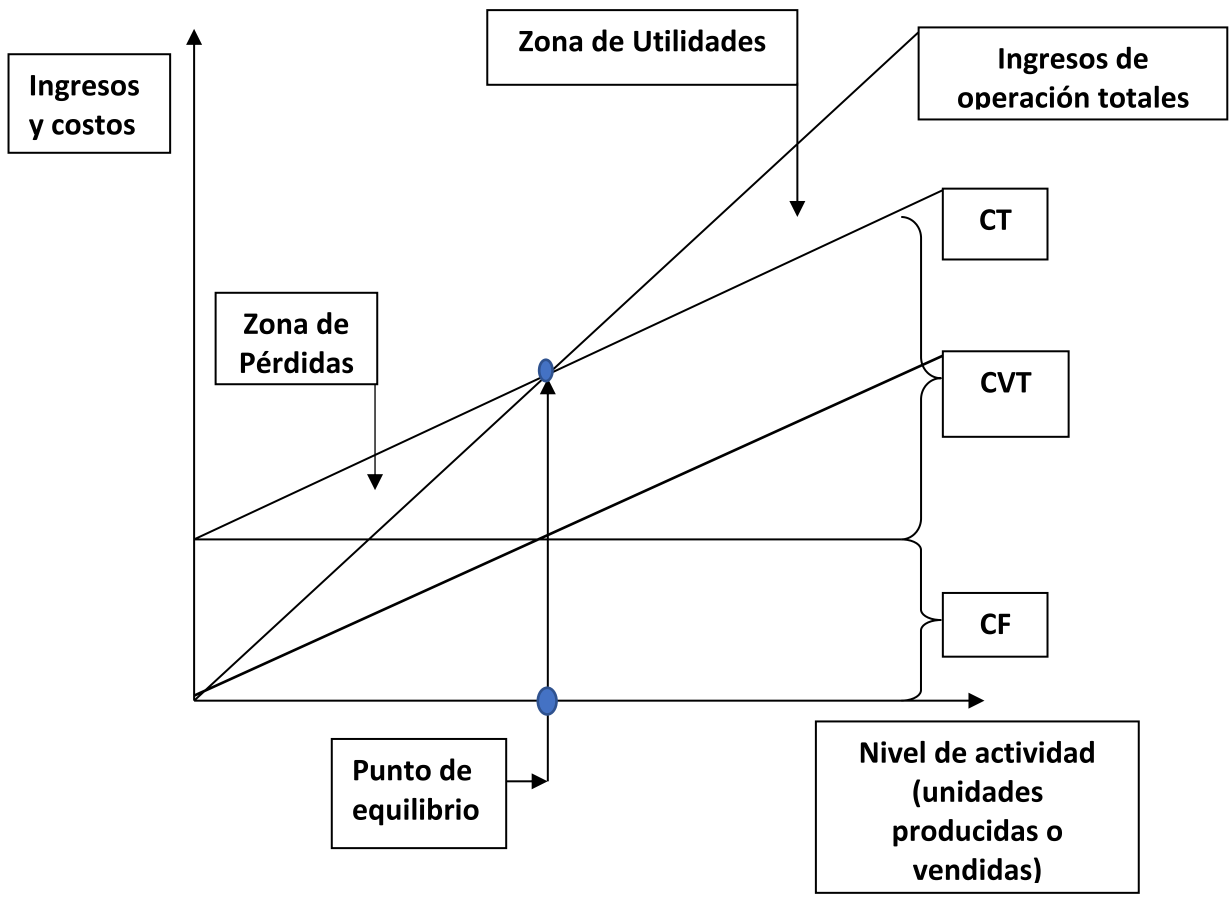
La empresa necesita generar $7.000.000 de ingresos mensuales para obtener una utilidad bruta de $600.000.

Para obtener una $UN = \$600.000$

$$Y = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{\frac{p-cv}{p}} = \frac{1.500.000 + \frac{600.000}{1-0,25}}{0,30} = \frac{1.500.000 + 800.000}{0,30} = \frac{2.300.000}{0,30} = \$7.666.667$$

Para obtener una utilidad neta de $600.000, la empresa debe generar ingresos por aproximadamente $7.666.667.

7 GRÁFICO DEL PUNTO DE EQUILIBRIO



En un *plano cartesiano*, el eje horizontal representa el nivel de actividad en términos de unidades físicas de producción y ventas o de prestación de servicios, y el eje vertical muestra los ingresos operacionales y los costos.

7.1 Pasos para preparación de la gráfica del punto de equilibrio

1. **Línea de costos fijos:** Se representa trazando una línea horizontal paralela al eje que indica el nivel de actividad. Esta línea parte del valor correspondiente a los costos fijos sobre el eje vertical del plano cartesiano, mostrando que dichos costos se mantienen constantes, independientemente del volumen de producción o ventas.

2. **Línea de costos variables:** Se representa con una línea ascendente, ya que los costos variables aumentan proporcionalmente al incremento en el nivel de actividad. Su pendiente refleja esa relación directa.

3. **Línea de costo total ($CF + CVT$):** Se traza desde el punto de los costos fijos cuando el nivel de actividad es cero, hasta otro punto que represente un nivel más alto de producción o ventas. Esta línea evidencia gráficamente la estructura del costo total: un componente fijo constante y un componente variable creciente. Por ello, su pendiente es positiva.

4. **Línea de ingresos de operación totales:** Se dibuja uniendo el origen del plano cartesiano (0, $0) con otro punto que represente un nivel determinado de actividad. Esta línea también tiene pendiente positiva, ya que los ingresos aumentan conforme lo hace la producción, venta o prestación de servicios.

Punto de equilibrio: Es el punto donde la línea de ingresos totales intercepta con la línea de costos totales. En este punto, los ingresos igualan los costos, lo que implica que la empresa no tiene ni pérdidas ni utilidades.

Utilidades y pérdidas: A cualquier nivel de actividad, la diferencia vertical entre la línea de ingresos totales y la línea de costos totales indica la utilidad (si los ingresos superan los costos) o la pérdida (si los costos superan los ingresos).

7.2 Ejemplo de cómo dibujar la gráfica del Punto de Equilibrio

Supóngase una empresa que vende un producto, y en la actualidad comercializa 1.850 unidades mensuales. Para analizar el impacto financiero de diferentes niveles de actividad, se construye una tabla que considera volúmenes de venta en un rango entre 0 y 2.400 unidades, con incrementos de 200 unidades.

El precio y los costos son los siguientes:

Precio	$ 5.000
Costo variable unitario	$ 3.000
Costos fijos totales	$ 2.000.000

El punto de equilibrio es:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv}$$

$$q_e = \frac{2.000.000}{5.000 - 3.000} = \frac{2.000.000}{2.000} = 1.000$$

En la tabla siguiente se observa que en el punto de equilibrio el resultado es $0. Por debajo de él se incurre en pérdidas (valores negativos) y por sobre él se obtiene utilidades (valores positivos).

Volumen	Ingresos	Costos fijos	Costos variables	Costos totales	Resultado
-	-	2.000.000	-	2.000.000	-2.000.000
200	1.000.000	2.000.000	600.000	2.600.000	-1.600.000
400	2.000.000	2.000.000	1.200.000	3.200.000	-1.200.000
600	3.000.000	2.000.000	1.800.000	3.800.000	-800.000
800	4.000.000	2.000.000	2.400.000	4.400.000	-400.000
1.000	5.000.000	2.000.000	3.000.000	5.000.000	-
1.200	6.000.000	2.000.000	3.600.000	5.600.000	400.000
1.400	7.000.000	2.000.000	4.200.000	6.200.000	800.000
1.600	8.000.000	2.000.000	4.800.000	6.800.000	1.200.000
1.800	9.000.000	2.000.000	5.400.000	7.400.000	1.600.000
2.000	10.000.000	2.000.000	6.000.000	8.000.000	2.000.000
2.200	11.000.000	2.000.000	6.600.000	8.600.000	2.400.000
2.400	12.000.000	2.000.000	7.200.000	9.200.000	2.800.000

Para preparar manualmente la gráfica del Punto de Equilibrio en un plano cartesiano, en el eje de las abscisas se representa el nivel de actividad medido a través del volumen de ventas con los intervalos indicados en la tabla y en el eje de las ordenadas se muestran los ingresos y costos correspondientes a esos volúmenes.

Para determinar el Punto de Equilibrio se deben dibujar la recta de ingresos, la de costos fijos y la de costos totales, como sigue:

Para la recta de ingresos por ventas se identifican y unen los puntos: $(0,0)\ y\ (2400, 12000000)$.

Para la recta de costos fijos: Se ubica el punto $(0,2000000)$ y se traza una línea recta paralela al eje que representa el volumen de ventas.

Para la recta de costos totales se identifican y unen los puntos: $(0,2000000)\ y\ (2400, 9200000)$.

Se observa que el punto de intersección de la recta de ingresos con la de costos totales es el punto de equilibrio de 1000 unidades vendidas.

8 MARGEN DE SEGURIDAD

El **margen de seguridad** representa el excedente de unidades vendidas o ingresos obtenidos sobre el punto de equilibrio. Es un indicador clave para evaluar qué tan lejos se encuentra una organización de la zona de pérdidas. Este margen se puede expresar en:

- Unidades físicas
- Unidades monetarias
- Porcentaje

Un margen de seguridad amplio refleja una mayor fortaleza financiera y una mayor capacidad para enfrentar caídas en la actividad operativa. Por el contrario, un margen estrecho indica vulnerabilidad ante disminuciones en las ventas.

Según Aire et al. (2012, p. 45), el margen de seguridad “representa una medida de la fortaleza económica de la empresa y hasta dónde puede disminuir su nivel operativo manteniéndose en la zona de ganancias”. En otras palabras, indica el porcentaje máximo en que pueden caer las ventas antes de incurrir en pérdidas.

Formas de medir el margen de seguridad:

1. En unidades físicas:

$$ms = q - q_e$$

Donde:

$ms = Margen\ de\ seguridad\ en\ unidades$
$q = Unidades\ \ reales\ o\ presupuestadas$
$q_e = Unidades\ en\ el\ punto\ de\ equilibrio$

2. En porcentaje (basado en unidades físicas):

$$ms\ \% = (\frac{q - q_e}{q}) \cdot 100$$

Este porcentaje indica cuánto pueden disminuir las unidades vendidas antes de llegar al punto de equilibrio.

3. En unidades monetarias:

$$msm = Y - Y_e$$

Donde:
$msm = Margen\ de\ seguridad\ en\ unidades\ monetarias$
$Y = Ingresos\ reales\ o\ presupuestadas$
$Y_e = Ingresos\ en\ el\ punto\ de\ equilibrio$

4. En porcentaje (basado en ingresos):

$$msm\ \% = \left(\frac{Y - Y_e}{Y}\right) \cdot 100$$

- **Margen de seguridad positivo:** indica que las ventas superan el punto de equilibrio, lo que implica que la organización se encuentra en zona de beneficios.

- **Margen de seguridad negativo:** señala que las ventas actuales están por debajo del punto de equilibrio, lo que genera pérdidas.

Ejemplo 1**:** Calcule el margen de seguridad si el número de unidades presupuestadas por vender en una empresa es de 15.000 unidades y el punto de equilibrio es de 8.000 unidades.

Solución:

El margen de seguridad en unidades físicas se obtiene restando las unidades en el punto de equilibrio a las unidades presupuestadas:

$$ms = q - q_e$$

$$ms = Margen\ de\ seguridad\ en\ unidades\ físicas = 15.000 - 8.000$$
$$= 7.000\ unidades$$

La empresa puede vender hasta 7.000 unidades menos de las presupuestadas sin incurrir en pérdidas.

Ejemplo 2: Un colegio tiene ingresos de operación de $75.000.000 y obtiene mensualmente una Utilidad Bruta de $6.000.000. El valor de la mensualidad por cada estudiante es de $250.000 y el costo directo de prestar el servicio educacional es de $100.000. Determinar:

a) El importe de los costos fijos.
b) La cantidad de estudiantes en una situación de equilibrio.
c) El punto de equilibrio en unidades monetarias, es decir, en pesos.
d) El margen de seguridad en unidades monetarias y en porcentaje.

Solución a):

Los datos entregados son:
$Y = 75.000.000$
$UB = 6.000.000$
$p = 250.000$
$cv = 100.000$

Usando la Ecuación de Resultados:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

Despejando CF:

$$CF = p \cdot q - cv \cdot q - UB$$

Como no se conoce la cantidad q de estudiantes, se puede determinarla dividiendo el ingreso total entre el precio:

$$q = \frac{Y}{p} = \frac{75.000.000}{250.000.000} = 300 \; estudiantes$$

$CF = 250.000 - 300 - 100.000 \cdot 300 - 6.000.000$
$CF = 75.000.000 - 30.000.000 - 6.000.000$
$CF = \$39.000.000$

Los costos fijos son **$**39.000.000 mensuales**.**

Solución b):

$$C = \frac{CF}{p - cv} = \frac{39.000.000}{250.000 - 100.000} = \frac{39.000.000}{150.000} = 260\ estudiantes$$

El punto de equilibrio se alcanza con 260 estudiantes.

Solución c):

Punto de equilibrio en unidades monetarias (pesos):

$$Y_e = p\ \cdot\ q_e = 250.000\ \cdot\ 260 = \$65.000.000$$

El punto de equilibrio en ingresos es de **$**65.000.000 mensuales**.**

Solución d):

Margen de seguridad en unidades monetarias y en porcentaje:

En unidades monetarias:

$$msm = Y - Y_e$$

$$msm = 75.000.000 - 65.000.000 = \$10.000.000$$

Margen en porcentaje:

$$msm\ \% = (\frac{Y - Y_e}{Y}) \cdot 100$$

$$msm\ \% = \frac{10.000.000}{75.000.000}\ \cdot\ 100 = 13{,}3\%$$

Es decir, el colegio puede reducir sus ingresos de operación en 13,3 % antes de incurrir en pérdidas.

9 APALANCAMIENTO OPERATIVO EN EL MODELO CVU

El apalancamiento operativo es una medida de cómo la estructura de costos de una organización (proporción entre costos fijos y variables), y posibles cambios en el nivel de ventas, influye en las utilidades de operación.

Los costos fijos son aquellos que, en un determinado rango de actividad considerado relevante, no varían con el nivel de producción y ventas.
Los costos variables son aquellos que varían proporcionalmente con el nivel de producción y ventas.

9.1 Impacto del apalancamiento operativo en la utilidad

Las implicaciones del apalancamiento operativo sobre el riesgo y la utilidad de operación de una organización son las siguientes:

- **Alto apalancamiento operativo**: La empresa tiene un alto apalancamiento operativo cuando la mayor parte de sus costos totales son costos fijos. Esto significa que:
    - Si las ventas aumentan: Al ser los costos variables por unidad bajos, y al estar cubiertos los costos fijos, cada unidad adicional de venta contribuye significativamente a las utilidades de operación de la organización.
    - Si las ventas disminuyen: Si esto ocurre, la organización aún tiene que cubrir costos fijos, lo que puede llevar a una caída en las utilidades de operación o incluso pérdidas. En este caso, el apalancamiento operativo alto puede ser riesgoso.
- **Bajo apalancamiento operativo**: Una empresa con bajo apalancamiento operativo tiene, en su estructura de costos, una mayor proporción de costos variables. Esto implica que:
    - Si las ventas aumentan: Las utilidades crecen, pero como los costos variables aumentan con las ventas, el impacto en el incremento de las utilidades de operación es menos significativo.
    - Si las ventas disminuyen: La organización está en condiciones de reducir sus costos variables más fácilmente, lo que la torna menos vulnerable a las reducciones en las utilidades de operación. En este caso, el apalancamiento operativo alto es menos riesgoso.

Ejemplo de impacto en la utilidad

Supóngase una pequeña empresa que comercializa un solo producto y proporciona la siguiente información:

Cantidad de productos vendidos	1,000

Conceptos	Valores unitarios $	Detalles	Totales $	%
Ingresos de operación	2.000	$2.000 \cdot 1.000$	2.000.000	100,0
Menos: Costos variables (CVT)	500	$500 \cdot 1.000$	-500.000	25,0
Margen de contribución	1.500		1.500.000	75,0
Menos: Costos fijos (CF)			-1.000.000	-50,0
Utilidad de operación			500.000	25,0

Situación: Si vende un 10% menos de productos:

Cantidad de productos vendidos	$1,000 \cdot 0,90 = 900$

Conceptos	Valores unitarios $	Detalles	Totales $	%
Ingresos de operación	2.000	$2.000 \cdot 900$	1.800.000	100,0
Menos: Costos variables (CVT)	500	$500 \cdot 900$	-450.000	25,0
Margen de contribución	1.500		1.350.000	75,0
Menos: Costos fijos (CF)			-1.000.000	-55,6
Utilidad de operación			350.000	19,4

La utilidad cae 30%, de $500.000 a $350.000, aunque los ingresos por ventas solo bajaron 10%. La razón es el alto apalancamiento operativo, donde la relación costos fijos a costos variables es igual a: $\frac{CF}{CVT} = \frac{1.000.000}{500.000} = 2$.

Situación: Si vende un 10% más de productos:

Cantidad de productos vendidos	$1{,}000 \cdot 1{,}10 = 1.100$

Conceptos	Valores unitarios $	Detalles	Totales $	%
Ingresos de operación	2.000	$2.000 \cdot 1.100$	2.200.000	100,0
Menos: Costos variables (CVT)	500	$500 \cdot 1.100$	-550.000	25,0
Margen de contribución	1.500		1.650.000	75,0
Menos: Costos fijos (CF)			-1.000.000	-45,5
Utilidad de operación			650.000	29,5

La utilidad sube 30%, de $500.000 a $650.000, aunque los ingresos por ventas solo subieron 10%.

En ambas situaciones se observa que, debido al alto apalancamiento operativo, pequeñas variaciones en ingresos por ventas producen grandes cambios en las utilidades de operación.

9.2 Grado de apalancamiento operativo

El grado de apalancamiento operativo (GAO) es una medida que cuantifica el apalancamiento operativo. Expresa cómo un cambio porcentual del volumen de ventas afectará a las utilidades de operación de la organización. Se puede calcular con las siguientes fórmulas:

$$\boldsymbol{GAO = \frac{\%\ de\ cambio\ en\ la\ utilidad\ de\ operación}{\%\ de\ cambio\ en\ las\ ventas}}$$

O bien:

$$\boldsymbol{GAO = \frac{Margen\ de\ contribución}{Utilidad\ de\ operación}}$$

9.3 Importancia del apalancamiento operativo

- **Evaluación del riesgo**: Las empresas con alto apalancamiento operativo tienen un mayor potencial de utilidades cuando las ventas se incrementan, pero, al mismo tiempo, enfrentan un mayor riesgo de pérdidas cuando las ventas decaen.

- **Toma de decisiones estratégicas**: Ayuda a las organizaciones a tomar decisiones sobre la estructura de costos. Por ejemplo, si automatizar o no procesos de producción, sabiendo que aumenta los costos fijos, pero que reduce los variables.

- **Análisis del punto de equilibrio**: El apalancamiento operativo está muy relacionado con el punto de equilibrio de una organización, ya que este permite calcular el nivel de ventas necesario para cubrir todos los costos y comenzar a percibir utilidades.

Ejercicio:

Determinar, según los datos que se muestran a continuación, el impacto en las utilidades de operación de dos empresas, A y B, que tienen un mismo nivel de ventas, pero diferente estructura de costos entre fijos y variables. La empresa A tiene un grado de apalancamiento operativo menor que la empresa B, es decir, mientras la empresa A tiene costos variables más altos, la empresa B tiene costos fijos más elevados.

Se pide medir la sensibilidad de la utilidad de operación en ambas empresas asumiendo un aumento del 10% en las ventas.
Nota: Ejercicio adaptado desde Garrison et al. (2007). *Contabilidad administrativa*. (p. 252).

	Empresa A: Apalancamiento bajo						Empresa B: Apalancamiento alto			
	Cantidad	Precio	Total	%			Cantidad	Precio	Total	%
Ingresos por ventas	80000	1,25	100000	100%		Ingresos por ventas	80000	1,25	100000	100%
Costos variables totales (CVT)	80000	0,75	-60000	-60%		Costos variables (CVT)	80000	0,375	-30000	-30%
Margen de contribución			40000	40%		Margen de contribución			70000	70%
Costos fijos (CF)			-30000			Costos fijos (CF)			-60000	
Utilidad de operación o bruta			10000			Utilidad de operación o bruta			10000	
Razón CF / CVT			0,5			Razón CF / CVT			2,00	
GAO			4			GAO			7,00	
Situación: La cantidad aumenta en			**10,0%**							

	Empresa A: Apalancamiento bajo						Empresa B: Apalancamiento alto			
	Cantidad	Precio	Total	%			Cantidad	Precio	Total	%
Ingresos por ventas	88000	1,25	110000	100%		Ingresos por ventas	88000	1,25	110000	100%
Costos variables totales (CVT)	88000	0,75	-66000	-60%		Costos variables	88000	0,375	-33000	-30%
Margen de contribución			44000	40%		Margen de contribución			77000	70%
Costos fijos			-30000			Costos fijos			-60000	
Utilidad de operación o bruta			14000			Utilidad de operación o bruta			17000	
Aumento % de la Utilidad			40%						70%	
Aumento % de la utilidad usando el GAO = % de aumento de las ventas multiplicado por el GAO			40%						70%	

Cálculo del GAO en la empresa A:

$$GAO = \frac{\%\ de\ cambio\ en\ la\ utilidad\ de\ operación}{\%\ de\ cambio\ en\ las\ ventas} = \frac{40\%}{10\%} = \frac{0{,}40}{0{,}10} = 4$$

O bien:

$$GAO = \frac{Margen\ de\ contribución}{Utilidad\ bruta\ o\ de\ operación} = \frac{40000}{10000} = 4$$

Cálculo del GAO en la empresa B:

$$GAO = \frac{\%\ de\ cambio\ en\ la\ utilidad\ de\ operación}{\%\ de\ cambio\ en\ las\ ventas} = \frac{70\%}{10\%} = \frac{0{,}70}{0{,}10} = 7$$

O bien:

$$GAO = \frac{Margen\ de\ contribución}{Utilidad\ bruta\ o\ de\ operación} = \frac{70000}{10000} = 7$$

Interpretación del GAO:

Si el GAO es 4, significa que por cada 1% que aumenten las ventas, la utilidad de operación aumentará en 4% y si el GAO es 7, aumentará en 7%. Si las ventas aumentan 10%, se puede esperar que la utilidad de operación de A, con apalancamiento más bajo, aumente cuatro veces esa cantidad, es decir, $10\% \cdot 4 = 40\%$, y que la utilidad de operación de B, con apalancamiento más alto, aumente siete veces esa cantidad, $10\% \cdot 7 = 70\%$.

La empresa A tiene menor apalancamiento, por lo tanto, es menos riesgosa, más flexible para adaptarse a los cambios del entorno económico y sus utilidades son más estables. La empresa B tiene mayor apalancamiento, lo que implica un alto potencial de utilidades, pero también mayor riesgo por eventuales pérdidas.

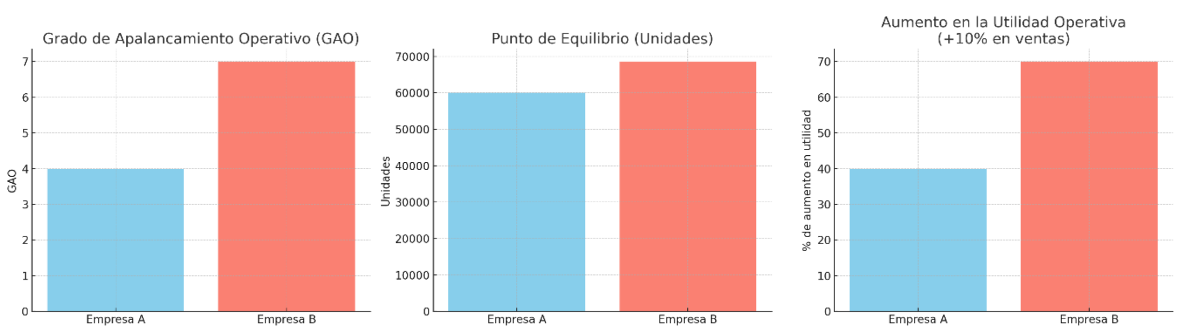
9.4 Punto de equilibrio y riesgo operativo

9.4.1 Punto de equilibrio y margen de seguridad

Conceptos	Fórmula	Empresa A	Empresa B
Gastos fijos	CF	30.000	60.000
Margen de contribución unitario	$p - cv$	0,50	0,875
Punto de equilibrio en unidades	$q_e = \frac{CF}{p - cv}$	60.000	68.571
Punto de equilibrio en $	$Y_e = \frac{CF}{mc\%}$	$\frac{30000}{0{,}40} = \$75.000$	$\frac{60000}{0{,}70} = \$85.714$
Margen de seguridad		$\frac{100.000 - 75.000}{100.000} = 25\%$	$\frac{100.000 - 85.714}{100.000} = 14{,}3\%$
GAO		4	7
Aumento utilidad de operación		40%	70%

Según estos datos, la empresa A es menos vulnerable a las disminuciones en el nivel de ventas que la empresa B, debido a que sus costos fijos son más bajos, tiene un punto de equilibrio menor y un margen de seguridad más alto.

La información de la tabla anterior se visualiza gráficamente como sigue:



El análisis del gráfico anterior permite concluir lo siguiente:

- **GAO** (Grado de Apalancamiento Operativo)**:** La Empresa B tiene un GAO más alto (7), lo que indica mayor sensibilidad de las utilidades de operación ante cambios en las ventas.

- **Punto de equilibrio:** La Empresa B tiene un punto de equilibrio más alto, por lo que necesita vender más unidades para cubrir sus costos fijos.

- **Impacto en la utilidad de operación:** Ante la posibilidad de aumentar las ventas en 10%, la empresa B tiene más potencial de crecimiento de utilidades, 70%, frente a un 40% en la Empresa A. Con todo, si las ventas no aumentan, la empresa B se torna más vulnerable debido a su mayor proporción de costos fijos.

9.4.2 Apalancamiento operativo en entidades educativas

En general, los establecimientos educativos, tanto escolares como de educación superior, suelen tener un **alto grado de apalancamiento operativo** por los siguientes motivos:

- Altos costos fijos en pago de sueldos al personal docente y administrativo; mantenimiento de infraestructura (edificios, laboratorios, bibliotecas); tecnología educativa y plataformas virtuales; servicios generales.

- Bajos costos variables por estudiante adicional, ya que una vez que se cubren los costos fijos, incorporar más estudiantes no incrementa proporcionalmente los costos.

- Ingresos relativamente estables, ya que las matrículas y aranceles suelen estar predefinidos y se cobran por períodos. Sin embargo, una baja en la matrícula estudiantil puede afectar fuertemente los ingresos y, debido al alto apalancamiento operativo, impactar negativamente en las utilidades de operación.

10 NIVEL DE ACTIVIDAD PARA OBTENER UN OBJETIVO DE FLUJO NETO DE EFECTIVO

En los estados de resultados, existe un rubro que no representa un flujo real de efectivo: la **depreciación de los activos fijos**. Este concepto refleja el costo contable asociado al uso de dichos activos, pero **no implica una salida de dinero en efectivo** al momento de registrarse.

Por esta razón, cuando se desea calcular el nivel de actividad necesario para alcanzar un objetivo específico de Flujo Neto de Efectivo (FNE) - en lugar de una utilidad neta contable - es necesario ajustar la fórmula tradicional. En este caso, se debe sumar la depreciación al objetivo de flujo de efectivo, ya que este gasto no representa un desembolso real.

Fórmula general sin considerar el impuesto a la renta:

Para determinar la cantidad de unidades por vender con el fin de alcanzar un FNE deseado, sin considerar el impuesto a la renta es:

$$\boxed{\boldsymbol{q = \frac{CFD + FNE + D}{p - cv}}}$$

Donde:

$FNE = flujo\ neto\ de\ efectivo$
$p = precio\ de\ venta$
$cv = costo\ variable\ unitario$
$CFD = costos\ fijos\ desembolsables$ (sin considerar la depreciación)
$D = depreciación$
$q = cantidad\ de\ productos\ por\ vender$

Fórmula general considerando el impuesto a la renta:

La depreciación representa el costo anual por el uso de los activos fijos y es un costo no desembolsable. Es un gasto que reduce el impuesto a pagar, y, por ende, aumenta el flujo de efectivo disponible. Para incorporar la tasa de impuesto a la renta en el cálculo del nivel de actividad para alcanzar un Flujo Neto de Efectivo (FNE) deseado, se requiere ajustar la fórmula como sigue:

$$\boxed{\boldsymbol{q = \frac{CFD + \frac{FNE - t(D)}{1 - t}}{p - cv}}}$$

Donde:

$t = tasa\ de\ impuesto\ a\ la\ renta$

Ejemplo 1 (sin tasa de impuesto): Cálculo del nivel de actividad para un FNE deseado.

Supuestos:

- Costos fijos desembolsables (sin incluir la depreciación): $50,000
- Depreciación: $10,000
- Precio de venta por unidad: $1000
- Costo variable por unidad: $600
- Flujo Neto de Efectivo deseado: $30,000

Solución:

$$q = \frac{CFD + FNE + D}{p - cv}$$

$$q = \frac{50.000 + 30.000 + 10.000}{1000 - 600}$$

$$q = \frac{90.000}{400} = 225\ unidades$$

La empresa debe vender 225 unidades para generar un flujo neto de efectivo de $30,000, considerando que la depreciación no representa un desembolso real y no está incluida en los costos fijos.

Ejemplo 2 (con tasa de impuestos): Una empresa vende un solo producto en las siguientes condiciones:

$p = \$6.000$
$cv = \$2.000$
$CFD = \$4.000.000$
$D = \$1.500.000$
$t = 25\%$

Se solicita determinar la cantidad de productos que debe vender la empresa para alcanzar un Flujo Neto de Efectivo de $8.000.000. Compruebe el resultado.

Solución:

$$q = \frac{CFD + \frac{FNE - t(D)}{1 - t}}{p - cv}$$

$$q = \frac{4.000.000 + \frac{8.000.000 - 0,25(1.500.000)}{1 - 0,25}}{6.000 - 2.000} = \frac{4.000.000 + \frac{8.000.000 - 375.000}{0,75}}{4.000}$$
$$= \frac{4.000.000 + 10.166.666,7}{4.000} = 3,541,67$$

La empresa tiene que vender 3.541,7 unidades para alcanzar un FNE de $8.000.000 después de impuestos.

Comprobación:

Paso 1: Calcular, preparando el Estado de Resultados correspondiente, el monto del impuesto a la renta si se venden 3.541,67 unidades del producto:

Conceptos			$
Ingresos de la operación	$Y = p \cdot q$	$6.000 \cdot 3.541,67$	21.250.000.0
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$2.000 \cdot 3.541,67$	-7.083.333,3
Margen de contribución total	MC		14.166.666,7
Menos Costos fijos desembolsables	CF		-4.000.000,0
Menos: Depreciación	D		-1.500.000,0
Utilidad bruta	UB		8.666.666,7
Impuesto a la renta sobre ($t =$ 25%)		$8.666.666,7 \cdot 0,25$	2.166.666,7
Utilidad neta	UN		**6.500.000**

Es decir, el monto de impuesto a la renta es $2.166.666,7

Paso 2: Calcular el Flujo neto de efectivo:

Conceptos			$
Entradas de efectivo	$Y = p \cdot q$	$6.000 \cdot 3.541{,}67$	21.250.000,0
Salidas de efectivo:			
1) Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$2.000 \cdot 3.541{,}67$	7.083.333,3
2) Costos fijos desembolsables	CF		4.000.000,0
3) Pago de impuesto a la renta			2.166.666,7
Salida total de efectivo			13.250.000,0
FNE (Entradas de efectivo menos salida total efectivo)		$21.250.000 - 13.250.000$	8.000.000,0

Más brevemente, el FNE se puede deducir del Estado de Resultados, siempre que el importe de la depreciación esté a la vista, como sigue:

Conceptos		$
Utilidad neta	UN	6.500.000
Mas: Depreciación	D	1.500.000
Flujo neto de efectivo	$\boldsymbol{FNE}$	**8.000.000**

11 PUNTO DE EQUILIBRIO PARA UNA MEZCLA DE VENTAS DE PRODUCTOS O SERVICIOS

Se denomina *mezcla de ventas* a la combinación relativa de productos o servicios que una organización comercializa o espera comercializar. Para calcular el punto de equilibrio en una entidad que ofrece múltiples productos o servicios, es necesario determinar la estructura porcentual de dicha mezcla, es decir, cuánto representa cada producto o servicio respecto del total de la producción o del nivel de actividad, ya sea real o presupuestado.

En el caso de un establecimiento escolar, la mezcla de ventas puede referirse a la proporción de matrículas proyectadas o efectivas en los distintos niveles de enseñanza: preescolar, básica y media. En una institución universitaria, podría corresponder a la proporción de matrícula en programas de pregrado y posgrado.

Dado que cada línea de productos o tipo de servicio genera un margen de contribución distinto, es fundamental analizar cuál combinación resulta más favorable desde el punto de vista económico.

Una vez conocida o estimada la mezcla de ventas, es posible calcular valores promedios ponderados para el precio de venta, el costo variable unitario y el margen de contribución unitario. Con estos valores, se puede tratar el análisis del punto de equilibrio como si se tratara de un solo producto o servicio homogéneo.

La fórmula del punto de equilibrio para una mezcla de productos o servicios es:

$$\boldsymbol{q_e = \frac{CF}{Promedio\ ponderado\ del\ margen\ de\ contribución\ unitario\ de\ cada\ producto\ o\ servicio}}$$

El margen de contribución unitario promedio ponderado, por ejemplo, de tres productos o servicios, se calcula como sigue:

Sea:

$p_1 = precio\ producto\ o\ servicio\ 1$
$p_2 = precio\ producto\ o\ servicio\ 2$
$p_3 = precio\ producto\ o\ servicio\ 3$

$cv_1 = costo\ variable\ unitario\ producto\ o\ servicio\ 1$
$cv_2 = costo\ variable\ unitario\ producto\ o\ servicio\ 2$
$cv_3 = costo\ variable\ unitario\ producto\ o\ servicio\ 3$

$mc_1 = margen\ de\ contribución\ producto\ o\ servicio\ 1 = p_1 - cv_1$
$mc_2 = margen\ de\ contribución\ producto\ o\ servicio\ 2 = p_2 - cv_2$
$mc_3 = margen\ de\ contribución\ producto\ o\ servicio\ 3 = p_3 - cv_3$

$\alpha_1 = participación\ porcentual\ producto\ o\ servicio\ 1\ en\ el\ total$
$\alpha_2 = participación\ porcentual\ producto\ o\ servicio\ 2\ en\ el\ total$
$\alpha_3 = participación\ porcentual\ producto\ o\ servicio\ 3\ en\ el\ total$

$$\boldsymbol{Margen\ de\ contribución\ ponderado\ (mc_m) = mc_1 \cdot \alpha_1 + mc_2 \cdot \alpha_2 + mc_3 \cdot \alpha_3}$$

Por consiguiente, el punto de equilibrio global para una empresa que tiene *n* productos o servicios es:

$$\boldsymbol{q_e = \frac{CF}{mc_m}}$$

$$\boldsymbol{q_e = \frac{CF}{mc_1 \cdot \alpha_1 + mc_2 \cdot \alpha_2 + mc_3 \cdot \alpha_3 + \cdots + mc_n \cdot \alpha_n}}$$

La desagregación del punto de equilibrio global por producto o servicio se determina como sigue:

$$Cantidad\ de\ producto\ o\ servicio\ 1 = q_e \cdot \alpha_1$$
$$Cantidad\ de\ producto\ o\ servicio\ 2 = q_e \cdot \alpha_2$$
$$Cantidad\ de\ producto\ o\ servicio\ 3 = q_e \cdot \alpha_3$$

Ejemplo 1: En la tabla siguiente se presenta la información de ingresos y costos presupuestada de un colegio y la proporción estimada de cada uno de los ciclos de enseñanza, preescolar, básica y media, en el total de servicios pedagógicos por prestar por el establecimiento. Interesa determinar:

a) El punto de equilibrio en cantidad de alumnos, globalmente y por ciclos de enseñanza. Comprobar preparando un Estado de Resultados.
b) El punto de equilibrio global en unidades monetarias (en pesos).
c) La utilidad o pérdida que mostraría el Estado de Resultados si la cantidad matriculados fuera de 500 estudiantes, asumiendo que la mezcla de servicios señalada coincidió con la mezcla óptima supuesta de 10% de matrícula de preescolar, 60% de básica y de 30% de media.

Conceptos y niveles	Símbolo	Preescolar	Básica	Media
Precio de la colegiatura $	p	250.000	300.000	350.000
Menos: Costos variables unitarios $	cv	-150.000	-180.000	-210.000
Margen contribución unitario	$\boldsymbol{mc}$	**100.000**	**120.000**	**140.000**
Menos: Costos fijos $	CF	37.200.000		
Proporción mezcla servicios		**10%**	**60 %**	**30%**

Solución:

$p_1 = precio\ colegiatura\ enseñanza\ preescolar = \$250.000$
$p_2 = precio\ colegiatura\ enseñanza\ básica = \$\ 300.000$
$p_3 = precio\ colegiatura\ enseñanza\ media = \$\ 350.000$

$cv_1 = costo\ variable\ unitario\ e.preescolar = \$\ 150.000$
$cv_2 = costo\ variable\ unitario\ e.básica = \$\ 180.000$
$cv_3 = costo\ variable\ unitario\ e.media = \$\ 210.000$

$mc_1 = m.de\ contribución\ e.preescolar = p_1 - cv_1 = \$\ 250.000 - \$\ 150.000$
$= \$100.000$
$mc_2 = m.de\ contribución\ e.básica = p_2 - cv_2 = \$\ 300.000 - \$\ 180.000$
$= \$120.000$
$mc_3 = m.de\ contribución\ e.media = p_3 - cv_3 = \$\ 350.000 - \$\ 210.000$
$= \$140.000$

$\alpha_1 = participación\ enseñanza\ e.preescolar = 10\% = 0{,}10$
$\alpha_2 = participación\ enseñanza\ e.básica = 60\% = 0{,}60$
$\alpha_3 = participación\ enseñanza\ e.media = 30\% = 0{,}30$

Respuesta a):

Punto de equilibrio en cantidades (global): Para una mezcla de productos, el margen de contribución (mc) es un margen ponderado.

$$q_e = \frac{CF}{mc_m}$$

$$mc_m = mc_1 \cdot \alpha_1 + mc_2 \cdot \alpha_2 + mc_3 \cdot \alpha_3$$
$$mc_m = 100.000 \cdot 0{,}10 + 120.000 \cdot 0{,}60 + 140.000 \cdot 0{,}30 = 124.000$$

$$q_e = \frac{37.200.000}{124.000} = 300\ estudiantes$$

Por tanto, el punto de equilibrio global es de 300 estudiantes.

Punto de equilibrio en cantidad de alumnos por niveles de enseñanza:

$$
\begin{aligned}
Enseñanza\ preescolar &= q_e \cdot \alpha_1 = 300 \cdot 0{,}10 = \ \ 30\ estudiantes \\
Enseñanza\ básica &= q_e \cdot \alpha_2 = 300 \cdot 0{,}60 = 180\ estudiantes \\
Enseñanza\ media &= q_e \cdot \alpha_3 = 300 \cdot 0{,}30 = \ \ 90\ estudiantes
\end{aligned}
$$

$$Total\ 300\ estudiantes$$

Comprobación:

Para comprobar que la segmentación del punto de equilibrio por niveles de enseñanza corresponde a una situación de equilibrio, se prepara el correspondiente Estado de Resultados que debe entregar una utilidad igual a cero. Los ingresos y costos variables totales se obtienen multiplicando las cantidades de estudiantes por niveles por sus respectivos precios y costos variables unitarios:

ESTADO DE RESULTADOS	Prebásica	Básica	Media	Total	%
Ingresos operacionales	7.500.000,0	54.000.000,0	31.500.000,0	93.000.000,0	100,0%
Menos: Costos variables totales	4.500.000,0	32.400.000,0	18.900.000,0	55.800.000,0	60,0%
Margen de contribución total	3.000.000,0	21.600.000,0	12.600.000,0	37.200.000,0	40,0%
Menos: Costos fijos totales				37.200.000,0	40,0%
Utilidad (pérdida)				0,0	0,0%

Respuesta b):

El punto de equilibrio en unidades monetarias (Y_e) se obtiene multiplicando el precio promedio ponderado ($p_{m)}$ por la cantidad global de equilibrio (q_e).

$$Precio\ promedio\ ponderado\ p_m = p_1 \cdot \alpha_1 + p_2 \cdot \alpha_2 + p_3 \cdot \alpha_3$$

$$
\begin{aligned}
&Precio\ promedio\ ponderado\ p_m \\
&\qquad = 250.000 \cdot 0{,}10 + 300.000 \cdot 0{,}60 + 350.000 \cdot 0{,}30 \\
&\qquad = 25.000 + 180.000 + 105.000 = \$310.000
\end{aligned}
$$

$$Y_e = p_m \cdot q_e$$

$$Y_e = 310.000 \cdot 300 = \$93.000.000$$

Alternativamente, se puede calcular aplicando la fórmula:

$$Y_e = \frac{CF}{1 - \frac{cv_m}{p_m}}$$

pero con los correspondientes valores promedios. El precio promedio ya fue calculado anteriormente y fue $310.000. El costo variable unitario promedio se determina como sigue:

$$Costo\ variable\ unitario\ promedio\ cv_m = cv_1 \cdot \alpha_1 + cv_2 \cdot \alpha_2 + cv_3 \cdot \alpha_3$$
$$= 150.000 \cdot 0{,}10 + 180.000 \cdot 0{,}60 + 210.000 \cdot 0{,}30 = \$\,186.000$$

$$Y_e = \frac{CF}{1 - \frac{cv_m}{p_m}} = \frac{37.200.000}{1 - \frac{186.000}{310.000}} = \frac{37.200.000}{1 - 0{,}60} = \frac{37.200.000}{0{,}40} = \$93.000.000$$

Es decir, el punto de equilibrio del establecimiento se logra cuando los Ingresos de operación son $93.000.000.

Comprobación:

Las cantidades de alumnos por niveles de enseñanza multiplicadas por sus correspondientes precios de colegiatura, debe ser igual a los ingresos en el punto de equilibrio determinado anteriormente:

$$30 \cdot 250.000 + 180 \cdot 300.000 + 90 \cdot 350.000 = \$93.000.000$$

Respuesta c):

Cuando se trabaja con el modelo de Costo-Volumen-Utilidad, una unidad adicional producida y vendida de producto, en este ejemplo, un estudiante adicional, es igual al margen de contribución unitario. Para el caso de mezcla de productos o servicios, es el margen de contribución promedio ponderado para los tres niveles de enseñanza.

Datos:

$mc_m = \$124.000$
$q = 500\ estudiantes$
$q_e = 300\ estudiantes$

Cantidad de estudiantes por sobre el punto de equilibrio:

$q = 500 - 300 = 200\ estudiantes$
$Utilidad\ esperada = q \cdot mc_m$

$Utilidad\ esperada = 200 \cdot 124.000 = 24.800.000$

Por tanto, con 500 estudiantes, es decir, 200 estudiantes por sobre el punto de equilibrio, el establecimiento percibiría una utilidad bruta de $24.800.000.

Comprobación, considerando los valores promedios ponderados de p y cv:

Conceptos	Valores totales $		
Ingresos de operación	$Y = p \cdot q$	$Y = 310.000 \cdot 500$	155.000.000
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$Y = 186.000 \cdot 500$	93.000.000
Margen de contribución total	MC		62.000.000
-Menos: Costos fijos	CF		37.200.000
Utilidad bruta u operacional	UB		24.800.000

<u>Ejemplo 2</u>: En la tabla siguiente se presenta la información mensual de ingresos y costos de un colegio y la proporción en que participa cada uno de los ciclos de enseñanza: Prebásico, Básico y Medio en el total de servicios pedagógicos prestados por el establecimiento.

Interesa determinar:

a) El punto de equilibrio en cantidad de alumnos, globalmente.
b) El punto de equilibrio en cantidad de alumnos, por ciclos de enseñanza.
c) El punto de equilibrio global en unidades monetarias (en pesos).
d) El punto de equilibrio en unidades monetarias (en pesos), por ciclos de enseñanza. Preparar el Estado de Resultados por niveles de enseñanza.
e) Resultado financiero, si la cantidad de alumnos es superior en un 10% a la de equilibrio.
f) Resultado financiero, si la cantidad de alumnos es inferior en un 10% a la de equilibrio.
g) Preparar los estados de resultados en la situación de equilibrio y cuando la cantidad de estudiantes es superior e inferior en 10% a esa situación, en ambos casos para el total del establecimiento.

Datos:

		Prebásica	Básica	Media	Promedio ponderado
Valor colegiatura por estudiante	p	252.000	280.000	308.000	285.880
Menos: Costo variable por estudiante	cv	176.400	210.000	246.400	218.036
Margen de contribución	mc	75.600	70.000	61.600	67.844
Menos: Costos fijos totales	CF		47.490.800		
Cantidad de estudiantes, real o pronosticada		140	510	350	1.000
Proporción mezcla de servicios (%)		14,0%	51,0%	35,0%	100%

Como se ha señalado, para calcular el punto de equilibrio cuando la organización presta más de un servicio se requiere calcular varios promedios ponderados, los que se incluyeron en la tabla anterior. Se determinaron como sigue, considerando que las ponderaciones son: $\alpha_1 = 0{,}14;\ \alpha_2 = 0{,}51;\ \alpha_3 = 0{,}35.$

$$Precio\ promedio\ ponderado\ (p_m) = p_1 \cdot \alpha_1 + p_2 \cdot \alpha_2 + p_3 \cdot \alpha_3$$

$$\begin{aligned} &Precio\ promedio\ ponderado\ (p_m) \\ &\qquad = 252.000 \cdot 0{,}14 + 280.000 \cdot 0{,}51 + 308.000 \cdot 0{,}35 \\ &\qquad = 35.280 + 142.800 + 107.800 = \$285.880 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &Costo\ variable\ unitario\ promedio\ ponderado\ (cv_m) \\ &\qquad = cv_1 \cdot \alpha_1 + cv_2 \cdot \alpha_2 + cv_3 \cdot \alpha_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &Costo\ variable\ unitario\ promedio\ ponderado\ (cv_m) \\ &\qquad = 176.400 \cdot 0{,}14 + 210.000 \cdot 0{,}51 + 246.400 \cdot 0{,}35 \\ &\qquad = 24.696 + 107.100 + 86.240 = \$218.036 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &Margen\ de\ contribución\ promedio\ ponderado\ (mc_m) \\ &\qquad = mc_1 \cdot \alpha_1 + mc_2 \cdot \alpha_2 + mc_3 \cdot \alpha_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &Margen\ de\ contribución\ promedio\ ponderado\ (mc_m) \\ &\qquad = 75.600 \cdot 0{,}14 + 70.000 \cdot 0{,}51 + 61.600 \cdot 0{,}35 \\ &\qquad = 10.584 + 35.700 + 21.560 = \$67.844 \end{aligned}$$

Este margen se pudo calcular como la diferencia entre el precio promedio y el costo variable unitario promedio:

$$mc_m = p_m - cv_m$$

$mc_m = 285.880 - 218.036 = \$67.844$

Solución a):

$$q_e = \frac{CF}{mc\ promedio\ ponderado} = \frac{CF}{mc_m}$$

Según los datos de la tabla anterior, el margen de contribución promedio ponderado mc_m, es $\$67.844$.

$$q_e = \frac{CF}{mc_m} = \frac{47.490.800}{67.844} = 700\ alumnos$$

En otras palabras, el colegio está en equilibrio si la matrícula es de 700 estudiantes. Por encima de esa cantidad percibirá beneficios y, por debajo de ella, incurrirá en pérdidas.

Solución b):

Punto de equilibrio en cantidad de alumnos, por ciclos de enseñanza: Se trata de desglosar esos 700 estudiantes entre los distintos niveles.

Se multiplica la cantidad global de estudiantes en el punto de equilibrio (700 estudiantes), por las correspondientes participaciones porcentuales de cada nivel de enseñanza con respecto al total de estudiantes del establecimiento. En este ejercicio, se supuso que la cantidad total de estudiantes del colegio es 1000 alumnos y que hay 140 matriculados en el nivel Prebásico, 510 en Básico y 350 en enseñanza Media, es decir, la representación porcentual de cada nivel es: $\alpha_1 = 0{,}14;\ \alpha_2 = 0{,}51;\ \alpha_3 = 0{,}35$

$$\begin{aligned} Ciclo\ Prebásico &= q_e \cdot \alpha_1 \\ Ciclo\ Básico &= q_e \cdot \alpha_2 \\ Ciclo\ Medio &= q_e \cdot \alpha_3 \end{aligned}$$

Reemplazando valores, la distribución del punto de equilibrio global entre los tres ciclos de enseñanza es:

$$\begin{aligned} Ciclo\ Prebásico &= 700 \cdot 0{,}14 = 98\ alumnos \\ Ciclo\ Básico &= 700 \cdot 0{,}51 = 357\ alumnos \\ Ciclo\ Medio &= 700 \cdot 0{,}35 = 245\ alumnos \end{aligned}$$

La suma de la cantidad de estudiantes en cada nivel de enseñanza debe ser el total de la cantidad de equilibrio:

$Total$: $98 + 357 + 245 = 700$ $alumnos$

Solución c):

El punto de equilibrio global en unidades monetarias (en pesos), es el producto del precio promedio ponderado de la colegiatura ($285.880), por la cantidad de alumnos en el punto de equilibrio (700):

$$Y_e = p_m \cdot q_e$$

$$Ye = \$285.880 \cdot\ 700\ alumnos\ =\ \$\ 200.116.000\ mensuales.$$

Es decir, el colegio debe alcanzar un nivel de ingresos de $ 200.116.000 mensuales para estar en una situación de equilibrio, o sea, donde no gana ni pierde.

Solución d):

Los ingresos de equilibrio por ciclos de enseñanza, en valores (en pesos): Se obtiene multiplicando la cantidad de equilibrio determinada para cada ciclo por el correspondiente valor de la colegiatura por cada estudiante:

$$\begin{aligned} Ciclo\ Prebásico &= 98 \cdot 252.000 = \$24.696.000 \\ Ciclo\ Básico &= 357 \cdot 280.000 = \$99.960.000 \\ Ciclo\ Medio &= 245 \cdot 308.000 = \$75.460.000 \end{aligned}$$

La suma de los ingresos por cada nivel de enseñanza debe ser el total de ingresos en el punto de equilibrio:

$$Total\ ingresos\ en\ el\ punto\ de\ equilibrio\ Y_e: 24.696.000 + 99.960.000 + 75.460.000 = \$200.116.000$$

El criterio anterior utilizado para distribuir el total de los Ingresos de Operación entre los niveles de enseñanza permite preparar un Estado de Resultados en la situación de equilibrio que considere esos niveles de enseñanza, como sigue:

ESTADO DE RESULTADOS					
		Prebásico	Básico	Medio	Total $
Ingresos operacionales		24.696.000,0	99.960.000,0	75.460.000,0	200.116.000,0
Menos: Costos variables totales		17.287.200,0	74.970.000,0	60.368.000,0	152.625.200,0
Margen de contribución		7.408.800,0	24.990.000,0	15.092.000,0	47.490.800,0
Menos: Costos fijos totales					47.490.800,0
Utilidad bruta					0,0

Solución e):

Resultado financiero, si la cantidad de alumnos es superior en 10% a la de equilibrio. Se debe utilizar la denominada Ecuación de Resultados, con los siguientes datos:

- Cantidad de alumnos en equilibrio incrementada en 10%: $700 + 700 \cdot 0{,}10 = 700 + 70 = 770$ alumnos. O, más directamente: $700 \cdot\ 1{,}10 = 770$ alumnos.
- Valor de la colegiatura promedio ponderado, ya calculado anteriormente: $285.880.
- Costo variable promedio ponderado por alumno ya determinado anteriormente: $218.036.
- Costos fijos: $47.490.080.

Desarrollo de la ecuación de resultados:

$$UB = (p_m \cdot q) - (cv_m \cdot q) - CF$$

$$UB = (285.880 \cdot 770) - (218.036 \cdot 770) - 47.490.800$$

$UB = 220.127.600 - 167.887.720 - 47.490.800 = \$4.749.080$ (utilidad, porque es un valor positivo).

Es decir, si en el colegio la cantidad de estudiantes es superior en un 10% a la de equilibrio, obtendrá una utilidad de $ 4.749.080.

Solución f):

Resultado financiero si la cantidad de alumnos es inferior en 10% a la de equilibrio:

Cantidad de alumnos inferior en 10% a la de equilibrio:
$700 - 700 \cdot 0{,}10 = 700 - 70 = 630\ alumnos$. O, más directamente: $700 \cdot 0{,}90 = 630\ alumnos$.

Desarrollo de la ecuación de resultados:

$$UB = (p_m \cdot q) - (cv_m \cdot q) - CF$$

$$UB = (285.880 \cdot 630) - (218.036 \cdot 630) - 47.490.800$$

$UB = 180.104.400 - 137.362.680 - 47.490.800 = -\$4.749.080$ (Pérdida, porque el signo es negativo).

Es decir, si en el colegio la cantidad de estudiantes es inferior en un 10% a la de equilibrio, obtendrá una pérdida de $ 4.749.080.

Solución g):

Preparar los estados de resultados en la situación de equilibrio y cuando la cantidad de estudiantes es superior e inferior en 10% a la de equilibrio.

Estado de Resultados en el punto de equilibrio:

La utilidad debe ser cero. Los Ingresos operacionales totales se calculan multiplicando el valor de la colegiatura promedio ponderado por la cantidad de estudiantes en el punto de equilibrio; de igual manera, los costos variables totales se determinan multiplicando el costo variable unitario promedio ponderado por la misma cantidad de equilibrio.

	Cantidad	Valor unitario	Valor $	%
Ingresos operacionales totales	700	285.880	200.116.000,0	100,0%
Menos: Costos variables totales	700	218.036	-152.625.200,0	76,3%
Margen de contribución total			47.490.800,0	23,7%
Menos: Costos fijos totales			-47.490.800,0	23,7%
Utilidad bruta o pérdida			0,0	0,0%

Estado de Resultados con una cantidad de alumnos superior en 10% a la de equilibrio:

	Cantidad	Valor unitario	Valor $	%
Ingresos operacionales totales	770	285.880	220.127.600,0	100,0%
Menos: Costos variables totales	770	218.036	-167.887.720,0	76,3%
Margen de contribución total			52.239.880,0	23,7%
Menos: Costos fijos totales			-47.490.800,0	21,6%
Utilidad bruta			4.749.080,0	2,2%

Estado de Resultados con una cantidad de alumnos inferior en 10% a la de equilibrio:

	Cantidad	Valor unitario	Valor $	%
Ingresos operacionales totales	630	285.880	180.104.400,0	100,0%
Menos: Costos variables totales	630	218.036	-137.362.680,0	76,3%
Margen de contribución total			42.741.720,0	23,7%
Menos: Costos fijos totales			-47.490.800,0	26,4%
Pérdida			-4.749.080.0	-2,6%

Ejercicio 3: La Universidad Magisterio imparte tres diplomados A, B y C con márgenes de contribución de $150.000, $120.000 y $100.000, respectivamente. El director del programa ha previsto una matrícula de 200 estudiantes en el siguiente período, de los cuales 80 se matricularían en el diplomado A, 70 en el B y 50 en el C. Los costos fijos asociados a estos diplomados son $6.350.000.

Se pide:

a) ¿Cuál es el punto de equilibrio de este programa, suponiendo que se mantiene la mezcla de servicios dada?

b) Si se mantiene la mezcla de servicios, ¿cuál es el margen de contribución total cuando se matriculen 300 alumnos?

c) ¿Cuál será la Utilidad Bruta o de Operación?

Solución a):

La mezcla de servicios es:

Diplomado A: $\alpha_1 = \frac{80}{200} \cdot 100 = 0{,}40 \cdot 100 = 40\%$

Diplomado B: $\alpha_2 = \frac{70}{200} \cdot 100 = 0{,}35 \cdot 100 = 35\%$

Diplomado C: $\alpha_3 = \frac{50}{200} \cdot 100 = 0{,}25 \cdot 100 = 25\%$

Margen de contribución promedio ponderado por alumno:

$$Margen\ de\ contribución\ promedio\ ponderado\ (mc_m) = mc_1 \cdot \alpha_1 + mc_2 \cdot \alpha_2 + mc_3 \cdot \alpha_3$$

$$mc_m = 150000 \cdot 0{,}40 + 120000 \cdot 0{,}35 + 100000 \cdot 0{,}25 = 127.000$$

Punto de equilibrio (q_e):

$$q_e = \frac{CF}{mc_m} = \frac{6.350.000}{127.000} = 50\ estudiantes$$

Entonces, manteniendo la mezcla de servicios, la universidad necesita matricular a 50 estudiantes para estar en equilibrio.

Solución b):

Si se mantiene la mezcla de servicios, la cantidad de estudiantes necesaria en cada uno de los diplomados es:

Diplomado A: $0{,}40 \cdot 300 = 120\ estudiantes$

Diplomado B: $0{,}35 \cdot 300 = 105\ estudiantes$

Diplomado C: $0{,}25 \cdot 300 = 75\ estudiantes$

El margen de contribución total cuando se matriculan 300 estudiantes:

$$mc_m = 150.000 \cdot 120 + 120.000 \cdot 105 + 100.000 \cdot 75$$

$$mc_m = 18.000.000 + 12.600.000 + 7.500 - 000 = \$38.100.000$$

Por tanto, el margen de contribución total, si se mantiene la mezcla de servicios y se matriculan 300 estudiantes, es $38.100.000.

Solución c:

La utilidad bruta es igual al margen de contribución total menos los costos fijos:

$$UB = MC - CF$$

$$UB = 38.100.000 - 6.350.000 = \$31.750.000$$

En consecuencia, la utilidad bruta, si se matriculan 300 estudiantes, es $31.750.000

12 ENFOQUE ALTERNATIVO PARA CALCULAR EL PUNTO DE EQUILIBRIO PARA UNA MEZCLA DE PRODUCTOS O SERVICIOS

12.1 Punto de Equilibrio en unidades monetarias

Para calcular el punto de equilibrio en unidades monetarias de una entidad que ofrece múltiples productos o servicios para diversificar sus ingresos de operación, se puede aplicar la siguiente fórmula (Heizer, j. & Render, B., 2009), que entrega un resultado similar al obtenido por el método clásico descrito anteriormente.

Este enfoque se basa en la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{Y_e = \frac{CF}{\sum[(1 - \frac{cv_i}{p_i}) \cdot \alpha_i}}$$

Donde:

$CF = Costos\ fijos$
$cv_i = Costos\ variables\ unitarios$
$p_i = Precio\ por\ unidad$
α_i
$= Porcentaje\ de\ cada\ producto\ o\ servicio\ sobre\ el\ total\ de\ ventas\ o\ nivel\ total\ de\ actividad$

12.2 Distribución de los ingresos de equilibrio por productos o servicios

Una vez calculado el punto de equilibrio global en unidades monetarias (en pesos), se distribuye por productos o servicios según su proporción.

Para calcular el nivel de ingresos de operación por producto o servicio se multiplica su ponderación (α_i) por el importe de los ingresos de operación de equilibrio (Y_e).

$$Ingresos\ de\ operación\ producto\ o\ servicio\ i = \alpha_i \cdot Y_e$$

12.3 Punto de Equilibrio en unidades físicas (cantidad de productos o servicios)

El punto de equilibrio en unidades físicas se determina dividiendo el ingreso proporcional de cada producto o servicio entre el precio por unidad correspondiente. Más específicamente, para calcular la cantidad de unidades en equilibrio que deben venderse de un producto o servicio determinado, se multiplica su ponderación (α_i) por el ingreso total de equilibrio (Y_e) determinado por la fórmula anterior y se divide entre el precio del producto o servicio:

$$\boldsymbol{q_e} = \frac{\boldsymbol{\alpha_i \cdot Y_e}}{p_i}$$

<u>Ejemplo 1:</u>

En la tabla siguiente se presenta la información de ingresos y costos presupuestada de un colegio y la proporción estimada de cada uno de los ciclos de enseñanza, preescolar, básica y media, en el total de servicios pedagógicos por prestar por el establecimiento. Interesa determinar:

a) El punto de equilibrio global en unidades monetarias.
b) El punto de equilibrio en unidades monetarias por nivel educativo.
c) El punto de equilibrio en cantidad de alumnos por nivel de enseñanza.

		Prebásica	**Básica**	**Media**	**Promedio ponderado**
Valor colegiatura por estudiante	p	30.000	40.000	50.000	42.000
Menos: Costo variable por estudiante	cv	18.000	20.000	25.000	21.600
Margen de contribución	mc	12.000	20.000	25.000	20.400
Menos: Costos fijos totales	CF		14.000.000		
Cantidad de estudiantes, real o pronosticada		20	40	40	100
Proporción mezcla de servicios (%)		20,0%	40,0%	40,0%	100%

Para utilizar este enfoque alternativo, la información se presenta como sigue:

Producto o servicio	p	cv	$\frac{cv_i}{p_i}$	$1-\frac{cv_i}{p_i}$	α_i	$(1-\frac{cv_i}{p_i})\cdot\alpha_i$
Preescolar	30.000	18.000	0,60	0,40	0,20	0,08
Básica	40.000	20.000	0,50	0,50	0,40	0,20
Media	50.000	25.000	0,50	0,50	0,40	0,20
Total					1,00	0,48

Solución a):

Aplicando la fórmula del punto de equilibrio en pesos se obtiene:

$$Y_e = \frac{CF}{\sum[(1-\frac{cv_i}{p_i})\cdot\alpha_i} = \frac{14.000.000}{0,48} = 29.166.667$$

Según esta forma de cálculo, el punto de equilibrio global en pesos se alcanza con un ingreso de operación de \$29.166.667.

Solución b):

La distribución de ingresos de operación por niveles de enseñanza se calcula multiplicando el ingreso global de equilibrio por las ponderaciones de la mezcla de servicios.

$$\begin{aligned} Preescolar &= Y_e \cdot \alpha_1 = 29.166.667 \cdot 0,20 = 5.833.333 \\ Básica &= Y_e \cdot \alpha_2 = 29.166.667 \cdot 0,40 = 11.666.667 \\ Media &= Y_e \cdot \alpha_3 = 29.166.667 \cdot 0,40 = 11.666.667 \end{aligned}$$

$$Total = \$29.166.667$$

Solución c):

La cantidad de estudiantes por niveles de enseñanza se determina aplicando la formula:

$$\frac{\alpha_1 \cdot Y_e}{p_1}$$

$$Preescolar = \frac{0,20 \cdot 29.166.667}{30.000} = \frac{5.833.333}{30.000} = 194,4$$

$$Básica = \frac{0,40 \cdot 29.166.667}{40.000} = \frac{11.666.667}{40.000} = 291,7$$

$$Media = \frac{0{,}40 \cdot 29.166.667}{50.000} = \frac{11.666.667}{50.000} = 233{,}3$$
$$Total = 194{,}4 + 291{,}7 + 233{,}3 = 719{,}4 \approx 719\ estudiantes$$

Por tanto, la cantidad global de estudiantes en el punto de equilibrio son 719 estudiantes.

Comparación con el método clásico:

El punto de equilibrio con el método clásico se calcula dividiendo los costos fijos entre el margen de contribución promedio ponderado.

$$Costos\ fijos\ (CF) = 14.000.000$$

$$Margen\ de\ contribución\ ponderado\ (mc_m) = 12.000 \cdot 0{,}20 + 20.000 \cdot 0{,}40 + 25.000 \cdot 0{,}40 = \$20.400$$

$$q_e = \frac{CF}{mc_m} = \frac{14.000.000}{20.400} = 686{,}3 \approx 686\ estudiantes$$

El método clásico arroja un total de 686 alumnos, lo que representa un 4,6% menos que el método alternativo.

Ejemplo 2:

Una educadora de párvulos desea crear un jardín infantil que ofrezca servicios en los niveles de Sala Cuna, Nivel Medio y Nivel de Transición. Inicialmente, arrendará un local con capacidad para atender a 100 párvulos, distribuidos de la siguiente manera: 30 en Sala Cuna, 50 en Nivel Medio y 20 en Nivel de Transición.

Tras realizar un estudio de mercado, se ha definido la estructura de precios y costos, la cual se detalla en la tabla siguiente.
Dado que la educadora es consciente de que, al inicio del emprendimiento, difícilmente podrá alcanzar el 100% de la capacidad del local, desea evaluar si, con una ocupación del 50%, es posible alcanzar el punto de equilibrio. En caso de que no sea así, también quiere analizar qué ocurriría si la ocupación aumenta al 60% y al 70%.

Solución:

		Sala cuna	Nivel medio	Nivel transición	Promedio ponderado
Valor de la mensualidad	p	290.000	261.000	232.000	263.900
Menos: Costo variable por párvulo	cv	116.000	104.400	92.800	105.560
Margen de contribución	mc	174.000	156.600	139.200	158.340
Menos: Costos fijos totales	CF		9.500.400		
Cantidad máxima de párvulos por nivel		30	50	20	100
Proporción mezcla de servicios (%)		30,0%	50,0%	20,0%	100,0%

Determinación del punto de equilibrio en unidades monetarias:

Para este efecto, corresponde confeccionar la siguiente tabla:

Niveles	$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{cv}$	$\boldsymbol{\frac{cv_i}{p_i}}$	$\boldsymbol{1-\frac{cv_i}{p_i}}$	$\boldsymbol{\alpha_i}$	$\boldsymbol{(1-\frac{cv_i}{p_i})\cdot\alpha_i}$
Sala cuna	290.000	116.000	0,40	0,60	0,30	0,18
Nivel medio	261.000	104.400	0,40	0,60	0,50	0,30
Nivel transición	232.000	92.800	0,40	0,60	0,20	0,12
Total					1,00	0,60

Aplicando la fórmula del punto de equilibrio, se tiene que asciende a $15.834.000.

$$Y_e = \frac{CF}{\sum[(1-\frac{cv_i}{p_i})\cdot\alpha_i} = \frac{9.500.400}{0{,}60} = 15.834.000$$

Ahora, para determinar la situación financiera ocupando solo el 50% de la capacidad máxima del local, hay que calcular los ingresos de operación de cada nivel y el resultado correspondiente compararlo con los ingresos en el punto de equilibrio. Para ello, los datos se presentan como sigue:

		% utilización	Sala cuna	Nivel medio	Nivel transición	Total
Distribución de la capacidad máxima		50%	15	25	10	50
Precio por niveles $			290.000,0	261.000,0	232.000,0	
Ingresos esperados por niveles $			4.350.000,0	6.525.000,0	2.320.000,0	13.195.000,0

Como se observa, los ingresos esperados utilizando el 50% de la capacidad máxima del establecimiento son $13.195.000, inferior en 17% a los $15.834.000 en el punto de equilibrio.

Si la utilización de la capacidad máxima fuera 60%, el Jardín infantil estaría en equilibrio, ya que los ingresos esperados ascienden exactamente al importe de los ingresos de equilibrio, es decir, a $15.834.000.

		% utilización	30	50	20	Total
Distribución de la capacidad máxima		60%	18	30	12	60
Precio por niveles			290.000,0	261.000,0	232.000,0	
Ingresos esperados por niveles			5.220.000,0	7.830.000,0	2.784.000,0	15.834.000,0

Finalmente, si el uso de la capacidad máxima del local fuera del 70%, el establecimiento obtendría $18.473.000 de ingresos de operación, lo que representa un 17% por sobre el punto de equilibrio.

		% utilización	30	50	20	Total
Distribución de la capacidad máxima		70%	21	35	14	70
Precio por niveles			290.000,0	261.000,0	232.000,0	
Ingresos esperados por niveles			6.090.000,0	9.135.000,0	3.248.000,0	18.473.000,0

13 ANÁLISIS DEL PUNTO DE EQUILIBRIO EN DECISIONES DE COMPRAR O PRODUCIR UN BIEN O PRESTAR UN SERVICIO

La técnica del Punto de Equilibrio facilita también la toma de decisiones de una organización entre comprar un bien o servicio y venderlo, o producirlo internamente y venderlo; asimismo, decidir entre subcontratar la producción de un bien o la prestación de un servicio u ofrecerlo con sus propios recursos. Subcontratar, según Heizer y Render (2009), es “adquirir de proveedores externos servicios o productos que normalmente son parte de una organización. En otras palabras, una empresa determina que algunas actividades que realizaba de manera interna (como las funciones de contabilidad, intendencia o atención telefónica) sean efectuadas por otra compañía” (p. 464).

Al aplicar esa técnica se asume que la decisión entre comprar a un proveedor externo o producir internamente, no afectará el nivel de ingresos de operación de la empresa.

Ahora, a diferencia de lo planteado en relación con la determinación del punto de equilibrio, donde se busca la cantidad de producto o el nivel de actividad que iguala los ingresos de operación con el costo total, lo que interesa ahora es encontrar un punto de equilibrio o de indiferencia que corresponda a la cantidad de producto o servicio que iguala el costo total de la opción de comprarlo con la de producirlo internamente; lo mismo, si se trata de subcontratar un servicio u ofrecerlo con recursos propios. Esa cantidad de equilibrio, denominada *Umbral de Producción*, comparada con una demanda actual o esperada del bien o servicio, permitirá decidir entre comprar o producir.

Análisis del Umbral de Producción:

Sea:

$$CF_c = Costo\ fijo\ de\ comprar\ un\ bien\ o\ subcontratar\ un\ servicio$$

$$CF_p = Costo\ fijo\ de\ producir\ un\ bien\ o\ prestar\ internamente\ un\ servicio$$

Observación: Los costos fijos por considerar son aquellos que se generan por producir el bien y que no existirían si se decide comprar en vez de producir.

$$cv_c = Costo\ variable\ unitario\ de\ comprar\ un\ bien\ o\ subcontratar\ un\ servicio$$
$$cv_p = Costo\ variable\ unitario\ de\ producir\ un\ bien\ o\ prestar\ internamente\ un\ servicio$$

La opción de producir en vez de comprar puede prescindir de los factores cualitativos que suelen considerarse en este tipo de decisión, solo si el costo variable de producir es menor que el de comprar, es decir, si $cv_p < cv_c$.

$$CVT_c = Costo\ variable\ total\ de\ comprar\ el\ bien\ o\ subcontratar\ el\ servicio$$
$$CVT_p = Costo\ variable\ total\ de\ producir\ el\ bien\ o\ prestar\ internamente\ el\ servicio$$

$$q_c = Cantidad\ de\ productos\ o\ servicios\ comprados\ o\ subcontratados$$

$$q_p = Cantidad\ de\ productos\ o\ servicios\ prestados\ internamente$$

$$q_a = Demanda\ de\ un\ producto\ o\ servicio\ actual\ o\ esperado$$

$$q^* = Umbral\ de\ Producción\text{: la cantidad a partir de la cual es conveniente comprar o producir}$$

$$CVT_c = cv_c \cdot q_c$$

$CVT_p = cv_p \cdot q_p$

$CT_c = Costo\ total\ de\ comprar\ o\ subcontratar$

$CT_c = CF_c + cv_c \cdot q_c$

$CT_c = Costo\ total\ de\ producir\ internamente$

$CT_p = CF_p + cv_p \cdot q_p$

Para determinar la cantidad del bien en el Umbral de Producción se igualan las funciones de costos totales:

$$\boldsymbol{Costo\ total\ de\ comprar\ o\ subcontratar} \\ = \boldsymbol{Costo\ total\ de\ producir\ internamente}$$

$CF_c + cv_c \cdot q_c = CF_p + cv_p \cdot q_p$

$cv_c \cdot q_c - cv_p \cdot q_p = CF_p - CF_c$

Si $q^* = q_c = q_p$

$cv_c \cdot q^* - cv_p \cdot q^* = CF_p - CF_c$

$q^*(cv_c - cv_p) = CF_p - CF_c$

Despejando q^*se obtiene el Umbral de Producción, es decir, la cantidad de equilibrio:

$$\boxed{\boldsymbol{q^* = \frac{CF_p - CF_c}{cv_c - cv_p}}}$$

Criterio de decisión:

Para niveles de producción inferiores a q^*, es decir, a la cantidad de equilibrio o de indiferencia, la decisión será comprar o subcontratar y para niveles mayores a q^*, la decisión por tomar es producir el bien.

$Si\ q^* = q_a$	$CT_c = CT_p$	Indiferente
$Si\ q^* > q_a$	$CT_c < CT_p$	Optar por comprar o subcontratar (si la cantidad de producción es menor que el umbral de producción)
$Si\ q^* < q_a$	$CT_c > CT_p$	Optar por producir internamente (si la cantidad de producción es mayor que el umbral de producción)

Ejemplo 1: El concesionario de la cafetería de una institución de educación superior que ofrece a sus estudiantes el servicio de café acompañado de un emparedado decide ofrecerles, además, el servicio de almuerzo (una colación). Esta opción, que requiere instalar una cocina y contratar a un chef, supone un costo fijo anual de \$9.600.000. Se estima que el costo variable de cada colación sería de \$1.200. Pero el gerente tiene la posibilidad de comprar las colaciones a un proveedor externo a \$1.600 cada una. Esta última opción tiene costos fijos anuales ascendentes a \$2.000.000, principalmente por la necesidad de disponer de un refrigerador y de un microondas. El administrador de la concesionaria pronostica que puede vender a la institución de educación 20.400 colaciones al año. ¿Cuál es la cantidad de colaciones donde se alcanza el punto de equilibrio, es decir, el Umbral de Producción, y ¿qué decisión debe tomar entre comprar las colaciones a un proveedor externo o prepararlas en la propia cafetería?

Solución:

$CF_c = 2.000.000$

$CF_p = 9.600.000$

$cv_c = el\ precio\ de\ compra = 1.600$

$cv_p = 1.200$

$q_a = demanda\ esperada = 20.400$ colaciones

$$q^* = \frac{CF_p - CF_c}{cv_c - cv_p}$$

$$q^* = \frac{9.600.000 - 2.000.000}{1.600 - 1.20} = \frac{7.600.000}{400} = 19.000$$

Entonces, el punto de equilibrio o de indiferencia se alcanza con 19.000 colaciones.

Decisión:

Como $q^* < q_a$, es decir, $19.000 < 20.400$

La decisión debiera ser preparar las colaciones internamente en la cafetería.

Ejemplo 2: Una microempresa que fabrica y vende productos de repostería, estudia la posibilidad de ampliar su giro a la venta de mermeladas de distintas frutas. Su primera opción es producirlas internamente, lo que significa incurrir en costos fijos ascendentes a $1.000.000 (principalmente mano de obra, depreciación de equipos y materiales y servicios básicos requeridos). El costo variable unitario, es decir, de elaborar cada frasco de mermelada es de $400 (principalmente, el valor de la fruta, azúcar, frascos y etiquetas). La segunda opción es comprar los frascos de mermelada a un proveedor externo, quien se los vendería a $480 cada uno. Para tomar la decisión de comprar o producir se necesita conocer:

a) El umbral de producción, es decir, la cantidad de frascos de mermeladas donde es indiferente elaborarlos internamente o comprarlos a un proveedor externo.
b) Si es mejor producir o comprar en el caso que se pronostique una venta de 13.000 frascos.
c) Si es mejor producir o comprar en el evento que se estime vender 12.000 unidades.

Solución:

$CF_c = 0$
$CF_p = 1.000.000$
$cv_c = el\ precio\ de\ compra = 480$
$cv_p = 400$
$q_a = 13.000\ y\ 12.000$ frascos

$$q^* = \frac{CF_p - CF_c}{cv_c - cv_p}$$

$$q^* = \frac{1.000.000 - 0}{480 - 400} = \frac{1.000.000}{80} = 12.500$$

Respuesta pregunta a):

El punto de equilibrio o de indiferencia es de 12.500 frascos. Con ese nivel de actividad se cubren exactamente los costos fijos. Efectivamente, el ahorro en costos variables unitarios $480 - 400 = 80$ multiplicado por las 12.500 unidades, es $ 1.000.000, valor que cubre exactamente los costos fijos de $1.000.000. Con esa cantidad de frascos de mermelada el costo de comprar es igual al de producir.

Comprobación: Se tiene que cumplir que:

$$CT_p = CF_c$$
$$CF + cv_p \cdot q^* = CF_c + cv_c \cdot q^*$$
$$1.000.000 + 400 \cdot 12.500 = 0 + 480 \cdot 12.500$$
$$1.000.000 + 5.000.000 = 6.000.000$$
$$6.000.000 = 6.000.000$$

Respuesta pregunta b): Si se producen 13.000 unidades.

$$CT_p = CF_p + cv_p \cdot q_p$$
$$CT_p = 1.000.000 + 400 \cdot 13.000 = 1.000.000 + 5.200.000 = 6.200.000$$

$$CT_c = CF_c + cv_c \cdot q_c$$
$$CT_c = 0 + 480 \cdot 13.000 = 6.240.000.$$

La opción más conveniente es producir internamente, porque su costo es menor que el de comprar: $6.200.000 < 6.200.000$ y porque la producción de 13.000 unidades es superior a la del Umbral de producción ($q^* = 12.500\ unidades$).

Respuesta pregunta c): Si se producen 12.000 unidades.

$$CT_p = CF_p + cv_p \cdot q_p$$
$$CT_p = 1.000.000 + 400 \cdot 12.000 = 1.000.000 + 4.800.000 = 5.800.000$$
$$CT_c = CF_c + cv_c \cdot q_c$$

$$CT_c = 0 + 480 \cdot 12.000 = 5.760.000.$$

El costo de comprar es inferior al de producir, $5.760.000 < 5.800.000$ y 12.000 unidades es menor que el Umbral de producción ($q^* = 12.500\ unidades$), por lo que la opción más conveniente es comprar los frascos de mermeladas a un proveedor externo.

Ejemplo 3: Un colegio arrienda una fotocopiadora a una empresa externa para imprimir sus diferentes documentos, entre ellos, las guías de estudio de las diferentes asignaturas. El proveedor le cobra \$48 por página. El nuevo director se plantea la posibilidad de adquirir esa fotocopiadora para imprimir esos documentos internamente y no depender del proveedor externo. Esta opción tendría unos costos fijos anuales de \$720.000 y un costo variable de \$32 por página impresa.
Calcular el Umbral de Producción que le diga a partir de qué cantidad de páginas impresas le convendría comprar la fotocopiadora.

Solución:

$CF_c = 0$
$CF_p = 720.000$
$cv_c = el\ precio\ de\ compra = 48$
$cv_p = 32$

$q_a = ¿?$

$$q^* = \frac{CF_p - CF_c}{cv_c - cv_p}$$

$$q^* = \frac{720.000 - 0}{48 - 32} = \frac{720.000}{16} = 45.000\ páginas$$

Por tanto, si se imprimen más de 45.000 páginas al año, conviene comprar la fotocopiadora; si son menos, mejor subcontratar.

14 ANÁLISIS DEL PUNTO DE EQUILIBRIO PARA COMPARAR DIFERENTES PROCESOS DE PRODUCCIÓN

La herramienta utilizada para decidir entre comprar y vender un producto o servicio o producirlo o prestarlo internamente en la organización, se puede ocupar, también, para decidir entre dos procesos diferentes de producción, es decir, para decidir sobre cuál de esos procesos genera una mayor utilidad.

Asumiendo que el precio de venta del producto o servicio es el mismo en ambos procesos, el nivel de ventas o de actividad que producirá la misma utilidad es aquel donde sean iguales los costos totales de ambos procesos de producción.
Para ello, se utiliza la misma fórmula del Umbral de Producción determinada en un apartado anterior. Se recuerda que dicho umbral es la cantidad de producto o actividad que debe venderse o prestarse para generar la misma utilidad en ambos procesos:

$$\boldsymbol{q^* = \frac{CF_p - CF_c}{cv_c - cv_p}}$$

En este caso, q^* representa las unidades de producto o de actividad que deben venderse o prestarse para generar la misma utilidad.

Ejemplo: Una empresa estudia dos procesos para elaborar un producto que tienen distintos costos fijos y costos variables unitarios, pero igual precio de venta. La información disponible es la siguiente:

		Proceso A	Proceso B
Costos fijos totales	CF	\$600.000	\$2.600.000
Costos variables unitarios	cv	\$2.000	\$1.000
Precio de venta	p	\$3.500	\$3.500

Se pide:

a) Calcular el punto de equilibrio en cada uno de los procesos.
b) Determinar el nivel de ventas que genere un mismo nivel de utilidad en ambos procesos.
c) Considerando distintos niveles de producción y venta, ¿Cuál de los procesos es más conveniente de implementar?

Solución:

a) Determinación del punto de equilibrio:

Proceso A:

$$q_e = \frac{CF}{\mathrm{p-cv}} = \frac{600.000}{3.500 - 2.000} = \frac{600.000}{1.500} = 400\ unidades$$

En el proceso A el punto de equilibrio se alcanza produciendo 400 unidades.

Proceso B:

$$q_e = \frac{CF}{\mathrm{p-cv}} = \frac{2.600.000}{3.500 - 1.000} = \frac{2.600.000}{2.500} = 1.040\ unidades$$

En el proceso B el punto de equilibrio se alcanza produciendo 1.040 unidades.

b) Umbral de producción:

$$q^* = \frac{CF_B - CF_A}{cv_A - cv_B} = \frac{2.600.000 - 600.000}{2.000 - 1.000} = \frac{2.000.000}{1.000} = 2.000\ unidades$$

Por tanto, si la empresa produce y vende 2.000 unidades, es indiferente uno u otro proceso, ya que ambos generarán la misma utilidad igual a $1.400.000.

Comprobación:

Conceptos	**Detalles**	**Proceso A**	**Proceso B**
Ingresos por ventas	$2.000 \cdot 3500$	7.000.000	7.000.000
Menos: Costos variables totales	$2.000 \cdot 2000$	-.4.000.000	
	$2.000 \cdot 1.000$		2.000.000
Margen de contribución total		3.000.000	5.000,000
Menos: Costos fijos		600.000	2.600.000
Utilidad bruta		1.400.000	1.400.000

c) Tres situaciones:

- Si el nivel de producción que iguala las dos funciones de costos totales es 2.000 unidades, para la empresa es indiferente cualquiera de los dos procesos.
- Para cantidades inferiores a 2.000 unidades, es más conveniente el proceso A.
- Para cantidades superiores a 2.000, es más conveniente el proceso B.

Esta regla de decisión se comprueba en la tabla siguiente, donde se aplicó la Ecuación de Resultados para distintos niveles de producción y ventas.

	Proceso A	Proceso B
p	3.500	3.500
cv	2.000	1.000
CF	600.000	2.600.000

$$Resultado = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

Cantidades (q)	Resultado A	Resultado B	Mejor	Es mejor porque
100	-450.000	-2.350.000	A	Ambos procesos generan pérdidas, poque la cantidad producida es inferior a la de equilibrio en ambos procesos.
400	-	-1.600.000	A	Proceso A genera utilidad cero, poque es la cantidad de su punto de equilibrio y B entrega pérdida, porque es menor a la de su punto de equilibrio.
1.040	960.000	-	A	Proceso A genera utilidad frente a una utilidad cero en B, por ser la cantidad de este último su punto de de equilibrio.
1.300	1.350.000	650.000	A	Proceso A produce mayor utilidad que el proceso B.
1.600	1.800.000	1.400.000	A	Proceso A produce mayor utilidad que el proceso B.
1.900	2.250.000	2.150.000	A	Proceso A produce mayor utilidad que el proceso B.
2.000	2.400.000	2.400.000	Indiferente	Es indiferente cualquiera de los dos procesos, porque la cantidad corresponde a la del Umbral de Producción.
2.300	2.850.000	3.150.000	B	Ambos procesos generan utilidad, pero es mayor la del proceso B.
2.600	3.300.000	3.900.000	B	Ambos procesos generan utilidad, pero es mayor la del proceso B.

Como se observa, para volúmenes de producción menores a 2.000 unidades, es mejor utilizar el proceso A, para 2.000 es indiferente usar uno u otro proceso y, para unidades superiores a las 2.000, es más conveniente el proceso B.

15 GLOSARIO DE SIGLAS Y VARIABLES

Siglas y variables	Definición
CVU	Costo-Volumen-Utilidad
CVP	*Cost-Volume-Profit*
CVT	Costo variable total
CVT_c	Costo variable total de comprar un bien o subcontratar un servicio
CVT_p	Costo variable total de producir un bien o prestar internamente un servicio
cv	Costo variable unitario
cv_m	Costo variable unitario promedio
cv_c	Costo variable unitario de comprar un bien o subcontratar un servicio
cv_p	Costo variable unitario de producir un bien o prestar internamente un servicio
cv_i	Costo variable unitario del producto o servicio *i*
q	Cantidad de unidades producidas y vendidas
q_e	Cantidad de unidades producidas y vendidas en el punto de equilibrio
q_a	Demanda de un producto actual o esperado
q^*	Umbral de producción
q_c	Cantidad de productos o servicios comprados o subcontratados
q_p	Cantidad de productos o servicios prestados internamente
CF	Costos fijos
CF_c	Costo fijo de comprar un bien o subcontratar un servicio
CF_p	Costo fijo de producir un bien o prestar internamente un servicio
CT	Costo total
UB	Utilidad bruta
UN	Utilidad neta
MC	Margen de contribución total
mc	Margen de contribución unitario
mc_m	Margen de contribución ponderado
Y	Ingresos de operación
Y_e	Ingresos de operación en el punto de equilibrio

p	Precio de venta del producto o servicio
p_i	Precio de venta del producto o servicio *i*
p_m	Precio de venta del producto o servicio promedio
E_d	Elasticidad de la demanda
t	Tasa de impuesto a la renta
ms	Margen de seguridad en unidades físicas
msm	Margen de seguridad en unidades monetarias
GAO	Grado de apalancamiento operativo
FNE	Flujo neto de efectivo
D	Depreciación
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_i$	Ponderaciones

16 RESUMEN DE FÓRMULAS EN EL MODELO CVU

CONCEPTO	DESCRIPCIÓN	FÓRMULA	INTERPRETACIÓN
Ecuación de resultados	Corresponde al Estado de Resultados presentado como una ecuación, donde, mediante símbolos, se muestra la Utilidad Bruta (UB) o la Utilidad neta (UN) como resultado de la diferencia entre los Ingresos de operación y los costos variables y fijos.	$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$ $UN = (1 - t) \cdot (p \cdot q - cv \cdot q - CF)$ $UN = (1 - t) \cdot (1 - r)(p \cdot q - cv \cdot q - CF)$	Muestra la UB o UN después de absorber, con los Ingresos de Operación, todos los costos y gastos. Dos opciones para la UN: 1) considera solo el impuesto a la renta (t); 2) Considera el impuesto a la renta y un porcentaje de retención r. Se usa para: 1. Determinar el punto de equilibrio. 2. Permite conocer el impacto en la Utilidad bruta o neta de posibles cambios en las variables que inciden en ella, a saber: cantidad, precio y costos

			variables y fijos.
Margen de contribución unitario	Se determina restando del precio de venta el costo variable unitario.	$mc = p - cv$	Corresponde al excedente que queda del precio de venta, después de cubrir el costo variable unitario de producción y venta o de prestación de servicio. En otras palabras, es lo que queda de cada venta para cubrir los costos fijos y generar utilidad. Es lo que aporta cada unidad adicional de producto vendido o servicio prestado a las utilidades de la organización.
Punto de equilibrio en unidades físicas	Se calcula dividiendo los costos fijos de la organización entre el margen de contribución unitario	$q_e = \frac{CF}{p - cv}$ $q_e = \frac{CF}{mc}$	Nivel de producción y ventas o nivel de actividad a partir del cual una organización comienza a percibir utilidades. Nivel de actividad en el que los ingresos totales son iguales a los costos totales.

Punto de equilibrio en unidades monetarias con datos unitarios	Se calcula dividiendo los costos fijos de la organización entre la Razón del margen de contribución.	$Y_e = \dfrac{CF}{\dfrac{p - cv}{p}}$ $Y_e = \dfrac{CF}{\%\, mc}$	Nivel de ventas o de Ingresos de Operación a partir del cual una organización comienza a percibir utilidades.
Punto de equilibrio en unidades monetarias conocido el punto de equilibrio en unidades físicas	Se determina multiplicando el precio por la cantidad de equilibrio.	$Y_e = p \cdot q_e$	Nivel deventas o de ingresos de operación a partir del cual una organización comienza a percibir utilidades.
Razón del margen de contribución	Se calcula dividiendo el margen de contribución total entre los ingresos de operación o el margen de contribución unitario entre el precio de venta,	$\dfrac{Y - CVT}{Y}$ $\dfrac{p - cv}{p}$	Representa el porcentaje de los ingresos por ventas que contribuye a cubrir los costos fijos y generar utilidades.
Punto de equilibrio en unidades monetarias con datos totales, no unitarios	Se calcula dividiendo los costos fijos de la organización entre la Razón del margen de contribución, considerando para el cálculo de esa razón el total de los ingresos de operación y el total de los costos variables.	$Y_e = \dfrac{CF}{\dfrac{Y - CVT}{Y}}$ $Y_e = \dfrac{CF}{1 - \dfrac{CVT}{Y}}$	Nivel de ventas o de ingresos de operación a partir del cual una organización comienza a percibir utilidades.

Razón de costo variable	Se calcula dividiendo el costo variable total entre los ingresos de operación o el costo variable unitario entre el precio de venta	$\frac{CVT}{Y}$ $\frac{cv}{p}$	Se refiere al porcentaje de las ventas o ingresos de operación que se destina a cubrir los costos variables. Es una medida útil para entender qué parte de cada unidad monetaria de venta se utiliza para cubrir dichos costos.
Margen de seguridad	Es la cantidad de unidades vendidas, reales o presupuestadas, que excede a la de equilibrio. Se puede expresar, también, en unidades monetarias.	$ms = q - q_e$ $ms\ \% = (\frac{q - q_e}{q}) \cdot 100$ $msm = Y - Y_e$ $msm\ \% = (\frac{Y - Y_e}{Y}) \cdot 100$	Si este margen de seguridad es holgado, la organización está en condiciones de asumir riesgos mayores. Por el contrario, si es bajo, la posibilidad de incurrir en pérdidas es más alta. Este margen representa una medida de la fortaleza económica de la empresa y hasta donde puede disminuir su nivel operativo manteniéndose en

			la zona de ganancias.
Impuesto a la renta	Se calcula multiplicando la utilidad antes de impuestos o utilidad bruta por la tasa de impuesto a la renta.	$UB \cdot t$ $t =$ tasa de impuesto a la renta	Importe que la empresa debe pagar por concepto de impuesto a la renta.
Utilidad después de impuestos (utilidad neta)	Se calcula restando de la utilidad bruta el monto del impuesto, es decir, el valor resultante de multiplicar esa utilidad por la tasa de impuesto.	$UN = UB - UB \cdot t$ $UN = UB(1 - t)$	Utilidad obtenida por la empresa de después de absorber, con sus ingresos de operación, todos los costos y gastos del período, incluyendo el impuesto a la renta.
Planeación de utilidades: Lograr una determinada utilidad bruta o de operación	Se calcula utilizando la ecuación del punto de equilibrio en unidades físicas, adicionando al costo fijo de su numerador el importe de la utilidad bruta deseada,	$q = \frac{CF + UB}{p - cv}$	Muestra el volumen de producción y ventas o el nivel de actividad necesario para logra un objetivo de utilidad bruta u operacional.
Planeación de utilidades: Lograr una determinada utilidad neta	Se calcula utilizando la ecuación del punto de equilibrio en unidades físicas, adicionando al costo fijo de su numerador el importe de la utilidad neta deseada dividida entre 1 menos la	$q = \frac{CF + \frac{UN}{1 - t}}{p - cv}$	Muestra el volumen de producción y ventas o el nivel de actividad necesario para logra un objetivo de utilidad neta, es decir, después de absorber con los ingresos operacionales

	tasa de impuesto a la renta		todos sus costos y gastos incluido el impuesto a la renta.
Flujo neto de efectivo (FNE)	Se calcula como el cociente entre la suma de los costos fijos, el objetivo de FNE y la depreciación, entre el margen de contribución unitario. Se determina sin considerar el impuesto a la renta y considerando ese tributo.	$q = \frac{CFD + FNE + D}{p - cv}$ $q = \frac{CFD + \frac{FNE - t(D)}{1-t}}{p - cv}$	Calcula el nivel de actividad para lograr un objetivo de Flujo neto de efectivo.
Umbral de producción	Se calcula como el cociente entre: a) La diferencia entre el Costo fijo de producir un bien o prestar internamente un servicio y el Costo fijo de comprar un bien o subcontratar un servicio. b) La diferencia entre el Costo variable unitario de comprar un bien o subcontratar un servicio, y el	$q^* = \frac{CF_p - CF_c}{cv_c - cv_p}$	Permite decidir entre comprar un bien o servicio y venderlo, o producirlo internamente en la organización y venderlo.

	Costo variable unitario de producir un bien o prestar internamente un servicio,		

17 GUÍA DE PREGUNTAS Y EJERCICIOS RESUELTOS Y PROPUESTOS SOBRE EL PUNTO DE EQUILIBRIO

17.1 Preguntas sobre el modelo CVU

Pregunta: ¿Cuál es el objetivo principal del análisis Costo-Volumen-Utilidad?

a) Determinar el precio óptimo de un producto o servicio
b) Evaluar el impacto de los costos y volúmenes de producción o nivel de actividad en la rentabilidad
c) Identificar las fuentes de financiamiento más adecuadas
d) Medir la eficiencia en la producción o en la prestación del servicio

Pregunta: Los supuestos del modelo del punto de equilibrio son:

a) Los costos fijos y variables son lineales y el ingreso es exponencial
b) Los costos fijos son lineales y los costos variables y el ingreso son exponenciales
c) Los costos fijos, los costos variables y el ingreso son lineales
d) El punto de equilibrio sólo se calcula en unidades

Pregunta: La ecuación básica del punto de equilibrio es:

a) Ingresos totales = Costos variables totales
b) Costos totales = Costos fijos + Costos variables
c) Ingresos totales = Costos fijos + Costos variables
d) Ganancia neta = Costos fijos – Costos variables

Pregunta: ¿Cuál de los siguientes elementos NO forma parte del análisis CVU?

a) Costos fijos
b) Costos variables
c) Punto de equilibrio
d) Depreciación de activos fijos

Pregunta: ¿Qué rol juega el análisis CVU en la toma de decisiones empresariales?

a) Predecir el clima económico
b) Optimizar inventarios
c) Determinar cómo los costos y volúmenes afectan las utilidades
d) Elaborar campañas de marketing

Pregunta: ¿Qué es el margen de contribución y cómo se calcula?

a) Precio de venta menos costos variables
b) Ingresos totales menos costos fijos
c) Ganancia neta dividida por los costos fijos
d) Volumen de ventas multiplicado por los costos totales

Pregunta: Si el margen de contribución aumenta desde 20% a 30% de las ventas, ¿qué le sucederá al punto de equilibrio en unidades físicas?

a) El punto de equilibrio disminuye, debido a que hay mayor cantidad de ingresos disponibles para cubrir los costos fijos.
b) El punto de equilibrio aumenta, porque los costos variables crecen proporcionalmente.
c) El punto de equilibrio permanece igual, ya que los costos fijos no se ven afectados por el margen de contribución.
d) El punto de equilibrio aumenta, debido al incremento de las ventas necesarias para cubrir los costos totales.
e) El punto de equilibrio se mantiene constante, ya que la relación entre ventas y costos variables no cambia.

Pregunta: ¿Cuál es la Razón del margen de contribución?

a) Es el porcentaje de los costos fijos en relación con los costos totales.
b) Es el porcentaje de las ventas que cubre los costos variables únicamente.
c) Es el porcentaje de las ventas que está disponible para cubrir costos fijos y utilidades.

d) Es la relación entre las ventas netas y el inventario disponible.

Pregunta: ¿Qué relación existe entre el punto de equilibrio y el análisis CVU?

a) Ninguna, son conceptos independientes
b) El punto de equilibrio surge del análisis CVU
c) El análisis CVU calcula solo el margen de contribución
d) El punto de equilibrio se calcula antes del análisis CVU

Pregunta: ¿Cómo afecta un cambio en el precio de venta el análisis CVU?

a) Modifica tanto el margen de contribución como el punto de equilibrio
b) No tiene impacto en el análisis CVU
c) Solo afecta a los costos fijos
d) Reduce los costos variables

Pregunta: ¿Qué impacto tienen los costos fijos y variables en el punto de equilibrio?

a) Solo los costos fijos afectan el punto de equilibrio
b) Ambos tipos de costos lo determinan
c) Solo los costos variables lo determinan
d) Ninguno afecta el punto de equilibrio

Pregunta: ¿Cómo se interpreta el margen de seguridad en el contexto del análisis CVU?

a) Como el nivel de ventas que evita pérdidas
b) Como el total de los costos fijos
c) Como la ganancia neta de la empresa
d) Como el porcentaje de costos variables

Pregunta: ¿Qué métodos existen para calcular el punto de equilibrio?

a) Métodos gráfico y algebraicos
b) Métodos contables únicamente
c) Métodos subjetivos
d) Sólo métodos gráficos

Pregunta: ¿Cómo influye la mezcla de productos en el análisis CVU en empresas con más de un producto?

a) No tiene influencia
b) La mezcla afecta el cálculo del punto de equilibrio
c) Siempre reduce los costos fijos
d) Incrementa automáticamente la ganancia

Pregunta: ¿Qué herramientas gráficas se utilizan para visualizar el análisis CVU?

a) Diagramas de flujo
b) Gráficas de punto de equilibrio
c) Tablas de costos fijos
d) Gráficas de dispersión

Pregunta: ¿Cómo pueden las empresas incorporar riesgos e incertidumbres en el modelo CVU?

a) Ajustando el precio de venta únicamente
b) Estimando diferentes escenarios de ventas
c) Reduciendo costos variables al máximo
d) Ignorando los costos fijos

Pregunta: ¿Qué suposiciones claves se deben considerar al usar el análisis CVU?

a) Que los costos fijos varían constantemente
b) Que los costos variables son proporcionales al volumen
c) Que las ventas no afectan las utilidades
d) Que el precio de venta es irrelevante

Pregunta: ¿Qué se entiende por apalancamiento operativo en el modelo CVU?

a) La capacidad de una empresa para financiar sus operaciones mediante deuda y capital propio.
b) La relación entre los costos fijos y variables que permite analizar el impacto de cambios en las ventas sobre las ganancias operativas.
c) El proceso de aumentar la producción mediante la adquisición de activos operativos adicionales.

d) La estrategia de establecer precios de venta en función del comportamiento del mercado y la competencia.

Pregunta: ¿Cómo afecta el apalancamiento operativo al modelo CVU?

a) Reduce el margen de contribución
b) Aumenta la sensibilidad de la utilidad frente a cambios en ventas
c) Elimina la necesidad de costos fijos
d) Reduce los costos variables

Pregunta: ¿Qué limitaciones presenta el análisis CVU en la planificación empresarial?

a) Es aplicable solo a grandes empresas
b) Supone que los costos son lineales
c) No toma en cuenta los ingresos por ventas
d) Solo considera costos directos

Pregunta: ¿Qué diferencias hay entre costos variables proporcionales y costos variables escalonados dentro del modelo CVU?

a) No hay diferencias entre ellos
b) Los costos escalonados cambian en rangos de producción específicos
c) Los proporcionales son siempre fijos
d) Los escalonados dependen exclusivamente del precio de venta

Pregunta: ¿Cómo se pueden aplicar los resultados del análisis CBU en estrategias de fijación de precios?

a) Incrementando los costos fijos
b) Ajustando precios para maximizar el margen de contribución
c) Ignorando los costos variables
d) Reduciendo el margen de seguridad

Pregunta: El punto de equilibrio de una empresa es de 500 unidades. El costo variable por unidad es de $15.000 y los costos fijos totales son de $5.000.000 por año. ¿Qué precio estará considerando la empresa?

a) $15.000
b) $10.000

c) $25.000
d) No se puede determinar a partir de los datos anteriores.

Pregunta para intercambiar opiniones: ¿Cómo afectan los impuestos a la renta al punto de equilibrio y al análisis CVU?

Pregunta para intercambiar opiniones: ¿Cada organización establece libremente las variables precio, costo y volumen?

17.2 Ejercicios resueltos sobre el modelo CVU

Ejercicio 1: Una sala cuna tiene costos fijos por $5.000.000. El ingreso que percibe por cada párvulo es de $240.000, con un costo variable asociado a cada párvulo de $80.000. Determine:

a) La cantidad de niños que debe tener la sala cuna para comenzar a percibir beneficios.
b) ¿Qué ocurrirá si atiende a 50 niños?
c) ¿Qué ocurrirá si atiende a 30 niños?
d) Preparar el estado de resultados que demuestre que la sala cuna está en equilibrio con la cantidad de párvulos determinada como de equilibrio.
e) Determinar el punto de equilibrio en unidades monetarias.
f) Si la capacidad máxima de la sala cuna son 120 párvulos, determinar, en porcentajes, la utilización de esa capacidad en el punto de equilibrio.

Solución a):

$CF = \$5.000.000$
$p = \$240.000$
$cv = \$80.000$
Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p-cv} = \frac{5.000.000}{240.000-80.000} = 31{,}25 \approx 31\ párvulos$$

Solución b):

Se utiliza la ecuación de resultados:

$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$

Si la cantidad de niños es $q = 50$, entonces la sala cuna obtendrá utilidades, porque dicha cantidad es mayor que la de equilibrio ($31{,}25\ párvulos$):

$Resultado\ (UB) = 240.000 \cdot 50 - 80.000 \cdot 50 - 5.000.000$
$Resultado\ (UB) = 12.000.000 - 4.000.000 - 5.000.000$
$= \$3.000.000\ (Utilidad, porque\ es\ un\ valor\ positivo)$

Solución c):

Si la cantidad de niños es $q = 30$, entonces la sala cuna obtendrá pérdidas, porque dicha cantidad es menor que la de equilibrio ($31{,}25\ párvulos$):
$Resultado\ (UB) = 240.000 \cdot 30 - 80.000 \cdot 30 - 5.000.000$
$Resultado\ (UB) = 7.200.000 - 2.400.000 - 5.000.000$
$= -\$200.000\ (pérdida, porque\ es\ un\ valor\ negativo)$.

Solución d):

Para verificar que el punto de equilibrio en unidades físicas se determinó correctamente, su valor se debe considerar con decimales.

Ingresos de la operación	$Y = p \cdot q$	$240.000 \cdot 31{,}25$	$7.500.000
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$80.000 \cdot 31{,}25$	−$2.500.000
Margen de contribución total	MC		$5.000.000
Menos: Costos fijos	CF		−$5.000.000
Utilidad bruta	UB		$0

Solución e):

$Y_e = p \cdot q_e$
$Y_e = 240.000 \cdot 31{,}25 = \$7.500.000$

Solución f):

¿Qué tanto por ciento es 31,25 de 120 párvulos?

$$\frac{31{,}25}{120} \cdot 100 = 26{,}0\%$$

Ejercicio 2: Con los datos del ejercicio anterior, determinar el punto de equilibrio, no en unidades físicas, sino en unidades monetarias utilizando la fórmula:

$$Y_e = \frac{CF}{1 - \frac{cv}{p}}$$

Solución:

$$CF = \$5.000.000$$
$$p = \$240.000$$
$$cv = \$80.000$$

$$Y_e = \frac{CF}{1 - \frac{cv}{p}} = \frac{5.000.000}{1 - \frac{80.000}{240.000}} = \frac{5.000.000}{1 - 0{,}33333} = \frac{5.000.000}{0{,}66667} \approx \$7.500.000$$

Nota: La exactitud del valor determinado anteriormente está sujeto a la cantidad de decimales utilizada en el cálculo.

Se interpreta diciendo que la sala cuna comienza a generar utilidades si percibe ingresos operacionales por sobre los \$7.500.000.

El valor obtenido se puede comprobar también usando el concepto Costo total.

$$Costo\ total: CVT + CF = cv \cdot q + CF = 80.000 \cdot 31{,}25 + 5.000.000$$
$$= 2.500.000 + 5.000.000 = \$7.500.000$$

Ejercicio 3: El Centro de Padres y Apoderados de un colegio está organizando la gira de estudios para los estudiantes de 3° medio que están por terminar su enseñanza en el establecimiento.
Dos empresas se han ofrecido para organizar la gira, por lo que el colegio debe decidir entre las dos propuestas siguientes:

Propuestas	Costo Fijo	Costo variable por estudiante	Precio por estudiante
Empresa A	1.000.000	5.000	20.000
Empresa B	500000	8.000	20.000

Solución:

Para decidir se necesita calcular el punto de equilibrio en ambas propuestas.

Punto de equilibrio propuesta A:

$$q_{e(A)} = \frac{1.000.000}{20.000 - 5.000} = \frac{1.000.000}{15.000} \approx 67$$

Punto de equilibrio propuesta B:

$$q_{e(B)} = \frac{500.000}{20.000 - 8.000} = \frac{500.000}{12.000} \approx 42$$

Según la propuesta A, deben ir al viaje de estudios al menos 67 estudiantes para cubrir todos los costos involucrados y, según la propuesta B, bastaría con que vayan solo 42 estudiantes. Sin considerar otras variables, como la calidad del servicio, la propuesta B parece ser la más conveniente, porque tiene un punto de equilibrio más bajo.

<u>Ejercicio 4</u>: Una escuela de educación especial diferencial recibe solo un tipo de subvención escolar y corresponde a la Subvención de Apoyo al Mantenimiento (art. 37, DFL N°2/98, educación) y muestra los siguientes antecedentes referidos al mes de diciembre de 2019:

- Factor USE (Unidad de Subvención Escolar): 1,56740
- Valor USE (Valor de la subvención escolar): $26.152,691
- Costo variable unitario (por cada estudiante): $18.152,73
- Costos fijos mensuales de la escuela (CF): $2.055.510

Nótese que tanto el factor USE como el valor USE que es proporcionado por el Ministerio de Educación se expresa con varios decimales.

Se pide:

a) Determinar el punto de equilibrio del establecimiento en cantidad de alumnos.
b) Determinar el punto de equilibrio en pesos (en Ingresos de la operación).
c) Si la capacidad máxima (capacidad instalada) del establecimiento son 200 estudiantes, ¿cuál es el porcentaje de utilización de esa capacidad?
d) Calcular la cantidad de alumnos para obtener una utilidad bruta de $1.370.340 mensuales.

Soluciones:

Primero se requiere calcular la variable precio (p) que, en este caso, es el valor de la subvención escolar por alumno:

$$\text{Subvención escolar (p)} = Factor\ USE\ \cdot\ Valor\ USE$$
$$p = 1{,}56740\ \cdot\ 26.152{,}691 = 40.991{,}73$$
$$cv = 18.152{,}73$$

Solución a):

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{2.055.510}{40.991{,}73 - 18.152{,}73} = \frac{2.055.510}{22.839} = 90\ alumnos$$

Solución b):

$$Y_e = p \cdot q_e$$
$$Y_e = 40.991{,}73\ \cdot\ 90 = \$3.689{,}255{,}7$$

Solución c):

Para responder a esta pregunta se debe tener presente que corresponde al tipo de problema de porcentaje: ¿qué tanto por ciento es una cantidad de otra? En este caso, ¿qué tanto por ciento es 90 de 200?

$$\frac{90}{200} \cdot\ 100 = 45\%$$

Solución d):

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv} = \frac{2.055.510 + 1.370.340}{40.991{,}73 - 18.152{,}73} = \frac{3.425.850}{22.839} = 150\ estudiantes$$

<u>Ejercicio 5</u>: Un colegio particular subvencionado tiene costos fijos mensuales de \$5.500.000. El ingreso mensual que percibe por subvención escolar es de \$100.000, con un costo variable asociado de \$80.000.

Determine:

a) La cantidad de estudiantes que debe tener el colegio para comenzar a percibir excedentes.

b) ¿Qué ocurrirá si atiende un 15% más de niños que la cantidad de equilibrio?

c) ¿Qué ocurrirá si atiende a un 15% menos de niños que la cantidad de equilibrio?

d) Preparar el estado de resultados que demuestre que el colegio está en equilibrio con la cantidad de alumnos determinada como de equilibrio.

e) Preparar el estado de resultados cuando el colegio tiene una cantidad de alumnos inferior a la de equilibrio.

Solución a):

$CF = \$5.500.000$
$p = \$100.000$
$cv = \$80.000$

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{5.500.000}{100.000 - 80.000} = \frac{5.500.000}{20.000} = 275\ alumnos$$

Solución b):

Recordando que la ecuación de resultados es:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

Si la cantidad de niños es superior en 15% a la de equilibrio, entonces el establecimiento obtendrá utilidades, porque dicha cantidad es mayor que la de equilibrio:

$q = 275 \cdot 1{,}15 = 316{,}25\ alumnos$

$Resultado\ (UB) = 100.000 \cdot 316{,}25 - 80.000 \cdot 316{,}25 - 5.500.000$
$Resultado\ (UB) = 31.625.000 - 25.300.000 - 5.500.000$
$= \$825.000\ (Utilidad, porque\ es\ un\ valor\ positivo)$

Solución c):

Si la cantidad de niños es inferior en 15% a la de equilibrio, entonces el colegio obtendrá pérdidas, porque dicha cantidad es menor que la de equilibrio:

$q = 275 \cdot 0{,}85 = 233{,}75\ alumnos$
$Resultado\ (UB) = 100.000 \cdot 233{,}75 - 80.000 \cdot 233{,}75 - 5.500.000$
$Resultado\ (UB) = 23.375.000 - 18.700.000 - 5.500.000$
$= -\$825.000\ (pérdida, porque\ es\ un\ valor\ negativo).$

Solución d):

Ingresos de la operación	$Y = p \cdot q$	$100.000 \cdot 275$	$\$27.500.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$80.000 \cdot 275$	$-\$22.000.000$
Margen de contribución total	MC		$\$5.500.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-\$5.500.000$
Utilidad bruta	UB		$0

Solución e):

Ingresos de la operación	$Y = p \cdot q$	$100.000 \cdot 233{,}75$	$\$23.375.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$80.000 \cdot 233{,}75$	$-\$18.700.000$
Margen de contribución total	MC		$\$4.675.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-\$5.500.000$
Utilidad bruta	UB		-$875.000

Ejercicio 6: Los activos totales de un establecimiento educacional (activos corrientes más activos no corrientes) ascienden a $1.000.000.000 y su sostenedor quiere obtener, por la prestación del servicio educacional, una utilidad bruta (antes de impuesto a la renta) del 10% de ese activo total. Por cada estudiante percibe un ingreso de $350.000, incurre en un costo variable unitario de $130.000 y sus costos fijos son $66.000.000. a) ¿Cuántos estudiantes debe tener el establecimiento para que el sostenedor obtenga la utilidad bruta esperada?, b) ¿cuál sería la cantidad de alumnos que debiera tener para obtener esa misma utilidad, pero ahora neta de impuesto a la renta, si la tasa de impuesto es del 20%? Nota: Los establecimientos educacionales no están afectos a ese impuesto por las actividades propias de su giro. Se plantea la pregunta solo para ejercitarse en la aplicación de la fórmula correspondiente.

Solución a):

$UB\ deseada = Activos\ totales\ \cdot\ 0{,}10$
$UB\ deseada = 1.000.000.000\ \cdot\ 0{,}10 = \$100.000.000$
$p = 350.000$
$cv = 130.000$
$CF = 66.000.000$

Cantidad de estudiantes para obtener una utilidad bruta de $100.000.000:

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv} = \frac{66.000.000 + 100.000.000}{350.000 - 130.000} = \frac{166.000.000}{220.000} = 754{,}55\ estudiantes$$

Solución b):

Cantidad de estudiantes para obtener una utilidad neta UN de $100.000.000:

$$q = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{p - cv} = \frac{66.000.000 + \frac{100.000.000}{1-0{,}20}}{350.000 - 130.000} = \frac{66.000.000 + \frac{100.000.000}{0{,}80}}{220.000}$$
$$= \frac{66.000.000 + 125.000.000}{220.000} = \frac{191.000.000}{220.000} = 868{,}18\ estudiantes$$

Se aprecia que, para absorber el mayor costo por impuesto a la renta, el establecimiento necesita contar con una mayor cantidad de estudiantes.

Ejercicio 7: Un grupo de profesores deciden crear una empresa de asistencia técnica educacional (Registro ATE del MINEDUC) para ofrecer clases particulares para preparar la prueba de acceso a la universidad. Según un estudio de mercado, estiman que pueden cobrar $15.000 por cada hora de clase impartida y que deberán pagar por concepto de remuneraciones del personal docente y por consumo de material didáctico, por cada hora de clase, la suma de $10.000. Los costos fijos mensuales (arriendo y otros gastos administrativos) se estiman en $600.000 mensuales.

a) ¿Cuántas horas de clase deberá impartir la empresa para alcanzar el punto de equilibrio?
b) ¿Cuál sería el resultado, en términos de utilidades o pérdidas, si imparte 200 horas?
c) Conociendo las potencialidades del modelo de gestión financiero conocido como "Costo-Volumen-Utilidad", los docentes quieren saber, manteniendo su estimación de 200 horas de clase, si un aumento en el valor por hora de clase de un 7% compensa o no un incremento del costo variable unitario en 5%.

Datos:

$p = precio\ por\ hora\ de\ clase = \$15.000$
$cv = costo\ variable\ por\ hora\ de\ clase = \$10.000$
$CF = costos\ fijos\ de\ la\ empresa = \$600.000$

Solución a):

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{600.000}{15.000 - 10.000} = \frac{600.000}{5.000} = 120$$

La empresa, para alcanzar el punto de equilibrio, deberá impartir 120 horas mensuales de clase. Recién, por sobre esa cantidad, comenzará a percibir utilidades.

Solución b):

Si imparte 200 horas obtendrá una utilidad bruta (UB) de $400.000, que se obtiene utilizando la ecuación de resultados:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$UB = 15.000 \cdot 200 - 10.000 \cdot 200 - 600.000$$
$$UB = 3.000.000 - 2.000.000 - 600.000 = \$400.000$$

Solución c):

$$p = precio\ por\ hora\ de\ clase = \$15.000 \cdot 1{,}07 = 16.050$$
$$cv = costo\ variable\ por\ hora\ de\ clase = \$10.000 + 10.000 \cdot 0{,}05 = 10.000 + 500 = 10.500$$
$$CF = costos\ fijos\ de\ la\ empresa = \$600.000$$

Aplicando la ecuación de resultados:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$UB = 16.050 \cdot 200 - 10.500 \cdot 200 - 600.000$$
$$UB = 3.210.000 - 2.100.000 - 600.000 = \$510.000.$$

El aumento del valor de la hora de clase en 7%, frente a un incremento del costo variable unitario en 5%, significaría una mayor utilidad de $110.000 (510.000-400-000).

<u>Ejercicio 8:</u> Los costos fijos de una empresa que presta un único producto ascienden a $1.620.000 al mes y el costo variable por producto es de $120.000. Si el precio de venta se calcula incrementando el costo variable unitario en un 30%.

a) Calcular la cantidad mínima de productos que debe vender la empresa para no incurrir en pérdidas.
b) ¿Qué cantidad de productos debe vender para generar utilidades brutas mensuales de $900.000? Comprobar preparando el Estado de resultados correspondiente.
c) ¿Qué cantidad de productos debe tener para generar utilidades netas de impuesto a la renta mensuales de $900.000? La tasa de impuestos a la

renta es del 20%. Comprobar preparando el Estado de resultados correspondiente.

Solución a):

$CF = \$1.620.000$
$cv = \$120.000$
$p = \$120.000 \cdot 1{,}30 = \$\,156.000$

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv}$$
$$q_e = \frac{1.620.000}{156.000 - 120.000} = \frac{1.620.000}{36.000} = 45\, productos$$

Solución b):

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv} = \frac{1620000 + 900000}{156000 - 120000} = \frac{2520000}{36000} = 70\, productos$$

Comprobación:

Ingresos por ventas	$Y = p \cdot q$	$156.000 \cdot 70$	$\$10.920.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$120.000 \cdot 70$	$-8.400.000$
Margen de contribución total	MC		$2.520.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-1.620.000$
Utilidad bruta	UB		$\$900.000$

Solución c):

$$q = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{p - cv}$$
$$q = \frac{1.620.000 + \frac{900.000}{1 - 0{,}20}}{156.000 - 120.000} = \frac{(1.620.000 + \frac{900.000}{0{,}80})}{36.000} = \frac{(1.620.000 + 1.125.000)}{36.000}$$
$$= \frac{2.745.000}{36.000} = 76{,}25 \approx 77\ \ productos$$

Comprobación:

Ingresos por ventas	$Y = p \cdot q$	$156.000 \cdot 76{,}25$	$\$11.895.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$120.000 \cdot 76{,}25$	$-9.150.000$
Margen de contribución total	MC		2.745.000
Menos: Costos fijos	CF		- 1.620.000
Utilidad bruta	UB		1.125.000
Menos: Impuesto a la renta		$1.125.000 \cdot 0{,}2$	-225.000
Utilidad neta	UN		$900.000

<u>Ejercicio 9</u>: Un comerciante compra un producto en $20.000 para revenderlo después con un 30% de ganancia. Por el arriendo del local donde exhibe el producto paga $150.000. ¿Cuántas unidades del producto deberá vender para alcanzar el punto de equilibrio?

Solución:

$p = 20.000 + 20.000 \cdot 0{,}30 = 20.000 + 6.000 = \$26.000$. O bien, $20.000 \cdot 1{,}30 = \$26.000$
$cv = \$20.000$
$CF = \$150.000$

$$q_e = \frac{150.000}{6.000} = 25$$

Es decir, el comerciante alcanza el punto de equilibrio vendiendo 25 unidades del producto. Si vende menos obtendrá pérdidas; si vende más logrará utilidades.
Al mismo resultado se puede llegar a partir de la Ecuación de resultados haciendo $UB = 0$ y despejando q:

$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$
$0 = p \cdot q - cv \cdot q - CF$
$0 = 26.000 \cdot q - 20.000 \cdot q - 150.000$
$0 = q(26.000 - 20.000) - 150.000$
$0 = 6.000 \cdot q - 150.000$
$150.000 = 6.000 \cdot q$

$$q = \frac{150.000}{6.000} = 25$$

Este cálculo se puede comprobar confeccionando el correspondiente Estado de Resultados, donde la utilidad debe ser cero:

Comprobación:

Ingresos por ventas	$Y = p \cdot q$	$26.000 \cdot 25$	$\$650.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$20.000 \cdot 25$	$-\$500.000$
Margen de contribución total	MC		$\$150.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-\$150.000$
Utilidad bruta	UB		$0

<u>Ejercicio 10</u>: Una organización sin fines de lucro que acoge a niños en situación de calle recibe anualmente una donación de $100.000.000. El costo de atender a uno de estos niños es de $2.500.000 al año y sus costos fijos ascienden a $50.000.000. ¿A cuántos niños podrá atender esta organización con la donación recibida?
Solución: La igualdad básica del Estado de Resultados, es:

Como la organización no busca beneficios, $UB = 0$ y el ingreso $Y = p\ x\ q = 100.000.000$
$UB = p\ \cdot\ q - cv\ \cdot\ q - CF$, donde *q* es la cantidad de niños por atender.

$0 = 100.000.000 - 2.500.000\ \cdot\ q - 50.000.000$
$0 = 50.000.000 - 2.500.000\ \cdot\ q$
$2.500.000\ \cdot\ q = 50.000.000$

$$q = \frac{50.000.000}{2.500.000} = 20$$

Es decir, la organización podrá atender a 20 niños con los ingresos de $100.000.000 recibidos como donación.

<u>Ejercicio 11</u>: Una municipalidad recibe del Estado la suma de $50.000.000 como aporte mensual para entregar a su población más vulnerable un subsidio de arriendo. En este servicio comunitario se incurre en costos fijos ascendentes a $5.000.000 mensuales y el costo variable promedio del subsidio es de $150.000. ¿Cuántas personas estarían recibiendo esta transferencia estatal?, ¿Cuántas familias recibirían este beneficio si el aporte del Estado se reduce en 20%?

Solución: La igualdad básica del Estado de Resultados, es:

$Y = p \cdot q = 50.000.000$
$cv = 150.000$
$CF = 5.000.000$

$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$, donde q es la cantidad de niños por atender.

Como la municipalidad no busca beneficios, $UB = 0$

$0 = 50.000.000 - 150.000 \cdot q - 5.000.000$
$0 = 45.000.000 - 150.000\ x\ q$
$150.000 \cdot q = 45.000.000$

$$q = \frac{45.000.000}{150.000} = 300$$

Es decir, la municipalidad podrá otorgar subsidios de arriendo a 300 familias con los $50.000.000 recibidos del Estado.
Si esa transferencia se redujera en 20%, la cantidad de familias que podría recibir el subsidio de arriendo es:

$Y = p \cdot q = 50.000.000\ (1 - 0{,}20) = 50.000.000 \cdot 0{,}80 = 40.000.000$
$cv = 150.000$
$CF = 5.000.000$
$0 = 40.000.000 - 150.000 \cdot q - 5.000.000$
$0 = 35.000.000 - 150.000 \cdot q$

$$q = \frac{35.000.000}{150.000} = 233{,}3 \approx 233 \text{ familias}$$

Es decir, al disminuir el aporte estatal en 20%, habría 67 personas que no percibirían el subsidio de arriendo ($300 - 233 = 67$). En términos porcentuales, esta disminución es $\frac{67}{300} \cdot 100 = 22{,}3\%$, superior al 20% de reducción del aporte estatal, debido a que los costos fijos se han mantenido en $5.000.000.

Ejercicio 12: Un mueblista se dedica exclusivamente a la confección de sillas. Debe asumir cada mes costos fijos de su taller ascendentes a $1.700.000. Hacer cada silla tiene un costo variable de $32.548 y su precio de venta es de $78.500.

Se pide:

a) ¿Cuántas sillas debe confeccionar el mueblista como mínimo para cubrir los costos fijos de su taller?
b) El mueblista está pagando actualmente su departamento y su automóvil nuevo que le significa desembolsar una cuota de $420.000 por el departamento y de $340.000 por el automóvil. ¿Cuántas sillas debe confeccionar para cumplir con todos sus compromisos financieros?

Solución a):

$CF = \$1.700.000$
$cv = \$32.548$
$p = \$78.500$

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{1700.000}{78.500 - 32.548} = 36{,}995 \approx 37\ sillas$$

Solución b):

$CF = \$1.700.000 + 420.000 + 340.000 = \$2.460.000$
$cv = \$32.548$
$p = \$78.500$

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{2.460.000}{78.500 - 32.548} = 53{,}5341 \approx 54\ sillas$$

Ejercicio 13: En el año 2012, el Colegio Magíster S.A. obtuvo $6.750.000 de ingresos por concepto de matrícula y colegiatura. En el mismo período sus costos fijos fueron $2.130.000 y los costos variables totales $3.420.000. a) Determinar el punto de equilibrio en dinero, b) Calcular los costos variables totales en el punto de equilibrio, c) Comprobar el punto de equilibrio preparando un Estado de Resultados.

Solución a):

Como los datos del problema son totales, no valores unitarios, la fórmula que corresponde utilizar para calcular el punto de equilibrio en dinero es:

$$Ye = \frac{CF}{1 - \frac{CVT}{Y}}$$

Datos:

Y = 6.750.000
CVT = 3.420.000
CF = 2.130.000

$$Ye = \frac{CF}{1 - \frac{CVT}{Y}} = \frac{2.130.000}{1 - \frac{3.420.000}{6.750.000}} = \frac{2.130.000}{1 - 0,5067} = \frac{2.130.000}{0,4933} = \$4.317.859$$

Solución b):

Costos variables en el punto de equilibrio: Se calcula con el dato $\frac{CVT}{Y} = \frac{3.420.000}{6.750.000} = 0,5067$
Despejando CVT de la ecuación:

$$CVT = Y_e \cdot 0,5067$$
$$CVT = 4.317.859 \cdot 0,5067 = \$2.187.859$$

Por lo tanto, los Costos Variables Totales en el punto de equilibrio son: $2.187.859.

Alternativamente, los CVT se pudieron determinar como sigue:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

En el punto de equilibrio $UB = 0$.
Ingresos en el punto de equilibrio: $p \cdot q_e = 4.317.859$

La incógnita, en la ecuación de resultados anterior es el Costo Variable Total:
$CVT = cv\ x\ q$
$CF = 2.130.000$

Reemplazando en la ecuación de resultados:
$0 = 4.317.859 - cv \cdot q - 2.130.000$

Despejando la incógnita $cv \ x \ q$:
$cv \cdot q = 4.317.859 - 2.130.000 = 2.187.859$
$CVT = 4.317.859 - 2.130.000 = 2.187.859$

Solución c):

Estado de resultados:

Ingresos en el punto de equilibrio	Y	$\$4.317.859$
Menos: Costos variables totales en el punto de equilibrio	CVT	$-2.187.859$
Margen de contribución total	MC	$2.130.000$
Menos: Costos fijos	CF	$-2.130.000$
Utilidad bruta	UB	0

<u>Ejercicio 14</u>: Una empresa que fabrica un solo producto tiene costos fijos de \$3.200.000 al mes, costos variables unitarios de \$1.300 y fija su precio de venta un 18% por sobre el costo variable unitario.

Se pide:

a) Calcular la cantidad mínima de ese producto que debe producir y vender para no generar pérdidas.
b) ¿Qué cantidad debe producir y vender para generar utilidades brutas (antes de impuesto a la renta) de \$2.480.000?
c) ¿Qué cantidad debe producir y vender para generar utilidades netas (descontado el impuesto a la renta) de \$2.480.000?

Solución a):

$CF = \$3.200.000$
$cv = \$1.300$
$p = 1.300 \cdot 1.18 = \$1.534$

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{3.200.000}{1.534 - 1.300} = 13.675{,}213 \approx 13.675\ unidades$$

Solución b):

$CF = \$3.200.000$
$cv = \$1.300$
$p = 1.300 \cdot 1.18 = \$1.534$
$UB = Utilidad\ Bruta = \$2.480.000$

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv} = \frac{3.200.000 + 2.480.000}{1.534 - 1.300} = \frac{5.680.000}{234} = 24.273{,}5 \approx 24.274\ unidades$$

Solución c):

$CF = \$3.200.000$
$p = 1.300 \cdot 1.18 = \$1.534$
$cv = \$1.300$
$Impuesto\ a\ la\ renta = t = 17\% = 0{,}17$

Como se está preguntando por la cantidad necesaria para generar utilidades netas, corresponde aplicar la siguiente fórmula:

$$q = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{p - cv}$$

$$q = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{p - cv} = \frac{3.200.000 + \frac{2.480.000}{1 - 0{,}17}}{1534 - 1300} = \frac{3.200.000 + 298.7951{,}81}{234} = \frac{6.187.951{,}81}{234}$$
$$\approx 26.444\ unidades$$

<u>Ejercicio 15</u>: Una empresa comercializa un producto comprado en \$500 y lo vende en \$800. Sus costos fijos ascienden a \$1.000.000.

a) Calcular su punto de equilibrio en unidades físicas.
b) Calcular su punto de equilibrio en valores.

c) Si el volumen de ventas fuera de $2.000.000, ¿cuánto de utilidades o pérdidas obtendría?

d) ¿Cuál sería el resultado en términos de utilidad o pérdida si decide aumentar el precio de venta en 10% y reducir el costo variable unitario en 10%, y cuál sería su nuevo punto de equilibrio?

Solución a):

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{1.000.000}{800 - 500} = \frac{1.000.000}{300} = 3.333,\overline{3}\ unidades$$

Solución b):

$$Y_e = \frac{CF}{\frac{p - cv}{p}} = \frac{1.000.000}{\frac{800 - 500}{800}} = \frac{1.000.000}{\frac{300}{800}} = \frac{1.000.000}{0.375} = \$2.666.667$$

Alternativamente:

$$Y_e = p \cdot q_e = 800(3.333,\overline{3}) = \$2.666.667$$

Solución c):

Si el volumen de ventas $Y = 2.000.000$ y $p = 800$:

$$Y = p \cdot q$$
$$2.000.000 = 800 \cdot q$$

$$q = \frac{2.000.000}{800} = 2.500\ unidades$$

$$Resultado = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$Resultado = 2.000.000 - 500 \cdot 2.500 - 1.000.000$$
$$Resultado = 2.000.000 - 1.250.000 - 1.000.000$$
$$Resultado\ (pérdida) = -250.0000$$

Solución d):

Nuevo precio: $800 \cdot 1{,}10 = 880$

Nuevo costo variable unitario: $500 \cdot 0{,}90 = 450$
Su nuevo punto de equilibrio:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{1.000.000}{880 - 450} = \frac{1.000.000}{430} = 2.326\ unidades$$

Asumiendo que ha vendido 2.500 unidades:
$Resultado\ = 880\ \cdot\ 2.500\ -\ 450\ \cdot\ 2.500\ -\ 1.000.000$
$Resultado\ = 2.200.000\ - 1.125.000\ -\ 1.000.000$

$Resultado\ (utilidad) = \$75.000$

Ejercicio 16: Una sastrería confecciona pantalones, abrigos y camisas, cuyos precios de venta son \$49.300, \$75.400 y \$10.900, respectivamente. El costo variable de fabricar cada pantalón es el 70% de su precio de venta. El costo fijo de la empresa es de \$702.600.
Se pide:

a) ¿Cuántas prendas debe confeccionar y vender la sastrería para alcanzar su equilibrio operativo, si de cada 10 pedidos, 6 de ellos son pantalones, 2 son abrigos y 2 son camisas?
b) Punto de equilibrio en unidades monetarias.
c) ¿De qué manera debería distribuirse la producción calculada en a) según la importancia relativa que tienen los artículos?

Solución:

Conceptos	Símbolo	Pantalones	Abrigos	Camisas
Precios de venta	p	49.300	75.400	10.900
- Costos variables unitarios	cv	-34.510	-52.780	-7.630
Margen contribución $(p - cv)$	mc	14.790	22.620	3.270
- Costos fijos	CF		702.600	
Proporción mezcla servicios		60%	20 %	20%

Solución a):

Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{mc\ ponderado} = \frac{CF}{mc_m}$$

$$mc_m = 14.790\ \cdot\ 0{,}60 + 22.620\ \cdot\ 0{,}2 + 3.270\ \cdot\ 0{,}2 = 8.874 + 4.524 + 654 = 14.052$$

$$q_e = \frac{702.600}{14.052} = 50\ prendas$$

Solución b):

Punto de equilibrio en unidades monetarias:

Precio promedio p_m: $49.300\ \cdot\ 0{,}60 + 75.400\ \cdot\ 0{,}20 + 10.900 \cdot\ 0{,}20 = 29.580 + 15.080 + 2.180 = 46.840$
Costo variable promedio cv_m: $34.510\ \cdot\ 0{,}60 + 52.780\ \cdot\ 0{,}20 + 7.630\ \cdot\ 0{,}20 = 20.706 + 10.556 + 1{,}526 = 32.788$

$$Y_e = \frac{CF}{\frac{p_m - cv_m}{p_m}} = \frac{702.600}{\frac{46.840-32.788}{46.840}} = \frac{702.600}{\frac{14.052}{46.840}} = \frac{702.600}{0.30} = \$2.342.000$$

Alternativamente, el punto de equilibrio se pudo calcular así:

$$Y_e = p_m \cdot q_e = 46.840 \cdot 50\ = \$2.342.000$$

Solución c): Distribución de la producción:

$Pantalones\ = 50\ \cdot\ 60\%\ = 50\ \cdot\ 0{,}60 = 30\ pantalones$
$Abrigos\ = 50\ \cdot\ 20\%\ = 50\ \cdot\ 0{,}20 = 10\ abrigos$
$Camisas\ = 50\ \cdot\ 20\%\ = 50\ \cdot\ 0{,}20 = 10\ camisas$
Comprobación: $30 + 10 + 10 = 50\ prendas$

<u>Ejercicio 17</u>: Un colegio que imparte enseñanza preescolar, básica y media tiene la estructura de precios y costos mensuales que se muestra en la tabla siguiente.

Conceptos		Preescolar	Básica	Media
Precio colegiatura	p	200.000	250.000	300.000
Menos: Costos variables unitarios	cv	-140.000	-175.000	-210.000
Margen contribución $(p - cv)$	mc	60.000	75.000	90.000
Menos: Costos fijos	CF	15.000.000		
Proporción de estudiantes por ciclos		100	300	100
Proporción de estudiantes por ciclos en %		20%	60%	20%

Se pide:

a) El punto de equilibrio global en cantidad de alumnos.

b) El punto de equilibrio en unidades monetarias, es decir, en ingresos de la operación mensuales.

c) El punto de equilibrio en cantidad de estudiantes por ciclos de enseñanza.

d) Preparar un Estado de Resultados que compruebe el cálculo del punto de equilibrio.

e) Determinar la cantidad de estudiantes para obtener una Utilidad Bruta de \$3.750.000.

Solución a): Punto de equilibrio en unidades físicas:

$$q_e = \frac{CF}{mc\ ponderado}$$

$$q_e = \frac{15.000.000}{60.000\ \cdot\ 0{,}20 + 75.000\ \cdot\ 0{,}6 + 90.000\ \cdot\ 0{,}2} = \frac{15.000.000}{12.000 + 45.000 + 18.000}$$

$$= \frac{15.000.000}{75.000} = 200\ estudiantes$$

Es decir, el punto de equilibrio global del colegio son 200 estudiantes.

Solución b): Punto de equilibrio en unidades monetarias:

Precio promedio de la colegiatura: $200.000\ \cdot\ 0{,}20 + 250.000\ \cdot\ 0{,}60 + 300.000\ \cdot\ 0{,}20 = 40.000 + 150.000 + 60.000 = 250.000.$

Costo variable unitario promedio: $140.000 \cdot 0{,}20 + 175.000 \cdot 0{,}60 + 210.000 \cdot 0{,}20 = 28.000 + 105.000 + 42.000 = 175.000$

$$Y_e = \frac{CF}{\frac{p-cv}{p}} = \frac{15.000.000}{\frac{250.000-175.000}{250.000}} = \frac{15.000.000}{\frac{75.000}{250.000}} = \frac{15.000.000}{0{,}30} = \$50.000.000$$

Alternativamente, el punto de equilibrio se pudo calcular así:

$$Y_e = p \cdot q_e = 250.000 \cdot 200 = \$50.000.000$$

Es decir, con Ingresos operacionales de $ 50.000.000 mensuales el colegio está en una situación de equilibrio.

Solución c): El punto de equilibrio por ciclos de enseñanza:

$$Preescolar = 200 \cdot 20\% = 200 \cdot 0{,}20 = 40 \; estudiantes$$
$$Básica = 200 \cdot 60\% = 200 \cdot 0{,}60 = 120 \; estudiantes$$
$$Media = 200 \cdot 20\% = 200 \cdot 0{,}20 = 40 \; estudiantes$$

Total: $40 + 120 + 40 = 200 \; estudiantes$

Solución d): Estado de Resultados:

	Prebásica	Básica	Media	Total $
Ingresos operacionales	8.000.000	30.000.000	12.000.000	50.000.000
- Costos variables totales	5.600.000	21.000.000	8.400.000	35.000.000
Margen de contribución total	2.400.000	9.000.000	3.600.000	15.000.000
- Costos fijos				15.000.000
Utilidad Bruta				0

Solución e):

$$q = \frac{CF + UB}{p_{prom} - cv_{prom}} = \frac{15.000.000 + 3.750.000}{250.000 - 175.000} = \frac{18.750.000}{75.000} = 250 \; estudiantes$$

Es decir, para obtener una Utilidad Bruta de $3.750.000, el establecimiento debe tener una matrícula global de 250 estudiantes.

Ejercicio 18: Un colegio espera contar con una matrícula de 500 estudiantes para el próximo año. La mensualidad es de $210.000 y el costo variable por estudiante es de $180.000. Por concepto de costos fijos desembolsa $8.000.000 mensuales. Su sostenedor cree que, con una mayor publicidad, que supone un costo fijo adicional de $3.000.000, la matrícula subiría en 15%. ¿Le convendrá al sostenedor contratar esa mayor publicidad?

Solución:

Se necesita confeccionar los estados de resultados sin y con publicidad:

Posible matrícula con publicidad: $500 \cdot 1{,}15 = 575\ estudiantes$

	Sin publicidad			Con publicidad		
	q	p	Sin publicidad	q	Con publicidad	Diferencia $
Ingresos operacionales	500	210.000	105.000.000	575	120.750.000	15.750.000
Menos Costos variables totales	500	180.000	-90.000.000	575	-103.500.000	-13.500.000
Margen de contribución total			15.000.000		17.250.000	2.250.000
Menos Costos fijos			-8.000.000		-11.000.000	-3.000.000
Utilidad bruta			7.000.000		6.250.000	-750.000

Como se aprecia en la tabla anterior, si bien el margen de contribución del colegio aumentaría con la publicidad en $2.250.000, el aumento en los costos fijos de $3.000.000 haría que la Utilidad Bruta disminuyera en $750.000, por lo que el sostenedor no debiera hacer esa publicidad.

Ejercicio 19: Una empresa, que opera al 70% de su capacidad instalada, vende un producto que tiene una razón de contribución de 40% y su volumen de ventas mensuales es de $6.720.000. El precio de venta del producto es de $12.000, pero uno de sus clientes le ofrece comprar 300 unidades mensuales a un precio de $8.500. Si los costos fijos de la empresa son $2.712.000, ¿le conviene a la empresa aceptar esa oferta?

Solución:

$$Razón\ de\ contribución = \frac{Margen\ de\ contribución}{Ingresos\ por\ ventas} = \frac{Ingresos\ por\ ventas - Costos\ variables\ totales}{Ingresos\ por\ ventas}$$

$$\frac{6.720.000 - Costos\ variables\ totales}{6.720.000} = 0{,}40$$

$$6.720.000 - Costos\ variables\ totales = 6.720.000 \cdot\ 0{,}40$$

Despejando costos variables totales:

$$-Costos\ variables\ totales = 6.720.000\ \cdot\ 0{,}40 - 6.720.000$$
$$-Costos\ variables\ totales = 2.288.000 - 6.720.000$$
$$-Costos\ variables\ totales = -4.032.000$$

Multiplicando por – 1 ambos miembros de la igualdad:

$$\text{Costos variables totales} = 4.032.000$$

Estado de Resultados actual:

Ingresos por ventas	$\$6.720.000$
Menos: Costos variables totales	$-4.032.000$
Margen de contribución total	$2.688.000$
Menos: Costos fijos	$-\ 2.712.000$
Pérdida	$-\ \$24.000$

Determinación de la cantidad vendida actual:

$$Y = p\ \cdot\ q$$
$$6.720.000 = 12.000\ \cdot\ q$$

$$q = \frac{6.720.000}{12.000} = 560\ unidades$$

Con la utilización del 70% de la capacidad instalada se venden 560 unidades. Con una regla de tres simple se puede determinar el potencial de ventas al 100%.

560 unidades	0,70
x unidades	1,00

$$0{,}70\,x = 560 \cdot 1$$
$$x = \frac{560}{0{,}70} = 800\ unidades$$

El potencial de ventas es de 800 unidades. Por lo tanto, la empresa está en condiciones de vender 500 unidades a $12.000 y $800 - 500 = 300$ unidades al precio ofrecido por el cliente, es decir, $8.500.

Ingresos por ventas:

$$500\ \cdot\ 12.000 = 6.000.000$$
$$300\ \cdot\ 8.500\quad = 2.550.000$$

$\text{Total ingresos por ventas} = \$8.550.000$
Costo variable unitario:

$$\frac{Costo\ variable\ total}{cantidad\ de\ unidades} = \frac{4.032.000}{560} = 7.200$$

De esta manera:

Estado de Resultados después de considerar la venta de las 300 unidades al precio ofrecido por el cliente:

Ingresos por ventas	$\$8.550.000$
Menos: Costos variables totales (800 unidades $\cdot\ \$7.200$)	$-5.760.000$
Margen de contribución total	$2.790.000$
Menos: Costos fijos	$-2.712.000$
Utilidad	$\$78.000$

Conclusión: Si la empresa acepta la oferta del cliente, su situación financiera mejora, porque pasa de una pérdida de $24.000 a una utilidad de $78.000.

<u>Ejercicio 20</u>: Un hogar universitario ha contratado el servicio de lavandería a una empresa que le cobra $2.700 por kilogramo de ropa. Mensualmente solicita lavar

aproximadamente 1.000 kilogramos de ropa. El hogar podría lavarla internamente, incurriendo en unos costos fijos anuales de $13.050.000 e incurriría en un costo variable por kilogramo de ropa de $1.800.

Se pide:

a. Decidir sobre la conveniencia de continuar con el lavado de la ropa utilizando el servicio de la empresa externa o realizarlo en el hogar.
b. Determinar para cuántos kilogramos de ropa al año interesa subcontratar el servicio de lavandería.
c. Si, por el aumento de residentes en el hogar, la necesidad de lavar ropa se eleva en un 35%, indique cuál es la opción más conveniente: contratar el servicio externamente o realizarlo en el mismo hogar. Calcular el ahorro anual de costos frente a la opción menos ventajosa.

Solución:

$$CF_c = 0$$
$$CF_p = 13.050.000$$

$$cv_c = el\ precio\ de\ compra = 2.700$$

$$cv_p = 1.800$$

$$q_e\ actual = 1.000\ Kg$$

$$q_e\ esperado = 1.000 \cdot 1{,}35 = 1.350\ Kg$$

Respuesta a):

$$CT_c = CF_c + cv_c \cdot q$$
$$CT_c = 0 + 2.700 \cdot 1.000 \cdot 12 = 32.400.000$$

$$CT_p = CF_p + cv_p \cdot q_p$$
$$CT_p = 13.050.000 + 1.800 \cdot 1000 \cdot 12 = 34.650.000$$

Como $CT_c < CT_p$, es decir, $\$32.400.000 < \$34.650.000$, la decisión debe ser continuar con el servicio de la empresa externa.

Respuesta b):

$$q^* = \frac{CF_p - CF_c}{cv_c - cv_p}$$

$$q^* = \frac{13.050.000 - 0}{2.700 - 1.800} = \frac{13.050.000}{900} = 14.500$$

Para cantidades inferiores a 14.500 Kg de ropa al año, o sea, 1.208,3 Kg mensuales, al hogar le conviene comprar el servicio a la empresa externa.

Respuesta c):

$$q_e \; esperado = 1.000 \cdot 1{,}35 = 1.350 \; Kg$$

$$CT_c = CF_c + cv_c \cdot q$$
$$CT_c = 0 + 2.700 \cdot 1.350 \cdot 12 = 43.740.000$$

$$CT_p = CF_p + cv_p \cdot q_p$$
$$CT_p = 13.050.000 + 1.800 \cdot 1350 \cdot 12 = 42.210.000$$

Si la cantidad de ropa aumenta en 35%, es más conveniente lavar internamente la ropa en el hogar, ya que su costo total anual es menor que el de comprar el servicio a la empresa externa. El ahorro de costo es de $\$43.740.000 - \$42.210.000 = \$1.530.000$ al año.

Ejercicio 21: El producto comercializado por una empresa tiene un costo variable de $750 y un precio de venta de $2.000. Los costos fijos son $2.000.000. El volumen de ventas es de 4.000 unidades. La empresa está considerando mejorar el proceso de producción agregando un nuevo equipo que significa aumentar los costos fijos en $500.000 y disminuir el costo variable unitario a $250.

Se pide:

a) La empresa ¿debe adquirir el nuevo equipo?
b) ¿Qué volumen de producción haría cambiar la decisión de comprar el nuevo equipo?
c) Si el volumen de producción fuera de 1.600 unidades, ¿qué proceso usar, el anterior a la compra del nuevo equipo o el posterior a su compra?

Solución a):

Situación actual ($)			Situación con compra equipo adicional ($)		
Precio	p	2.000	Precio	p	2.000
Costo variable unitario	cv	750	Costo variable unitario	cv	250
Unidades	q	4.000	Unidades	q	5.000
Costos fijos	CF	2.000.000	Costos fijos	CF	2.500.000

Utilizando la Ecuación de Resultados:

Situación actual:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$Resultado\ UB = 2.000 \cdot 4.000 - 750 \cdot 4.000 - 2.000.000$$
$$Resultado\ UB = 8.000.000 - 3.000.000 - 2.000.000$$
$$Resultado\ UB = 3.000.000$$

Punto de equilibrio:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{2.000.000}{2.000 - 750} = \frac{2.000.000}{1.250} = 1.600$$

En la situación actual la empresa está en equilibrio produciendo y vendiendo 1.600 unidades y, al vender 4.000 unidades obtiene una utilidad de $3.000.000.

Situación con compra de equipo adicional:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$

$$Resultado\ UB = 2.000 \cdot 5.000 - 250 \cdot 5.000 - 2.500.000$$
$$Resultado\ UB = 10.000.000 - 1.250.000 - 2.500.000$$
$$Resultado\ UB = 6.250.000$$

Punto de equilibrio:

$$q_e = \frac{CF}{p - cv} = \frac{2.500.000}{2.000 - 250} = \frac{2.500.000}{1.750} = 1.428,57$$

Si la empresa compra del equipo adicional está en equilibrio produciendo y vendiendo aproximadamente 1.429 unidades y, al vender 5.000 unidades obtiene una utilidad de $6.250.000. Por tanto, la empresa debiera adicionar a su proceso productivo el nuevo equipo, ya que su resultado aumentaría de $ 3.000.000 a $6.250.000, es decir, en $3.250.000.

Solución b):

Para calcular la cantidad de unidades que hace posible discernir si comprar o no el nuevo equipo, se igualan las dos ecuaciones de resultados para determinar esa cantidad q:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$2000 \cdot q - 750 \cdot q - 2.000.000 = 2000 \cdot q - 250 \cdot q - 2.500.000$$
$$1.250 \cdot q - 2.000.000 = 1.750\, q - 2.500.000$$
$$1250q - 1750q = -500.000$$
$$-500\, q = -500.000$$

$$q = -\frac{500.000}{-500} = 1.000$$

En consecuencia, para un volumen de 1.000 unidades es indiferente elegir entre las dos situaciones planteadas. Por debajo de 1.000 unidades la decisión debiera ser mantener la situación actual y, por encima de esa cantidad, la mejor opción es incorporar el nuevo equipo al procedo productivo.

Solución c):

Resultado UB en la situación actual produciendo y vendiendo 1.600 unidades:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$UB = 2.000 \cdot 1.600 - 750 \cdot 1.600 - 2.000.000$$
$$UB = 3.200.000 - 1.200.000 - 2.000.000$$
$$UB = 0$$

Resultado UB en la situación de compra de un equipo adicional vendiendo 1.600 unidades:

$$UB = p \cdot q - cv \cdot q - CF$$
$$UB = 2.000 \cdot 1.600 - 250 \cdot 1.600 - 2.500.000$$
$$UB = 3.200.000 - 400.000 - 2.500.000$$
$$UB = 300.000$$

Como se aprecia, al producir y vender 1.600 unidades la utilidad bruta en la situación actual es cero, ya que esa cantidad de unidades es la de equilibrio; en cambio, en las nuevas condiciones la UB es positiva en $300.000, por lo que se comprueba que producir y vender sobre 1.000 unidades es más conveniente la opción de adquirir el nuevo equipo. Ahora, si se produjera 1.100 unidades, es decir, siempre por sobre las 1.000 unidades, en ambas situaciones habría pérdidas, pero estas serían menores si en el proceso productivo se incluye el nuevo equipo, como se ve a continuación:

Resultado UB en la situación actual produciendo y vendiendo 1.100 unidades:

$UB\ = p\ \cdot\ q\ -\ cv\ \cdot\ q\ -\ CF$
$UB\ = 2.000\ \cdot\ 1.100\ -\ 750\ \cdot\ 1.100\ -\ 2.000.000$
$UB\ = 2.200.000\ -\ 825.000\ -\ 2.000.000$
$UB\ = -625.000$ (pérdida)

Resultado UB en la situación de compra de un equipo adicional vendiendo 1.100 unidades:

$UB\ = p\ \cdot\ q\ -\ cv\ \cdot\ q\ -\ CF$
$UB\ = 2.000\ \cdot\ 1.100\ -\ 250\ \cdot\ 1.100\ -\ 2.500.000$
$UB\ = 2.200.000\ -\ 275.000\ -\ 2.500.000$
$UB\ = -575.000$ (pérdida)

La pérdida es menor al incorporar al proceso productivo un nuevo equipo.
Por último, ¿qué sucedería si se producen y venden 900 unidades?

Resultado UB en la situación actual produciendo y vendiendo 900 unidades:

$UB\ = p\ \cdot\ q\ -\ cv\ \cdot\ q\ -\ CF$
$UB\ = 2.000\ \cdot\ 900\ -\ 750\ \cdot\ 900\ -\ 2.000.000$
$UB\ = 1.800.000\ -\ 675.000\ -\ 2.000.000$
$UB\ = -875.000$ (pérdida)

Resultado UB en la situación de compra de un equipo adicional vendiendo 900 unidades:

$UB\ = p\ \cdot\ q\ -\ cv\ \cdot\ q\ -\ CF$
$UB\ = 2.000\ \cdot\ 900\ -\ 250\ \cdot\ 900\ -\ 2.500.000$
$UB\ = 1.800.000\ -\ 225.000\ -\ 2.500.000$

$UB = -925.000$ (pérdida)

Como se ve, si la producción y venta fuera inferior a 1.000 unidades, en ambas situaciones hay pérdidas, pero son menores si no se incorpora el nuevo equipo al proceso productivo.

17.3 Ejercicios propuestos sobre el modelo CVU

Ejercicio 1: La fabricación de un producto requiere unos costos fijos de $1.500.000. Su costo variable de producción es de $500 por unidad y su precio de venta es de $2.000. Se pide determinar:

a) ¿A partir de qué cantidad de productos fabricados y vendidos se comienza a generar beneficios?
b) Determine el nivel de ingresos para estar en una situación de equilibrio.
c) Determine resultado que se genera si se producen y venden 100 unidades más que las determinadas en a) y el resultado que se obtiene al producir y vender 100 unidades menos que las calculadas en a).

Ejercicio 2: Una empresa editorial dedicada a la comercialización de enciclopedias las vende a $40.000 cada una. Los costos asociados son: Costo variable unitario: $24.000, comisión de ventas: $2.000. Los costos fijos de la firma (arriendo del local, sueldo de la secretaria, seguros contratados, etc.) es de $3.500.000. Se pide calcular:

a) El punto de equilibrio en unidades físicas y monetarias,
b) Preparar un Estado de Resultados donde se compruebe que el punto de equilibrio en unidades físicas fue calculado correctamente.
c) Determinar la utilidad o pérdida de la empresa si el nivel de producción y venta es de 300 enciclopedias.

Ejercicio 3: Un colegio particular subvencionado tiene costos fijos mensuales de $3.800.000. Lo que recibe por concepto de subvención escolar promedio por estudiante es de $120.000 y el costo asociado a la prestación del servicio educacional por cada estudiante es de $100.000. Determine:

a) La cantidad de estudiantes que debe tener el establecimiento para comenzar a percibir beneficios.

b) ¿Qué ocurrirá si atiende a un 20% más de estudiantes que la cantidad de equilibrio?

c) ¿Qué ocurrirá si atiende a un 20% menos de estudiantes que la cantidad de equilibrio?

d) Determine el punto de equilibrio en pesos.

e) Determine la utilización de la capacidad instalada del colegio si el establecimiento puede atender a un máximo de 250 alumnos.

f) Determine la cantidad de estudiantes que debe tener el establecimiento para obtener una utilidad bruta de $3.000.000.

g) Determine la cantidad de estudiantes de un establecimiento para que obtenga una utilidad neta de $3.600.000, suponiendo una tasa de impuesto del 25%.

h) Prepara el Estado de Resultados correspondiente a la situación de equilibrio determinada en la pregunta a).

i) Compruebe, con el desarrollo de la Ecuación de resultados que la cantidad de estudiantes necesaria para obtener la utilidad bruta de $3.000.000 de la pregunta f) anterior está correctamente calculada.

Ejercicio 4: Una imprenta elabora dos tipos de cuadernos. Su estructura de precios y costos es la que se indica en la tabla siguiente.

Se pide:

a) El punto de equilibrio global en cantidad de cuadernos.

b) El punto de equilibrio en unidades monetarias, es decir, en ingresos de la operación mensuales.

c) El punto de equilibrio en cantidad de productos por tipo de cuaderno.

d) Preparar un Estado de Resultados que compruebe el cálculo del punto de equilibrio.

e) Determinar la cantidad de cuadernos para obtener una Utilidad neta de $1.500.000, considerando un impuesto a la renta del 25%.

Conceptos	Símbolo	Cuaderno A	Cuaderno B
Precio	p	2.000	2.500
- Costos variables unitarios	cv	-500	-1.000
Margen contribución ($p - cv$)	mc	1.500	1.500
Costos fijos	2.500.000		
Proporción mezcla de productos %		30%	70%

Ejercicio 5: ¿Cuál sería el efecto sobre el nivel del punto de equilibrio, unitario y en pesos, si el costo variable por unidad disminuye, si las otras variables incidentes en los resultados no cambian?

a) ¿Cuál sería el efecto sobre el nivel del punto de equilibrio, unitario y en pesos, si el precio por unidad disminuye, si las otras variables incidentes en los resultados no cambian?
b) ¿Cuál sería el efecto sobre el nivel del punto de equilibrio, unitario y enpesos, si los costos fijos se incrementan, si las otras variables incidentes en los resultados no cambian?
c) ¿Cuál sería el efecto sobre el nivel del punto de equilibrio, unitario y en pesos, si el volumen de ventas, medido en unidades de producto aumenta, si las otras variables incidentes en los resultados no cambian?

Ejercicio 6: Una guardería que ofrece el cuidado diario de niños cobra a cada padre $12.000 por niño. Sus costos variables mensuales por niño son los siguientes:

Costos variables unitarios	$
Colaciones	4.000
Materiales didácticos	1.500
Otros suministros	500
Total	6.000

Los costos fijos mensuales son:

Costos fijos	$
Arriendo	400.000
Servicios básicos	80.000
Seguros	10.000
Remuneraciones	700.000
Varios	10.000
Total	1.200.000

a) Calcular el punto de equilibrio en cantidad de niños.
b) Calcular el punto de equilibrio en pesos.
c) Calcular la cantidad de niños que debieran inscribirse en la guardería para alcanzar una utilidad bruta mensual de $1.000.000.

Ejercicio 7: En la tabla siguiente se presenta la información de ingresos y costos de un colegio y la proporción en que participa cada uno de los ciclos de enseñanza, básica y media en el total de servicios pedagógicos prestados por el establecimiento.

Conceptos	Símbolo	Básica $	Media $
Valor colegiatura por alumno	p	350.000	400.000
- Costos variables unitarios	cv	-105.000	-120.000
Margen contribución	mc	245.000	280.000
- Costos fijos	CF	90.650.000	
Proporción mezcla servicios		60 %	40%

Calcular:

a) El punto de equilibrio en cantidades, globalmente y por ciclos de enseñanza.
b) El punto de equilibrio global en unidades monetarias (en pesos).
c) El punto de equilibrio por ciclos de enseñanza, en pesos.
d) Comprobar la determinación del punto de equilibrio.

Ejercicio 8: Una empresa familiar prepara para la venta tres tipos de frascos de mermeladas (de damasco, de duraznos y de ciruelas). El costo fijo mensual es de $117.600, en tanto que el costo variable de preparar una unidad de mermelada de damasco es de $500, una de durazno es de $600 y una de ciruelas es de $700. El precio de cada variedad de mermelada se fija incrementando el respectivo costo variable unitario en 60%.

Se solicita:

a) ¿Cuántos frascos de mermelada debe producir y vender para alcanzar su equilibrio operativo, si, en promedio, de cada 10 pedidos, 6 de ellos son de mermeladas de damasco, 2 de duraznos y 2 de ciruelas?
b) Determine el punto de equilibrio en cantidad de frascos de mermelada y en pesos.
c) ¿De qué manera debería distribuirse la producción y venta calculada en a) y b) según la importancia relativa que tienen los tipos de mermeladas en el total de la producción?

Ejercicio 9: Una organización educativa particular pagada inicia sus actividades de prestación del servicio de preparación para la PSU con 25 estudiantes a los que cobra una mensualidad recargando su costo variable unitario en 25%. El costo variable total es de $5.000.000 y sus costos fijos ascienden a $4.000.000. La entidad está afecta a una tasa de impuesto a la renta del 20%. Quiere saber:

a) Si con esa cantidad de alumnos obtendrá beneficios,
b) Su punto de equilibrio en cantidad de alumnos y en unidades monetarias, estas últimas mensuales y proyectadas anualmente,
c) La utilización de la capacidad instalada del establecimiento en el punto de equilibrio, si su capacidad máxima es de 200 alumnos,
d) La cantidad de estudiantes para obtener una utilidad bruta de $3.000.000 mensuales,
e) La cantidad de estudiantes para obtener una utilidad neta de $3.000.000 mensuales,
f) Comprobar los cálculos efectuados en b), d) y e) confeccionando un Estado de Resultados.

<u>Ejercicio 10</u>: En un colegio se cobra una mensualidad de $190.000 en enseñanza básica y $220.000 en enseñanza media. Los costos variables por cada estudiante son el 30% del valor de la mensualidad. La actividad en Básica representa el 20% del total y en Media el 80% (porcentaje de mezcla de servicios). Los Costos fijos del establecimiento son $50.932.000.

Determine:

a) El punto de equilibrio global en cantidad de alumnos.
b) El punto de equilibrio en cantidad de alumnos, por ciclos de enseñanza.
c) El punto de equilibrio global en unidades monetarias (en pesos).

<u>Ejercicio 11</u>: Un restaurante tiene costos fijos de $10.500.000 mensuales. Los ingresos promedios por comida (almuerzo y cena) es de $8.000 y el costo variable promedio de cada comida es de $3.800. Se pide:

a) ¿Cuántas comidas se deben servir para alcanzar una utilidad antes de impuestos de $4.200.000 al mes? R. 3.500 comidas por mes.
b) ¿Cuál es el punto de equilibrio en número de comidas servidas al mes? R. 2.500 comidas por mes.
c) ¿Cuál es el punto de equilibrio en número de comidas servidas al mes si los costos fijos suben a $14.700.000 por mes? R. 3.500 comidas por mes.

d) ¿Cuál es el nuevo punto de equilibrio si los costos fijos se mantienen en \$10.500.000, pero los costos variables aumentan a \$4.750 por comida y el precio promedio se incrementa a \$10,000 ¿cuántas comidas se deben servir ahora para alcanzar una utilidad de \$4.200.000 al mes? R. 2.800 comidas al mes.

Ejercicio 12: Un grupo de profesores deciden crear una empresa de asistencia técnica educacional (Registro ATE del MINEDUC) para ofrecer clases particulares para preparar la prueba de acceso a la universidad. Según un estudio de mercado, estiman que pueden cobrar \$16.000 por cada hora de clase impartida y que deberán pagar por concepto de remuneraciones del personal docente y por consumo de material didáctico, por cada hora de clase, la suma de \$11.000. Los costos fijos mensuales (arriendo y otros gastos administrativos) se estiman en \$650.000 mensuales.

a) ¿Cuántas horas de clase deberá impartir la empresa para alcanzar el punto de equilibrio?
b) ¿Cuál sería el resultado, en términos de utilidades o pérdidas, si imparte 200 horas?
c) Conociendo las potencialidades del modelo de gestión financiero conocido como "Costo-Volumen-Utilidad", los docentes quieren saber, manteniendo su estimación de 200 horas de clase, si un aumento en el valor por hora de clase de un 7% compensa o no un incremento del costo variable unitario en 6%.

Ejercicio 13: La Universidad Magisterio imparte tres diplomados A, B y C con márgenes de contribución de \$150.000, \$120.000 y \$100.000, respectivamente. El director del programa ha previsto una matrícula de 200 estudiantes en el siguiente período, de los cuales 80 se matricularían en el diplomado A, 70 en el B y 50 en el C. Los costos fijos asociados a estos diplomados son \$6.000.000. Se pide:

a) ¿Cuál es el punto de equilibrio de este programa, suponiendo que se mantiene la mezcla de servicios dada?
b) Si se mantiene la mezcla de servicios, ¿cuál es el margen de contribución total cuando se matriculen 300 alumnos? ¿Cuál será la Utilidad Bruta o de operación?

Ejercicio 14: Una empresa vende un solo producto en las siguientes condiciones:

$p = \$16.000$
$cv = \$12.000$
$CF = \$4.000.000$
$D = \$1.000.000$
$t = 25\%$

Determinar la cantidad de productos que debe vender la empresa para alcanzar un Flujo Neto de Efectivo de $10.000.000. Compruebe el resultado.

18 APÉNDICE

En esta parte se desarrollan otros tópicos del modelo CVU como la determinación de precios de los productos o servicios para estar en una situación de equilibrio y para obtener determinadas utilidades brutas o netas; asimismo, cómo neutralizar variaciones en los costos variables y fijos a través de cambios en el precio del bien o servicio prestado.

18.1 Precio de equilibrio

De la fórmula de la cantidad de equilibrio se puede deducir el precio de equilibrio, es decir, en el caso de una entidad educativa, el ingreso o arancel por alumno que hace que la utilidad bruta del establecimiento sea cero.

$$0 = p \cdot q + cv \cdot q - CF$$
$$CF = p \cdot q + cv \cdot q$$

$$CF = q(p - cv)$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación anterior entre q:

$$\frac{CF}{q} = \frac{q(p - cv)}{q}$$

$$\frac{CF}{q} = p - cv$$

Despejando p:

$$\boxed{\boldsymbol{p_e = \frac{CF}{q} + cv}}$$

Ejemplo: Los costos fijos de una sala cuna ascienden a $1.620.000 al mes y el costo variable por párvulo es de $120.000. Determinar el precio de equilibrio 1) si la sala cuna desea alcanzar el punto de equilibrio con 45 párvulos y 2) si quiere lograrlo con 70 párvulos.

Solución:

Datos:
$CF = 1.620.000$
$cv = 120.000$
$q = 45\ y\ 70\ párvulos$

1) El precio de equilibrio para 45 párvulos es:

$$p_e = \frac{1.620.000}{45} + 120.000 = \$156.000$$

Comprobación:

Ingresos de operación por colegiatura	$Y = p \cdot q$	$156.000 \cdot 45$	$\$7.020.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$120.000 \cdot 45$	$-5.400.000$
Margen de contribución total	MC		$1.620.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-1.620.000$
Utilidad Bruta	UB		$\$\ 0$

2) El precio de equilibrio para 70 párvulos es:

$$p_e = \frac{1.620.000}{70} + 120.000 = \$143.142{,}85$$

Comprobación:

Ingresos de operación por colegiatura	$Y = p \cdot q$	$143.142{,}85 \cdot 70$	$\$10.020.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$120.000 \cdot 70$	$-\ 8.400.000$
Margen de contribución total	MC		$1.620.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-1.620.000$
Utilidad bruta	UB		$\$\ 0$

18.2 Determinación del precio para lograr un objetivo de Utilidad Bruta

Para deducir este cálculo se puede partir de la expresión siguiente:

$$q = \frac{CF + UB}{p - cv}$$

$$q(p - cv) = CF + UB$$
$$qp - qcv = CF + UB$$
$$qp = CF + UB + qcv$$
$$p = \frac{CF + UB + qcv}{q}$$
$$p = \frac{CF + UB}{q} + \frac{qcv}{q}$$

$$\boxed{\boldsymbol{p = \frac{CF + UB}{q} + cv}}$$

Ejemplo**:** Los costos fijos de una sala cuna ascienden a \$1.620.000 al mes y el costo variable por párvulo es de \$120.000. Si la cantidad de párvulos del establecimiento es 70, ¿cuál debería ser el valor de la mensualidad para obtener una Utilidad Bruta de \$900.000?

El precio para obtener una Utilidad Bruta de \$900.000 con 70 párvulos es:

$$p = \frac{CF + UB}{q} + cv$$

$$p = \frac{1.620.000 + 900.000}{70} + 120.000 = \frac{2.520.000}{70} + 120.000 = \$156.000$$

Comprobación:

Ingresos de operación por colegiatura	$Y = p \cdot q$	$156.000 \cdot 70$	$\$10.920.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$120.000 \cdot 70$	$-8.400.000$
Margen de contribución total	MC		$2.520.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-\ 1.620.000$
Utilidad bruta (UB)	UB		$\$\ 900.000$

18.3 Determinación del precio para lograr un objetivo de Utilidad Neta

El precio se puede deducir de la expresión siguiente:

$$q = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{p - cv}$$

$$q(p - cv) = CF + \frac{UN}{1-t}$$

$$qp - qcv = CF + \frac{UN}{1-t}$$

$$qp = CF + \frac{UN}{1-t} + qcv$$

$$p = \frac{CF + \frac{UN}{1-t} + qcv}{q}$$

$$p = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{q} + \frac{qcv}{q}$$

$$\boxed{\boldsymbol{p = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{q} + cv}}$$

<u>Ejemplo</u>**:** Los costos fijos de una sala cuna ascienden a \$1.620.000 al mes y el costo variable por párvulo es de \$120.000. Si la cantidad de párvulos es 70, cuál debería ser el valor de la mensualidad para obtener una Utilidad Neta de \$900.000, si la tasa de impuesto a la renta es 20%?
El precio para obtener una utilidad neta de \$900.000 con 70 párvulos es:

$$p = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{q} + cv$$

$$p = \frac{1.620.000 + \frac{900.000}{1-0{,}20}}{70} + 120.000 = \frac{1.620.000 + 1.125.000}{70} + 120.000$$
$$= \$159.214{,}28$$

Comprobación:

Ingresos de operación por colegiatura	$Y = p \cdot q$	$159.214{,}28 \cdot 70$	$\$11.145.000$
Menos: Costos variables totales	$CVT = cv \cdot q$	$120.000 \cdot 70$	$-8.400.000$
Margen de contribución total	MC		$2.745.000$
Menos: Costos fijos	CF		$-1.620.000$
Utilidad bruta	UB		1.125.000
Menos: Impuesto a la renta		$1.125.000 \cdot 0{,}2$	225.000
Utilidad neta	UN		\$900.000

18.4 Determinación del incremento del precio (Δ_p) para un aumento en los costos fijos (Δ CF)

Dependiendo si la fórmula del precio que se utilice para esa determinación incluye o no la utilidad bruta o neta, la fórmula para el incremento del precio será:

$$Si\ p = \frac{CF}{q} + cv$$

$$p + \Delta_p = \frac{CF + \Delta\ \mathrm{CF}}{q} + cv$$

$$\Delta_p = \frac{CF + \Delta\ \mathrm{CF}}{q} + cv - p$$

$$Si\ p = \frac{CF + UB}{q} + cv$$

$$p + \Delta_p = \frac{(CF + \Delta\ \mathrm{CF}) + UB}{q} + cv$$

$$\Delta_p = \frac{(CF + \Delta\ \mathrm{CF}) + UB}{q} + cv - p$$

$$Si\ p = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{q} + cv$$

$$p + \Delta_p = \frac{(CF + \Delta\,\mathrm{CF}) + \frac{UN}{1-t}}{q} + cv$$

$$\boxed{\Delta_p = \frac{(\boldsymbol{CF} + \Delta\,\mathrm{CF}) + \frac{\boldsymbol{UN}}{\boldsymbol{1-t}}}{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{cv} - \boldsymbol{p}}$$

18.5 Determinación del incremento del precio (Δ_p) para un aumento en los costos variable ($\Delta\, cv$)

Dependiendo si la fórmula del precio que se utilice para esa determinación incluye o no la utilidad bruta o neta, la fórmula para el incremento del precio será:

$$Si\ p = \frac{CF}{q} + cv$$

$$p + \Delta_p = \frac{CF}{q} + cv + \Delta\, cv$$

$$\Delta_p = \frac{CF}{q} + cv + \Delta\, cv - p$$

$$Si\ p = \frac{CF + UB}{q} + cv$$

$$p + \Delta_p = \frac{CF + UB}{q} + cv + \Delta\, cv$$

$$\Delta_p = \frac{CF + UB}{q} + cv + \Delta\, cv - p$$

$$Si\ p = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{q} + cv$$

$$p + \Delta_p = \frac{CF + \frac{UN}{1-t}}{q} + cv + \Delta\, cv$$

$$\boxed{\Delta_p = \frac{\boldsymbol{CF} + \dfrac{\boldsymbol{UN}}{\boldsymbol{1-t}}}{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{cv} + \Delta\, cv - \boldsymbol{p}}$$

19 Determinación del incremento del precio ($\triangle\, p$) para neutralizar un aumento en los costos variables ($\Delta\, cv$) y en los costos fijos $\triangle\, CF$

Dependiendo si la fórmula del precio que se utilice para esa determinación incluye o no la utilidad bruta o neta, la fórmula para el incremento del precio será:

$$Si\ p = \frac{CF}{q} + cv$$

$$p + \Delta_p = \frac{CF + \Delta\,\mathrm{CF}}{q} + (cv + \Delta\, cv)$$

$$\Delta_p = \frac{CF + \Delta\,\mathrm{CF}}{q} + (cv + \Delta\, cv) - p$$

$$Si\ p = \frac{CF + UB}{q} + cv$$

$$p + \Delta_p = \frac{(CF + \Delta\,\mathrm{CF}) + UB}{q} + (cv + \Delta\, cv)$$

$$\Delta_p = \frac{(CF + \Delta\,\mathrm{CF}) + UB}{q} + (cv + \Delta\, cv) - p$$

$$Si\ p = \frac{CF + \dfrac{UN}{1-t}}{q} + cv$$

$$p + \Delta_p = \frac{(CF + \Delta\,\mathrm{CF}) + \dfrac{UN}{1-t}}{q} + (cv + \Delta\, cv)$$

$$\boxed{\Delta_p = \frac{(\boldsymbol{CF} + \Delta\,\mathrm{CF}) + \dfrac{\boldsymbol{UN}}{\boldsymbol{1-t}}}{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{cv} + \Delta\, cv) - \boldsymbol{p}}$$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aire, C., Ariganello, C., Barrera, L. ... Vélez, I. (2012). En Albornoz, C. (Coord.). *Gestión financiera de las organizaciones*. Buenos Aires: Eudeba.

García, J. (2014). *Contabilidad de costos* (4ª. ed.). México, D.F.: McGraw-Hill Education.

Garrison, R, Noreen, E., & Brewer, P. (2007). *Contabilidad administrativa*. México D.F.: McGraw-Hill Interamericana.

Hansen, R. & Mowen, M. (2007). *Administración de costos. Contabilidad y control* (5ª ed.). México: Cengage Learning Editores S.A.

Heizer, j. & Render, B. (2009). *Principios de administración de operaciones*. (7ª ed.). México: Pearson Educación.

Horngren, C. Sundem, G. & Stratton, W. (2006). *Contabilidad administrativa* (13ª. ed.). México: Pearson Educación

Horngren, C., Data, S. & Rajan, M. (2012). *Contabilidad de costos. Un enfoque gerencial* (14ª. ed.). México: Pearson Educación.

Gkrajewski, L., Ritzman, L. & Malhotra, M. (2018). *Administración de operaciones. Procesos y cadena de valor* (8ª ed.). México, D.F.: Pearson Educación.

Morales, P., Smeke, J. y Huerta, L. (2018). *Costos gerenciales*. Instituto mexicano de contadores públicos.

Morales, J. (1993). *Economía de la educación*. Santiago: CPEIP.

Polimeni, R., Fabozzi, F., Adelberg, A. & Kole, M. (1994). *Contabilidad de costos*. Santa Fe de Bogotá: McGraw-Hill.

Polo, B. (2013). *Contabilidad de costos en la alta gerencia*. *Teórico-práctico*. Bogotá D.C.: Grupo Editorial Nueva Legislación Ltda.

Ramírez, D. (2013). *Contabilidad administrativa. Un enfoque estratégico para competir* (9ª. ed.). México, D.F.: McGraw-Hill Interamericana S.A.

Ramírez, D. (2008). *Contabilidad administrativa* (8ª. ed.). México, D.F.: McGraw-Hill Interamericana S.A.

Van Horne, J. (1992). *Fundamentos de administración financiera*. Naucalpan de Juárez. Edo. de México: Prentice Hall Inc.

Vélez, I. y Dávila, R. (2000). *Análisis y planeación financieros*. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1366523

Villajuana, C. (2013). *Costos y presupuestos: paso a paso*. Tacna: Neumann Business School S.A.C.